 வணக்கம் மாணவர்கள் கடந்த விரிவுரையில் சிக்கலான எண்கள் பற்றிய விரிவுரைகளுக்கு வரவேற்கிறோம், நாங்கள் ஒற்றுமைகளின் n வது மூலத்தைப் பற்றி விவாதித்தோம், அதன் அடிப்படையில் நாங்கள் பல அடையாளங்களை நிரூபித்துள்ளோம், இந்த விவாதத்தைத் தொடரலாம், எனவே ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தை நினைவுபடுத்துகிறேன், இது ஒரு சிக்கலானது.
எண் 1 க்கு சமமான சக்தி n க்கு சமன்பாடு z மற்றும் கடந்த வகுப்புகளில் நாம் காட்டியது n தனித்துவமான சிக்கலான எண்கள் உள்ளன, இது zk என வழங்கப்படுகிறது, இது 2 k pi இன் n கூட்டல் i சைன் 2 மூலம் வழங்கப்படுகிறது.
k pi by nk என்பது 0 1 முதல் n மைனஸ் 1 வரை உள்ளது, மேலும் இந்த zk என்பது z க்கு சக்தி 1 k ஐத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை என்பதை நாங்கள் கவனிக்கிறோம், எனவே நீங்கள் k என்பது z ஒன்றுக்கு சமம் என்று நீங்கள் கருதுகிறீர்கள், அது இரண்டு pi ஆல் n கூட்டல் i சைன் டூ ஆகும்.
pi by n இப்போது அதன் சக்தி k ஐ எடுத்துக்கொள்கிறோம், இது ஒற்றுமைகளின் மற்ற n வது மூலத்தை உருவாக்குகிறது, மேலும் வசதிக்காக நாம் cis தீட்டா குறியீட்டை அறிமுகப்படுத்துவோம், இது cos theta பிளஸ் i sin theta என வரையறுக்கப்படுகிறது, மேலும் அதன் சக்தி k ஐ டி மோரிஸ் சட்டத்தின்படி எடுத்துக் கொண்டால் நாம் இது c ஆக வருவதைக் காண்க கே தீட்டா மற்றும்
நாம் கவனிக்கும் சில குறிப்புகளைச் செய்வோம், ஆல்ஃபாவை z 1 ஆக வைக்கவும் , அதாவது cis 2 pi n ஆல் n ஐ உயர்த்தினால்,
நமக்கு கிடைப்பது cis 2 pi by n பவர் n ஆல் மேலே உள்ள விதியில், சிஸ் டூ பை என்பது காஸ் டூ பை பிளஸ் ஐ சின் டூ பை என்பது ஒன்று மற்றும் ஆல்பா பவர் கேஎன் என்ற சக்தியை உயர்த்தினால் , முழு பவர் கேக்கும் ஆல்ஃபா பவர் n என எழுதலாம் மற்றும் மேலே கவனிப்பதன் மூலம் இதைப் பார்க்கலாம்.
ks க்கு பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ மீண்டும் ஒன்று உள்ளது, அதே போல்,
ஆல்பா பவர் கே மற்றும் பவர் n ஐக் கருத்தில் கொண்டால், கே எதிர்மறை மதிப்பைக் கவனிக்கலாம் n இன் ஆல்பா பவர் மடங்குகளை நாம் கருத்தில் கொண்டால், இது மீண்டும் ஒன்றாகும், எனவே இது kn என்பது அனைத்துக்கும் ஒன்று k என்பது முழு எண்ணுக்குரியது மற்றும் இரண்டாவது குறிப்பு, ஆல்பா பவர் என எழுதக்கூடிய ஒற்றுமைகளின் இந்த n வது மூலத்தை எழுதுவோம்.
k உடன் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து n கழித்தல் ஒன்று வரை ஒற்றுமையின் நமது n வது வேர்கள் அதாவது அது திருப்திப்படுத்துகிறது எனவே அது எந்த ஆல்பா சக்தியையும் திருப்திப்படுத்துகிறது k என்பது n சக்திக்கு z சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது, இது ஆல்பா பவர் k என்பது பல்லுறுப்புக்கோவை z பவர் n க்கு ஒன் மைனஸ் கே என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் வேர் என்று கூறுவதைப் போன்றது.
பூஜ்ஜியம் ஒன்று முதல் n மைனஸ் ஒன்று வரை நமக்குத் தெரிந்தது, இந்த பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு n ஒன்று எப்போதும் வேர் ஆகும் 1 பிளஸ் z பவர் n மைனஸ் 2. எனவே எளிதாகக் கணக்கிடுவதன் மூலம் இடது பக்கம் z பவர் n கழித்தல் 1 என்பதை இந்த இரண்டு காரணிகளின் பெருக்கத்தின் அடிப்படையில் எழுதுவதைப் போலவே சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம்.
பல்லுறுப்புக்கோவை நாம் n மைனஸ் 1 டிகிரி பல்லுறுப்புக்கோவையான காலத்தையும் மீதமுள்ள காரணிகளையும் நாங்கள் காரணியாகக் கொண்டுள்ளோம், இது k இலிருந்து n கழித்தல் ஒன்று வரையிலான ஆல்பா k ஆனது இந்த பல்லுறுப்புக்கோவையின் வேராக இருக்கும் , மற்ற கவனிப்பிலிருந்து ஆல்பா சக்தி k என்று நாம் கூறலாம்.
zn மைனஸ் 1 பிளஸ் zn மைனஸ் 2 பிளஸ் z பிளஸ் ஒன் k க்கு ஒன்று இரண்டு முதல் n மைனஸ் ஒன்று வரை, எனவே நாம் பல்லுறுப்புக்கோவை z சக்தியை n கழித்தல் 1 கூட்டல் z சக்தி n கழித்தல் 2 கூட்டல் z கூட்டல் 1 ஐ எழுதலாம் z மைனஸ் ஆல்பா z மைனஸ் ஆல்பா ஸ்கொயர் மற்றும் z மைனஸ் ஆல்பா பவர் n மைனஸ் ஒன் என நான் ஒரு சிறிய குறிப்பில் எழுதினால், நாம் பார்ப்பது என்னவென்றால் , சக்தி n மைனஸ் 1 பிளஸ் z பவர் n மைனஸ் 2 இல் உள்ள காரணி அல்லது பல்லுறுப்புக்கோவைகள் இந்த பிளஸ் வரை z பிளஸ் 1 இந்த பல்லுறுப்புக்கோவையானது ஒற்றுமை சக்தி k இன் n வது மூலத்தைப் பயன்படுத்தி காரணியாக்கப்படலாம்
மற்றும் சமத்துவம் எளிதில் வாதிடப்படுகிறது, ஏனெனில் n கழித்தல் ஒரு டிகிரி பல்லுறுப்புக்கோவை அதிகபட்சம் n கழித்தல் ஒரு வேர்களைக் கொண்டிருக்கலாம் மற்றும்

நாம் ஏற்கனவே கவனித்தது n மைனஸ் 1 வேர்கள் ஆகும் ஒற்றுமையின் தனித்துவமான n வது வேர் இந்த பல்லுறுப்புக்கோவைகளுக்கான வேர்கள் எனவே இந்த பல்லுறுப்புக்கோவை இந்த வடிவத்தில் காரணியாக்கப்படலாம், எனவே ஒரு எளிய சிக்கலுக்குச் செல்வோம்,
வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஜோடிகளின் எண்ணிக்கையை கமா b எனக் கண்டறியலாம், அங்கு a மற்றும் b ஆகியவை உண்மையான எண்களாகும் t இந்த சமன்பாட்டை ஒரு மைனஸ் ib க்கு சமமான ஒரு பிளஸ் ib சக்தி 2016 ஐ திருப்திப்படுத்துகிறது, எனவே இந்த சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் வகையில் சாத்தியமான காற்புள்ளி b உண்மையான எண்களைக் கண்டறியுமாறு கேட்டுக் கொள்ளப்படுகிறோம்.
உண்மையான எண்களின் தயாரிப்பு, ஒரு கலப்பு எண்ணை ஒரு கூட்டல் ib ஐ தனித்துவமாக இணைக்கலாம், அதாவது, இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தும் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஜோடியைக் கண்டறிவது, இந்தச் சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தும் கலப்பு எண்ணைக் கண்டறிவதற்கு சமமானதாகும்,
எனவே z ஐ கூட்டல் ib ஆகக் கருதுகிறோம்.

அனைத்து கலப்பு எண் z க்கு அதன் சக்தி 2016 நமக்கு z பட்டியை வழங்க வேண்டும், எனவே இந்த சமன்பாட்டை சமமாக பூர்த்தி செய்யும் அனைத்து கலப்பு எண்களின் தொகுப்பிற்கும் இந்த சமன்பாட்டை நாம் தீர்த்தால், இந்த சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் காற்புள்ளி b உடன் இணைக்கலாம், எனவே இந்த சமன்பாட்டிலிருந்து இந்த சமன்பாட்டை தீர்க்கலாம்.
கவனிப்பு என்பது
மாடுலஸைப் பயன்படுத்தினால், 2016 இன் மாடுலஸ் z பட்டியின் மாடுலஸுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், இது d ஐக் குறிக்கும் mod z ஐப் போன்றது.
hat mod z ஐ இடது பக்கம் கொண்டு வாருங்கள், எனவே 2016 மைனஸ் mod z இது 0 க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், எனவே நாம் வாதிடுவது என்னவென்றால் , ஒரு கலப்பு எண் இருந்தால் இந்த சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தினால், அது இந்த உறவை திருப்திப்படுத்த வேண்டும் .
mod z சக்தி 2015 கழித்தல் 1 இந்த உறவில் இருந்து 0 க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், mod z பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும் அல்லது mod z சக்தி இரண்டாயிரத்து பதினைந்து ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், எனவே mod z பூஜ்ஜிய r mod z க்கு சமமான உறவைப் பெறுகிறோம்.
சக்தி இரண்டாயிரத்து பதினைந்து ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும் என்றால் mod z பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்றால் z பூஜ்ஜியம் என்று அர்த்தம் எனவே z என்பது பூஜ்ஜியமல்ல என்றால் mod z power 2015 ஒன்றாக இருக்க வேண்டும் இதிலிருந்து mod z ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும் என்று முடிவு செய்கிறோம் ஏன் என்றால் , 2015 ஆம் ஆண்டு அதிகாரத்தில் உள்ள மோட்ஸ் ஒன்று மற்றும் mod z ஒன்றுக்கு குறைவாக இருந்தால், உடனடியாக ஒன்றுக்கு குறைவாக அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்டதாக இருந்தால், mod z சக்தி இரண்டாயிரத்து பதினைந்து ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்க முடியாது என்பதை நீங்கள் உடனடியாகக் காண்பீர்கள், எனவே இந்த வாதத்தின் மூலம் நாம் சரி நான் என்று பார்க்க முடியும் உடனடியாக mod z ஒன்று இருக்க வேண்டும் என்றால் அதன் சக்தி ஒன்றுதான் எனவே இந்த முடிவில் இருந்து mod z என்பது ஒன்றுக்கு சமமானதாக இருந்தால், mod z சதுரம் மீண்டும் ஒன்றாக இருந்தால், mod z க்கு சமமாக இருக்கும் வழக்கைக் கவனியுங்கள் , இது உடனடியாக z bar ஐத் தெரிவிக்கும்.
mod z சதுரத்தை z ஆக z பட்டியாகக் கொடுத்தால், அது z பட்டியில் ஒன்றின் மூலம் z கொடுக்கப்படுகிறது, இப்போது இந்த வழக்கில் நாம் மீண்டும் சமன்பாட்டிற்குச் செல்வதைக் காண்கிறோம், எங்கள் கலப்பு எண் இந்த z பட்டியை திருப்திப்படுத்த வேண்டும்
z ஒன்றுக்கு சமமான z பட்டி ஒன்றும் z ஒன்றும் இல்லை, எனவே இது z சக்திக்கு இரண்டாயிரத்து பதினேழு ஒன்று என்பதை இது குறிக்கிறது , மேலும் இந்த சமன்பாட்டிற்கான சாத்தியமான தீர்வு என்ன என்பதை நாங்கள் அறிவோம், இது n இருக்கும் ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தைத் தவிர வேறில்லை.
2017.
எனவே சமன்பாடு இரண்டு சமன்பாடு இரண்டு என இரண்டாயிரத்து எழுபது தனித்துவமான பூஜ்ஜியமற்ற தீர்வுகள் மற்றும்
நீங்கள் z ஐ பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாகக் கருதினால் இந்த சமன்பாட்டை நாங்கள் கவனித்தோம்.
சமன்பாடு 1 a s 2018 இன் தனித்துவமான தீர்வுகள் ஒற்றுமையின் n வது மூலத்திற்கான ஒரு நல்ல சொத்தை பார்க்கலாம்,

இது zk என எழுதப்பட்ட cis two k pi ஆல் n மூலம் எழுதப்பட்டுள்ளது, இங்கு k என்பது பூஜ்ஜியத்தில் இருந்து n மைனஸ் ஒன்று ஆகும்
.

பூஜ்ஜியத்தில் இருந்து n மைனஸ் 1 வரையிலான m உச்சிமாநாட்டின் n வது வேர் யூனிட்டியின் மதிப்பை n அல்லது 0 ஆகப் பெறுகிறோம் , m சக்தி n இன் பெருக்கமாக இருந்தால் n ஐப் பெறுகிறோம், இது n m ஐப் வகுக்கும் என்று சொல்வது போல் இருக்கும், இல்லையெனில் நாம் கூட்டு மதிப்பைப் பெறுகிறோம் 0 இந்த முன்மொழிவு zk ஐ நிரூபிப்போம், நாம் முன்பு குறிப்பிட்டது போல், ஆல்பா பவர் k என எழுதலாம், அங்கு ஆல்பா s 2 பை n மற்றும் k ஐ பூஜ்ஜியத்திலிருந்து n கழித்தல் ஒன்று என்று இப்போது 0 முதல் n மைனஸ் 1 z வரையிலான கூட்டுத்தொகையைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.
kzk பவர் m க்கு பூஜ்ஜியத்திலிருந்து
n கழித்தல் ஒரு zk க்கு சமமான k என்பது ஆல்பா பவர் k மற்றும் பவர் m ஆல் மாற்றப்படுகிறது, மேலும் இது 0 முதல் n மைனஸ் 1 ஆல்பா பவர் m வரையிலான கூட்டுத்தொகை k க்கு சமம் இப்போது இது ஒரு நிலையான எண் உயர்த்தப்பட்ட சக்தி k இப்போது கூட்டுத்தொகை நாம் வடிவியல் தொகையைத் தவிர வேறில்லை கூட்டுத்தொகையின் மதிப்பை எப்படி எளிதாகக் கண்டுபிடிப்பது என்பதைத் தெரிந்துகொள்வது எப்படி என்பதை ஒரு குறிப்பைப் போலவே நான் அந்த வடிவியல் கூட்டுத்தொகை k க்கு சமமாகச் சேர்ப்பேன், எனவே வடிவியல் தொகையை நினைவுபடுத்துவோம், n கழித்தல் 1 வரை சொல்லலாம்.
ஒரு சக்தி n மைனஸ் ஒன்றை மைனஸ் ஒன்றால் வகுத்தால் a என வழங்கப்படுகிறது, அங்கு a என்பது ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கக்கூடாது சரி, எனவே கூட்டு மதிப்பு இருந்தது என்பதை எளிதாகப் பெறலாம், எனவே இதை இங்கே பயன்படுத்தலாம் , அதாவது கூட்டு மதிப்பு இங்கே a is இங்கே ஆல்பா பவர் m என்ற நிலையான மதிப்பு, ஆல்ஃபா பவர் m ஆனது அதன் சக்தியை n மைனஸ் 1 ஐ ஆல்ஃபா பவர் m மைனஸ் ஒன் ஆல் வகுத்தோம்.
பவர் மீ அதன் மதிப்பை ஆல்பா பவர் எம் பவர் என் மைனஸ் ஒன் ஆல்ஃபா பவர் எம் மைனஸ் ஒன் வகுக்கினால் ஆல்பா பவர் மீ ன் ஓகே ஆல் வகுபடுமானால் ஆல்பா பவர் எம் ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கும் என்பதைக் கண்டறிந்தோம் எனவே ஆல்பா பவர் என்றால் இந்த ஃபார்முலா செல்லுபடியாகும்.
m 1 க்கு சமமாக இல்லை மற்றும் சமத்துவம் எப்போது நடக்கும் nn m ஐ வகுக்கவில்லை என்றால், m என்பது n இன் பெருக்கல் அல்ல என்று பொருள்படும் , அப்படியானால், ஆல்பா பவர் m என்பது ஒன்றுக்கு சமம் அல்ல என்பதை நாம் அறிவோம் , எனவே k என்பது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான வெளிப்பாடு n லிருந்து ஒரு z சக்தி k பவர் மீ என்ற சொல் இங்கே ஆல்பா பவர் n பவர் மீ மைனஸ் ஒன்றை ஆல்ஃபா பவர் மீ மைனஸ் ஒன் ஆல் வகுத்தால் ஒன்று என்பதை நாம் காண்கிறோம், மேலும் ஆல்பா பவர் n மதிப்பு ஒன்று என்பதால் இது பூஜ்ஜியமாக மாறும் மற்றும் n இல்லாதபோது இது பூஜ்ஜியமற்ற அளவு.
m வகுத்தல் அதாவது n வகுபடவில்லை என்றால் பூஜ்ஜியத்தைப் பெறுவோம், n m ஐ வகுக்கிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம், அதாவது m ஆனது n இன் சில மடங்குகளால் வழங்கப்படுகிறது , அப்படியானால் , 0 முதல் n வரையிலான k லிருந்து 1 z வரையிலான கூட்டுத்தொகை k க்கு நாம் சக்தியை உயர்த்த வேண்டும் m இது qn மற்றும் ஒற்றுமையின் n வது வேர் அதன் n சக்தியின் மடங்கு எப்போதும் ஒன்றாக இருக்கும் என்பதை நாங்கள் ஏற்கனவே கவனித்தோம், எனவே இதை ஆல்பா பவர் k என்றும் மீண்டும் எழுதலாம், இங்கே அது kq என்றும் நீங்கள் இருந்தால், இந்த சொல் ஒன்று என்பதை நாங்கள் எளிதாகக் காணலாம்.
kq சக்தியை உயர்த்தவும்
, மீ என்றால் மீ என்றால் கூட்டு மதிப்பு n ஆகும் n இன் பெருக்கத்தை நாங்கள் நிரூபித்துள்ளோம் , அதாவது ஒற்றுமைகளின் n வது மூலத்தை நீங்கள் கருத்தில் கொண்டால், ஒற்றுமைகளின் அனைத்து n வது மூலத்தையும் கூட்டினால், நீங்கள் மதிப்பைப் பெறுவீர்கள் n வழங்கினால் m என்பது n இன் மடங்குகள் இல்லையெனில் நமக்கு 0 கிடைக்கும் என்று பார்ப்போம்.
m மதிப்புடன் ஒரு குறிப்பிட்ட சந்தர்ப்பம், m மதிப்பை ஒன்றாகக் கருதுங்கள், n ஒன்றுக்கு அதிகமாக இருந்தால் அது m மதிப்பைப் வகுக்காது, எனவே k இலிருந்து n மைனஸ் 1 z power k வரையிலான கூட்டு மதிப்பு, இதில் m 1 ஆகக் கருதப்படும்.
கூட்டு மதிப்பு 0.
n ஒன்றை விட அதிகமாக உள்ளது, எனவே இப்போது இந்த zkzk என்றால் என்ன என்று

எழுதுங்கள் cos two k pi by n மற்றும் i sine 2 k pi by n இது 0 க்கு சமம் , இப்போது அந்த உண்மையான பகுதியை நாம் எளிதாகக் காணலாம்.
இந்த கலப்பு எண்ணின் 0 மற்றும் கற்பனையான பகுதி கலப்பு எண் பூஜ்ஜியத்தின் உண்மையான பகுதி என்ன என்பதைக் கணக்கிடுங்கள், இது இந்த கலப்பு எண்ணின் உண்மையான பகுதி என்ன என்பதைக் கணக்கிடுங்கள், இது இந்த கலப்பு எண்ணின் உண்மையான பகுதியான n ஆல் இரண்டு k pi இன் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து n க்கு சமமான k ஐத் தவிர வேறில்லை.
மேலும் இது பூஜ்ஜியம் மற்றும் கற்பனையான பகுதி si ஆகும் ne 2 k pi by n இது 0 என்று நான் வெளிப்படையாக எழுதினால், இது பூஜ்ஜிய காஸ் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான k க்கு சமம், அது ஒன்று மற்றும் மீதமுள்ள சொற்கள் இங்கே நம்மிடம் இருப்பது இரண்டு pi by n மற்றும் cos four pi by n மற்றும் cos வரை 2 n மைனஸ் 1 pi ஆல் n மதிப்பு கழித்தல் 1 மற்றும் k க்கு சமமான k மதிப்புகளை மாற்றுவதன் மூலம் மற்றொரு முக்கோணவியல் அடையாளத்தைப் பெறுகிறோம் , முதல் தொகை மதிப்பு 0 என்று பார்க்கிறோம் .
n மற்றும் கடைசி வார்த்தையான சைன் டூ n மைனஸ் ஒன் பை n ஆல் மதிப்பு 0 ஆகும்.
எனவே 1 க்கு சமமான குறிப்பிட்ட மின்சக்தி m க்கு ஒரு நல்ல முக்கோணவியல் அடையாளம் கிடைத்தது , இந்த முன்மொழிவின் அடிப்படையில் ஒரு எளிய சிக்கலைச் செய்வோம்.

n ஆல் n என்பது ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தைத் தவிர வேறில்லை மற்றும் ஒரு கலப்பு எண் z பின்வரும் நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்கிறது
, அதாவது ஒற்றுமையின் nth வேர் யூனிட்டி ஆல்பா k இலிருந்து z வரையிலான தூரத்தை நீங்கள் அளவிடுகிறீர்கள்.
az இருந்தால் இந்த நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்தால் z mus பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும், எனவே நாம் காண்பதை படமாகப் பார்க்க முயற்சிப்போம், உங்களிடம் உள்ள பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம் k என்றால் , ஒன்று முதல் z வரையிலான அதிகபட்ச தூரம் ஒன்றுக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும், எனவே இந்த தூரம் என்ன என்பதை நாங்கள் அறிவோம்.
ஒரு தூரம் இங்கேயும் அது அலகு ஒன்று இப்போது z என்பது சிக்கலான எண் ஒன்றிலிருந்து 1 இன் தூரத்திற்குள் உள்ளது, அதாவது ஒன்றிலிருந்து ஒன்றின் நீளம் என்ன என்பதை நீங்கள் கண்டுபிடித்து, இப்போது z என்ற வட்டத்தைப் பெறுகிறோம், இப்போது z உள்ளே எங்கோ உள்ளது.
ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தில் உள்ள ஆல்பாவை இப்போது நீங்கள் மற்றொரு வட்டத்தை உருவாக்குகிறீர்கள், ஒன்று மீண்டும் z வட்டத்தின் உள்ளே உள்ளது, அதேபோல் ஒற்றுமையின் ஒவ்வொரு n வது வேரிலும் ஒற்றுமையின் n வது மூலத்திற்கான தூரம் இருப்பதை நீங்கள் காண்கிறீர்கள் எப்பொழுதும் ஒன்றுக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ அப்படி ஒரு கலப்பு எண் இருந்தால் , அது தோற்றம் என்பதைத் தவிர வேறில்லை என்பதைக் காட்டப் போகிறோம், நமக்குக் கொடுக்கப்பட்ட இந்த முடிவை நிரூபிக்க முயற்சிப்போம், அதாவது z மைனஸ் ஆல்பா பவர் k என்பது குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது.
அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் 1 k ஒன்றிலிருந்து n மைனஸ் ஒன்று வரை, இப்போது நான் k இன் மதிப்பை நிர்ணயித்தேன், அது பூஜ்ஜியத்தில் இருந்து n மைனஸ் 1 இல் உள்ளது, பின்னர் mod z மைனஸ் ஆல்பா பவர் k ஐக் காண்போம், அதன் சதுரம் ஒவ்வொரு காரணியின் பலன் மற்றும் இந்த சொல் குறைவாக உள்ளது ஒன்றை விட அல்லது சமமாக மீண்டும் இந்த சொல் ஒன்றுக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது, எனவே தயாரிப்பு ஒன்றுக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது, இப்போது இந்த இடது புறத்தை விரிவாக்க முயற்சிக்கவும் இது z கழித்தல் ஆல்பா kz கழித்தல் ஆல்பா கே பட்டை அவர்களின் தயாரிப்பு குறைவாக உள்ளது இடது பக்கத்தை விட அல்லது சமமாக இப்போது மேலும் விரிவுபடுத்தவும் இது mod z சதுரம் மற்றும் மற்ற சொற்கள் z alpha k bar minus z bar alpha power k மற்றும் நீங்கள் ஆல்பா k சதுரத்தின் மாடுலஸைப் பெறுவீர்கள், இது ஒரு நினைவூட்டலுக்குக் குறைவான அல்லது சமமானதாகும்.

யூனிட் வட்டத்தில் இருக்கும் ஒற்றுமையின் nth ரூட், அதாவது இந்த ஆல்பா பவர் கே மதிப்பின் மாடுலஸ் என்பது ஒன்று, இது mod z சதுரத்தை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் நான் மற்ற எல்லா சொற்களையும் வலது பக்கம் எடுத்துக் கொண்டால் அது z alpha power k பார் ஆகும்.
பிளஸ் z பார் ஆல்பா பவர் k, இதில் k மதிப்புகள் 0 முதல் n மைனஸ் 1 வரை அதே

சமத்துவமின்மை திருப்தி அளிக்கிறது, எனவே நீங்கள் k ஐ 0 க்கு சமமாக எடுத்துக்கொள்கிறீர்கள் என்பதைக் கவனியுங்கள் , அந்த குறிப்பிட்ட கலப்பு எண்ணுக்கான ஒற்றுமையின் முதல் nவது மூலத்தைப் பெறுவீர்கள் k என்று சொல்லுங்கள், நீங்கள் ஆல்பா பார் மற்றும் z பட்டியை ஆல்பாவாகப் பெறுவீர்கள், எனவே நாங்கள் n ஏற்றத்தாழ்வுகளைப் பெறுகிறோம், இப்போது நீங்கள் இந்த n ஏற்றத்தாழ்வுகளைத் தொகுத்தால் இது குறிக்கிறது.

k இன் கூட்டுத்தொகை 0 முதல் n வரை 1 z வரை ஆல்ஃபா பவர் கே பட்டை கொண்டு பெருக்கப்படும் மேலும் இது ஒரு பொதுவான கூட்டுத்தொகையாகும் ஒற்றுமைகள் பூஜ்ஜியமாகும், இது இங்கே சுருக்கமாக உள்ளது, இங்கே நாம் z ஐ ஒரு பொதுவான காரணியாக வெளியேற்றலாம் , பின்னர் நீங்கள் வலது புறத்தில் வரலாம் , இது z மடங்கு கூட்டுத்தொகை k க்கு 0 முதல் n கழித்தல் வரை குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது என்று எழுதுகிறேன்.
1 ஆல்பா கே பட்டை பிளஸ் z பார் கூட்டுத்தொகை k என்பது 0 முதல் n மைனஸ் 1 ஆல்பா பவர் k க்கு சமம், இந்த கூட்டுத்தொகை 0 என்று எங்களுக்குத் தெரியும் , இங்கே கூட்டுத்தொகையை பொதுவாக கூட்டுத்தொகைக்கு வெளியே எடுக்கலாம், மேலும் கூட்டுத்தொகை மீண்டும் அதேதான் பூஜ்ஜியமாகும் , அதாவது சரியானது கைப்பக்கம் பூஜ்ஜியமாக மாறுகிறது என்பதை இப்போது பார்க்கவும், z சதுரத்தின் மாடுலஸ் என்பது எதிர்மறை அல்லாத வார்த்தையாகும்.
ஒன்றுக்குக் குறைவான அல்லது அதற்கு சமமான தொலைவில் உள்ள அனைத்து n வது மூலத்திலிருந்தும் தொலைவில் உள்ள ஒரு கலப்பு எண் இருந்தால், அந்தக் கலப்பு எண் தோற்றமாக இருக்க வேண்டும்,
நமக்கு வழக்கமான பலகோணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை மற்றொரு நல்ல முடிவை நிரூபிப்போம்.
அது என்ன உச்சி என்றால் அது pn இல்லை p 1 முதல் pn மைனஸ் 1 வரை அலகு வட்டத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது
சரி, எனவே n வழக்கமான பலகோணத்துடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, இது கொடுக்கப்பட்ட அனுமானத்துடன் ஒரு அலகு வட்டத்தில் வைக்கப்படுகிறது, நாங்கள் d என்பதைக் காட்டப் போகிறோம் p naught இலிருந்து p 1 வரையிலான தூரத்தை p naught இலிருந்து p 2 க்கு உள்ள தூரத்துடன் பெருக்கி p naught இலிருந்து pn மைனஸ் 1 வரையிலான தூரம் வரை n சொற்களை நீங்கள் பெருக்கினால் n மதிப்பு கிடைக்கும், அது சுவாரஸ்யமான அடையாளமாகும் , மேலும் இந்த அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் பெறப் போகிறோம்.
நல்ல முக்கோணவியல் அடையாளம் , சைன் பை பை n சைன் 2 பை பை n வரை n மைனஸ் 1 பை பை n என்பது n ஐ 2 பவர் n மைனஸ் 1 ஐக் கொடுக்கிறது , அதே போல் நமக்கு மேலும் ஒரு அடையாள வித்தியாசம் உள்ளது என்பதை இங்கே பார்க்கலாம்.
பையின் ஒற்றைப் பெருக்கத்தை 2 n ஆல் வகுக்கச் சொல்லுங்கள் , இங்கு pi 2 pi என்ற தொடர்ச்சியான சொற்கள் உள்ளன, எனவே n மைனஸ் 1 pi ஐ n ஆல் வகுக்க வேண்டும், ஆனால் இங்கே பையின் ஒற்றைப்படை மடங்குகள் 2 n ஆல் வகுக்கப்படுகின்றன, அவற்றின் தயாரிப்பு 1 ஆல் தருகிறது 2 பவர் n மைனஸ் 1 என்பது மிகவும் சுவாரஸ்யமான அடையாளமாகும், இந்த முடிவை நிரூபிப்போம் , நமக்கு கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனை என்ன என்பதைப் பார்க்க முயற்சிப்போம்,
எங்களிடம் வழக்கமான பலகோணம் உள்ளது, இது ஒரு அலகு வட்டத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது, அது p நாட் மற்றும் பி ஒன் மற்றும் பல.
pn மைனஸ் ஒன்றில் நமக்குத் தெரியும் இந்த
உச்சியை ஒற்றுமையின் n வது மூலமாகத் தேர்ந்தெடுக்கலாம், எனவே பொதுத்தன்மையை இழக்காமல் , கொடுக்கப்பட்ட n வழக்கமான பலகோணம் அலகு வட்டத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது என்று நாம் கருதலாம், இதனால் அந்த முனைகள் நமது ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தைத் தவிர வேறில்லை.

ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தில் ஒரு பலகோணத்தை செங்குத்துகளாக வைக்கிறீர்கள், அது ஒரு வழக்கமான பலகோணம் எனவே நாங்கள் ஏற்கனவே கடந்த விரிவுரையில் விவாதித்தோம், இப்போது நாங்கள் நிரூபிக்கும் முதல் அடையாளம் என்னவென்றால் , p naught இலிருந்து p ஒன் மற்றும் p naught இலிருந்து தூரத்தை நீங்கள் கருத்தில் கொள்கிறீர்கள் p 2 முதல் மற்ற செங்குத்துகளுக்கு p ல் இருந்து தூரம் வரை நாம் கருதி அதன் தயாரிப்புகளை எடுத்துக்கொள்வது

, வடிவியல் ரீதியாக சிக்கலானதாகத் தோன்றினாலும் நாம் அதைக் காட்ட வேண்டும், ஆனால் சிக்கலான எண்களின் அடிப்படையில் எழுதினால், அது எளிதான அடையாளம்.
பொதுத்தன்மையை இழக்காமல் நிரூபிப்பதற்காக , இந்த pks ஆனது ஆல்பா பவர் k இல் வைக்கப்பட்டுள்ளது என்று கருதுகிறோம், அதாவது k என்பது ஒற்றுமை k இன் n வது ரூட் 0 முதல் n மைனஸ் 1 வரை உள்ளது.

இப்போது நாம் அடையாளத்தை நினைவுபடுத்துகிறோம்.
இந்த அடையாளத்தை நீங்கள் நினைவு கூர்ந்தால்
, இது எங்கள் பல்லுறுப்புக்கோவை என்று ஏற்கனவே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது மைனஸ் ஆல்பா பவர் கே, ஆல்பா கே என்பது ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தைத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை, எனவே இந்த பல்லுறுப்புக்கோவை வேர்கள் ஆல்பா பவர் கே மட்டுமே என்பதை நாங்கள் கவனிக்கிறோம், இதில் k 1 முதல் n கழித்தல் 1 வரை இருக்கும்.
எனவே இந்த அடையாளத்தை நாம் நினைவுபடுத்தப் போகிறோம்.
z பவர் n மைனஸ் 1 பிளஸ் z க்கு பவர் n மைனஸ் டூ பிளஸ் z பிளஸ் ஒன் இது ப்ராடக்ட் என எழுதப்பட்டுள்ளது அதன் வேர்களால் காரணியாக்கப்பட்டதை நாம் பார்த்தோம் இதன் வேர்கள் இங்கே உள்ளன நாம் pk அல்லது நமது வழக்கமான குறியீட்டு ஆல்பா பவர் k என்று சொல்லலாம்.
அனைத்து கலப்பு எண்களுக்கும் அடையாளம் உண்மையானது
, 1 க்கு சமமான z ஐத் தேர்வுசெய்தால், இடது புறம் n ஐப் பெற்றால் n மற்றும் வலது புறம் k இன் பலனை 1 முதல் n மைனஸ் 1 1 மைனஸ் ஆல்பா பவர் k ஐப் பெறுகிறோம்.
நாங்கள் நிரூபிக்க விரும்பும் அடையாளத்தை இப்போது கேளுங்கள் நீங்களே இந்த அளவு என்ன 1 கழித்தல் ஆல்பா சக்தி k 1 என்பது ஒற்றுமையின் முதல் n வது ரூட் மற்றும் k என்பது ஒன்றுக்கு சமம் ஆகும், இது n மூலம் இரண்டு pi ஆக இருக்கும் கோணத்தைக் கொண்டு வருவோம்.
இப்போது ஆல்பா ஒன் ப ஒன் என்று எழுதியுள்ளோம், அதை ஆல்பா மற்றும் பி டூ என்று எழுதியுள்ளோம், இப்போது ஆல்பா பவர் இரண்டு என்று எழுதியுள்ளோம் , நான் முழுமையான மதிப்பை எடுத்துக் கொண்டால், அது பி நாட் 1 முதல் பிகே வரை இருக்கும் ஆல்பா பவர் கே என்று பார்க்கிறோம்.
இந்த அடையாளத்திற்கான முழுமையான மதிப்பை நீங்கள் எடுத்துக் கொண்டால், நாம் விரும்பிய அடையாளத்தைப் பெறுவோம், அதாவது 1 முதல் n மைனஸ் 1 வரையிலான இந்த தயாரிப்பின் முழுமையான மதிப்பு k மற்றும் வலது புறம் எதிர்மறை எண் அல்லாத முழு மதிப்பு மாடுலஸை வழங்குகிறது மதிப்பு z1 z2 இன் அதே மாடுலஸை நமக்கு mod z2 உடன் mod z1 தயாரிப்பைக் கொடுக்கும், எனவே இது n க்கு சமமான மாடுலஸ் காரணி 1 மைனஸ் ஆல்பா பவர் k இன் 1 முதல் n வரையிலான k இன் தயாரிப்புக்கு சமம்.
மேலும் இது p நாட்டிலிருந்து தூரத்தைத் தவிர வேறில்லை pk க்கு இது p naught p ஒன் தயாரிப்பு p naught p இரண்டு vp naught முதல் pn மைனஸ் 1 க்கு இடையே உள்ள தூரம் வரை n ஐப் பெறுகிறோம், எனவே இது முதல் அடையாளத்தை நிரூபிக்கிறது, இது இப்போது sine pi மூலம் n தயாரிப்பு சைனுடன் இரண்டாவது அடையாளத்தை நிரூபிக்க விரும்புகிறோம்.
இரண்டு pi ஆல் n மற்றும் பல தயாரிப்பு மதிப்பு n இரண்டு பவர் n மைனஸ் ஒன்று இதை நிரூபிக்க 1 முதல் ஆல்பா பவர் k வரை உள்ள தூரம் என்ன என்பதைக் கணக்கிட வேண்டும், இது நமது சைன் சொற்களைப் பெறப் போகிறது,
இதிலிருந்து தூரத்தைக் கணக்கிடுவோம்.
ஒன் மைனஸ் ஆல்பா பவர் கே, இது ஒரு மைனஸ் அதன் சதுரத்தை இந்த ஒரு மைனஸ் காஸ் டூ கே பை ஆல் n மைனஸ் ஐ சைன் 2 கே பை n ஆல் n மைனஸ் ஐ சைன் 2 கே பை, அதன் மோட் ஸ்கொயர் 1 மைனஸ் காஸ் டூ கே பை மூலம் n மூன்று முழு சதுரம் என்று பெறுவோம் நிஜப் பகுதி சதுரம் மற்றும் கற்பனைப் பகுதி சதுரம் இரண்டு k pi by n சதுரம், இதை விரிவுபடுத்தியவுடன், cos சதுரம் கிடைக்கும், sine square term உள்ளது, அது ஒன்றைக் கொடுக்கும், மேலும் ஒரு சொல் இங்கே உள்ளது, எனவே ஒன்றாக 2 மைனஸ் 2 முறை கிடைக்கும்.
இன் cos 2 k pi மூலம் n இப்போது மேலும் நீங்கள் 1 மைனஸ் காஸ் 2 தீட்டாவை 2 சைன் ஸ்கொயர் தீட்டா என்று எழுதலாம், எனவே
இது 2 சைன் ஸ்கொயர் k pi இன் 2 பெருக்கல் n ஆல் கிடைக்கும்.
ஒரு மைனஸ் ஆல்பா பவர் k சதுரம் நான்கு மடங்கு சைன் k pi என n சதுரம் k வரம்பில் 0

முதல் n மைனஸ் 1 1 முதல் n மைனஸ் 1 வரை கணக்கிடப்படுகிறது.
 எனவே இது p naught க்கும் pk க்கும் இடையே உள்ள தூரம் சைனின் மாடுலஸின் இரண்டு மடங்குகளால் கொடுக்கப்படுகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது.

k pi by n , k வரம்புகள் 1 முதல் n கழித்தல் 1 வரை உள்ளதால், இப்போது நீங்கள் வாதத்தைப் பார்க்கிறீர்கள் இங்கே மதிப்பு 0 முதல் pi வரை மாறுபடும் எனவே k pi மதிப்பு s pi n லிருந்து n மைனஸ் 1 pi by n க்கு குறைவாக இருக்கும் அல்லது pi க்கு சமம் மற்றும் இதேபோல் இது இந்த வாதத்தின் கீழ் 0 ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் மதிப்பு எப்போதும் எதிர்மறையாக இருக்காது, எனவே சைன் இரண்டு மடங்கு சைன் கே பையை n ஆல் பெறுகிறோம், இது p நாட் இலிருந்து pk க்கு உள்ள தூரத்தைத் தவிர வேறில்லை.

முந்தைய நிரூபிக்கப்பட்ட அடையாளம் p nut p ஒன்று, இது இரண்டு பாவம் e pi by n தயாரிப்பு இரண்டு sine two pi by n மற்றும் தயாரிப்பு இரண்டு மடங்கு sine n minus 1 pi by n தயாரிப்பு n எனவே சைன் pi இன் தயாரிப்பு n சைன் இரண்டு pi by n வரை sine n கழித்தல் 1 pi வரை பார்க்கிறோம்.
 n ஆல் நாம் n ஆல் 2 பவர் n மைனஸ் 1 ஐப் பெறுகிறோம், இது தேவையான அடையாளமாகும், எனவே மூன்றாவது அடையாளத்தை நிரூபிப்பதற்காக இரண்டாவதாக நிரூபித்துள்ளோம், நான் கருத்தில் கொண்ட குறிப்பைத் தருகிறேன், எனவே நாம் விரும்பும் அடையாளத்திற்குத் திரும்புவோம் முந்தைய அடையாளத்தை விட
2 n ஆல் sine pi வந்துள்ளோம் என்பதை நிரூபிக்க, n ஆல் sine pi உள்ளது,
எனவே இந்த குறிப்பிட்ட வார்த்தையைப் பெற இரண்டு n வழக்கமான பலகோணங்கள் இந்த அடையாளத்தைப் பயன்படுத்துவதாகக் கருதுகிறோம், அதாவது n இன் எண்ணிக்கையை இரண்டு n சரி என்று எடுத்துக்கொள்கிறோம்.
 n வழக்கமான பலகோணமாக இந்த அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தி , குறைந்தபட்ச கையாளுதலுடன் மூன்றாவது அடையாளத்தை நிரூபிக்க முடியும் என்று நீங்கள் கருதுகிறீர்கள், எனவே நான் ஆதாரத்தைத் தவிர்க்கிறேன், எனவே இந்த விரிவுரையில் ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தின் அடிப்படையிலான பல முன்மொழிவுகளையும் நாங்கள் தீர்க்கும் சில சிக்கல்களையும் பார்த்தோம்.
 u இன் n வது மூலத்தில் உள்ளது nity அத்துடன் நாம் நல்ல முக்கோணவியல் அடையாளங்களைப் பார்த்தோம், அடுத்த விரிவுரையில் ஒற்றுமையின் n வது மூலத்தைப் பயன்படுத்தி நிரூபிக்க முடியும், இதைப் பற்றி மேலும் சிக்கல்களைப் பற்றி விவாதிப்போம் நன்றி