ନମସ୍କାର ଛାତ୍ରମାନେ ଗତ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ବକ୍ତୃତାକୁ ସ୍ୱାଗତ କରନ୍ତି ଆମେ ଏକତାର nth ମୂଳ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲୁ ଏବଂ ଏହା ଉପରେ ଆଧାର କରି ଆମେ ଅନେକ ପରିଚୟ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଆଲୋଚନାରେ ଜାରି ରଖିବା

ତେଣୁ ମୋତେ ଏକତାର nth ମୂଳକୁ ମନେ ପକାଇବା ଏହା ଏକ ଜଟିଳ | z ସହିତ ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା 1 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଶେଷ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖାଇଥିଲୁ ସେଠାରେ n ଭିନ୍ନ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହା ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଯାହାକି zk ଭାବରେ ଦିଆଯାଏ ଯାହାକି cos 2 k pi ଦ୍ୱାରା n plus i sine 2 ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ | k pi by nk ହେଉଛି 0 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ଏବଂ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁ ଯେ ଏହି zk ପାୱାର୍ 1 କୁ z ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଆପଣ k କୁ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ଭାବନ୍ତି ଯାହାକି z ସହିତ ଗୋଟିଏ ଅଟେ ଯାହା n ପ୍ଲସ୍ ଦ୍ n ାରା ଦୁଇଟି ପ୍ଲସ୍ ଅଟେ | pi by n ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାର ଶକ୍ତି k ନିଅ ଯାହାକି ଏକତାର ଅନ୍ୟ nth ମୂଳ ସୃଷ୍ଟି କରେ ଏବଂ ସୁବିଧା ପାଇଁ ଆମେ cis theta କୁ ନୋଟିସନ୍ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବୁ ଯାହା cos theta plus i sin theta ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ ହୁଏ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ଏହାର ଶକ୍ତି k କୁ d morris ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ଗ୍ରହଣ କରୁ ଦେଖନ୍ତୁ ଏହା c ପରି ଆସେ | is k theta ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ ଆମେ କିଛି ଟିପ୍ପଣୀ ଦେବା ଯାହାକୁ ଆମେ ପାଳନ କରୁ, ଯଦି ଆମେ ଆଲଫାକୁ z 1 ଭାବରେ ରଖିବା ବୋଲି ଭାବିବା ତେବେ ଏହା ହେଉଛି cis 2 pi by n ଯଦି ଆମେ ଆଲଫା ପାଇଁ ପାୱାର୍ n ବ raise ାଇବା ତେବେ ଆମେ ପାଇଥିବା cis 2 pi by n power n by ନିୟମ ଉପରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ cis two pi ଯାହାକି cos two pi ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ, ମୁଁ ଦୁଇଟି pi କୁ ପାପ କରେ ଯାହା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ପାୱାର୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ କୁ ବ raise ାଇଥାଉ ତେବେ ଏହାକୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ n ଭାବରେ ସମଗ୍ର ପାୱାର୍ k ରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା | ପୁନର୍ବାର ଶୂନରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା ସମାନ ks ପାଇଁ ସମାନ ଅଟେ, ସମାନ ଭାବରେ k ନକାରାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଶୂନରୁ କମ୍ କହିପାରିବା ଯଦି ଆମେ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଏବଂ ପାୱାର୍ n କୁ ବିଚାର କରୁ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବ ଯେ ଏହା ପୁଣି ଆଲଫା ପାୱାର୍ n ପାୱାର୍ ସହିତ ସମାନ | ପୁନର୍ବାର ଏକ ଅଟେ

ତେଣୁ ନିୟମକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା ହେଉଛି ଯଦି ଆମେ n ର ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମଲ୍ଟିପଲ୍ କୁ ବିଚାର କରୁ ଯାହାକି kn ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି ସମସ୍ତ k ଇଣ୍ଟିଜର୍ ର ଅଟେ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଟିପ୍ପଣୀ ଆସନ୍ତୁ ଏକତାର ଏହି nth ମୂଳକୁ ଲେଖିବା ଯାହାକି ଆଲଫା ପାୱାର ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ | k ଶୂନରୁ n ମାଇନସ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ k ସହିତ k ସହିତ | ଆମର ଏକତାର nth ମୂଳ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହା ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ

ତେଣୁ ଏହା ଯେକ any ଣସି ଆଲଫା ପାୱାର୍ କୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ z ସମୀକରଣକୁ ପାୱାର୍ n କୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଯାହା ଆମକୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ହେଉଛି ପଲିନୋମିଆଲ୍ z ପାୱାର୍ n ର ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ | ଶୂନ ଗୋଟିଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେକ given ଣସି ପ୍ରଦତ୍ତ n ପାଇଁ ଏହା ସର୍ବଦା ମୂଳ ଅଟେ ଯାହା ଏହି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ପାଇଁ ସର୍ବଦା ମୂଳ ଅଟେ ଯାହା z କୁ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ କୁ ସହଜରେ ବିବେଚନା କରାଯାଇପାରେ, ଏହାକୁ z ମାଇନସ୍ 1 ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ z ସହିତ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ସହିତ ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ରିଜ୍ କରାଯାଇପାରେ | ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 2 କୁ 1 ପ୍ଲସ୍ z

ତେଣୁ ସହଜ ଗଣନା ଦ୍ we ାରା ଆମେ ସେହି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବା ଯାହାକି z ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ଏହି ଦୁଇଟି କାରଣର ଉତ୍ପାଦ ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖିବା ସହିତ ସମାନ, ଯେହେତୁ z ସହିତ ଗୋଟିଏ ସମାନ ଏହା ଏକ ମୂଳ ଅଟେ | ବହୁଭାଷୀ ଆମେ ଶବ୍ଦ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ କାରଣଗୁଡିକ ବିଷୟରେ ଜାଣିଛୁ ଯାହା ପାଇଁ n ମାଇନସ୍ 1 ଡିଗ୍ରୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହେଉଛି ଏଥିରୁ ଆଲଫା k ରୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ର ମୂଳ ହେବ ଯାହା ଅନ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଏହା ହେଉଛି zn ମାଇନସ୍ 1 ପ୍ଲସ୍ zn ମାଇନସ୍ 2 ପ୍ଲସ୍ z ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ k ରୁ ଗୋଟିଏରୁ n ମାଇନସ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ ପଲିନୋମିଆଲ୍ z ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ପ୍ଲସ୍ z ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 2 ପ୍ଲସ୍ z ପ୍ଲସ୍ 1 ଲେଖାଯାଇପାରିବ | ଯେହେତୁ z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ବର୍ଗ ଏବଂ z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନୋଟିସରେ ଲେଖେ ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ପ୍ଲସ୍ z ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 2 ରେ ଏହି ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ | z plus 1 ଏହି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଏକତା ଶକ୍ତି n ର ମୂଳ ବ୍ୟବହାର କରି ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ରାଇଜ୍ ହୋଇପାରେ ଏବଂ ସମାନତା ସହଜରେ ଯୁକ୍ତି କରାଯାଏ କାରଣ n ମାଇନସ୍ ଏକ ଡିଗ୍ରୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ସର୍ବାଧିକ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ମୂଳ ହୋଇପାରେ ଏବଂ ଆମେ ଯାହା ଦେଖିଲୁ ତାହା ହେଉଛି ମାଇନସ୍ 1 ମୂଳ | ଏକତା ର ପୃଥକ nth ମୂଳ ହେଉଛି ଏହି ବହୁଭୁତ ପାଇଁ ମୂଳ

ତେଣୁ ଏହି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଏହି ରୂପରେ ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ରାଇଜ୍ ହୋଇପାରିବ ଏହି ଟିପ୍ପଣୀ ସହିତ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟାକୁ ଯିବା ପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଯୁଗଳ ସଂଖ୍ୟା ଏକ କମା b ଯେଉଁଠାରେ a ଏବଂ b ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଯେପରିକି i t ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ib ଶକ୍ତି 2016 ଏକ ମାଇନସ୍ ଆଇବ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମକୁ ଏକ କମା b ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବାକୁ କୁହାଯାଏ ଯେପରି ଏହା ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ଯୁଗଳ ଏକ କମା b କୁ r ଦୁଇଟି କାର୍ଟେସିଆନ୍ ରେ ଏକ କମା b ଦିଆଯାଏ | ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପାଦ ଆମେ ଏକ ଜଟିଳ ନମ୍ବରକୁ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଆଇବକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବରେ ଯୋଡିପାରିବା ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା ଅର୍ଡର ହୋଇଥିବା ଯୋଡି ଖୋଜିବା ଯାହା ଏହି ସମ୍ପର୍କ ହେତୁ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ

ତେଣୁ z କୁ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ib ଭାବରେ ବିବେଚନା କର ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ | ସମସ୍ତ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ପାଇଁ ଯାହାର ଶକ୍ତି 2016 ଆମକୁ z ବାର୍ ଦେବା ଉଚିତ ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସମାନ ଭାବରେ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା ସମସ୍ତ ଜଟିଳ ନମ୍ବରର ସେଟ୍ ପାଇଁ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସମାଧାନ କରିବା ତେବେ ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରୁଥିବା କମା b କୁ ସଂଯୁକ୍ତ କରିପାରିବା

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ସମୀକରଣରୁ ଏହି ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବା | ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେଉଛି ଯଦି ଆମେ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପ୍ରୟୋଗ କରୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ 2016 ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ z ବାର୍ ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ ଯାହା ମୋଡ୍ z ସହିତ ସମାନ ଯାହା t କୁ ସୂଚିତ କରେ | ଟୋପି ମୋଡ୍ z ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଆଣନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଆମର 2016 ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z ଅଛି ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 0 ସହିତ ସମାନ ହେବ

ତେଣୁ ଆମେ ଯୁକ୍ତି କରୁଛୁ ଯଦି ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ତେବେ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏହି ସମ୍ପର୍କକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ମୋଡ୍ z ଉତ୍ପାଦ ସହିତ | ମୋଡ୍ z ପାୱାର୍ 2015 ମାଇନସ୍ 1 ଏହି ସମ୍ପର୍କରୁ 0 ସହିତ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ କିମ୍ବା ମୋଡ୍ z ପାୱାର୍ ଦୁଇ ହଜାର ପନ୍ଦରଟି ସମାନ ହେବା ଉଚିତ

ତେଣୁ ଆମେ ମୋଡ୍ z କୁ ଶୂନ୍ୟ r mod z ସହିତ ସମାନ କରିବା | ଶକ୍ତି ଦୁଇ ହଜାର ପନ୍ଦରଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ମୋଡ୍ z ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି z ଶୂନ୍ୟ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ବିଚାର କରିବା ଯଦି z ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ମୋଡ୍ z ପାୱାର୍ 2015 ଏଥିରୁ ଗୋଟିଏ ହେବା ଉଚିତ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଉଛୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ହେବ | କାହିଁକି କାରଣ ଯଦି ପାୱାର୍ 2015 ରେ ମୋଡ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଧରାଯାଉ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ତୁରନ୍ତ ତୁମକୁ କହିବ ଯେ ଗୋଟିଏରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ଏକରୁ ଅଧିକ ତୁମେ ତୁରନ୍ତ ଦେଖ ଯେ ମୋଡ୍ z ପାୱାର୍ ଦୁଇ ହଜାର ପନ୍ଦରଟି ଗୋଟିଏ ଓକ ସହିତ ସମାନ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହି ଯୁକ୍ତି ଦ୍ୱାରା ଆମେ | ମୁଁ ଦେଖିପାରେ ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ମୋଡ୍ z ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ଏହାର ଶକ୍ତି ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ

ତେଣୁ ମୋଡ୍ ପାଇଁ ସମାନ ଭାବରେ ମାମଲାକୁ ବିଚାର କର ଯଦି ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ ପୁନର୍ବାର ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଏହା ଆମକୁ ତୁରନ୍ତ z ବାର୍ କହିବ ଯାହା ଆମେ ଲେଖିପାରିବା | ମୋଡ୍ z ବର୍ଗକୁ z ରେ z ରେ ସମାନ ଯାହା z ବାର୍ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣକୁ ଫେରିଯିବା, ଆମର ଜଟିଳ ନମ୍ବର ଏହି z ବାରକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରିବା ଉଚିତ ଯଦି ଆମେ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ତେବେ z ବାରଟି z ଦ୍ but ାରା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ z କୁ ଦୁଇ ହଜାର ସତର ଏକ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଏହି ସମୀକରଣ ପାଇଁ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମାଧାନ କ’ଣ ଏହା ଏକତାର nth ମୂଳ

ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଯେଉଁଠାରେ n ଅଛି | 2017I   ସମୀକରଣ 1 a   s 2018 ପୃଥକ ସମାଧାନ ଆସନ୍ତୁ ଏକତାର nth ମୂଳ ପାଇଁ ଏକ ସୁନ୍ଦର ସମ୍ପତ୍ତି ଦେଖିବା , ଏକତାର nth ମୂଳକୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହାକି cis ଦ୍ k ାରା zk ଭାବରେ ଲେଖା ହୋଇଛି ଯେଉଁଠାରେ n ଶୂନ୍ୟରୁ n ମାଇନସ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ସହିତ ରାଶି ବିଷୟରେ ବିଚାର କରନ୍ତୁ | ମି ଶିଖର ଦ୍ୱାରା n ର ମୂଳ ଶୂନରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ n କିମ୍ବା 0 ଭାବରେ ଭାଲ୍ୟୁ ପାଇଥାଉ ଯଦି ପାୱାର୍ m n ର ଏକାଧିକ ଅଟେ ଯାହା n କୁ ବିଭାଜନ କରେ ଅନ୍ୟଥା ଆମେ ରାଶି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଥାଉ | 0 ଆସନ୍ତୁ ଏହି ପ୍ରସ୍ତାବ zk କୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯେପରି ଆମେ ପୂର୍ବରୁ କହିଥିଲୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା ଯେଉଁଠାରେ ଆଲଫା s କହିଥାଏ 2 pi by n ଏବଂ k ଶୂନ୍ୟରୁ n ମାଇନସ୍ ଅଟେ, ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣ k କୁ 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 z କୁ ବିଚାର କର | ପାୱାର୍ kzk ପାୱାର୍ m କୁ ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ n ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ, zk କୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଏବଂ ପାୱାର୍ ମି ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଯାଏ ଏବଂ ଏହା 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମି ସହିତ ସମାନ k ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ | ବ raised ୃ ାଯାଇଥିବା ଶକ୍ତି ସହିତ ବର୍ତ୍ତମାନ ରାଶି ହେଉଛି ଜ୍ୟାମିତିକ ରାଶି ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ରାଶିର ମୂଲ୍ୟକୁ କିପରି ସହଜରେ ଖୋଜିବେ ଜାଣନ୍ତୁ ବୋଧହୁଏ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ପରି ମୁଁ କେବଳ ସେହି ଜ୍ୟାମିତିକ ରାଶି ସମୀକରଣ k ସହିତ ସମାନ କରିବି

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କେବଳ ଜ୍ୟାମିତିକ ରାଶି ମନେରଖିବା ଆସନ୍ତୁ କହିବା n n ମାଇନସ୍ 1 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମ ପାଖରେ ପାୱାର୍ k ର ମୂଲ୍ୟ ଅଛି | ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ କୁ ଏକ ମାଇନସ୍ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଭାବରେ ଦିଆଯାଏ ଯେଉଁଠାରେ ଏକ ଓକ ସହିତ ସମାନ ନହେବା ଜରୁରୀ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ସହଜରେ ପାଇପାରିବା ଯେ ରାଶି ମୂଲ୍ୟ ଏହିପରି ଭାବରେ ଆମେ ଏହାକୁ ଏଠାରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବା ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ରାଶି ମୂଲ୍ୟ ଏଠାରେ ଅଛି | ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ ଏଠାରେ ଆଲଫା ପାୱାର ମି

ତେଣୁ ଆମେ ଆଲଫା ପାୱାର ମି ପାଇ ଏହାର ଶକ୍ତି n ମାଇନସ୍ 1 କୁ ଆଲଫା ପାୱାର ମାଇନସ୍ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ କରିଦେଲି , ମୋତେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପୃଷ୍ଠାର ସମୀକରଣରେ ସମାନ ରାଶି ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ, ଶୂନ୍ୟରୁ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ z ଶକ୍ତି k   ପାୱାର୍ ମି ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଆମେ ଏହାକୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମି ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ଭାବରେ ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମି ମାଇନସ୍ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ କରିଥିବାର ଏକ ନୋଟିସ୍ ଯେ ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମି ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ହେବ ଯଦି m n n ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯଦି ଆଲଫା ପାୱାର୍ ଏହି ବ form ଧ ଅଟେ | ମି 1 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଏବଂ ସମାନତା ଚକ ହୁଏ | p ପାୱାର୍ ମି ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏଠାରେ ଶବ୍ଦଟି ଆଲଫା ପାୱାର୍ n ପାୱାର୍ ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆଲଫା ପାୱାର୍ ମି ମାଇନସ୍ ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ଏବଂ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ ଆଲଫା ପାୱାର୍ n ମୂଲ୍ୟ ଏକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ n ନଥାଏ ସେତେବେଳେ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ | m କୁ ବିଭାଜନ କର ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯଦି ଆମେ ଶୂନ୍ୟ ପାଇଥାଉ ଯଦି n ବିଭାଜନ କରେ ନାହିଁ ମନେକରନ୍ତୁ n ବିଭାଜନ କରେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି m କୁ n ର ଏକାଧିକ ମଲ୍ଟିପଲ୍ ଦ୍ given ାରା ଦିଆଯାଏ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମୀକରଣ k ରୁ 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 z କୁ ପାୱାର୍ କୁ ବ to ାଇବାକୁ ପଡିବ | m ଯାହା qn ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଆଗରୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛୁ ଯେ ଏକତାର nth ମୂଳ ଏହାର ଏକାଧିକ n ଶକ୍ତି ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ହେବ

ତେଣୁ ଏହା ଆଲଫା ପାୱାର୍ ଭାବରେ ପୁନ rew ଲିଖନ ହୋଇପାରିବ ଏବଂ ଏଠାରେ ଏହା kq ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ସହଜରେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହି ଶବ୍ଦଟି ଯଦି ତୁମେ ପୁଣି ଥରେ | ପାୱାର୍ kq ବ raise ାନ୍ତୁ ଏହା ପୁଣି ଏକ ହେଉଛି ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି n ଯଦି m ହେଉଛି m | n ର ଅଲ୍ଟିପଲ୍

ତେଣୁ ଆମେ ଆମର ପ୍ରସ୍ତାବକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଯେ ଯଦି ଆପଣ ଏକତାର nth ମୂଳକୁ ଶକ୍ତି ବ raise ାଇବାକୁ ବିଚାର କରନ୍ତି ତେବେ ଏହାକୁ ଏକତାର ସମସ୍ତ nth ମୂଳକୁ ସମାପ୍ତ କରନ୍ତି ତେବେ ଆପଣ ମୂଲ୍ୟ ପାଇବେ n ଯଦି m ହେଉଛି n ର ଗୁଣନ ନଚେତ୍ ଆମେ 0 କୁ ଦେଖିବା | m ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ଅତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କେସ୍, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ m ଭାଲ୍ୟୁକୁ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ବିବେଚନା କର ଯଦି n ଏକରୁ ଅଧିକ ହୁଏ ତେବେ ଏହା m କୁ ବିଭାଜନ କରେ ନାହିଁ

ତେଣୁ k ର ରାଶି ଶୂନରୁ n ମାଇନସ୍ 1 z ପାୱାର୍ k ଯେଉଁଠାରେ m କୁ 1 ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ | 0. ର ରାଶି ମୂଲ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଠାରୁ ବଡ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଲେଖନ୍ତୁ ଏହି zkzk କ'ଣ ନୁହେଁ, cos two k pi by n plus i sine 2 k pi by n ଏହା 0 ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ସେହି ପ୍ରକୃତ ଅଂଶକୁ ସହଜରେ ଦେଖିପାରୁ | ଏହି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର 0 ହେଉଛି ଏବଂ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ୍ୟର କଳ୍ପିତ ଅଂଶ ଗଣନା କରନ୍ତୁ ଏହି ଜଟିଳ ନମ୍ବରର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ କ'ଣ ଯାହାକି ଶୂନ୍ୟରୁ n ସହିତ ସମାନ, n ଦ୍ two ାରା ଦୁଇ k pi ର ଏକ କୋସ୍ ଯାହା ଏହି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ ଅଟେ | ଏବଂ ଏହା ଶୂନ ଏବଂ କଳ୍ପିତ ଅଂଶ ଯାହା si ଅଟେ | ne 2 k pi by n ଏହା ହେଉଛି 0 ଯଦି ମୁଁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଲେଖେ ଏହା k ପାଇଁ ଶୂନ୍ୟ cos ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ ତା'ପରେ ଅବଶିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ଏଠାରେ ଅଛି ଯାହା ଦ୍ two ାରା ଦୁଇଟି pi by n plus cos four pi by n ଏବଂ cos ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ | 2 n ମାଇନସ୍ 1 pi by n ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି ମାଇନସ୍ 1 ଏବଂ k କୁ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ k ମୂଲ୍ୟକୁ ବଦଳାଇବା ସହିତ ଆମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ଟ୍ରାଇଗୋନୋମେଟ୍ରିକ୍ ପରିଚୟ ପାଇଥାଉ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ପ୍ରଥମ ରାଶି ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 0 ଅବଶିଷ୍ଟ କାରଣଗୁଡ଼ିକ ଯାହାକୁ ଆମେ ସାଇନ ଚାରି ପାଇ ପାଇଥାଉ | n ଏବଂ ଶେଷ ଶବ୍ଦ ସାଇନ ଦୁଇ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ପାଇ ଦ୍ n ାରା n ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 0

ତେଣୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କେସ୍ ପାୱାର୍ ମି ପାଇଁ ସମାନ 1 ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ସୁନ୍ଦର ଟ୍ରାଇଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ପରିଚୟ ପାଇଲୁ, ଏହି ପ୍ରସ୍ତାବ ଉପରେ ଆଧାର କରି ଆମେ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟା କରିବା ଯାହାକୁ ଆମେ ଆଲଫାକୁ cis 2 ଭାବରେ ସୂଚୀତ କରୁ | pi by n ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଏକତାର nth ମୂଳ ଏବଂ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଯାହା ହେଉଛି ତୁମେ ଏକତାର ଆଲଫା k ରୁ z ର ଦୂରତା ମାପିବ ଯାହା ଏକତାର ସମସ୍ତ nth ମୂଳରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଯଦି ଆଜ୍ ଏହି ଅବସ୍ଥାକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ତେବେ z mus | t ଶୂନ୍ୟ ହୁଅନ୍ତୁ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଚିତ୍ରଣ ଭାବରେ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଯଦି k ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି z ରୁ ସର୍ବାଧିକ ଦୂରତା ଗୋଟିଏ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଏହି ଦୂରତା କ'ଣ ଏକକ ଅଟେ | ଗୋଟିଏ ଦୂରତା ମଧ୍ୟ ଏଠାରେ ଏକ ୟୁନିଟ୍ ଅଟେ z ବର୍ତ୍ତମାନ ଜଟିଳ ନମ୍ବର ୱାନ୍ ଠାରୁ 1 ର ଦୂରତା ମଧ୍ୟରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆପଣ ଗୋଟିଏରୁ ଦ length ର୍ଘ୍ୟର ଟ୍ରାକ୍ କରନ୍ତୁ ତାପରେ ଆମେ ସର୍କଲ୍ ପାଇଥାଉ ବର୍ତ୍ତମାନ z ଭିତରେ ଅଛି ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ନିଅନ୍ତୁ | ଅନ୍ୟଟି କୁହ ଆଲଫା ଯାହା ଏକତାର nth ମୂଳରେ ଅଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତ ତିଆରି କର ଏବଂ ଦୂରତା ସହିତ z ପୁଣି ବୃତ୍ତ ଭିତରେ ଅଛି

ତେଣୁ ତୁମେ ଦେଖ ଯେ ଏକତାର ପ୍ରତ୍ୟେକ nth ମୂଳ ସହିତ ଏକତାର nth ମୂଳର ଦୂରତା ହେଉଛି | ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଯଦି ଏପରି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ସେଠାରେ ଥାଏ ତେବେ ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯେ ଏହା କିଛି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଉତ୍ପତ୍ତି ଆମକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହାକି z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର k କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ 1 କୁ k ରୁ ଗୋଟିଏ ରୁ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ମୁଁ କେବଳ k ର ଏକ ଭାଲ୍ୟୁ ଫିକ୍ସ କରେ ଯାହା ଶୂନରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ରେ ଅଛି ତେବେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଯାହାର ବର୍ଗ ଯାହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫ୍ୟାକ୍ଟରର ପୁନର୍ବାର ଉତ୍ପାଦ ଏବଂ ଏହି ଶବ୍ଦଟି କମ୍ ଅଟେ | ପୁନର୍ବାର କିମ୍ବା ସମାନ ସହିତ ଏହି ଶବ୍ଦଟି ଗୋଟିଏ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ତେଣୁ ଉତ୍ପାଦଟି ଗୋଟିଏଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ

ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବିସ୍ତାର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି z ମାଇନସ୍ ଆଲଫା kz ମାଇନସ୍ ଆଲଫା k ବାର୍ ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ କମ୍ ଅଟେ | ଗୋଟିଏ ବା ସମାନ ସହିତ ବର୍ତ୍ତମାନ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଆହୁରି ବିସ୍ତାର କରନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ z ଆଲଫା k ବାର୍ ମାଇନସ୍ z ବାର୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ପ୍ଲସ୍ ଆପଣ ଆଲଫା k ବର୍ଗର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପାଇବେ ଯାହା ଏକ ସ୍ମରଣଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଏକତାର nth ମୂଳ ଯାହା ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲ୍ ଉପରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ମୂଲ୍ୟର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ହେଉଛି ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ମୋଡ୍ z ବର୍ଗଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ମୁଁ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ସର୍ତ୍ତାବଳୀକୁ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ନେଉଛି z z ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ବାର୍ | plus z bar alpha power k ଯେଉଁଠାରେ k ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ | 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ସମାନ ଅସମାନତା ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ କ'ଣ ତୁମେ k କୁ 0 ସହିତ ସମାନ କର, ତୁମେ ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏକତାର ପ୍ରଥମ nth ମୂଳ ପାଇବ ଏହି ଅସମାନତା ସନ୍ତୁଷ୍ଟ k

ପୁଣି ଥରେ ଅସମାନତା ସନ୍ତୁଷ୍ଟ | k କୁ ସମାନ ବୋଲି କୁହ ତୁମେ ଆଲଫା ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z ବାର୍ କୁ ଆଲଫା ରେ ପାଇବ

ତେଣୁ ଆମେ n ଅସମାନତା ପାଇବୁ ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି n ଅସମାନତାକୁ ସମାପ୍ତ କର k ରୁ ରାଶି 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 z କୁ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ବାର୍ ସହିତ ଗୁଣିତ କରିବା ସହିତ ଏହା ଏକ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଅଛି ଯାହା ଆପଣଙ୍କୁ ପ୍ରସ୍ତାବ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯାହାକୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରମାଣ କରିଛୁ ଯେ nth ମୂଳର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ | ଏକତାଗୁଡ଼ିକର ଶୂନ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯାହା ଏଠାରେ ଠିକ୍ ସମୀକରଣ ଅଟେ ଆମେ ଏଠାରେ z କୁ ଏକ ସାଧାରଣ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ ଭାବରେ ପକାଇ ପାରିବା ଏବଂ ତାପରେ ଆପଣ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯାଆନ୍ତୁ ମୋତେ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଏହା z ରୁ ସମୀକରଣ k ଠାରୁ 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | 1 ଆଲଫା କେ ବାର୍ | ପ୍ଲସ୍ z ବାର୍ ସମୀକରଣ k 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହି ରାଶି 0 ଅଟେ ଏବଂ ଏଠାରେ ସଂଯୋଗକୁ ସାଧାରଣତ sum ସମୀକରଣକୁ ନିଆଯାଇପାରେ ଏବଂ ରାଶି ପୁନର୍ବାର ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି | ହାତ ପାର୍ଶ୍ zero ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଯାଏ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖନ୍ତୁ z ବର୍ଗର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯାହା ଏକ ଅଣ ନକାରାତ୍ମକ ଶବ୍ଦ ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ଯେପରି z ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଆମର ଇଛିତ ଫଳାଫଳ ପ୍ରମାଣ କଲୁ | ଯଦି ଏକତାର ସମସ୍ତ nth ମୂଳରୁ ଦୂରତା ସହିତ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହା ଦୂରତା ସହିତ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ, ତେବେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଉତ୍ପତ୍ତି ହେବା ଉଚିତ, ଆସନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସୁନ୍ଦର ଫଳାଫଳ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯେ ଆମକୁ ଏକ ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ଦିଆଯିବା | ଏହା ଯେପରି ଭର୍ଟେକ୍ସ ଅଟେ, ତାହା ହେଉଛି p p p p ମାଇନସ୍ 1 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାହା ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ରଖାଯାଇଛି ଠିକ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମକୁ n ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ସହିତ ଦିଆଯାଉଛି ଯାହା ଏହି ଧାରଣା ସହିତ ଏକ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ରଖାଯାଇଛି ଯାହାକୁ ଆମେ ଦେଖାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ | p naught ରୁ p 1 କୁ ଦୂରତା ସହିତ p naught ରୁ p 2 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ସହିତ p naught ରୁ pn ମାଇନସ୍ 1 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ଏହିପରି n ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ତୁମେ ବହୁଗୁଣିତ କର ତୁମେ ମୂଲ୍ୟ n ପାଇବ ଯାହା ଆକର୍ଷଣୀୟ ପରିଚୟ ଅଟେ ଏବଂ ଏହି ପରିଚୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ | ସୁନ୍ଦର ଟ୍ରାଇଗୋନୋମେଟ୍ରିକ୍ ପରିଚୟ ଯାହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ସାଇନ ପି ଦ୍ n ାରା ସାଇନ 2 ପି ଦ୍ n ାରା n ସଙ୍କେତ n ମାଇନସ୍ 1 ପାଇ ଦ୍ n ାରା n ମୂଲ୍ୟ 2 ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ଦେଇଥାଏ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଆମର ଆଉ ଏକ ପରିଚୟ ଏଠାରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଆମେ ଏଠାରେ ଦେଖିପାରିବା | କୁହନ୍ତୁ, ଏଠାରେ p ପରିବର୍ତ୍ତେ 2 n ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥିବା ଅଡୁଆ ମଲ୍ଟିପଲ୍ କୁହନ୍ତୁ ଆମର କ୍ରମାଗତ ଶବ୍ଦଗୁଡିକ pi 2 pi ଅଛି

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ n ମାଇନସ୍ 1 pi ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଛି କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଆମର pi ର ଅଦ୍ଭୁତ ଗୁଣ ଅଛି ଯାହାକି 2 n ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି, ସେମାନଙ୍କ ଉତ୍ପାଦ ଆମକୁ 1 ଦେଇଥାଏ | 2 ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ଯାହା ଅତ୍ୟନ୍ତ କ interesting ତୁହଳପ୍ରଦ ପରିଚୟ, ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଆମକୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ଅସୁବିଧା କ’ଣ ଆମ ପାଖରେ ଏକ ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ଅଛି ଯାହା ଏକ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ସ୍ଥାନିତ ହୋଇଛି ଯେପରି ଏହାର p ଏବଂ କିଛି ନୁହେଁ | pn ମାଇନସ୍ ଉପରେ ଆମେ ଜାଣୁ | ଯେହେତୁ ଏହି ଭର୍ଟେକ୍ସକୁ ଏକତାର nth ମୂଳ ଭାବରେ ଚୟନ କରାଯାଇପାରିବ

ତେଣୁ ସାଧାରଣତା ନଷ୍ଟ ନକରି ଆମେ ଅନୁମାନ କରିପାରିବା ଯେ ପ୍ରଦତ୍ତ n ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜକୁ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ରଖାଯାଇଥାଏ ଯାହାଫଳରେ ଆମର ଏକତାର ମୂଳ ମୂଳ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯଦି ତୁମେ ଏକତା ର nth ମୂଳରେ ଏକ ବହୁଭୂଜକୁ ଭର୍ଟିକ୍ସ ଭାବରେ ରଖ, ତେବେ ଏହା ଏକ ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଶେଷ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଥମ ପରିଚୟ ଯାହା ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରୁଛୁ ତୁମେ p ଠାରୁ କିଛି ଦୂରତାକୁ p ଏବଂ କିଛି ଦୂରତାକୁ ବିଚାର କରୁ | p ଦୁଇରୁ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଭର୍ଟିକ୍ସ ଦୂରତା ପାଇଁ p ଠାରୁ କିଛି ନୁହେଁ ଯାହାକୁ ଆମେ ବିଚାର କରୁ ଏବଂ ଏହାର ଉତ୍ପାଦକୁ ସେମାନଙ୍କ ଉତ୍ପାଦ ଦେଇଥାଏ n ଏହାକୁ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ଯଦିଓ ଜ୍ୟାମିତିକ ଜଟିଳ ଦେଖାଯାଏ କିନ୍ତୁ ଥରେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖିବା ଏହା ଏକ ସହଜ ପରିଚୟ | ସାଧାରଣତା ନଷ୍ଟ ନକରି ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଅନୁମାନ କରୁ ଯେ ଏହି pks ଗୁଡିକ ଆଲଫା ପାୱାର k ରେ ରଖାଯାଇଛି ଯାହା ଏକତାର k ର ମୂଳ ହେଉଛି 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 | ବର୍ତ୍ତମାନ ପରିଚୟକୁ ମନେରଖ | ପୂର୍ବରୁ ଏକ ଟିପ୍ପଣୀ ଭାବରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି ଯାହା ଆମର ବହୁଭୂତ ଅଟେ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ପରିଚୟକୁ ମନେ ପକାନ୍ତି z ଶକ୍ତି n ମାଇନସ୍ 1 କୁ z ମାଇନସ୍ 1 ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ z ସହିତ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 z କୁ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ଦୁଇକୁ ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହିପରି ବହୁଭାଷୀ z ଭାବରେ ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ ହୋଇପାରିବ | ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଯେଉଁଠାରେ ଆଲଫା k ଏକତାର nth ମୂଳ ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହି ବହୁଜନିଆ ମୂଳ କେବଳ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଯେଉଁଠାରେ k 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ପରିଚୟକୁ ସ୍ମରଣ କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଅଛି | z କୁ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ପ୍ଲସ୍ z କୁ ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ z ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଲେଖା ହୋଇଛି ଯାହା ଏହାର ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ ଆମେ ଏହାର ଚେର ଦ୍ୱାରା ଫ୍ୟାକ୍ଟ୍ରାଇଜଡ୍ ହୋଇଥିବାର ମୂଳ ଏଠାରେ ଅଛି ଆମେ pk କିମ୍ବା ଆମର ସାଧାରଣ ନୋଟିସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ବର୍ତ୍ତମାନ କହିପାରିବା | ସମସ୍ତ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପରିଚୟ ସତ୍ୟ ଅଟେ କେବଳ z ସହିତ ସମାନ 1 କୁ ବାଛନ୍ତୁ ତାପରେ ବାମ ପାର୍ଶ୍ we ରେ ଆମର n ଶବ୍ଦ ଅଛି ଯାହାକୁ ଆମେ n ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତକୁ k ର ଉତ୍ପାଦ 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 1 ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର k କୁ ଆମେ ନିକଟତର | ପରିଚୟ ଯାହା ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ପଚାରିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ | ନିଜେ ଏହି ପରିମାଣ 1 ମାଇନସ୍ ଆଲ୍ଫା ପାୱାର୍ k 1 ହେଉଛି ଆମର ଏକତାର ପ୍ରଥମ nth ମୂଳ ଏବଂ k ସହିତ ସମାନ ହେଉଛି କୋଣ ସହିତ ଯାହା ଦୁଇଟି pi ଦ୍ n ାରା ଆମେ ଏଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ଏହି କୋଣଟି ଦୁଇଟି pi ଦ୍ୱାରା n ଏହି p ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଆମେ | ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଲଫା ଏକ p ଲେଖିଛୁ ଯାହାକୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଆଲଫା ଏବଂ p ଦୁଇଟି ଭାବରେ ଲେଖିଛୁ ଯଦି ଆମେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ନେଇଥାଉ ତେବେ ଏହା p ନାଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଦେଇଥାଏ ଯାହା 1 ରୁ pk ଯାହା ଆଲଫା ପାୱାର k ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ | ଯଦି ଆପଣ ଏହି ପରିଚୟ ପାଇଁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ଆମେ ଆମର ଇଛିତ ପରିଚୟ ପାଇଥାଉ ଯାହାକି ଏହି ଉତ୍ପାଦର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 1 ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଏବଂ ଡାହାଣ ହାତ ହେଉଛି ଏକ ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଦେଇଥାଏ | ମୂଲ୍ୟ z1 z2 ର ସମାନ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଦେବ ଆମକୁ mod z2 ସହିତ ମୋଡ୍ z1 ଉତ୍ପାଦ ଦେବ ଯାହା ଦ୍ means ାରା ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ଉତ୍ପାଦ k ର ଉତ୍ପାଦ ସହିତ ସମାନ ଯାହା n ସହିତ ସମାନ | ଏବଂ ଏହା p ଠାରୁ କିଛି ଦୂରତା ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | pk କୁ ଏହା p p କିଛି ନୁହେଁ p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p p n p ଦୁଇଟି pi by n ଏବଂ ସେହିପରି ପ୍ରଡକ୍ଟ ଭାଲ୍ୟୁ n ଦ୍ two ାରା ଦୁଇଟି ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ ଏକ ଅଟେ ଯାହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କେବଳ 1 ରୁ ଆଲଫା ପାୱାର k ଠାରୁ ଦୂରତା କ’ଣ ହିସାବ କରିବାକୁ ପଡିବ, ଯାହା ଆମ ସାଇନ ସର୍ତ୍ତଗୁଡିକ ପାଇବାକୁ ଯାଉଛି | ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ଯାହାକି ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍, ଆସନ୍ତୁ ଏହାର ବର୍ଗକୁ ଏହି ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ଦୁଇ k pi n n ମାଇନସ୍ i sine 2 k pi by n ଯାହାର ମୋଡ୍ ବର୍ଗ ଆମେ ଏହାକୁ 1 ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ଦୁଇ k pi ଦ୍ୱାରା n ତିନୋଟି ପୁରା ବର୍ଗ ଭାବରେ ପାଇଥାଉ | ଏହା ହେଉଛି ପ୍ରକୃତ ପାର୍ଟ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ କଳ୍ପିତ ପାର୍ଟ ବର୍ଗ ଦୁଇ k pi ଦ୍ n ାରା n ବର୍ଗ ଦ୍ once ାରା ଆମେ ଏହାକୁ ବିସ୍ତାର କରିବା ପରେ ଆମେ ଏକ ଶବ୍ଦ cos ବର୍ଗ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଆମର ଏକ ସାଇନ ବର୍ଗ ଟର୍ମ ଅଛି ଯାହା ଗୋଟିଏ ଦିଏ ଏବଂ ଆମର ଏଠାରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଶବ୍ଦ ଅଛି

ତେଣୁ ମିଳିତ ଭାବରେ ଆମେ 2 ମାଇନସ୍ 2 ଥର ପାଇଥାଉ | cos 2 k pi by n ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମକୁ ଆଗକୁ ବ .ାଇବ | ପରିଚୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ ଯାହା 1 ମାଇନସ୍ କୋସ୍ 2 ଥାଟାକୁ 2 ସାଇନ ବର୍ଗ ଥାଟା ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ 2 ସାଇନ ବର୍ଗ k pi ର 2 ଗୁଣ ପାଇପାରିବା n ବର୍ତ୍ତମାନ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ kk ର ମୂଲ୍ୟ 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଆଲଫା ପାୱାର୍ k ବର୍ଗକୁ ଚାରି ଗୁଣ ସାଇନ k pi ଦ୍ n ାରା n ବର୍ଗ ସହିତ k ରେଞ୍ଜ 0 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ହିସାବ କରାଯାଏ

ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ pk ଠାରୁ pk ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ସାଇନର ଦୁଇଥର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ | k pi by n ଯେହେତୁ k 1 ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 ମଧ୍ୟରେ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆପଣ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ଦେଖନ୍ତି ଏଠାରେ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ମୂଲ୍ୟ 0 ରୁ pi ମଧ୍ୟରେ ବଦଳିଥାଏ

ତେଣୁ k pi value s pi by n ରୁ n ମାଇନସ୍ 1 pi by n ଯାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କମ୍ କିମ୍ବା pi ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଏହା 0

ଠାରୁ ବଡ କିମ୍ବା ସମାନ ଏହି ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ ସଙ୍କେତ ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ନକାରାତ୍ମକ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଥାଉ ଯାହା ସାଇନ k pi ଦ୍ by ାରା ଦୁଇଥର ସାଇନ ଅଟେ ଯାହା p ବ୍ୟବହାର ଠାରୁ pk ଠାରୁ ଦୂରତା ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ |
ପୂର୍ବ ପ୍ରମାଣିତ ପରିଚୟ ଯାହା p କୁ କିଛି ଦିଏ ନାହିଁ ଯାହା ଦୁଇଟି ପାପ | e pi by n ଉତ୍ପାଦ ସହିତ ଦୁଇଟି ସାଇନ ଦୁଇଟି pi ସହିତ n ଏବଂ ଉତ୍ପାଦର ଦୁଇଥର ସାଇନ n ମାଇନସ୍ 1 pi ଦ୍ୱାରା n ଉତ୍ପାଦ ହେଉଛି n
ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ସାଇନ ପାଇର ଉତ୍ପାଦ n n sine two pi by n sine n minus 1 pi ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ | n ଦ୍ 2 ାରା ଆମେ 2 ପାୱାର୍ n ମାଇନସ୍ 1 ପାଇଥାଉ ଯାହା ଆବଶ୍ୟକ ପରିଚୟ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ତୃତୀୟ ପରିଚୟ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଛେ ଯାହାକୁ ଆମେ ବିବେଚନା କରିଛୁ ତାହା ସୂଚୀତ କରିବି
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ସେହି ପରିଚୟକୁ ଫେରିବା | ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଏଠାରେ 2 n ଦ୍ sin ାରା ସାଇ ପାଇ ପାଇଥାଉ, ଆମର ପୂର୍ବ ପରିଚୟ ଆମ ପାଖରେ ସାଇ ପାଇ ଅଛି
ତେଣୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଦୁଇଟି n ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ଏହି ପରିଚୟକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରୁ ଯାହା ଦ୍ means ାରା ଆମେ ଦୁଇଥର n ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଗୁଣ ଦେଇଥାଉ | n ଆପଣ ବିବେଚନା କରନ୍ତି ଯେ ଏକ ନିୟମିତ ବହୁଭୂଜ ଭାବରେ ଏବଂ ତା’ପରେ ଏହି ପରିଚୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ ଏବଂ ସର୍ବନିମ୍ନ ମନିପୁଲେସନ୍ ସହିତ ଆମେ ତୃତୀୟ ପରିଚୟ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା
ତେଣୁ ମୁଁ ଏହାର ପ୍ରମାଣକୁ ଏଡ଼ାଇ ଦେବି
ତେଣୁ ଏହି ବକ୍ତୃତା ମଧ୍ୟରେ ଆମେ ଏକତାର ମୂଳ ମୂଳ ଉପରେ ଆଧାର କରି ଅନେକ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଖିଲୁ ଏବଂ ଆମେ ସମାଧାନ କରିଥିବା କିଛି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କଲୁ | u ର nth ମୂଳରେ ଅଛି | nity ଯେପରି ଆମେ ସୁନ୍ଦର ଟ୍ରାଇଗୋନେଟ୍ରିକ୍ ପରିଚୟ ଦେଖିଲୁ ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଏକତାର nth ମୂଳ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ଅଟୁ ଆମେ ଆପଣଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଉପରେ ଅଧିକ ସମସ୍ୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବୁ |