नमस्कार छात्रों का स्वागत है , पिछले व्याख्यान में जटिल संख्याओं पर सातवें व्याख्यान में हमने एकता की nth जड़ पर चर्चा की और उसके आधार पर हमने कई पहचान साबित की हैं, आइए इस चर्चा को जारी रखें, हमने पहचान में से एक को साबित कर दिया है जो साइन पाई है n साइन दो pi द्वारा n साइन n माइनस एक pi बटा n मान n बटा दो से घात n घटा एक है आइए देखें कि यह कैसे कुछ समस्याओं को हल करने में हमारी मदद करता है निम्नलिखित व्यंजक का मान ज्ञात करें व्यंजक साइन दस डिग्री है साइन बीस डिग्री उत्पाद के साथ साइन अस्सी डिग्री तक हम इस अभिव्यक्ति के उत्पाद को खोजना चाहेंगे तो आइए हम इस अभिव्यक्ति के मूल्य को खोजने के लिए उपरोक्त पहचान का उपयोग करने का प्रयास करें जो हम देखते हैं उसे कोई n मान दिया जाता है मान लीजिए n के बराबर दो तो हम जो देखते हैं वह यह है कि यह साइन पीआई से दो तक है और यदि मैं एन मान लेता हूं तो दस कहता है तो यह अभी भी कहता है कि पहला मान साइन पीआई दस से होगा जो अठारह साइन है और जब तक यह साइन नहीं हो जाता है नौ से नौ पीआई दस ठीक है,
इसलिए यदि मैं पहले शब्द के साथ पहचानने की कोशिश करता हूं जहां यह साइन 10 डिग्री से शुरू होता है तो स्वाभाविक रूप से मैं देखता हूं कि अगर मैं n को 18 के रूप में लेता हूं तो मैं कारक को पहला कारक प्राप्त करने में सक्षम हूं जो साइन है 10 डिग्री तो इसका मतलब है कि हम 18 के बराबर n से शुरू करने की कोशिश करते हैं
तो मैं उपरोक्त पहचान से अभिव्यक्ति के भाग के साथ मेल खाने में सक्षम हूं,
इसलिए यदि मैं n को 18 के बराबर मानता हूं तो मुझे यहां क्या मिलेगा यह साइन 10 डिग्री है 18 से pi है और अन्य जो साइन बीस डिग्री है जो साइन दो बटा दो pi बटा अठारह है और यह साइन सत्रह pi बटा अठारह तक जाता है जिसका मान हमारे पास अठारह बटा दो से घात सत्तर है आइए देखें कि क्या हम इसे और सरल बना सकते हैं पहला अवलोकन यह है कि यदि हम k मान यहाँ नौ या नौवें पद लेते हैं, जो यहाँ कहते हैं यदि मैं k को 9 के बराबर लेता हूँ जहाँ मेरा व्यंजक सामान्य पद से ऊपर है, साइन k बटा 18 है मैं k को 9 के बराबर लेता हूँ तो हमें साइन पाई प्राप्त होता है।
2 से जो 1 है तो इसका मतलब है कि नौवां पद यह अभिव्यक्ति नौवां शब्द मान एक है लेकिन दूसरा अवलोकन यह अवलोकन है और दूसरा अवलोकन यह है कि यदि हम अठारह शून्य से के पीआई
अठारह पर विचार करते हैं जो साइन के अठारह के समान है वास्तव में आपके पास एक सामान्य अवलोकन है जो साइन एन माइनस है k pi by n यह 1 से n तक nk मान द्वारा sine k के समान है, हमारे पास दी गई अभिव्यक्ति है, हमारे पास sine pi बटा 18 साइन दो pi बटा अठारह तक है, जब तक sine सत्रह pi बटा अठारह जो अठारह गुणा दो घात सत्रह है, हम देखते हैं नौवां पद एक है और शेष अन्य पद इस अर्थ में दोहराए जाने वाले प्रकार हैं जो 17 pi को 18 से संकेत करते हैं जो कि साइन पाई के रूप में 18 के समान है,
इसलिए हमें वर्ग ज्या वर्ग 2 बटा 18 तक साइन 8 pi बटा 18 वर्ग प्राप्त होता है जिसे हम कहते हैं सामान्य शब्द को रद्द कर सकते हैं जो नौ गुणा दो शक्ति सोलह है अब यह शब्द कुछ और नहीं बल्कि हमारी आवश्यक अभिव्यक्ति है जो साइन 10 डिग्री साइन 20 डिग्री और साइन 80 डिग्री है और पूरा वर्ग इस प्रकार है और अब आप इसे लेते हैं वर्गमूल हमें 3 बटा 2 घात 8 एक मान के रूप में मिलता है अब पहचान के समान साइन उत्पाद जो हमें n बटा दो घात n माइनस एक मिलता है, इसी तरह हम cos टर्म को शामिल करते हुए एक पहचान प्राप्त कर सकते हैं जो कि cos pi by n cos two pi by n से cos m माइनस एक pi बटा n जो m के वर्गमूल बटा दो घात m माइनस एक के बराबर है तो अब इस पहचान को कैसे साबित किया जाए यदि मुझे याद है कि जब हमने साइन टर्म को शामिल करने वाली पहचान को साबित किया तो हमने जो इस्तेमाल किया वह यह है कि बहुपद z से घात n माइनस 1 इस प्लस 1 तक इस बहुपद को एकता के nवें मूल का उपयोग करके गुणनखंडित किया जाता है और हमने z के मान को 1 के रूप में माना है, फिर हमें यह व्यंजक मिला, फिर एक बार जब आप इसका मापांक मान लेते हैं तो हमें संकेत व्यंजक अब संकेत मिलते हैं इस पहचान में z को माइनस 1 के बराबर कहें
और इसी तरह की प्रक्रिया करें ताकि जब आप माइनस 1 माइनस अल्फ़ा पावर k से दूरी की गणना कर रहे हों तो समान प्रक्रिया करें जो कि 1 प्लस अल्फ़ा पावर k मापांक के समान है जहाँ आपको कास्ट मिलेगा अवधि दाईं ओर इस संकेत का उपयोग करके आप दिखा सकते हैं कि कोसाइन को शामिल करने वाला उत्पाद शब्द यह मान देता है और जहां n एक सम संख्या है यदि n विषम है तो आपको यह अभिव्यक्ति मिलती है और साइन और कोसाइन पहचानों को मिलाकर आप पहचान प्राप्त कर सकते हैं स्पर्शरिखा शब्द ठीक है
इसलिए मैं एक अभ्यास के रूप में प्रमाण छोड़ देता हूं अब हम विशेष मामले n के बराबर 3 के साथ एकता की n वीं जड़ पर चर्चा करेंगे जिसे एकता का घनमूल कहा जाता है
इसलिए हम n को 3 मानते हैं और हम पूछ रहे हैं कि सभी जटिल क्या हैं संख्या जिसकी तीसरी शक्ति 1 है, हम जानते हैं कि हमें वह शब्द मिलता है जो कहता है कि कोण दो पाई बटा तीन है और दूसरा पद जो चार पाई बटा तीन है , जटिल संख्या जो इस समीकरण को संतुष्ट करती है, क्या ये संख्याएं ठीक हैं
इसलिए एक विशेष संकेतन है जो ओमेगा है जिसे सिस टू पाई बटा थ्री कहा जाता है हम जानते हैं कि कॉस टू पाई बटा थ्री और प्लस आई साइन टू पाई बटा थ्री का मूल्य क्या है हमें माइनस हाफ प्लस आई रूट 3 बटा 2 के रूप में मान मिलता है और हम जो देखते हैं वह है अगला शब्द
ओमेगा वर्ग के अलावा और कुछ नहीं है, जो कि सीआईएस 4 पीआई बटा 3 है, जैसा कि 2 पीआई बटा 3 के रूप में प्राप्त होता है, जो कि हमारे ओमेगा वर्ग के अलावा कुछ भी नहीं है,
इसलिए इस अंकन का उपयोग करते हुए ओमेगा जो हम देखते हैं वह एक ओमेगा ओमेगा वर्ग आर क्यूब रूट है एकता का बहुत आसानी से हम देख सकते हैं कि एक प्लस ओमेगा प्लस ओमेगा वर्ग का मान शून्य है क्योंकि आप यह भी देख सकते हैं कि ओमेगा वर्ग और कुछ नहीं बल्कि ओमेगा संयुग्मन है अब यह एक बार जब आप ओमेगा ओमेगा वर्ग का योग करते हैं तो काल्पनिक भाग ओमेगा के वास्तविक भाग को रद्द कर देता है माइनस हाफ तो आपको वास्तविक भाग का दो गुना मिलेगा जो माइनस एक है
इसलिए योग शून्य है

इसलिए हम देखते हैं कि यह टिप्पणी एक और इसी तरह की बात है जो हमने एकता के nth रूट में की है ओमेगा पावर कहो n जहां n 3 है जो कि हम इसे सिर्फ एक के रूप में प्राप्त करते हैं ,

इसलिए कोई भी अपनी शक्ति तीन की गणना कर सकता है जो यहां उदाहरण के लिए सीआईएस दो पीआई तीन घन है जो सीआईएस तीन मूल रूप से तर्क में गुणा में जाता है आपको केवल दो पीआई मिलते हैं एक ठीक है या हम इसके लिए ज्यामितीय व्याख्या भी देख सकते हैं आइए हम यूनिट सर्कल 1 पर विचार करें और ओमेगा को 120 डिग्री घुमाकर और ओमेगा स्क्वायर फिर से आप एक बीस डिग्री घुमाते हैं जो वास्तव में संयुग्मन है जो ओमेगा वर्ग है इसका मतलब है कि ओमेगा से गुणा करना जो कि इस विशेष वेक्टर में 120 डिग्री के कोण को जोड़ने के समान है, अब आप एक और 120 डिग्री जोड़ते हैं जो ओमेगा से गुणा किया जाता है आप एक पर वापस पहुंचते हैं

इसलिए हम देखते हैं कि ओमेगा क्यूब एक है और सामान्य रूप से यदि आप ओमेगा पावर पर विचार करते हैं मान लें कि 3 शक्ति n यह ओमेगा शक्ति 3 शक्ति के समान है n यह 1 n है कोई भी पूर्णांक हो सकता है

इसलिए अवलोकन यह है कि यदि हमारे पास ओमेगा शक्ति तीन गुणक है तो यह एक है और एक और अवलोकन जो हमने बनाया है वह एकता की घन जड़ों का योग है शून्य है जैसे सामान्य तौर पर हमारे पास एकता की nth जड़ है आप इसे योग करते हैं आपको शून्य मिलता है आइए हम एक साधारण समस्या करते हैं इस अभिव्यक्ति का मूल्य ज्ञात करें या इस तरह से सरल करें कि यह एक प्लस आईबी के रूप में कम हो जाए अभिव्यक्ति जो हम देखते हैं वह यह है कि यह शब्द हमारे ओमेगा के अलावा और कुछ नहीं है

इसलिए ओमेगा की संपत्ति का उपयोग करके हम इसे आसानी से सरल बना सकते हैं

इसलिए इस शब्द पर विचार करें चार प्लस पांच ओमेगा शक्ति तीन सौ चौंतीस प्लस तीन गुना ओमेगा शक्ति तीन सौ पैंसठ जैसा कि हमने पहले देखा था इस शब्द को ओमेगा शक्ति 3 गुणक के रूप में लिखा जा सकता है जो कि 300 तैंतीस गुणा ओमेगा प्लस के साथ तीन बार फिर से हम शक्ति को इस तरह विभाजित कर सकते हैं कि एक तीन गुणक है जो तीन सौ साठ तीन है यह ओमेगा वर्ग है

इसलिए यह शब्द एक है फिर से यह कारक एक है तो हमें जो मिलता है वह है चार जमा पांच ओमेगा प्लस तीन ओमेगा वर्ग अब फिर से इस तथ्य का उपयोग करें कि एकता के घनमूलों का योग 0 है इससे हमें ओमेगा वर्ग माइनस ओमेगा माइनस 1 मिलता है अब इसमें स्थानापन्न करें समीकरण हमें यह मिलता है जैसे कि प्लस फाइव ओमेगा और फिर माइनस थ्री ओमेगा माइनस थ्री हमें एक प्लस टू ओमेगा मिलता है अब जरा देखें कि ओमेगा का मान क्या है जो माइनस आधा है प्लस आई थ्री रूट थ्री बाय टू जो सरलीकरण के बाद है, हम देखते हैं कि यहां हमें यहां एक माइनस एक मिलता है और एक के साथ कैंसिल हो जाता है,

इसलिए शेष कारक मैं तीन बार रूट हूं,

इसलिए ऐसा लगता है कि जब हम कहते हैं कि अभिव्यक्ति ओमेगा की शक्तियों के साथ आती है तो हम ओमेगा के गुणों का उपयोग करके आसानी से कम किया जा सकता है आइए हम एक और समस्या करते हैं अब हमें यह दिखाने की आवश्यकता है कि इस जटिल संख्या की शक्ति जो mul तीन द्वारा दो n प्लस 1 से गुणा की जाती है जो कि प्रत्येक n के लिए हमेशा माइनस 1 होती है पूर्णांक तो आइए हम यह देखने का प्रयास करें कि यह अभिव्यक्ति क्या है, पहले इस अभिव्यक्ति पर विचार करें रूट 3 प्लस मैं रूट 3 घटाकर मैं हमें सीधे सरल करता हूं जिसका अर्थ है कि आप इसके संयुग्म रूट 3 प्लस i रूट 3 प्लस से गुणा करते हैं, मुझे यहां मिलता है जो रूट तीन है इसके अलावा मैं पूरे वर्ग को तीन जमा एक से विभाजित करता हूं, हमें एक शब्द मिलता है जो अब चार है याद रखें ओमेगा ओमेगा का मान माइनस हाफ प्लस मैं रूट 3 बटा 2 है अब हम देखते हैं कि यह अभिव्यक्ति लगभग इसके करीब है यह है रूट थ्री के बराबर हम निकाल सकते हैं मैं आमतौर पर यदि आप i को बाहर निकालते हैं जो कि i वर्ग है तो हम वर्ग टर्म के अंदर चार ले सकते हैं जिसका अर्थ है कि हमें यहां एक माइनस टू टू मिलता है यह वही है जैसे यह माइनस वन है और यह है माइनस ओमेगा के अलावा और कुछ नहीं, जिसे हम ओमेगा स्क्वायर के रूप में देखते हैं,

इसलिए अब अगर हम पावर को तीन गुना बढ़ा दें तो रूट थ्री प्लस आई बाय रूट थ्री माइनस आई थ्री गुना टू एन प्लस वन और और जो हम देखते हैं वह है माइनस ओमेगा स्क्वायर पावर द थ्री मल्टीपल टू एन प्लस वन यह माइनस वन पावर सिक्स एन प्लस थ्री और ओमेगा स्क्वायर है हम इसे सिक्स पावर टू एन प्लस वन के रूप में लिख सकते हैं यह हमें माइनस वन देता है और यह हमें सिर्फ एक देता है क्योंकि यह तीन का गुणक होता है जो हमेशा एक होता है हम अपने कथन को सत्यापित करने में सक्षम हैं आइए हम एक और समस्या करते हैं हम कम से कम सकारात्मक पूर्णांक n खोजना चाहते हैं जैसे कि यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है

इसलिए कई n इस पहचान को संतुष्ट करेंगे लेकिन हमें n का कम से कम मान देने की आवश्यकता है कौन यह समीकरण संतुष्ट करता है

इसलिए इस अभिव्यक्ति से हम उस एक प्लस ओमेगा स्क्वायर के माइनस ओमेगा और ओमेगा पावर फोर का उपयोग कर सकते हैं जो कि ओमेगा क्यूब को ओमेगा से गुणा किया जाता है जो कि सिर्फ ओमेगा है, जिसका अर्थ है कि यह अभिव्यक्ति हमें 1 प्लस ओमेगा स्क्वायर पावर के रूप में मिलती है।

n 1 प्लस इस प्रकार यह संतुष्ट करता है अगर और केवल अगर यह माइनस ओमेगा पावर n है और यह शब्द 1 प्लस ओमेगा है जो माइनस ओमेगा स्क्वायर पावर n है और यह तभी संतुष्ट होता है जब ओमेगा पावर n के रूप में ओमेगा पावर 2 n इस प्रकार संतुष्ट होता है यदि और केवल यदि ओमेगा शक्ति n 1 के बराबर है तो हम केवल ओमेगा शक्ति को रद्द कर देते हैं n हम पूछ रहे हैं कि n का न्यूनतम मान क्या है जो इसे संतुष्ट करता है जो कि केवल n तीन है आइए हम एक समस्या पर चर्चा करने का प्रयास करें जो थोड़ा अलग है हम क्या पूछना चाहेंगे सभी सम्मिश्र संख्याएँ हैं जो इस समीकरण को संतुष्ट करती हैं,

इसलिए जिस क्षण हम इसे देखते हैं यदि हम z को शून्य के बराबर लेते हैं तो संतुष्ट हो जाता है जो कि एक तुच्छ समाधान है अब मान लें कि z गैर-शून्य है और हम पूछते हैं कि क्या कोई गैर-शून्य है o सम्मिश्र संख्या इस समीकरण को संतुष्ट करती है गैर शून्य एक बार जब यह शून्य नहीं होता है तो इसका उलटा या यहां तक कि z का मापांक होता है जो कि शून्य नहीं होता है हम इस पूरे व्यंजक में mod z वर्ग से विभाजित कर सकते हैं

इसलिए हमें z वर्ग mod z वर्ग प्लस z द्वारा mod z मिलता है यहां कहें कि एक मॉड जेड रद्द कर दिया गया है और हमें एक मिलता है यह शून्य के बराबर है अब किसी तरह यह अब परिचित समीकरण के करीब आता है जो कि z बाय मॉड जेड पूरे वर्ग और

एक अन्य जटिल संख्या प्लस एक शून्य के बराबर है जो वास्तव में ओमेगा है जहां यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है तो आइए अब हम अपना प्रश्न फिर से पूछें हम एक गैर-शून्य जटिल संख्या की तलाश में हैं जो इस समीकरण को संतुष्ट करता है,
इसलिए यदि मैं इस तरह से एक संख्या ओमेगा को z मानता हूं
तो ओमेगा को इस समीकरण को संतुष्ट करना चाहिए और हम जानते हैं कि दो हैं इस समीकरण का अनूठा समाधान जो और कुछ नहीं बल्कि एकता का घनमूल है जिसे हम ओमेगा सो और ओमेगा वर्ग कहते हैं,
इसलिए इसके दो समाधान हैं जो सीआईएस 2 पाई बटा 3 और कहते हैं 4 पीआई बटा 3 जिसे हम ओ कहते हैं मेगा और ओमेगा स्क्वायर अब अगर हम z को लैम्ब्डा टाइम्स ओमेगा के रूप में मानते हैं जहां लैम्ब्डा एक है तो आपको इस समीकरण से क्या मिलता है,
इसलिए हम प्राप्त करते हैं कि हम मॉड लैम्ब्डा द्वारा z चुन सकते हैं क्योंकि ओमेगा यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है
इसलिए हम केवल z के लिए मान डालते हैं मॉड जेड जो ओमेगा है जहां मॉड जेड को अब मनमाने ढंग से चुना जा सकता है, जिसका अर्थ है कि जेड को लैम्ब्डा टाइम्स ओमेगा के रूप में लिखा जा सकता है और अन्य कहते हैं कि लैम्ब्डा टाइम्स ओमेगा स्क्वायर आर जहां लैम्ब्डा गैर नकारात्मक है,
इसलिए हमारे समाधान एक में मुझे फिर से दोहराते हैं कि हमारे पास क्या है पहले किया हमने देखा कि शून्य के बराबर एक समाधान है और फिर हम एक शून्य समाधान की तलाश करते हैं एक बार जब हम मानते हैं कि z शून्य नहीं है तो हम mod z द्वारा विभाजित करने में सक्षम हैं जिसका अर्थ है कि हमारा समीकरण इकाई सर्कल पर स्केल किया गया है क्योंकि जो भी जटिल संख्या इसे संतुष्ट करती है समीकरण जिसका मापांक एक ठीक है
इसलिए हम एक जटिल संख्या की तलाश कर रहे हैं जो इकाई सर्कल पर स्थित है और इस समीकरण को संतुष्ट करती है और यह एकता के घनमूल के अलावा और कुछ नहीं है और इससे हमने अन्य सभी को प्राप्त किया है अब हम ज्यामितीय पहलू के संदर्भ में इस जटिल संख्याओं के लाभ पर चर्चा करने का प्रयास करते हैं,
इसलिए एकता के घनमूलों की इसकी एक ज्यामितीय व्याख्या होती है, यानी जब हम इकाई वृत्त लेते हैं तो हम यहां 1 और ओमेगा को 120 डिग्री कोण के साथ रखते हैं।
सकारात्मक वास्तविक अक्ष और अन्य आप एक ही वेक्टर द्वारा 120 डिग्री तक घूमते हैं, हमें ओमेगा वर्ग मिलता है जो हम जानते हैं कि यदि हम एक बहुभुज को शीर्ष के साथ रखते हैं, तो यह एकता की घन जड़ों के रूप में तीन पक्षों के साथ बहुभुज है जो कि त्रिभुज के अलावा कुछ भी नहीं है जो नियमित है यहाँ नियमित रूप से इसका मतलब है कि हमें एक समबाहु त्रिभुज मिल रहा है,
इसलिए समबाहु त्रिभुज आइए याद करने की कोशिश करें कि समबाहु त्रिभुज क्या है,
इसलिए सभी भुजाओं वाला त्रिभुज समान है जो कि एक कहावत है, आइए हम इसे कहते हैं क्योंकि यह भुजा की लंबाई है और दूसरी लंबाई b है और इस प्रकार यदि यह समबाहु है तो सभी भुजाएँ समान हैं और सभी कोण भी समान हैं न केवल हम यहाँ देखते हैं कि यह समबाहु त्रिभुज केन्द्रक है d ऑर्थो केंद्र के साथ-साथ परिधि के साथ मेल खाता है,
इसलिए हम कुछ समय के लिए समबाहु त्रिभुज के लिए कई गुणों को सूचीबद्ध कर सकते हैं, आइए हम केवल एक परिभाषा लें कि सभी पक्ष समान हैं और सभी कोण समान हैं उनमें से कोई भी आप ले सकते हैं परिभाषा के रूप में ये दोनों यह कहने के बराबर हैं कि एक त्रिभुज समबाहु त्रिभुज है अब यह सत्यापित करना बहुत आसान है कि जो त्रिभुज हम यहाँ प्राप्त करते हैं वह एक समबाहु त्रिभुज है बस यह देखकर कि भुजाओं की लंबाई भुजाओं की लंबाई क्या है जो कि एक ऋण ओमेगा है देख सकता है कि यह ओमेगा माइनस ओमेगा स्क्वायर के समान है, क्योंकि इसे लिखा जा सकता है क्योंकि ओमेगा को सामान्य रूप से लिया जा सकता है और आपको जो मिलता है वह ओमेगा उत्पाद है जिसमें 1 माइनस ओमेगा होता है और प्रत्येक कारक के लिए मापांक लिया जा सकता है मॉड ओमेगा एक है
इसलिए आपको मिलता है कि यह एक माइनस ओमेगा है जिसका अर्थ है कि भुजा और इस भुजा की लंबाई समान है आप देख सकते हैं कि यह भी 1 ऋण ओमेगा वर्ग के बराबर है जो कि आप कर सकते हैं मॉड ओमेगा से गुणा करें तो आप देखेंगे कि तुरंत यह दूसरी तरफ के बराबर है ठीक है
इसलिए हम सीधे सत्यापित कर सकते हैं कि एक ओमेगा ओमेगा वर्ग के रूप में कोने के साथ रखा गया त्रिभुज हमें समबाहु त्रिभुज देता है अब एकता के घनमूल की इस संपत्ति का उपयोग करके हम साबित करेंगे समबाहु त्रिभुज के कुछ लक्षण वर्णन हम निम्नलिखित को सिद्ध करते हैं कि एक त्रिभुज t है जिसके शीर्षों को abc द्वारा निरूपित किया जाता है जहाँ abc सम्मिश्र संख्या में हैं और हम कहते हैं कि t समबाहु त्रिभुज है यदि यह बैठ जाए तो यह किसी एक शर्त को पूरा करता है अन्यथा यदि इनमें से कोई एक स्थिति संतुष्ट है तो t समबाहु त्रिभुज है आइए पढ़ें कि यह स्थिति क्या है एक प्लस ओमेगा गुणा बी प्लस ओमेगा वर्ग गुणा सी के साथ उनका योग शून्य है और दूसरा समीकरण एक वर्ग प्लस बी वर्ग प्लस सी वर्ग है जो एबी प्लस बीसी प्लस के बराबर है सीए अगर यह समीकरण संतुष्ट है तो हम दावा कर सकते हैं कि एबीसी के रूप में शिखर के साथ संबंधित त्रिभुज एक समबाहु त्रिभुज है तो आइए हम कोशिश करते हैं इस परिणाम को साबित करें पहले मैं यह साबित कर दूं कि यदि t समबाहु त्रिभुज है तो हम दिखाते हैं कि यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है और इसी तरह यदि समीकरण संतुष्ट है तो हम दावा कर सकते हैं कि यह समबाहु त्रिभुज है
इसलिए हम दिखाएंगे कि 1 और 2 समतुल्य कथन 1 और 2 हैं समतुल्य कथन हैं
इसलिए हमें जो दिया गया है वह हमें एक त्रिभुज के साथ दिया गया है जो कि ऑर्गन प्लेन में कहीं कोने के साथ रखा गया है एबीसी ओरिएंटेशन के साथ है, अब एंटीक्लॉकवाइज दिशा में ओरिएंटेशन को नोटिस करने की आवश्यकता है जब यह दिया जाता है कि यह समबाहु है त्रिभुज हम जानते हैं कि कोण बराबर हैं क्या हम यह भी देख सकते हैं कि प्रत्येक पक्ष की लंबाई वे बराबर हैं अब मैं यह देखने जा रहा हूं कि क्या यह वास्तव में एक समान है क्या मैं किसी अन्य बिंदु पर स्थानांतरित करके त्रिभुज का अध्ययन कर सकता हूं ठीक वही परिणाम क्या मैं इस त्रिकोण को किसी अन्य बिंदु पर स्थानांतरित कर सकता हूं और वहां की समस्या को हल कर सकता हूं और क्या मैं वापस आ सकता हूं ठीक है जिसे स्वाभाविक रूप से स्थानांतरण संपत्ति कहा जाता है यदि ऐसा है तो हमारा दावा क्या है अब पहले हम यह मान लेते हैं कि यह एक समबाहु त्रिभुज है तो हम दिखाते हैं कि दूसरा भाग दूसरा भाग क्या है यह एक प्लस ओमेगा गुना बी प्लस ओमेगा वर्ग गुना सी बराबर शून्य है हम इसे दिखाना चाहते हैं

इसलिए यदि मैं इस त्रिकोण को स्थानांतरित करता हूं इसका मतलब है कि मैं सभी बिंदुओं में कुछ जटिल संख्या जोड़ने जा रहा हूं अन्यथा आप इस विशेष त्रिभुज में प्रत्येक बिंदु से एक बिंदु घटाते हैं, जिसका अर्थ है कि हम केवल उस पर विचार करें, मान लें कि आपके पास एक त्रिभुज है, जैसा कि हम कहते हैं कि यह पर है एक अल्पविराम एक और मान लें कि यह तीन अल्पविराम एक है और हम कहते हैं कि यह दो अल्पविराम है और आधा ठीक है तो मैं क्या कर सकता हूं कि मैं एक अल्पविराम से घटा सकता हूं फिर पूरी चीज को बिंदु मूल में स्थानांतरित किया जा सकता है ठीक है तो आप इस त्रिभुज के प्रत्येक बिंदु पर 1 अल्पविराम 1 घटाते हैं, जिसका अर्थ है कि मैं
बिना किसी अभिविन्यास को बदले और साथ ही साथ की लंबाई को बदले बिना एक नया त्रिभुज बना सकता हूं,
इसलिए बिना किसी ज्यामितीय संपत्ति को बदले हम केवल शिफ्ट कर सकते हैं जिसका अर्थ है w ई सिर्फ एक त्रिकोण ले सकता है और इसे दूसरी जगह पर रख सकता है, तो मैं जो देख सकता हूं वह यह है कि अगर मैं शिफ्ट करता हूं तो क्या यह अभी भी यह समीकरण होगा कि क्या यह अपरिवर्तनीय होगा ठीक है मान लीजिए कि समीकरण संतुष्ट है मान लीजिए कि कोई संतुष्ट है ठीक है, तो क्या यह किसी अन्य त्रिभुज के लिए भी सही होगा जिसे किसी अन्य बिंदु पर बदल दिया गया था , जिसका अर्थ है कि मेरा नया बिंदु शून्य से zb घटा zc शून्य से z है, वे एक नया त्रिभुज बनाते हैं जिसे अभी z द्वारा स्थानांतरित किया गया था ठीक है अब मैं पूछ रहा हूं कि क्या समीकरण संतुष्ट हो जाएगा बस इसे इस विशेष बिंदु के लिए समीकरण में स्थानापन्न करने का प्रयास करें, जिसका अर्थ है कि यह एक माइनस जेड प्लस ओमेगा टाइम्स बी माइनस जेड प्लस ओमेगा स्क्वायर सी माइनस जेड है जो प्लस ओमेगा बी प्लस ओमेगा स्क्वायर सी के समान है माइनस जेड एक सामान्य कारक के रूप में एक प्लस ओमेगा प्लस ओमेगा वर्ग जो शून्य है और चूंकि एबीसी के लिए संतुष्ट समीकरण हम देखते हैं कि यह शून्य है
इसलिए अब हम देखते हैं कि
अगर एबीसी एक को संतुष्ट करता है तो आप इसे किसी अन्य में स्थानांतरित कर सकते हैं केवल z से घटाकर स्थान फिर से इस समीकरण को संतुष्ट करेगा,
इसलिए यह इसके विपरीत है यदि यह विशेष शून्य के बराबर संतुष्ट है तो आप वास्तव में दिखा सकते हैं कि एक संतुष्ट है
इसलिए ऐसा है इसे दो के रूप में कहते हैं तो हम जो देखते हैं वह एक है और दो बराबर हैं इस अवलोकन से हम क्या करने जा रहे हैं, हम व्यापकता के नुकसान के बिना जा रहे हैं हम अपने त्रिभुज को मूल में स्थानांतरित करने जा रहे हैं क्योंकि त्रिभुज के केंद्रक के रूप में इसका मतलब है कि मैं जा रहा हूं मेरे त्रिभुज को इस तरह स्थानांतरित करने के लिए कि मूल केंद्र के रूप में जिसे हम जानते हैं कि समबाहु त्रिभुज की संपत्ति मूल है, कहते हैं कि केन्द्रक और परिधि समान हैं
इसलिए हम जो जानते हैं वह है
इसलिए हम वास्तव में स्थानांतरित हो गए हैं आइए हम इसे कहते हैं क्योंकि यह एक संकेतन दुरुपयोग है लेकिन बस यह इस बदलाव के तहत एक संपत्ति अपरिवर्तनीय है, मैं इसे फिर से कहता हूं यह एबीसी है अब हम इन प्रत्येक कोने के बीच के कोण को देखते हैं जो 120 बनाता है क्योंकि यह कोण जो 60 है वे बराबर कोण हैं क्योंकि समबाहु त्रिभुज का से और चूँकि केंद्र वह है जो हम देखते हैं कि यह केन्द्रक के साथ-साथ परिधि केंद्र है, हम देखते हैं कि यह इस कोण को समद्विभाजित करता है यह विशेष रेखा हमारे मूल कोण को द्विभाजित करती है, जिसका अर्थ है कि यह 30 है और दूसरा एक है 30 तो शेष 120 होगा
इसलिए इस अवलोकन से हम जो देख सकते हैं वह यह है कि यह साइड वेक्टर जो कि बी माइनस ए है यदि आप 120 डिग्री के कोण से घुमाते हैं तो यदि आप 120 डिग्री के कोण को घुमाते हैं तो यह उस तरफ पहुंच जाएगा जो अब सी माइनस बी है।
यह अवलोकन हमें बताता है कि वास्तव में यह समबाहु त्रिभुज होगा यदि और केवल यदि मेरी भुजा c घटा b को b घटाकर a को 120 डिग्री के कोण पर घुमाकर प्राप्त किया जाता है, जिसका अर्थ है कि t त्रिभुज ts समबाहु है यदि और केवल यदि हम प्राप्त करते हैं हमारा पक्ष सी माइनस बी रोटेशन को घुमाने के अलावा और कुछ नहीं है,
इसलिए यह ओमेगा द्वारा गुणा करने के अलावा कुछ भी नहीं है,
इसलिए यह वही है जो अब हम देखते हैं कि समीकरण को सरल करके जो कि सी प्लस एक ओमेगा और फिर माइनस बी वन प्लस ओमेगा यह शून्य और वें के बराबर है यह एक ओमेगा बी ओमेगा वर्ग प्लस सी के समान है यह शून्य के बराबर है अब हमारे समीकरण को ओमेगा वर्ग से गुणा करने के लिए तो हम यहां प्राप्त करते हैं यह ओमेगा क्यूब है जो यहां एक है आपको ओमेगा पावर चार मिलेगा यानी ओमेगा इस प्रकार यह यह निष्कर्ष निकालता है कि पहली टिप्पणी हम प्राप्त करने में सक्षम हैं कि t समबाहु त्रिभुज है यदि केवल एक अगर यह इस शर्त को पूरा करता है तो अब हम दूसरे को साबित करना चाहेंगे कि t समबाहु त्रिभुज है यदि और केवल यदि ऐसा है तो एक बार t समबाहु त्रिभुज है जिसका अर्थ है स्वचालित रूप से यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है
इसलिए हम केवल यह दिखाएंगे कि ये दो समीकरण बराबर हैं तो आइए हम साबित करें कि दो तीन के बराबर है
या हम मूल रूप से समबाहु त्रिभुज की तरह हैं यदि और केवल अगर स्थिति तीन फिर से संतुष्ट होती है तो कोई यह देख सकता है कि यदि शिखर फिर से स्थानांतरण शिफ्ट संपत्ति फिर से रखती है कि यदि आप एबीसी को स्थानांतरित करते हैं जो कि जेड से एक त्रिभुज है, तो यदि यह संतुष्ट है तो केवल एक अगर बी माइनस जेड स्क्वायर प्लस सी माइनस जेड पूरे वर्ग यह एक माइनस zb माइनस z प्लस b माइनस z प्रोडक्ट के साथ c माइनस z प्लस c माइनस z प्लस के बराबर होगा,
इसलिए अब फिर से हम जो करने जा रहे हैं वह यह है कि हम थोड़ी सुविधा करने जा रहे हैं ताकि हमारा समीकरण बहुत सरल दिखे सबसे सरल विकल्प हम केवल z के बराबर परिवर्तन करेंगे, जिसका अर्थ है कि त्रिभुज t को इस तरह से स्थानांतरित करें कि एक शीर्ष को शून्य के रूप में ठीक किया जाए, जिसका अर्थ है कि व्यापकता के नुकसान के बिना हम t के शून्य bcr कोने मान सकते हैं जिसका अर्थ है कि यह संतुष्ट करता है समीकरण जो हमें दिया गया है कि बी वर्ग प्लस सी वर्ग बीसी के बराबर है अब हमारा दावा है कि हम दावा करना चाहते हैं कि यह शर्त दो को संतुष्ट करने के बराबर है मुझे याद दिलाएं कि स्थिति दो क्या है तो अगर शिखर एबीसी हैं तो यह समीकरण अब संतुष्ट करता है कि हमारा वर्टेक्स ए शून्य है, जिसका अर्थ है कि हम समीकरण को कम करते हैं यह कहने के बराबर है कि ओमेगा टाइम्स बी प्लस ओमेगा स्क्वायर सी यह शून्य के बराबर होना चाहिए अब पूछें कि क्या है इसका मतलब यह कहने के

बराबर है कि हमें यह कहने की ज़रूरत है कि यहां केवल ओमेगा एस माइनस बी बटा सी यह दिखाने के लिए कि बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर बीसी के बराबर है यह एक मजेदार एक पत्ता है अब यह उस माइनस बी को दिखाने के लिए उबलता है c एकता का घनमूल है अब यह समीकरण जो हमें देता है वह है b बटा c जमा c बटा b यह इसमें से एक है हमारे पास b बटा c के लिए एक व्यंजक है इसका अर्थ है कि b बटा cs एक घटा c बटा b अब हम कोशिश कर सकते हैं बी बटा सी के बारे में दावा एकता का घनमूल है
इसलिए इसके लिए हमारा दावा माइनस बी बटा सी क्यूब एक है
इसलिए इसके लिए माइनस बी बटा सी स्क्वायर से शुरू करें जो बी बटा सी उत्पाद के साथ बी बटा सी लेकिन बी बाय सी के समान है 1 माइनस c बटा b है अब ध्यान दें कि यह हमें b बटा c माइनस 1 के रूप में मिलता है अब फिर से एक्सप्रेशन b बटा c माइनस 1 s माइनस c बटा b पर वापस जाएं अब यह स्पष्ट है कि y माइनस b बटा c क्यूब एक है तो माइनस बी बटा सी स्क्वायर को माइनस बी बटा सी से गुणा करने पर तेजी से टर्म हमें माइनस सी बटा बी और उत्पाद माइनस बी बटा सी के रूप में मिलता है।
एक है
इसलिए हमने निष्कर्ष निकाला है कि माइनस बी बटा सी एकता के घनमूल के रूप में है
इसलिए हम यह दिखाने में सक्षम हैं कि निम्नलिखित समीकरण संतुष्ट करता है कि एक त्रिभुज है जिसका मूल एक शीर्ष अन्य शीर्ष के रूप में है बीसी यह समबाहु त्रिभुज है यदि और केवल यदि ये दो समीकरण हैं संतुष्ट करता है लेकिन हम जानते हैं कि एक बार जब यह समीकरण संतुष्ट हो जाता है तो त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होना चाहिए जिसका हमने पहले दावा किया था
इसलिए हमने सिद्ध किया कि निम्नलिखित अभिकथन t समबाहु त्रिभुज है यदि एक पत्ती पर यह किसी एक शर्त को संतुष्ट करता है तो इस व्याख्यान में हमने चर्चा की एकता के घनमूल के कई गुण और हमने एकता के घनमूल पर आधारित कई समस्याओं पर चर्चा की और हम अगले व्याख्यान में कुछ और समस्याओं पर चर्चा करते हैं धन्यवाद