नमस्कार विद्यार्थ्यांनो, संमिश्र संख्यांवरील व्याख्यानांमध्ये आपले स्वागत आहे, मागील लेक्चरमध्ये आम्ही एकतेच्या nव्या मूळवर चर्चा केली होती आणि त्यावर आधारित आम्ही अनेक ओळख सिद्ध केल्या आहेत, चला ही चर्चा पुढे चालू ठेवूया
त्यामुळे मला एकतेचे nवे मूळ आठवते ते एक जटिल आहे.
z समीकरणाचे समाधान करणारी संख्या n ची घात 1 च्या बरोबरीची आहे आणि आम्ही शेवटच्या वर्गात जे दाखवले आहे त्यामध्ये या समीकरणाचे समाधान करणाऱ्या n भिन्न जटिल संख्या आहेत ज्याचे नाव zk आहे जे 2 k pi द्वारे n अधिक i sine 2 च्या cos द्वारे दिले जाते nk द्वारे k pi 0 1 पासून n उणे 1 पर्यंत आहे आणि आमच्या लक्षात आले की हे zk z ते पॉवर 1 k शिवाय दुसरे काहीही नाही, म्हणून तुम्ही k ला एक समान मानता जो z एक आहे जो दोन pi बाय n अधिक i साइन दोनचा आहे pi n ने आता त्याची पॉवर k घ्या जी युनिट्सचे इतर nवे रूट तयार करते आणि सोयीसाठी आम्ही नोटेशन cis theta सादर करू ज्याची व्याख्या cos theta plus i sin theta अशी केली जाते आणि जर आपण त्याची पॉवर k घेतली तर फक्त d मॉरिस कायद्यानुसार आपण हे c म्हणून येते हे पहा k theta आहे आणि आपण काही टिपण्णी करूया की आपण जे निरीक्षण करतो ते म्हणजे पुट अल्फाला z 1 म्हणजे cis 2 pi by n असे मानले तर आपण अल्फासाठी n पॉवर वाढवली तर आपल्याला cis 2 pi बाय n पॉवर n द्वारे मिळेल.
वरील नियम आपण पाहतो की cis two pi जे दुसरे काहीही नाही परंतु cos two pi अधिक i sin two pi जे एक आहे आणि आपण पॉवर अल्फा पॉवर kn वाढवल्यास
हे संपूर्ण पॉवर k वर अल्फा पॉवर n असे लिहिले जाऊ शकते आणि वरील निरीक्षणानुसार हे ks साठी पुन्हा एक आहे शून्य पेक्षा जास्त किंवा समान आहे त्याचप्रमाणे k नकारात्मक मूल्यासाठी k साठी शून्यापेक्षा कमी म्हणू शकतो
जर आपण अल्फा पॉवर k आणि पॉवर n चा विचार केला आणि कोणीही सत्यापित करू शकतो की हे पुन्हा अल्फा पॉवर n पॉवर k सारखेच आहे.
पुन्हा एक आहे म्हणून सारांश म्हणून नियम म्हणजे जर आपण n च्या अल्फा पॉवर गुणाकारांचा विचार केला तर तो kn आहे हा सर्व k पूर्णांकाशी संबंधित आहे आणि दुसरी टिप्पणी आपण युनिट्सचे हे nवे मूळ लिहू या ज्याला अल्फा पॉवर म्हणून लिहिता येईल k सह k शून्य ते n वजा एक आमची एकतेची nवी मुळे ज्याचा अर्थ ती समाधानी आहे म्हणून ती कोणत्याही अल्फा पॉवरचे समाधान करते k समीकरण z ते पॉवर n चे समाधान करते
जे आपल्याला एक देईल जे अल्फा पॉवर k हे
बहुपदी z पॉवरचे मूळ आहे n
k साठी वजा एक शून्य एक ते n वजा एक पर्यंत आपल्याला जे माहित आहे ते कोणत्याही दिलेल्या n साठी आहे हे नेहमी या बहुपदीचे मूळ असते जे सहज पाहिले जाऊ शकते z ते पॉवर n वजा एक याला z वजा 1 गुणाकारित केले जाऊ शकते आणि z ते पॉवर n वजा 1 अधिक z ते पॉवर n वजा 2.

त्यामुळे सोप्या गणनेद्वारे आपण तपासू शकतो की डाव्या बाजूची z पॉवर n वजा 1 ही या दोन घटकांच्या गुणाकारानुसार लिहिण्यासारखीच आहे
कारण आता z समान एक हे मूळ आहे.
बहुपदी आम्ही संज्ञा आणि उर्वरित घटक काढले आहेत जे n उणे 1 अंश बहुपदी आहेत यासाठी अल्फा k ते k ते एक ते n वजा एक या बहुपदीचे मूळ असेल जे इतर निरीक्षणावरून आपण म्हणू शकतो की अल्फा पॉवर k हे zn वजा 1 अधिक zn वजा 2 अधिक z अधिक एक k साठी एक दोन ते n वजा एक असे मूळ आहे म्हणजे आपण बहुपदी z पॉवर n वजा 1 अधिक z पॉवर n वजा 2 अधिक z अधिक 1 लिहू शकतो.
z उणे अल्फा z वजा अल्फा स्क्वेअर आणि याप्रमाणे z उणे अल्फा पॉवर n वजा एक म्हणून जर मी एका छोट्या नोटेशनमध्ये लिहिले तर आपल्याला काय दिसते ते म्हणजे n उणे 1 अधिक z पॉवर n वजा 2 या अधिक पर्यंत घटक किंवा बहुपदी z अधिक 1 या बहुपदीला युनिटी पॉवर k चे nवे मूळ वापरून फॅक्टराइज केले जाऊ शकते
आणि समानतेचा सहज तर्क केला जाऊ शकतो कारण n उणे एक अंश बहुपदीला जास्तीत जास्त n वजा एक मुळे असू शकतात आणि आम्ही जे पाहिले ते n वजा 1 मुळे आहे हे आम्ही आधीच पाहिले आहे.
या बहुपदींचे मूळ हे एकतेचे वेगळे nवे मूळ आहे म्हणून या बहुपदीला या फॉर्ममध्ये फॅक्टराइज केले जाऊ शकते या टीकेसह आपण एका सोप्या समस्येकडे जाऊ या
क्रमबद्ध जोड्यांची संख्या शोधू या स्वल्पविराम b जेथे a आणि b या वास्तविक संख्या आहेत जसे की i t हे समीकरण a प्लस ib पॉवर 2016 एक वजा ib च्या बरोबरीचे आहे, म्हणून आम्हाला शक्य स्वल्पविराम b वास्तविक संख्या शोधण्यास सांगितले जाते जेणेकरुन हे समीकरण पूर्ण होईल जे आम्हाला माहित आहे ऑर्डर केलेल्या जोडीला स्वल्पविराम b दिलेला आहे आणि r दोन कार्टेशियनमध्ये स्वल्पविराम b दिलेला आहे वास्तविक संख्यांचे गुणाकार आपण जटिल संख्या a प्लस ib ला अनन्यपणे जोडू शकतो याचा अर्थ असा की या समीकरणाचे समाधान करणारी क्रमबद्ध जोडी शोधणे जे या समीकरणाचे समाधान करणारी जटिल संख्या शोधण्यासाठी समतुल्य आहे,
म्हणून z ला अधिक ib म्हणून विचारात घ्या आणि आम्ही शोधत आहोत सर्व कॉम्प्लेक्स नंबर्ससाठी z ज्याची शक्ती 2016 ने आम्हाला z बार द्यावा, जर आपण हे समीकरण समतुल्यपणे समाधानी असलेल्या सर्व कॉम्प्लेक्स संख्यांच्या संचासाठी हे समीकरण सोडवले तर आपण
या समीकरणाचे समाधान करणारा स्वल्पविराम b या क्रमाने जोडू शकतो, तर आपण या समीकरणातून हे समीकरण सोडवू.
निरीक्षण असे आहे की जर आपण मापांक लागू केले तर आपण पाहतो की 2016 चे मॉड्यूलस z बारच्या मॉड्यूलसच्या बरोबरीचे असले पाहिजे जे mod z सारखेच आहे ज्याचा अर्थ t आहे.

hat mod z डाव्या बाजूला आणा म्हणजे आपल्याकडे 2016 वजा mod z आहे हे 0 च्या बरोबरीचे असले पाहिजे, म्हणून आपण काय वाद घालत आहोत जर एक जटिल संख्या हे समीकरण पूर्ण करत असेल तर त्याने या संबंधाचे समाधान केले पाहिजे याचा अर्थ असा होतो की mod z उत्पादनासह mod z पॉवर 2015 वजा 1 हे 0 च्या बरोबरीचे असले पाहिजे या संबंधावरून आपण पाहतो की एकतर mod z शून्य असणे आवश्यक आहे किंवा mod z पॉवर दोन हजार पंधरा एक समान असणे आवश्यक आहे म्हणून आपल्याला एकतर mod z समान शून्य r mod z च्या बरोबरीचे नाते मिळेल.
पॉवर दोन हजार पंधरा एक असणे आवश्यक आहे जर mod z बरोबर शून्य असेल तर याचा अर्थ z शून्य आहे म्हणून आपण विचार करूया जर z शून्य असेल तर mod z पॉवर 2015 एक असणे आवश्यक आहे यावरून आपण असा निष्कर्ष काढतो की mod z एक असणे आवश्यक आहे का कारण जर mods at power 2015 एक असेल आणि समजा mod z एकापेक्षा कमी असेल तर लगेच तुम्हाला सांगेल की एकापेक्षा कमी किंवा एकापेक्षा जास्त तुम्हाला लगेच दिसेल की mod z पॉवर दोन हजार पंधरा एक बरोबर असू शकत नाही म्हणून या युक्तिवादाद्वारे आम्ही पाहू शकतो की मी mmedialy mod z एक असणे आवश्यक आहे जर त्याची शक्ती एक असेल तर या निष्कर्षावरून आता mods साठी केस समान टू एक विचारात घ्या जर mod z समान असेल तर mod z स्क्वेअर पुन्हा एक असेल आणि हे आम्हाला लगेच सांगेल की आम्ही z बार लिहू शकतो.
mod z चौरस z मध्ये z बारमध्ये z बार प्रमाणेच z बार प्रमाणेच एक z द्वारे दिले जाते आता या प्रकरणात आपण पाहतो की आपण एका वरून समीकरणाकडे परत जातो आपल्या जटिल संख्येने या z बारचे समाधान केले पाहिजे आता आपण अशा परिस्थितीत आहोत जर mod z बरोबर एक तर z बार हे z च्या बरोबरीने दुसरे काहीही नाही
त्यामुळे याचा अर्थ असा होतो की z ते घात दोन हजार सतरा एक आहे आणि आपल्याला माहित आहे की या समीकरणासाठी सर्व संभाव्य उपाय काय आहेत हे एकतेचे nवे मूळ आहे जेथे n आहे.
2017.
तर याचा अर्थ असा की समीकरण दोन समीकरण दोन हे दोन हजार सत्तर वेगळे नॉन-झिरो सोल्यूशन्स आहेत आणि आम्ही लक्षात घेतले आहे की जर तुम्ही z ला शून्य बरोबर मानले तर हे समीकरण देखील समाधानी आहे म्हणजे z बरोबर शून्य हे देखील निष्कर्ष म्हणून समाधान 1 आहे.
समीकरण 1 a s 2018 वेगळे उपाय आपण एकतेच्या nव्या मूळसाठी एक छान गुणधर्म पाहू या एकतेच्या nव्या मूळचा विचार करूया जो zk म्हणून cis two k pi द्वारे n लिहिला गेला आहे जेथे k शून्य ते n वजा एक आहे आता शक्ती वाढवण्यासह बेरीज विचारात घ्या शून्य ते n उणे 1 पर्यंत m शिखराद्वारे एकतेचे nवे मूळ मग आपल्याला n किंवा 0 असे मूल्य मिळते जर n ची घात m ची गुणाकार असेल तर n ची m भागली असे म्हणण्यासारखे आहे अन्यथा आपल्याला बेरीज मूल्य असे मिळते 0 आपण आधी सांगितल्याप्रमाणे हे प्रस्ताव zk सिद्ध करू या
आपण ते फक्त अल्फा पॉवर k म्हणून लिहू शकतो जिथे अल्फा s म्हणतो 2 pi बाय n आणि k हा शून्य ते n वजा एक आहे आता 0 ते n वजा 1 z पर्यंत k बेरीज विचारात घ्या पॉवर kzk पॉवर m जे k समान आहे ते शून्य ते n वजा एक zk ची जागा अल्फा पॉवर k आणि पॉवर m ने घेतली आहे
आणि हे
0 ते n वजा 1 अल्फा पॉवर m मधील बेरीज k सारखे आहे आता ही एक निश्चित संख्या आहे वाढलेली पॉवर k सह आता बेरीज काही नसून आम्ही भौमितिक बेरीज आहे बेरीजचे मूल्य कसे सहज शोधायचे ते जाणून घ्या
कदाचित फक्त एक टिप्पणी म्हणून मी फक्त ती भौमितिक बेरीज k बरोबर जोडेन म्हणून आपण फक्त भौमितिक बेरीज आठवू या n वजा 1 पर्यंत आपण म्हणू या की आपल्याकडे a ते घात k ची बेरीज आहे एक घात n वजा एक भागिले एक वजा एक म्हणून दिले जाते जेथे एक समान असणे आवश्यक नाही एक ओके
त्यामुळे बेरीज मूल्य होते हे आपण सहज काढू शकतो म्हणून आपण हे येथे लागू करू शकतो म्हणजे बेरीज मूल्य येथे आहे a आहे येथे निश्चित मूल्य अल्फा पॉवर m आहे
त्यामुळे आपल्याला अल्फा पॉवर m मिळेल त्याची पॉवर n वजा 1 ने भागिले अल्फा पॉवर m वजा एक आता मला पुढील पृष्ठावर समान बेरीज मूल्य k समान शून्य ते n वजा एक z पॉवर k असे लिहू द्या पॉवर m त्याचे मूल्य आम्हाला अल्फा पॉवर m पॉवर n वजा एक भागाकार अल्फा पॉवर m वजा एक असे आढळले आहे लक्षात घ्या की अल्फा पॉवर m एक असेल तर m ला n ओके ने भाग जात असेल तर याचा अर्थ अल्फा पॉवर असल्यास हे सूत्र वैध आहे m समान नाही 1 आणि समानता तेव्हा होते nn m ला विभाजित करते म्हणून जर n
m ला भाग करत नाही म्हणजे m हा n चा गुणक नाही अशा बाबतीत आपल्याला माहित आहे की अल्फा पॉवर m एक आणि वरील समान नाही
म्हणून अभिव्यक्ती k समान शून्य ते n वजा एक z पॉवर k पॉवर m आपण पाहतो की येथे हा शब्द अल्फा पॉवर n पॉवर m वजा एक भागाकार अल्फा पॉवर m वजा एक सारखा आहे आणि लक्षात घ्या की अल्फा पॉवर n चे मूल्य एक आहे म्हणून हे शून्य होते आणि जेव्हा n होत नाही तेव्हा हे शून्य नसलेले प्रमाण आहे m भागाकार करा म्हणजे n ने m भाग न केल्यास शून्य मिळेल समजा n ने m भागाकार केला म्हणजे m हा n च्या काही गुणाकाराने दिलेला आहे अशावेळी k ची बेरीज k 0 ते n वजा 1 z ची पॉवर k पर्यंत आपल्याला पॉवर वाढवायची आहे m जे qn आहे आणि आम्हाला आधीच लक्षात आले आहे की ऐक्याचे nवे मूळ त्याच्या n पॉवरचा गुणाकार नेहमी एक असेल,
त्यामुळे याला अल्फा पॉवर k म्हणूनही पुन्हा लिहीता येईल
आणि येथे ते kq आहे आणि आपण सहजपणे पाहतो की ही संज्ञा एक आहे आणि जर आपण raise power kq ते पुन्हा एक आहे बेरीज मूल्य n आहे जर m m असेल n चा परम म्हणून आम्ही आमचा प्रस्ताव सिद्ध केला आहे की जर तुम्ही एककांच्या nव्या मूळचा विचार केला तर m ची बेरीज केली तर तुम्हाला n मूल्य मिळेल बशर्ते m n चा गुणाकार असेल अन्यथा आम्हाला 0 मिळेल.

m मूल्यासह अत्यंत विशिष्ट केस विशेषत: m मूल्य एक म्हणून विचारात घ्या निश्चितपणे जर n एकापेक्षा मोठे असेल तर ते m भागणार नाही म्हणून k ते शून्य ते n वजा 1 z पॉवर k जेथे m 1 मानला जातो तेथे आपल्याला मिळते बेरीजचे मूल्य 0.
n हे एका पेक्षा मोठे आहे म्हणून आता हे zkzk काय आहे ते लिहा, कारण दोन k pi by n अधिक i sine 2 k pi by n हे 0 आहे आणि आता आपण तो खरा भाग सहज पाहू शकतो.
या कॉम्प्लेक्स नंबरचा 0 आहे आणि कॉम्प्लेक्स नंबरचा काल्पनिक भाग शून्य आहे आणि या कॉम्प्लेक्स नंबरचा खरा भाग कोणता आहे याची गणना करा जी शून्य ते n वजा एक कॉस दोन k pi बाय n या कॉम्प्लेक्स नंबरचा वास्तविक भाग आहे.
आणि हा शून्य आहे आणि काल्पनिक भाग जो si आहे ne 2 k pi by n हे 0 आहे जर मी स्पष्टपणे लिहिलं तर हे k साठी आहे शून्य cos शून्य म्हणजे एक आणि नंतर बाकीच्या अटी आपल्या इथे आहेत ते दोन pi बाय n अधिक cos चार pi बाय n आणि cos पर्यंत 2 n उणे 1 pi बाय n हे मूल्य उणे 1 आहे आणि
k ची 0 बरोबरीची k मूल्ये बदलून आपल्याला दुसरी त्रिकोणमितीय ओळख मिळते आपण पाहतो की पहिली बेरीज मूल्य 0 आहे उर्वरित घटक आपल्याला sine two pi by n sine चार pi by मिळतात n आणि शेवटची टर्म साइन दोन n वजा एक pi बाय n चे मूल्य 0 आहे.
म्हणून विशिष्ट केस पॉवर m बरोबर 1 साठी आपल्याला एक छान त्रिकोणमितीय ओळख मिळाली आहे या प्रस्तावावर आधारित आपण एक साधी समस्या करूया आपण अल्फाला cis 2 असे दर्शवू.
pi by n हे दुसरे काहीही नसून एकतेचे nवे मूळ आहे आणि एक जटिल संख्या z खालील अट पूर्ण करते ती म्हणजे तुम्ही युनिटी अल्फा k ते z च्या nव्या मुळापासून अंतर मोजता जे सर्व nव्या मुळापासून
एकापेक्षा कमी किंवा समान आहे
जर az ही स्थिती पूर्ण करत असेल तर z mus शून्य असेल तर आपण चित्रात पाहण्याचा प्रयत्न करूया
की आपण जे पाहतो ते म्हणजे k जर शून्या बरोबर तुमच्याकडे जे आहे ते एक ते z चे जास्तीत जास्त अंतर एकापेक्षा कमी किंवा समान आहे असे म्हणूया
त्यामुळे हे अंतर काय आहे हे एकक आहे.
एक अंतर येथे देखील ते एकक आहे आता z कॉम्प्लेक्स क्रमांक एक पासून 1 च्या अंतराच्या आत आहे ठीक आहे म्हणजे तुम्ही एक पासून एक लांबी किती आहे ते ट्रेस करा मग आम्हाला वर्तुळ मिळेल आता z आत कुठेतरी आहे आणि आता घ्या आणखी एक सांगा अल्फा जो एकतेच्या नवव्या मुळामध्ये आहे आता तुम्ही अंतर ठेवून दुसरे वर्तुळ बनवा पुन्हा एक z वर्तुळाच्या आत आहे, त्याचप्रमाणे तुम्हाला दिसेल की
एकतेच्या प्रत्येक नवव्या मुळाशी एकतेच्या त्या न्व्या मुळापर्यंतचे अंतर आहे.
नेहमी एकापेक्षा कमी किंवा समान असते जर अशी जटिल संख्या असेल तर आपण हे दाखवणार आहोत की ती मूळ नसून दुसरे काहीही नाही हे सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करूया हा निकाल आम्हाला दिलेला आहे की z वजा अल्फा पॉवर k पेक्षा कमी किंवा समान आहे.
च्या सर्व मूल्यांसाठी 1 ते k एक ते n उणे एक म्हणून आता मी k चे मूल्य निश्चित करतो जे शून्य ते n उणे 1 मध्ये आहे मग आपल्याला ते mod z वजा अल्फा पॉवर k दिसेल ज्याचा वर्ग जो प्रत्येक घटकाचा फक्त पुन्हा गुणाकार आहे आणि ही संज्ञा कमी आहे एकापेक्षा किंवा समान पुन्हा हे पद पुन्हा एकापेक्षा कमी किंवा समान आहे म्हणून उत्पादन एकापेक्षा कमी किंवा समान आहे याचा अर्थ आता ही डाव्या बाजूचा विस्तार करण्याचा प्रयत्न करा ही z वजा अल्फा kz वजा अल्फा k बार आहे त्यांचे उत्पादन कमी आहे पेक्षा किंवा त्याच्या बरोबरीने आता डाव्या हाताची बाजू आणखी विस्तृत करा हा मॉड z स्क्वेअर आहे आणि इतर संज्ञा z अल्फा k बार वजा z बार अल्फा पॉवर k अधिक तुम्हाला अल्फा के स्क्वेअरचे मॉड्यूलस मिळेल जे एकापेक्षा कमी किंवा समान आहे हे आठवते.
युनिटीच्या वर्तुळावर स्थित एकतेचे nवे मूळ म्हणजे या अल्फा पॉवर k व्हॅल्यूचे मापांक एक आहे याचा अर्थ असा होतो की mod z चौरस पेक्षा कमी किंवा समान आहे, इतर सर्व संज्ञा उजव्या बाजूला घ्या, तुम्हाला ते z अल्फा पॉवर k बार आहे.
अधिक z बार अल्फा पॉवर k जेथे k मूल्ये 0 ते n वजा 1 पर्यंत समान असमानता पूर्ण होते म्हणून फक्त पहा म्हणजे तुम्ही k बरोबर 0 घ्या म्हणजे तुम्हाला त्या विशिष्ट संमिश्र संख्येसाठी एकतेचे पहिले nवे मूळ मिळेल ही असमानता समाधानी आहे k पुन्हा एकाच्या बरोबरीने असमानता समाधानी आहे k समान म्हणा तुम्हाला अल्फा बार अधिक z बार अल्फामध्ये मिळेल
त्यामुळे आम्हाला n असमानता मिळेल आता तुम्ही या n असमानतेची बेरीज करा याचा अर्थ असा होतो की जर मी या n असमानतेची बेरीज केली तर डावीकडे मला मोड z वर्गाच्या n अटी मिळतील हे पेक्षा कमी किंवा समान आहे k ची बेरीज 0 ते n वजा 1 z अल्फा पॉवर k बारसह गुणाकार केली अधिक ही एक सामान्य बेरीज आहे जी आता आमच्याकडे असू शकते आणि तुम्हाला प्रस्ताव लागू करणे आवश्यक आहे जे आम्ही आत्ताच सिद्ध केले आहे की
n व्या मूळची बेरीज आता एकता शून्य आहे जी येथे अचूक बेरीज आहे येथे आपण सामान्य घटक म्हणून z बाहेर टाकू शकतो आणि नंतर आपण उजव्या बाजूला येतो मी हे लिहून देतो की हे 0 ते n वजा पर्यंत z गुणिले समीकरण k पेक्षा कमी किंवा समान आहे 1 अल्फा के बार अधिक z बार बेरीज k समान 0 ते n वजा 1 अल्फा पॉवर k आहे आणि आपल्याला माहित आहे की ही बेरीज 0 आहे आणि येथे संयुग्मन सामान्यतः बेरीजच्या बाहेर घेतले जाऊ शकते आणि बेरीज पुन्हा समान आहे अशा प्रकारे शून्य म्हणजे उजवीकडे हाताची बाजू शून्य झाली आता पहा की z स्क्वेअरचे मॉड्युलस जे शून्यापेक्षा कमी किंवा बरोबरीचे नॉन-ऋणात्मक संज्ञा आहे याचा अर्थ असा की mod z शून्य असणे आवश्यक आहे जे z शून्य आहे असे म्हणण्यासारखे आहे म्हणून आम्ही आमचा इच्छित निकाल सिद्ध केला.
की जर सर्व n व्या मुळापासून अंतर असलेली एक जटिल संख्या असेल जी एकापेक्षा कमी किंवा समान असेल तर जटिल संख्या मूळ असणे आवश्यक आहे, चला आपण आणखी एक छान परिणाम सिद्ध करूया की आपल्याला नियमित बहुभुज दिलेला आहे आपण कॉल करूया हे कोणते शिरोबिंदू आहे ते pn नॉट p 1 पर्यंत pn वजा 1 पर्यंत आहे जे एकक वर्तुळावर ठेवलेले आहे ठीक आहे म्हणून आपल्याला n नियमित बहुभुज दिलेला आहे जो एकक वर्तुळावर ठेवला आहे या गृहीतकासह आपण दाखवणार आहोत की d p

naught पासून p 1 पर्यंतचा istance p naught पासून p 2 पर्यंतच्या अंतरासह गुणाकार करा
p naught पासून pn पर्यंतचे अंतर वजा 1 अशा प्रकारे n तुम्ही गुणाकार केल्यास तुम्हाला मूल्य मिळेल n ही मनोरंजक ओळख आहे आणि शिवाय ही ओळख वापरून आम्ही मिळवणार आहोत छान त्रिकोणमितीय ओळख जी सांगते की sine pi by n sine 2 pi by n पर्यंत चिन्ह n उणे 1 pi बाय n हे मूल्य n बाय 2 पॉवर n उणे 1 देते आणि त्याचप्रमाणे आपली आणखी एक ओळख आहे तो फरक येथे आपण पाहू शकतो
pi चा विषम गुणाकार 2 n ने भागिले आहे असे म्हणायचे आहे ऐवजी येथे आपल्याकडे pi 2 pi सलग संज्ञा आहेत
त्यामुळे आपल्याकडे n उणे 1 pi ने n पर्यंत आहे परंतु येथे आपल्याकडे pi चे विषम गुणाकार 2 n ने भागले आहेत त्यांचे गुणाकार आपल्याला 1 ने देते 2 पॉवर n वजा 1 ही अतिशय मनोरंजक ओळख आहे, चला हा निकाल सिद्ध करू या , आम्हाला दिलेली समस्या काय आहे ते पाहण्याचा प्रयत्न करूया आमच्याकडे एक नियमित बहुभुज आहे जो एका युनिट वर्तुळात ठेवला आहे जसे की p naught आणि p one.
pn वजा एक वर आम्हाला माहीत आहे की हे शिरोबिंदू एकतेचे nवे मूळ म्हणून निवडले जाऊ शकतात ठीक आहे,
त्यामुळे सामान्यता न गमावता आपण असे गृहीत धरू शकतो की दिलेला n नियमित बहुभुज एकक वर्तुळावर अशा प्रकारे ठेवला आहे की शिरोबिंदू हे आपले एकतेचे nवे मूळ नसून दुसरे काहीही नाही आणि आपल्याला माहित आहे की जर तुम्ही एकतेच्या nव्या मुळावर शिरोबिंदू म्हणून बहुभुज ठेवा मग तो एक नियमित बहुभुज आहे अशा प्रकारे आम्ही मागील व्याख्यानात आधीच चर्चा केली आहे आता पहिली ओळख जी आम्ही सिद्ध करत आहोत ती म्हणजे तुम्ही p शून्य ते p एक आणि p शून्य पासून अंतर लक्षात घ्या.
p दोन आणि संपूर्ण इतर शिरोबिंदूंसाठी p पासून अंतर आपण विचारात घेत नाही आणि त्याचे उत्पादन घेतो त्याचे उत्पादन n हे आपल्याला दाखवावे लागेल जरी भौमितिकदृष्ट्या क्लिष्ट दिसते परंतु एकदा आपण जटिल संख्यांच्या संदर्भात लिहून ठेवल्यास ते अगदी स्पष्ट आहे ही एक सोपी ओळख आहे.
सामान्यता न गमावता हे सिद्ध करण्यासाठी आम्ही असे गृहीत धरतो की हे pks अल्फा पॉवर k वर ठेवलेले आहेत जे ऐक्य k चे nवे मूळ आहे 0 ते n वजा 1 पर्यंत.
आता ओळख आठवा जी आम्ही z पॉवर n वजा 1 ही ओळख लक्षात घेतल्यास आमची बहुपदी आहे ही एक टिप्पणी म्हणून आधीच नमूद केली आहे उणे अल्फा पॉवर k जेथे अल्फा k हे एकतेचे nवे मूळ नसून दुसरे काहीही नाही म्हणून आपण पाहतो की ही बहुपदी मुळे फक्त अल्फा पॉवर k आहेत जिथे k 1 ते n वजा 1 पर्यंत आहे.
म्हणून आपण ही ओळख लक्षात ठेवणार आहोत की आपल्याकडे काय आहे z ते पॉवर n उणे 1 अधिक z ते पॉवर n उणे दोन अधिक z अधिक एक हे उत्पादन म्हणून लिहिले आहे आम्ही त्याच्या मुळांद्वारे गुणांकित म्हणून पाहिले आहे मुळे येथे आहेत आम्ही pk किंवा आमचे नेहमीचे नोटेशन अल्फा पॉवर k म्हणू शकतो आता अशा प्रकारे ओळख सर्व जटिल संख्यांसाठी सत्य आहे फक्त 1 च्या समान z निवडा मग डावीकडे n संज्ञा आहेत आपल्याला n मिळेल आणि उजव्या बाजूस आपल्याला k चे गुणाकार 1 ते n वजा 1 1 वजा अल्फा पॉवर k मिळेल आपण जवळ आहोत आम्हाला सिद्ध करण्यात स्वारस्य असलेली ओळख आता विचारा स्वतःला हे प्रमाण काय आहे 1 उणे अल्फा पॉवर k 1 हे आपले एकतेचे पहिले n वे मूळ आहे आणि k बरोबरीचे एक आहे ज्या कोनात दोन pi बाय n आहे आपण येथे मिळवू हा कोन दोन pi बाय n हा p एक आहे आता अल्फा वन पी वन लिहीले आहे आम्ही ते अल्फा आणि पी टू असे लिहिले आहे आम्ही अल्फा पॉवर दोन लिहिले आहे आता जर मी परिपूर्ण मूल्य घेतले तर ते p नॉट जे 1 ते pk मधील अंतर देते ते अल्फा पॉवर k आहे म्हणून आपण पाहतो जर तुम्ही या ओळखीचे परिपूर्ण मूल्य घेतले तर आम्हाला आमची इच्छित ओळख मिळते जी या उत्पादन k चे 1 ते n वजा 1 1 वजा अल्फा पॉवर k पर्यंतचे पूर्ण मूल्य आहे आणि उजव्या हाताची बाजू ही ऋण नसलेली संख्या आहे निरपेक्ष मूल्य मॉड्यूलस देते मूल्य z1 z2 चे समान मॉड्यूलस देते
mod z2 सह mod z1 उत्पादन देईल म्हणजे याचा अर्थ असा की हे 1 ते n पर्यंत k च्या उत्पादनासारखे आहे मॉड्यूलस फॅक्टर 1 वजा अल्फा पॉवर k जे n च्या समान आहे आणि हे p शून्यापासूनचे अंतर आहे pk to pk हे p naught p एक उत्पादन आहे p naught p दोन पर्यंत vp naught ते pn वजा 1 मधील अंतर आम्हाला n मिळेल जेणे करून पहिली ओळख सिद्ध होईल आता आम्हाला दुसरी ओळख सिद्ध करायची आहे जी sine सह sine pi बाय n उत्पादन आहे दोन pi बाय n आणि याप्रमाणे उत्पादन मूल्य n बाय दोन पॉवर n वजा एक आहे हे सिद्ध करण्यासाठी आपल्याला फक्त 1 ते अल्फा पॉवर k पर्यंतचे अंतर किती आहे हे मोजावे लागेल जे आपल्या साइन अटी नक्की मिळवणार आहे आपण अंतर मोजू या एक वजा अल्फा पॉवर k जो एक वजा आहे त्याचा चौरस मानू या एक वजा cos दोन k pi बाय n वजा i साइन 2 k pi बाय n ज्याचा मोड स्क्वेअर आपल्याला 1 वजा cos दोन k pi बाय n तीन पूर्ण चौरस म्हणून मिळेल वास्तविक भाग चौरस अधिक काल्पनिक भाग वर्ग दोन k pi बाय n चौरस आहे एकदा आपण हे विस्तारित केले की आपल्याला कॉस स्क्वेअर पद मिळेल आणि आपल्याकडे एक साइन स्क्वेअर टर्म आहे जे एक देते आणि आपल्याकडे येथे आणखी एक पद आहे
त्यामुळे एकत्र आपल्याला 2 वजा 2 पट मिळते of cos 2 k pi by n आता पुढे तुम्ही ओळख वापरा जी 1 उणे आहे कॉस 2 थीटा 2 साइन स्क्वेअर थीटा म्हणून लिहिता येईल म्हणजे आम्हाला हे
2 साइन स्क्वेअर k pi च्या 2 पट आहे n आता लक्षात घ्या kk चे मूल्य 1 ते n वजा एक पर्यंत आहे म्हणून आपण एक वजा अल्फा पॉवर k वर्गाची गणना केली k pi ची n द्वारे k ची श्रेणी 1 ते n वजा 1 पर्यंत आहे आता तुम्ही वितर्क पहा येथे वितर्क मूल्य 0 ते pi पर्यंत बदलते म्हणून k pi मूल्य s pi n ते n उणे 1 pi बाय n जे नक्कीच किंवा पेक्षा कमी आहे pi च्या समान आणि त्याचप्रमाणे हे 0 पेक्षा मोठे किंवा बरोबर आहे या युक्तिवादाखाली चिन्हाचे मूल्य नेहमी नकारात्मक नसलेले असते म्हणून आपल्याला sine दोन पट sine k pi by n असे मूल्य मिळते जे p naught ते pk पर्यंतचे अंतर
आता वापरत नाही.
मागील सिद्ध ओळख जे p शून्य p देते जे दोन पाप आहे e pi by n गुणाकार दोन sine सह दोन pi by n आणि sine n उणे 1 pi by n च्या दोन पट असलेले उत्पादन n आहे

त्यामुळे आपण ते sine pi by n sine दोन pi by n पर्यंत sine n उणे 1 pi चे गुण पाहतो.
n द्वारे आपल्याला n बाय 2 पॉवर n उणे 1 मिळेल जी आवश्यक ओळख आहे म्हणून आपण तिसरी ओळख सिद्ध करण्यासाठी दुसरी सिद्ध केली आहे मी फक्त
आपण काय विचार केला आहे ते संकेत देईन म्हणून आपण आपल्याकडे असलेल्या ओळखीकडे परत जाऊ या हे सिद्ध करण्यासाठी आपण येथे sine pi 2 n ने मिळवतो पूर्वीची ओळख आपल्याजवळ sine pi by n आहे म्हणून ही विशिष्ट संज्ञा मिळविण्यासाठी आपण दोन n नियमित बहुभुज ही ओळख लागू करतो याचा अर्थ आपण n ची संख्या दोन n बरोबर घेतो म्हणजे दिलेल्या दोनदा n तुम्ही त्याचा नियमित बहुभुज म्हणून विचार करा आणि नंतर ही ओळख वापरा आणि कमीत कमी फेरफार करून आम्ही तिसरी ओळख सिद्ध करू शकू म्हणून मी पुरावा वगळला म्हणून या व्याख्यानात आम्ही ऐक्याच्या nव्या मुळावर आधारित अनेक प्रस्ताव पाहिले आणि काही समस्या आम्ही सोडवल्या आहेत.
u च्या nव्या मुळावर आहे nity तसेच आम्ही छान त्रिकोणमितीय ओळख पाहिल्या ज्या आम्ही एकतेचे nवे मूळ वापरून सिद्ध करू शकलो आहोत पुढील व्याख्यानात आम्ही यावर आणखी समस्यांवर चर्चा करू धन्यवाद.