

ഹലോ വിദ്യാർത്ഥികളെ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള പ്രഭാഷണങ്ങളിലേക്ക് സ്വാഗതം, കഴിഞ്ഞ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ ഏകത്വത്തിന്റെ n th റൂട്ട് ചർച്ച ചെയ്തു, അതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഞങ്ങൾ നിരവധി ഐഡൻറിറ്റികൾ തെളിയിച്ചിട്ടുണ്ട്, ഈ ചർച്ചയിൽ തുടരാം, അതിനാൽ ഐക്യത്തിന്റെ n th റൂട്ട് ഞാൻ ഓർക്കട്ടെ, ഇത് ഒരു സങ്കീർണ്ണതയാണ്. z എന്ന സമവാക്യത്തെ 1 ന് തുല്യമായ n എന്ന സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന സംഖ്യ, അവസാന ക്ലാസുകളിൽ ഞങ്ങൾ കാണിച്ചത് ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന n വ്യത്യസ്ത സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്, അത് z^k ആയി നൽകിയിരിക്കുന്നു, ഇത് $2k\pi$ ന്റെ n പ്ലസ് i സൈൻ 2 കൊണ്ട് നൽകുന്നു $k\pi$ by nk എന്നത് 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയാണ്, ഈ z^k എന്നത് പവർ 1 k ലേക്ക് z അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുന്നു, അതിനാൽ നിങ്ങൾ k എന്നത് z ഒന്ന് എന്നതിന് തുല്യമാണ്, അതായത് രണ്ട് π ന്റെ n പ്ലസ് i സൈൻ രണ്ട് π by n ഇപ്പോൾ അതിന്റെ പവർ k എടുക്കുക, അത് യൂണിറ്റുകളുടെ മറ്റ് n th റൂട്ട് സൃഷ്ടിക്കുന്നു, സൗകര്യാർത്ഥം ഞങ്ങൾ $\cos \theta$ പ്ലസ് $i \sin \theta$ എന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന $\text{cis } \theta$ എന്ന നൊട്ടേഷൻ അവതരിപ്പിക്കും, D morris നിയമം അനുസരിച്ച് അതിന്റെ പവർ k എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ ഞങ്ങൾ ഇത് c ആയി വരുന്നത് കാണുക $k \theta$ ആണ്, നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് ചില പരാമർശങ്ങൾ നടത്താം, ആൽഫയെ z 1 ആയി ഇടുക എന്ന് പറയുകയാണെങ്കിൽ അത് $\text{cis } 2\pi n$ ആണ്, ആൽഫയ്ക്ക് n പവർ ഉയർത്തിയാൽ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് $\text{cis } 2\pi$ by n power n ആണ് മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന റൂൾ നമ്മൾ കാണുന്നത് $\text{cis two } \pi$ അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, $\cos two \pi$ പ്ലസ് $i \sin two \pi$ അത് ഒന്നാണ്, നമ്മൾ പവർ ആൽഫ പവർ kn ഉയർത്തിയാൽ ഇത് മുഴുവൻ പവർ k ലേക്ക് ആൽഫ പവർ n എന്നും മുകളിലുള്ള നിരീക്ഷണത്തിലൂടെ ഇത് എഴുതാം. പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആയ k s ന് വീണ്ടും ഒന്നാണോ, അതുപോലെ തന്നെ ആൽഫ പവർ k , പവർ n എന്നിവ പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ k നെഗറ്റീവ് മൂല്യത്തിന് k പൂജ്യത്തേക്കാൾ കുറവാണെന്ന് പറയാം, ഇത് വീണ്ടും ആൽഫ പവർ n പവർ k ആണെന്ന് പരിശോധിക്കാൻ കഴിയും. n ന്റെ ആൽഫ പവർ ഗുണിതങ്ങൾ പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് വീണ്ടും ഒന്നാണ്, അതായത്, n ന്റെ ആൽഫ പവർ ഗുണിതങ്ങൾ പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് k പൂർണ്ണസംഖ്യയിൽ പെട്ടതാണ്, രണ്ടാമത്തെ പരാമർശം നമുക്ക് ആൽഫ പവർ എന്ന് എഴുതാവുന്ന ഏകത്വങ്ങളുടെ ഈ n th റൂട്ട് എഴുതാം. പൂജ്യത്തിൽ നിന്ന് n മൈനസ് ഒന്ന് വരെ k ഉള്ള k ഐക്യത്തിന്റെ നമ്മുടെ n -ആം വേരുകൾ അതായത് അത് തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ അത് ഏത് ആൽഫ പവർ k യെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, n എന്ന സമവാക്യത്തെ z തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, ആൽഫ പവർ k എന്നത് z പവർ n എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ മൂലമാണ് എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമായ ഒന്ന് നമുക്ക് തരാം. പൂജ്യം ഒന്ന് മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് വരെ നമുക്ക് അറിയാവുന്നത് ഏത് നൽകിയാലും n ഒന്ന് എല്ലായ്പ്പോഴും ഈ പോളിനോമിയലിന്റെ റൂട്ട് ആണ്, ഇത് എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ കഴിയും, ഇത് z പവർ n മൈനസ് ഒന്ന് പരിഗണിക്കുക, ഇത് z മൈനസ് 1 ഉൽപ്പന്നമായി ഫാക്ടറൈസ് ചെയ്യാം. 1 പ്ലസ് z മുതൽ പവർ n മൈനസ് 2 വരെ. അതിനാൽ ലളിതമായ കണക്കുകൂട്ടൽ വഴി നമുക്ക് ആ ഇടതുവശം z പവർ n മൈനസ് 1 ആണെന്ന് പരിശോധിക്കാം പോളിനോമിയൽ ഞങ്ങൾ പദവും ബാക്കിയുള്ള ഘടകങ്ങളും കണക്കാക്കി, ഇതിന് n മൈനസ് 1 ഡിഗ്രി പോളിനോമിയൽ ആണ്, k മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് വരെയുള്ള ആൽഫ കെ ഈ പോളിനോമിയലിന്റെ റൂട്ട് ആയിരിക്കും, മറ്റ് നിരീക്ഷണങ്ങളിൽ നിന്ന് നമുക്ക് ആൽഫ പവർ k എന്ന് പറയാം. zn മൈനസ് 1 പ്ലസ് zn മൈനസ് 2 പ്ലസ് z പ്ലസ് വൺ k എന്നതിന്റെ റൂട്ട് ആണ് ഒന്ന് രണ്ട് മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് വരെ, അതിനാൽ നമുക്ക് പോളിനോമിയൽ z പവർ n മൈനസ് 1 പ്ലസ് z പവർ n മൈനസ് 2 പ്ലസ് z പ്ലസ് 1 എഴുതാം എന്നാണ്. z മൈനസ് ആൽഫ z മൈനസ് ആൽഫ സ്ക്വയർ, അങ്ങനെ z മൈനസ് ആൽഫ പവർ n മൈനസ് ഒന്ന്, അങ്ങനെ ഞാൻ ഒരു ചെറിയ നൊട്ടേഷനിൽ എഴുതിയാൽ നമ്മൾ കാണുന്നത് ഫാക്ടർ അല്ലെങ്കിൽ പോളിനോമിയലുകൾ n മൈനസ് 1 പ്ലസ് z പവർ n മൈനസ് 2 വരെ ഈ പ്ലസ് വരെ z പ്ലസ് 1 ഈ പോളിനോമിയലിനെ യൂണിറ്റി പവർ k യുടെ n th റൂട്ട് ഉപയോഗിച്ച് ഫാക്ടറൈസ് ചെയ്യാം, തുല്യത എളുപ്പത്തിൽ വാദിക്കാം, കാരണം n മൈനസ് വൺ ഡിഗ്രി പോളിനോമിയലിന് പരമാവധി n മൈനസ് ഒരു റൂട്ട് ഉണ്ടായിരിക്കാം, ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചത് n മൈനസ് 1 റൂട്ടുകളാണ്. ഏകത്വത്തിന്റെ വ്യതിരിക്തമായ n -ആം മൂലമാണ് ഈ ബഹുപദങ്ങളുടെ വേരുകൾ അതിനാൽ ഈ ബഹുപദത്തെ ഈ രൂപത്തിൽ ഫാക്ടറൈസ് ചെയ്യാവുന്നതാണ്, നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ പ്രശ്നത്തിലേക്ക് പോകാം, ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്ന ജോഡികളുടെ എണ്ണം ഒരു കോമ b ആണ്, അവിടെ a , b എന്നിവ യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളാണ്. t ഈ സമവാക്യം ഒരു മൈനസ് ib ന് തുല്യമായ ഒരു പ്ലസ് ib പവർ 2016 തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന തരത്തിൽ സാധ്യമായ ഒരു കോമ b യഥാർത്ഥ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താൻ ഞങ്ങളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നു. യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളുടെ ഉൽപ്പന്നം നമുക്ക് ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയും പ്ലസ് ഐബിയും അദിതീയമായി ബന്ധപ്പെടുത്താം, അതായത് ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന ഓർഡർ ജോഡി കണ്ടെത്തുന്നത് ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ കണ്ടെത്തുന്നതിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ z ഒരു പ്ലസ് ഐബി ആയി കണക്കാക്കുകയും ഞങ്ങൾ നോക്കുകയും ചെയ്യുന്നു എല്ലാ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകൾക്കും z 2016 പവർ നൽകണം, അതിനാൽ ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന എല്ലാ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെയും ഗണത്തിന് ഈ സമവാക്യം പരിഹരിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ക്രമീകരിച്ച ജോഡികളെ ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന ഒരു കോമ b ആയി ബന്ധപ്പെടുത്താം, അതിനാൽ ഈ സമവാക്യത്തിൽ നിന്ന് ഈ സമവാക്യം പരിഹരിക്കാം. നിരീക്ഷണം എന്നത് നമ്മൾ മോഡ്യൂലസ് പ്രയോഗിച്ചാൽ, 2016 ലെ മോഡ്യൂലസ് z ബാറിന്റെ മോഡ്യൂലസിന് തുല്യമായിരിക്കണം, അത് $\text{mod } z$ ന് തുല്യമായിരിക്കണം, അത് t സൂചിപ്പിക്കുന്നു $\text{hat mod } z$ ഇടത് വശത്തേക്ക് കൊണ്ടുവരിക, അതിനാൽ നമുക്ക് 2016 മൈനസ് മോഡ് z ഉണ്ടായിരിക്കണം, ഇത് 0 ന് തുല്യമായിരിക്കണം, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ വാദിക്കുന്നത് ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ ഈ

സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നുവെങ്കിൽ അത് ഈ ബന്ധത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തണം എന്നതാണ് . $\text{mod } z$ പവർ 2015 മൈനസ് 1 ഈ ബന്ധത്തിൽ നിന്നുള്ള 0 ന് തുല്യമായിരിക്കണം , ഒന്നുകിൽ $\text{mod } z$ പുഷ്പമായിരിക്കണം അല്ലെങ്കിൽ $\text{mod } z$ പവർ രണ്ടായിരത്തി പതിനഞ്ച് ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കണം, അതിനാൽ നമുക്ക് $\text{mod } z$ പുഷ്പം $r \text{ mod } z$ ന് തുല്യമായ ബന്ധം ലഭിക്കും. $\text{mod } z$ പുഷ്പത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ പവർ രണ്ടായിരത്തി പതിനഞ്ച് ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കണം, അതിനർത്ഥം z പുഷ്പമാണ്, അതിനാൽ z പുഷ്പമല്ലെങ്കിൽ നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം, $\text{mod } z$ പവർ 2015 ഒന്നായിരിക്കണം ഇതിൽ നിന്ന് $\text{mod } z$ ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കണം എന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്യുന്നു എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ , 2015 ലെ മോഡ്സ് ഒന്നാണെങ്കിൽ, മോഡ് z ഒന്നിൽ കുറവാണെന്ന് കരുതുകയാണെങ്കിൽ, ഒന്നിൽ താഴെയോ അതിലധികമോ ആയ മോഡ് ഇസെഡ് പവർ രണ്ടായിരത്തി പതിനഞ്ച് ഒന്നിന് തുല്യമാകില്ലെന്ന് ഉടൻ തന്നെ നിങ്ങളോട് പറയുന്നു, അതിനാൽ ഈ വാദത്തിലൂടെ ഞങ്ങൾ ശരിയാണ് ഐ എന്ന് കാണാൻ കഴിയും $\text{mod } z$ ഒന്നായിരിക്കണം അതിന്റെ ശക്തി ഒന്നാണെങ്കിൽ ഈ നിഗമനത്തിൽ നിന്ന്, അതിനാൽ $\text{mod } z$ ഒന്നിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ ഒന്നിന് തുല്യമായ മോഡുകളുടെ കാര്യം പരിഗണിക്കുക, തുടർന്ന് $\text{mod } z$ സ്ക്വയർ വീണ്ടും ഒന്നാണ് , ഇത് ഉടൻ തന്നെ നമ്മോട് പറയും z ബാർ നമുക്ക് എഴുതാം $\text{mod } z$ സ്ക്വയർ z ആയി z ബാറിലേക്ക്, z ബാറിന് തുല്യമായത് z ആണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്, ഈ സാഹചര്യത്തിൽ , നമ്മൾ ഒന്നിൽ നിന്ന് സമവാക്യത്തിലേക്ക് മടങ്ങുന്നത് കാണാം, നമ്മുടെ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഈ z ബാറിനെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തണം. z ഒന്നിന് തുല്യമായത് z ബാർ ഒന്നുമല്ല, അതിനാൽ ഇത് z എന്ന പവർ രണ്ടായിരത്തി പതിനേഴും ഒന്നാണെന്നും ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നു , ഈ സമവാക്യത്തിന് സാധ്യമായ എല്ലാ പരിഹാരങ്ങളും എന്താണെന്ന് നമുക്കറിയാം, ഇത് n ഉള്ളിൽ ഏകത്വത്തിന്റെ n -ആം മൂലമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല. 2017. അതിനാൽ ഇതിനർത്ഥം രണ്ട് സമവാക്യം രണ്ട് സമവാക്യം രണ്ടായിരത്തി എഴുപത് വ്യത്യസ്ത പുഷ്പമല്ലാത്ത പരിഹാരങ്ങൾ എന്നാണ് , നിങ്ങൾ പുഷ്പത്തിന് തുല്യമായ z കണക്കാക്കുകയാണെങ്കിൽ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചത് ഈ സമവാക്യത്തെയും തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ പുഷ്പത്തിന് തുല്യമായ z എന്നത് ഒരു ഉപസംഹാരമായി പരിഹാരം 1 ആണ് . സമവാക്യം 1 എ 2018-ലെ വ്യതിരിക്തമായ പരിഹാരങ്ങൾ , ഐക്യത്തിന്റെ n -ആം മൂലത്തിന് ഒരു നല്ല പ്രോപ്പർട്ടി നമുക്ക് നോക്കാം , $\text{cis } 2\pi k$ നൽകിയ z_k എന്ന് എഴുതിയിരിക്കുന്ന ഏകത്വത്തിന്റെ n th റൂട്ട് പരിഗണിക്കുക, ഇവിടെ k എന്നത് പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് n മൈനസ് വൺ ആണ് . m ഉച്ചകോടിയിൽ നിന്ന് പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള ഏകത്വത്തിന്റെ n th റൂട്ട്, അപ്പോൾ നമുക്ക് n അല്ലെങ്കിൽ 0 ആയി മൂല്യം ലഭിക്കും, m പവർ n ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ നമുക്ക് n ലഭിക്കും, ഇത് n m ഹരിക്കുന്നു എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ് അല്ലെങ്കിൽ നമുക്ക് ആകെ മൂല്യം ലഭിക്കും 0 ഈ പ്രൊപ്പോസിഷൻ z_k തെളിയിക്കാം, നമുക്ക് ഇത് ആൽഫ പവർ k എന്ന് എഴുതാം, അവിടെ ആൽഫ $s = 2\pi$ $\text{by } n$ എന്നും k എന്നത് പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് n മൈനസ് ഒന്ന് ആണെന്നും ഇപ്പോൾ 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 z വരെയുള്ള സമ്മേഷൻ k പരിഗണിക്കുക. kz_k പവർ m ന് പുഷ്പം മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് z_k ന് തുല്യമാണ്, ആൽഫ പവർ k , പവർ m എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് മാറ്റിസ്ഥാപിക്കുന്നു, ഇത് 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 ആൽഫ പവർ m വരെയുള്ള സംഗ്രഹത്തിന് തുല്യമാണ്, ഇപ്പോൾ ഇതൊരു നിശ്ചിത സംഖ്യയാണ്. ഉയർത്തിയ പവർ k ഉപയോഗിച്ച് ഇപ്പോൾ തുക ജ്യാമിതീയ തുകയല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല തുകയുടെ മൂല്യം എങ്ങനെ എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടെത്താമെന്ന് അറിയുക , ഒരു പരാമർശം പോലെ, ഞാൻ ആ ജ്യാമിതീയ സംഗ്രഹം k എന്നതിന് തുല്യമായി ചേർക്കും, അതിനാൽ നമുക്ക് ജ്യാമിതീയ തുക ഓർമ്മിക്കാം, n മൈനസ് 1 വരെ പറയാം, നമുക്ക് a പവർ k ലേക്ക് ആകെ മൂല്യം ഉണ്ട് a എന്ന പവർ n മൈനസ് ഒന്നിനെ മൈനസ് ഒന്ന് കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ a ആയി നൽകിയിരിക്കുന്നു, അവിടെ a എന്നത് ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കരുത്, അതിനാൽ നമുക്ക് ആകെ മൂല്യം ആയിരുന്നു എന്ന് എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ഇത് ഇവിടെ പ്രയോഗിക്കാം, അതായത് ആകെ മൂല്യം ഇവിടെ a is ആണ് ഇവിടെ ആൽഫ പവർ m എന്ന നിശ്ചിത മൂല്യം ലഭിക്കുന്നതിനാൽ നമുക്ക് ആൽഫ പവർ m ലഭിക്കുന്നു, അതിന്റെ പവർ n മൈനസ് 1 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ m മൈനസ് 1 ആൽഫ പവർ m മൈനസ് ഒന്ന് കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഇപ്പോൾ അതേ തുക മൂല്യം അടുത്ത പേജിലെ സമ്മേഷൻ k യിൽ പുഷ്പത്തിനും n മൈനസ് വൺ z പവർ k യ്ക്കും തുല്യമായി എഴുതട്ടെ പവർ m അതിന്റെ മൂല്യം ആൽഫ പവർ m പവർ n മൈനസ് ഒന്ന് ആൽഫ പവർ m മൈനസ് ഒന്ന് കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഞങ്ങൾ കണ്ടെത്തി, m മൈനസ് ആൽഫ പവർ m ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കും , m n ok കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ആൽഫ പവർ m ഒന്നിന് തുല്യമായിരിക്കും അതിനാൽ ആൽഫ പവർ ആണെങ്കിൽ ഈ ഫോർമുല സാധുവാണ് m 1 ന് തുല്യമല്ല, അപ്പോൾ തുല്യത സംഭവിക്കുന്നു nn m എന്നതിനെ വിഭജിക്കുന്നു , അതായത് m എന്നത് n -ന്റെ ഗുണിതമല്ല എന്നർത്ഥം, അതായത് m എന്നത് n -ന്റെ ഗുണിതമല്ലെങ്കിൽ, ആൽഫ പവർ m ഒന്നിനും മുകളിലുള്ളതിനും തുല്യമല്ലെന്ന് നമുക്കറിയാം, അതിനാൽ k എന്നത് പുഷ്പത്തിന് തുല്യമായ പദപ്രയോഗം n മൈനസ് ഒന്ന് z പവർ k പവർ m എന്ന പദം ഇവിടെ ആൽഫ പവർ n പവർ m മൈനസ് ഒന്ന് ആൽഫ പവർ m മൈനസ് ഒന്ന് കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, ആൽഫ പവർ n മൂല്യം ഒന്നാണ്, അതിനാൽ ഇത് പുഷ്പമായി മാറുന്നു , n അല്ലാത്തപ്പോൾ ഇത് പുഷ്പമല്ലാത്ത അളവാണ്. m ഹരിച്ചാൽ നമുക്ക് പുഷ്പം ലഭിക്കും , അതായത് n m എന്നത് n ഹരിച്ചാൽ m എന്ന് വിചാരിക്കുക, അതായത് m എന്നത് n ന്റെ ചില ഗുണിതങ്ങൾ കൊണ്ട് നൽകപ്പെടുന്നു , അങ്ങനെയെങ്കിൽ k എന്നത് 0 മുതൽ n വരെയുള്ള 1 z വരെയുള്ള സമ്മേഷൻ k എന്നത് നമുക്ക് പവർ ഉയർത്തേണ്ടതുണ്ട്. m എന്നത് qn ആണ് , ഐക്യത്തിന്റെ n -ആം റൂട്ട് അതിന്റെ ഗുണിതം n പവർ എപ്പോഴും ഒന്നായിരിക്കുമെന്ന് ഞങ്ങൾ ഇതിനകം ശ്രദ്ധിച്ചു, അതിനാൽ ഇത് ആൽഫ പവർ k എന്ന് പുനരാലേഖനം ചെയ്യാവുന്നതാണ്, ഇവിടെ ഇത് kq ആണ് , നിങ്ങൾ ആണെങ്കിൽ ഈ പദം ഒന്നാണെന്ന് ഞങ്ങൾ എളുപ്പത്തിൽ കാണും. പവർ kq ഉയർത്തുക, m ആണെങ്കിൽ m ആണെങ്കിൽ ആകെ മൂല്യം n ആണ് n ന്റെ ഗുണിതം, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഞങ്ങളുടെ നിർദ്ദേശം തെളിയിച്ചു, അതായത്,

ഏകത്വങ്ങളുടെ n -ആം മൂലത്തെ നിങ്ങൾ പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഏകത്വത്തിന്റെ എല്ലാ n -ആം മൂലവും സംഗ്രഹിച്ചാൽ, നിങ്ങൾക്ക് മൂലം ലഭിക്കും n നൽകിയാൽ m എന്നത് n -ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്, അല്ലാത്തപക്ഷം നമുക്ക് 0 ലഭിക്കും. m മൂലമുള്ള ഒരു പ്രത്യേക സന്ദർഭം, m മൂലം ഒന്നായി പരിഗണിക്കുക, n ഒന്നിൽ കൂടുതലാണെങ്കിൽ അത് m മൂലത്തെ വിഭജിക്കില്ല, അതിനാൽ k മുതൽ n മൈനസ് 1 z power k വരെയുള്ള ആകെ മൂലം, ഇവിടെ m എന്നത് 1 ആയി കണക്കാക്കുന്നു. 0 n എന്നതിന്റെ ആകെ മൂലം ഒന്നിനെക്കാൾ വലുതാണ്, അതിനാൽ എന്താണ് ഈ $zkzk$ എന്ന് എഴുതുക, $\cos$ $2k\pi$ by n പ്ലസ് i $\sin 2k\pi$, n ഇത് 0 ന് തുല്യമാണ്, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ആ യഥാർത്ഥ ഭാഗം എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ കഴിയും. ഈ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ 0 ആണ്, കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യ പൂജ്യത്തിന്റെ സാങ്കല്പിക ഭാഗം ഈ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം എന്താണെന്ന് കണക്കാക്കുക, ഇത് ഈ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ യഥാർത്ഥ ഭാഗമായ n കൊണ്ട് രണ്ട് $k\pi$ യുടെ പൂജ്യത്തിൽ നിന്ന് n മൈനസ് വൺ കോസിൻ തുല്യമായ k അല്ലാത്ത മറ്റൊന്നുമല്ല. ഇത് പൂജ്യവും si ആയ സാങ്കല്പിക ഭാഗവുമാണ് ne $2k\pi$ ന്റെ n ഇത് 0 ആണ്, ഞാൻ വ്യക്തമായി എഴുതിയാൽ ഇത് പൂജ്യം $\cos$ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ k യ്ക്ക് തുല്യമാണ്, അത് ഒന്ന്, തുടർന്ന് ശേഷിക്കുന്ന പദങ്ങൾ ഇവിടെ നമുക്ക് ഉള്ളത് രണ്ട് പൈ പൈ n പ്ലസ് കോസ് ഫോർ പൈ ന് ഒപ്പം കോസ് വരെ $2n$ മൈനസ് 1 π ന്റെ n മൂലം മൈനസ് 1 ആണ്, കൂടാതെ k യ്ക്ക് തുല്യമായ k മൂലങ്ങൾ മാറ്റി പകരം മറ്റൊരു ത്രികോണമിതി ഐഡൻറിറ്റി നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു, ആദ്യത്തെ തുക മൂലം 0 ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, ശേഷിക്കുന്ന ഘടകങ്ങൾ നമുക്ക് n $\sin$ നാല് പൈ കൊണ്ട് $\sin 2\pi$ ലഭിക്കുന്നു n ഉം അവസാനത്തെ പദമായ $\sin 2n$ മൈനസ് വൺ π ന്റെ മൂലം 0 ആണ്. അതിനാൽ 1 ന് തുല്യമായ m എന്ന പ്രത്യേക സാഹചര്യത്തിൽ നമുക്ക് ഒരു നല്ല ത്രികോണമിതി ഐഡൻറിറ്റി ലഭിച്ചു, ആൽഫയെ $cis 2$ ആയി സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഈ നിർദ്ദേശത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ പ്രശ്നം ചെയ്യാം. n -ന്റെ π എന്നത് ഏകത്വത്തിന്റെ n -ാമത്തെ മൂലമല്ലാത്ത മറ്റൊന്നുമല്ല, ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ z ഇനിപ്പറയുന്ന വ്യവസ്ഥയെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതായത്, നിങ്ങൾ ഏകത്വത്തിന്റെ n -ആം മൂലത്തിൽ നിന്ന് z -ലേക്കുള്ള ദൂരം അളക്കുന്നു, അത് ഏകത്വത്തിന്റെ എല്ലാ n -ആം മൂലത്തിൽ നിന്നും ഒന്നിൽ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്. അവിടെ az ഈ അവസ്ഥയെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നുവെങ്കിൽ z mus പൂജ്യമായിരിക്കരുത്, അതിനാൽ നമ്മൾ കാണുന്നത് ചിത്രപരമായി കാണാൻ ശ്രമിക്കാം, നിങ്ങളുടെ പക്കലുള്ളത് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ k ആണെങ്കിൽ, ഒന്ന് മുതൽ z വരെയുള്ള പരമാവധി ദൂരം ഒന്നിനെക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് പറയൂ, അതിനാൽ ഈ ദൂരം എന്താണെന്ന് നമുക്കറിയാം ഇതാണ് യൂണിറ്റ് ഒരു ദൂരവും ഇവിടെ യൂണിറ്റ് ഒന്ന് ആണ്, ഇപ്പോൾ z കോംപ്ലക്സ് നമ്പറിൽ നിന്ന് 1 ന്റെ ദൂരത്തിനുള്ളിൽ കിടക്കുന്നു ശരി, അതിനർത്ഥം ഒന്നിൽ നിന്ന് ഒന്നിന്റെ നീളം എത്രയാണെന്ന് നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക, അപ്പോൾ നമുക്ക് സർക്കിൾ ലഭിക്കുന്നു, z അകത്ത് എവിടെയോ ആണ്, ഇപ്പോൾ എടുക്കുക മറ്റൊരാൾ പറയുന്നത് ആൽഫയുടെ n -ആം മൂലത്തിൽ ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ മറ്റൊരു വൃത്തം ഉണ്ടാക്കുന്നു, ഒന്ന് വീണ്ടും z വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ കിടക്കുന്നു, അതുപോലെ തന്നെ നിങ്ങൾ കാണുന്നു, ഐക്യത്തിന്റെ ഓരോ n -ആം മൂലത്തിലും ഐക്യത്തിന്റെ n -ആം മൂലത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം എല്ലായ്പ്പോഴും ഒന്നിൽ കുറവോ തുല്യമോ ആണെങ്കിൽ, അത്തരം ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ, അത് ഉത്ഭവമല്ലാത്ത മറ്റൊന്നുമല്ലെന്ന് കാണിക്കാൻ പോകുകയാണ്, നമുക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന ഈ ഫലം തെളിയിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതായത് z മൈനസ് ആൽഫ പവർ k എന്നത് കുറവോ തുല്യമോ ആണ് എല്ലാ മൂലങ്ങൾക്കും 1 വരെ k ഒന്ന് മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് വരെ ഇപ്പോൾ ഞാൻ പൂജ്യം മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള k യുടെ ഒരു മൂലം ശരിയാക്കുന്നു, അപ്പോൾ നമ്മൾ കാണുന്നത് $\text{mod } z$ മൈനസ് ആൽഫ പവർ k ആണ്, അതിന്റെ ചതുരം ഓരോ ഘടകത്തിന്റെയും വീണ്ടും ഉൽപ്പന്നവും ഈ പദവും കുറവാണ് ഒന്നിനെക്കാൾ അല്ലെങ്കിൽ തുല്യം ഈ പദം വീണ്ടും ഒന്നിനെക്കാൾ കുറവാണ് അല്ലെങ്കിൽ തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഉൽപ്പന്നം ഒന്നിനെക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, ഇത് ഇപ്പോൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് ഈ ഇടത് വശം വികസിപ്പിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക ഇതാണ് z മൈനസ് ആൽഫ kz മൈനസ് ആൽഫ കെ ബാർ അവരുടെ ഉൽപ്പന്നം കുറവാണ് ഒന്നിനെക്കാൾ അല്ലെങ്കിൽ അതിന് തുല്യമായ ഇടത് വശം കൂടുതൽ വിപുലീകരിക്കുക, ഇത് മോഡ് z സ്ക്വയർ ആണ്, മറ്റ് പദങ്ങൾ z ആൽഫ കെ ബാർ മൈനസ് z ബാർ ആൽഫ പവർ കെ കൂടാതെ നിങ്ങൾക്ക് ആൽഫ കെ സ്ക്വയറിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ലഭിക്കും, അത് ഒരു തിരിച്ചുവിളിക്കലിന് തുല്യമോ അതിൽ കുറവോ ആണ് യൂണിറ്റി സർക്കിളിൽ കിടക്കുന്ന ഏകതയുടെ n th റൂട്ട്, അതായത് ഈ ആൽഫ പവർ k മൂലത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ഒന്നാണ്, ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് $\text{mod } z$ ചതുരം മറ്റൊരു പദങ്ങളും വലതുവശത്ത് എടുക്കുന്നതിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, നിങ്ങൾക്ക് ഇത് z ആൽഫ പവർ k ബാർ ആണ്. കൂടാതെ z ബാർ ആൽഫ പവർ k , ഇവിടെ k മൂലങ്ങൾ 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള സമാന അസമത്വം തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ നിങ്ങൾ 0 ന് തുല്യമായി k എടുക്കുന്നു എന്നതിന്റെ അർത്ഥം നിരീക്ഷിക്കുക, നിങ്ങൾക്ക് ആ പ്രത്യേക സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ഏകത്വത്തിന്റെ ആദ്യ n th റൂട്ട് ലഭിക്കും ഒന്നിന് തുല്യമായ k എന്ന് പറയുക, നിങ്ങൾക്ക് ആൽഫ ബാറും z ബാറും ആൽഫയിലേക്ക് ലഭിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഞങ്ങൾക്ക് n അസമത്വങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ ഈ n അസമത്വങ്ങളെ സംഗ്രഹിച്ചാൽ ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഞാൻ ഈ n അസമത്വങ്ങളെ സംഗ്രഹിച്ചാൽ ഇടതുവശത്ത് എനിക്ക് $n \text{ mod } z$ ചതുരത്തിന്റെ നിബന്ധനകൾ ലഭിക്കുന്നു k യുടെ ആകെത്തുക 0 മുതൽ n വരെ മൈനസ് 1 z വരെ ആൽഫ പവർ k ബാർ ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിച്ചാൽ ഇത് ഒരു പൊതു സംഗ്രഹമാണ്, ഇത് ഞങ്ങൾക്ക് ഇപ്പോൾ ലഭിക്കും, n th റൂട്ടിന്റെ ആകെത്തുകയായി ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ തെളിയിച്ച നിർദ്ദേശം നിങ്ങൾ പ്രയോഗിക്കേണ്ടതുണ്ട് ഏകത്വങ്ങളുടെ സംഗ്രഹം ഇപ്പോൾ പൂജ്യമാണ്, ഇവിടെ നമുക്ക് z ഒരു പൊതു ഘടകമായി പുറന്തള്ളാം, അപ്പോൾ നിങ്ങൾ വലതുവശത്ത് എന്താ, ഇത് 0 മുതൽ n വരെ മൈനസ് വരെയുള്ള z മടങ്ങ് k യേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് ഞാൻ എഴുതട്ടെ 1 ആൽഫ കെ ബാർ പ്ലസ് z ബാർ സമ്മേഷൻ k , 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 ആൽഫ പവർ k ന് തുല്യമാണ്, ഈ തുക 0

ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം, ഇവിടെ സംയോജനം സാധാരണയായി സമ്മേഷനിലേക്ക് എടുക്കാം, കൂടാതെ തുക വീണ്ടും തുല്യമാണ്, അതായത് പുജ്യം, അതായത് ശരി. കൈ വശം ഇപ്പോൾ പുജ്യമായി മാറുന്നു, അതായത് പുജ്യത്തേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആയ നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത പദമായ z ചതുരത്തിന്റെ മോഡുലസ് അർത്ഥമാക്കുന്നത് $\text{mod } z$ പുജ്യമായിരിക്കണം എന്നാണ്, അതായത് z പുജ്യമാണെന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിച്ച ഫലം തെളിയിച്ചു ഒന്നിൽ കുറവോ തുല്യമോ ആയ ദൂരമുള്ള ഏകത്വങ്ങളുടെ എല്ലാ n -ആം മൂലത്തിൽ നിന്നും അകലമുള്ള ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ, സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഉത്ഭവമായിരിക്കണം, നമുക്ക് ഒരു സാധാരണ ബഹുഭുജം നൽകിയിരിക്കുന്നു എന്ന മറ്റൊരു നല്ല ഫലം തെളിയിക്കാം. അത് ഏത് ശീർഷകമാണ്, അത് യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന pn മൈനസ് 1 വരെ p നുട്ട് $p - 1$ ആണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന അനുമാനത്തോടെ ഒരു യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്ന n റെഗുലർ ബഹുഭുജമാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്, ഞങ്ങൾ d കാണിക്കാൻ പോകുന്നു p naught മുതൽ $p - 1$ വരെയുള്ള സ്ഥാനം p naught-ൽ നിന്ന് $p - 2$ -ലേക്കുള്ള ദൂരം p naught-ൽ നിന്ന് pn -ൽ നിന്ന് മൈനസ് 1-ലേക്കുള്ള ദൂരം വരെ ഗുണിക്കുക,

അങ്ങനെ n പദങ്ങൾ ഗുണിച്ചാൽ n മൂല്യം ലഭിക്കുന്നു, അത് രസകരമായ ഐഡൻറിറ്റിയാണ്, കൂടാതെ ഈ ഐഡൻറിറ്റി ഉപയോഗിച്ച് ഞങ്ങൾ ഉരുത്തിരിഞ്ഞുവരാൻ പോകുന്നു N മൈനസ് 1 pi by n എന്ന ചിഹ്നം വരെ സൈൻ പൈ പൈ n സൈൻ 2 പൈ, n ന്റെ മൂല്യം n ന് 2 പവർ n മൈനസ് 1 നൽകുന്നു എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുന്ന നല്ല ത്രികോണമിതി ഐഡൻറിറ്റി, അതുപോലെ നമുക്ക് ഒരു ഐഡൻറിറ്റി കൂടി ഉണ്ട്, ഇവിടെ വ്യത്യാസം നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും പൈയുടെ ഒറ്റ ഗുണിതം $2n$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക എന്ന് പറയുക, ഇവിടെ നമുക്ക് $pi - 2pi$ തുടർച്ചയായി പദങ്ങളുണ്ട്, അതിനാൽ നമുക്ക് n മൈനസ് 1 pi n വരെ ഉണ്ട്, എന്നാൽ ഇവിടെ നമുക്ക് pi യുടെ ഒറ്റ ഗുണിതങ്ങൾ $2n$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 1 ന് നൽകുന്നു 2 പവർ n മൈനസ് 1 എന്നത് വളരെ രസകരമായ ഐഡൻറിറ്റിയാണ്, ഈ ഫലം നമുക്ക് തെളിയിക്കാം, നമുക്ക് നൽകിയിട്ടുള്ള പ്രശ്നം എന്താണെന്ന് നോക്കാം, നമുക്ക് ഒരു സാധാരണ ബഹുഭുജമുണ്ട്, അത് ഒരു യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്നു. pn -ൽ ഒന്ന് മൈനസ് നമുക്ക് അറിയാം ഈ ശീർഷകങ്ങളെ ഏകത്വത്തിന്റെ n th റൂട്ടായി തിരഞ്ഞെടുക്കാം, അതിനാൽ പൊതുവായി നഷ്ടപ്പെടാതെ, നൽകിയിരിക്കുന്ന n സാധാരണ ബഹുഭുജം യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ സ്ഥാപിച്ചിട്ടുണ്ടെന്ന് നമുക്ക് അനുമാനിക്കാം,

അങ്ങനെ ശീർഷകങ്ങൾ നമ്മുടെ ഐക്യത്തിന്റെ n -ആം മൂലമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല. നിങ്ങൾ ഏകത്വത്തിന്റെ n -ആം മൂലത്തിൽ ഒരു ബഹുഭുജത്തെ ലംബങ്ങളായി സ്ഥാപിക്കുന്നു, അത് ഒരു സാധാരണ ബഹുഭുജമാണ്, അതിനാൽ കഴിഞ്ഞ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ ഇതിനകം ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്, ഇപ്പോൾ ഞങ്ങൾ തെളിയിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ ഐഡൻറിറ്റി നിങ്ങൾ p നുട്ടിൽ നിന്ന് പി വണ്ണിലേക്കുള്ള ദൂരവും പി നട്ടിൽ നിന്നുള്ള ദൂരവും പരിഗണിക്കുന്നു എന്നതാണ്. $p - 2$ മുതൽ മറ്റ് ശീർഷകങ്ങൾ വരെ p -യിൽ നിന്നുള്ള ദൂരം ഞങ്ങൾ പരിഗണിക്കുകയും അതിന്റെ ഉൽപ്പന്നം എടുക്കുകയും ചെയ്യുന്നു സാമാന്യത നഷ്ടപ്പെടാതെ

അങ്ങനെ തെളിയിക്കാൻ, ഈ pks ആൽഫ പവർ k യിൽ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്നു എന്ന് ഞങ്ങൾ അനുമാനിക്കുന്നു, അത് k എന്നത് 0 മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയാണ്. ഈ ഐഡൻറിറ്റി z പവർ n മൈനസ് 1 എന്ന ഐഡൻറിറ്റി നിങ്ങൾ ഓർക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഞങ്ങളുടെ ബഹുപദമായ ഒരു പരാമർശമായി ഇതിനകം സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട് മൈനസ് ആൽഫ പവർ k ഇവിടെ ആൽഫ കെ എന്നത് ഏകത്വത്തിന്റെ n -ആം മൂലമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, അതിനാൽ ഈ ബഹുപദ വേരുകൾ k എന്നത് 1 മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള ആൽഫ പവർ k മാത്രമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു. z എന്ന പവർ മുതൽ n മൈനസ് 1 പ്ലസ് z മുതൽ പവർ n മൈനസ് 5 പ്ലസ് z പ്ലസ് വൺ വരെ ഇത് ഉൽപ്പന്നമായി എഴുതിയിരിക്കുന്നു, അതിന്റെ വേരുകളാൽ ഫാക്ടറൈസ് ചെയ്തത് നമ്മൾ കണ്ടതിന്റെ ഉൽപ്പന്നമായാണ് ഇത് എഴുതിയിരിക്കുന്നത്. എല്ലാ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾക്കും ഐഡൻറിറ്റി ശരിയാണ്, 1 ന് തുല്യമായ z തിരഞ്ഞെടുക്കുക, തുടർന്ന് ഇടത് വശത്ത് n പദങ്ങളുണ്ട്, നമുക്ക് n ലഭിക്കുന്നു, വലതുവശത്ത് k യുടെ ഗുണനം 1 മുതൽ n മൈനസ് 1 1 1 മൈനസ് ആൽഫ പവർ k വരെ ലഭിക്കും. ഞങ്ങൾക്ക് തെളിയിക്കാൻ താൽപ്പര്യമുള്ള ഐഡൻറിറ്റി ഇപ്പോൾ ചോദിക്കുക സ്വയം എന്താണ് ഈ അളവ് 1 മൈനസ് ആൽഫ പവർ $k - 1$ എന്നത് നമ്മുടെ ഐക്യത്തിന്റെ ആദ്യത്തെ n th റൂട്ടാണ്, k എന്നത് ഒന്നിന് തുല്യമാണ് ഇപ്പോൾ ആൽഫ ഒന്ന് p ഒന്ന് എന്ന് എഴുതിയിരിക്കുന്നു, ഞങ്ങൾ അത് ആൽഫയായും p രണ്ട് ആയും എഴുതിയിരിക്കുന്നു, ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ ആൽഫ പവർ രണ്ട് എന്ന് എഴുതിയിരിക്കുന്നു, ഞാൻ കേവല മൂല്യം എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, അത് p നുട്ടിന് 1 മുതൽ pk വരെയുള്ള ദൂരം നൽകുന്നു, അത് ആൽഫ പവർ k ആണ് അതിനാൽ നമുക്ക് കാണാം നിങ്ങൾ ഈ ഐഡൻറിറ്റിയുടെ കേവല മൂല്യം എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഞങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ള ഐഡൻറിറ്റി ലഭിക്കും, അത് ഈ ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ കേവല മൂല്യമായ 1 മുതൽ n മൈനസ് 1 1 1 മൈനസ് ആൽഫ പവർ k വരെയും വലതുഭാഗം ഒരു നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത സംഖ്യയാണ് കേവല മൂല്യം മോഡുലസ് നൽകുന്നു മൂല്യം $z_1 - z_2$ ന്റെ അതേ മോഡുലസ് നൽകുന്നു, നമുക്ക് $\text{mod } z_2$ ഉപയോഗിച്ച് $\text{mod } z_1$ ഉൽപ്പന്നം നൽകും, അതിനാൽ ഇത് n ന് തുല്യമായ മോഡുലസ് ഘടകം 1 മൈനസ് ആൽഫ പവർ k യുടെ 1 മുതൽ n വരെയുള്ള k ന്റെ ഉൽപ്പന്നത്തിന് തുല്യമാണ്. ഇത് പി നട്ടിൽ നിന്നുള്ള ദൂരമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല pk ലേക്ക് ഇത് p Nough p one ഉൽപ്പന്നമാണ് p Naught p two ഉള്ള vp naught മുതൽ pn മൈനസ് 1 വരെയുള്ള ദൂരം വരെ നമുക്ക് n ലഭിക്കുന്നു, അതിനാൽ ആദ്യത്തെ ഐഡൻറിറ്റി തെളിയിക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ ഐഡൻറിറ്റി തെളിയിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അത് സൈനിനൊപ്പം n ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ n ഉൽപ്പന്നമാണ് സൈൻ പൈ രണ്ട് pi ന് n , അങ്ങനെ ഉൽപ്പന്ന മൂല്യം n രണ്ട് പവർ n മൈനസ് ഒന്ന്, ഇത് തെളിയിക്കാൻ നമുക്ക് 1 മുതൽ ആൽഫ

പവർ k വരെയുള്ള ദൂരം എത്രയെന്ന് ലളിതമായി കണക്കാക്കേണ്ടതുണ്ട്, അത് നമ്മുടെ സൈൻ പദങ്ങൾ കൃത്യമായി ലഭിക്കാൻ പോകുന്ന ദൂരം നമുക്ക് കണക്കാക്കാം. ഒരു മൈനസ് ആൽഫ പവർ കെ , അത് ഒരു മൈനസ് ആണ്, നമുക്ക് അതിന്റെ ചതുരം ഈ ഒരു മൈനസ് കോസ് ടു കെ പൈ ബൈ n മൈനസ് ഐ സൈൻ 2 കെ പൈ ബൈ n ആരുടെ മോഡ് സ്ക്വയർ 1 മൈനസ് കോസ് രണ്ട് കെ പൈ കൊണ്ട് n മൂന്ന് മുഴുവൻ സ്ക്വയർ ആയി നമുക്ക് ലഭിക്കും യഥാർത്ഥ ഭാഗം ചതുരവും സാങ്കല്പിക ഭാഗം ചതുരവും രണ്ട് $k \pi$ by n ചതുരവും ഒരിക്കൽ വികസിപ്പിച്ചാൽ നമുക്ക് കോസ് സ്ക്വയർ എന്ന പദം ലഭിക്കും , നമുക്ക് ഒരു പദവും ഒരു ടോ കൂടിയും ഇവിടെയുണ്ട്,

അങ്ങനെ ഒരുമിച്ച് നമുക്ക് 2 മൈനസ് 2 തവണ ലഭിക്കും $2 k \pi$ ന്റെ n ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ കൂടുതൽ മുന്നോട്ട് 1 മൈനസ് കോസ് 2 തീറ്റ എന്ന ഐഡൻറിറ്റി ഉപയോഗിക്കുക 2 സൈൻ സ്ക്വയർ തീറ്റ എന്ന് എഴുതാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ഇത് 2 സൈൻ സ്ക്വയർ $k \pi$ ന്റെ 2 മടങ്ങ് n കൊണ്ട് ലഭിക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ kk യുടെ മൂല്യം 1 മുതൽ n മൈനസ് ഒന്ന് വരെ ആണെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക. ഒരു മൈനസ് ആൽഫ പവർ k സ്ക്വയർ നാല് മടങ്ങ് സൈൻ $k \pi$ ആയി കണക്കാക്കി, $k \theta$ മുതൽ n മൈനസ് 1 1 മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെയുള്ള k ശ്രേണികളുള്ള ചതുരം. അതിനാൽ p nout- നും pk -നും ഇടയിലുള്ള ദൂരം സൈനിന്റെ മോഡ്യൂലസിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് നൽകുന്നുവെന്ന് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. $k \pi$ by n , $k 1$ മുതൽ n മൈനസ് 1 വരെ ആയതിനാൽ ഇപ്പോൾ ആർഗ്യുമെന്റ് ഇവിടെ നിങ്ങൾ ആർഗ്യുമെന്റ് കാണുന്നു, മൂല്യം 0 മുതൽ π വരെ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു, അതിനാൽ $k \pi$ മൂല്യം n മുതൽ n മുതൽ n മൈനസ് 1π by n വരെ വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു , ഇത് തീർച്ചയായും കുറവാണ് അല്ലെങ്കിൽ π ന് തുല്യമാണ് , അതുപോലെ തന്നെ ഇത് ഈ ആർഗ്യുമെന്റിന് കീഴിലുള്ള 0 യെക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ്, ഈ ആർഗ്യുമെന്റ് ചിഹ്ന മൂല്യം എല്ലായ്പ്പോഴും നെഗറ്റീവ് അല്ല, അതിനാൽ നമുക്ക് സൈൻ രണ്ട് മടങ്ങ് സൈൻ $k \pi$ ന്റെ മൂല്യം ലഭിക്കുന്നു, ഇത് p നട്ടിൽ നിന്ന് pk യിലേക്കുള്ള ദൂരമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല. മുമ്പത്തെ തെളിയിക്കപ്പെട്ട ഐഡൻറിറ്റി, അത് രണ്ട് പാപമാണ് $e \pi$ by n പ്രോഡക്ട് രണ്ട് സൈൻ ടു പൈ ബൈ n ഉള്ളതും ഉൽപ്പന്നം n മൈനസ് 1π by n എന്നതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് ഉള്ള ഉൽപ്പന്നവും n ആണ്, അതിനാൽ സൈൻ പൈയുടെ ഉൽപ്പന്നം n സൈൻ ടു π by n മുതൽ $\sin n$ മൈനസ് 1π വരെ ഞങ്ങൾ കാണുന്നു. n കൊണ്ട് നമുക്ക് 2 പവർ n മൈനസ് 1 ലഭിക്കുന്നു, അത് ആവശ്യമായ ഐഡൻറിറ്റിയാണ്, അതിനാൽ മൂന്നാമത്തെ ഐഡൻറിറ്റി തെളിയിക്കാൻ ഞങ്ങൾ രണ്ടാമത്തേത് തെളിയിച്ചു, ഞങ്ങൾ പരിഗണിച്ചതിന്റെ സൂചന ഞാൻ നൽകും, അതിനാൽ നമുക്ക് ആവശ്യമുള്ള ഐഡൻറിറ്റിയിലേക്ക് മടങ്ങാം മുമ്പത്തെ ഐഡൻറിറ്റിയിൽ നിന്ന് $2 n$ സൈൻ പൈയിൽ എത്തി എന്ന് തെളിയിക്കാൻ, ഈ പ്രത്യേക പദം ലഭിക്കുന്നതിന് രണ്ട് n റെഗുലർ ബഹുഭുജങ്ങൾ ഈ ഐഡൻറിറ്റി പ്രയോഗിക്കുന്നതായി ഞങ്ങൾ പരിഗണിക്കുന്നു, അതിനാൽ n ന്റെ എണ്ണം രണ്ട് n ശരിയാണ്, അതിനാൽ നൽകിയിരിക്കുന്നതിന്റെ രണ്ട് തവണ എടുക്കുന്നു n ഒരു സാധാരണ ബഹുഭുജം എന്ന നിലയിൽ ഈ ഐഡൻറിറ്റി ഉപയോഗിക്കുകയും കുറഞ്ഞ കൃത്രിമത്വം ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് മൂന്നാമത്തെ ഐഡൻറിറ്റി തെളിയിക്കാൻ കഴിയുമെന്ന് നിങ്ങൾ കരുതുന്നു, അതിനാൽ ഞാൻ തെളിവ് ഒഴിവാക്കുന്നു, അതിനാൽ ഈ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഐക്യത്തിന്റെ n th റൂട്ട് അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള നിരവധി നിർദ്ദേശങ്ങളും ഞങ്ങൾ പരിഹരിച്ച ചില പ്രശ്നങ്ങളും ഞങ്ങൾ കണ്ടു . u എന്നതിന്റെ n th റൂട്ടിലാണ് n ity അതുപോലെ ഞങ്ങൾ നല്ല ത്രികോണമിതി ഐഡൻറിറ്റികൾ കണ്ടു, അടുത്ത പ്രഭാഷണത്തിൽ ഐക്യത്തിന്റെ n th റൂട്ട് ഉപയോഗിച്ച് ഞങ്ങൾക്ക് തെളിയിക്കാൻ കഴിയുന്ന നല്ല ത്രികോണമിതി ഐഡൻറിറ്റികൾ ഞങ്ങൾ ഈ വിഷയത്തിൽ കൂടുതൽ പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യും നന്ദി