

ಹಲೋ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಉಪನ್ಯಾಸಗಳಿಗೆ ಸ್ವಾಗತ, ಕಳೆದ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನಾವು ಏಕತೆಗಳ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಾವು ಹಲವಾರು ಗುರುತುಗಳನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಈ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸೋಣ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ ಅದು ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿದೆ ಸಂಖ್ಯೆ z ಸಮೀಕರಣವನ್ನು n ಗೆ 1 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಾವು ತೋರಿಸಿದ್ದು ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸುವ n ವಿಭಿನ್ನ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ, ಇದನ್ನು z_k ಎಂದು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ, ಇದನ್ನು $2k\pi/n$ ಜೊತೆಗೆ i ಸೈನ್ 2 ನಿಂದ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ $k\pi/n$ 0 ರಿಂದ $n-1$ ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ z_k ಶಕ್ತಿ 1 ಗೆ z ಅನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆನೂ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು k ಅನ್ನು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೀರಿ ಅದು $z = \text{one}$ ನಿಂದ n ಜೊತೆಗೆ i ಸೈನ್ ಎರಡು π ಮೂಲಕ n ಈಗ ಅದರ ಪವರ್ k ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಅದು ಏಕತೆಗಳ ಇತರ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅನುಕೂಲಕ್ಕಾಗಿ ನಾವು $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ ಮತ್ತು $i \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ $e^{i\theta}$ ಸಂಕೇತವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಅದರ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು k ಅನ್ನು ಡಿ ಮೋರ್ಸ್ ಕಾನೂನಿನ ಮೂಲಕ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ನಾವು ಇದು c ಎಂದು ಬರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನೋಡಿ ಕೆ ಧೀಟಾ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಗಮನಿಸಿದ ಕೆಲವು ಟೀಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡೋಣ, ನಾವು ಆಲ್ತಾವನ್ನು $z = 1$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಅದು $e^{i\theta}$ π/n ನಿಂದ n ಆಗಿದೆ ಮೇಲಿನ ನಿಯಮವನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಅದು ಕಾಸ್ ಟು ಪೈ ಜೊತೆಗೆ ಐ ಸಿನ್ ಟು ಪೈ ಆದರೆ ಏನೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ನಾವು ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಕೆ ಎನ್ ಅನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಇದನ್ನು ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಎನ್ ಎಂದು ಇಡೀ ಪವರ್ ಕೆಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ವೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ಇದನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು ನಾವು ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಮತ್ತು ಪವರ್ n ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ k ಗಾಗಿ k ಋಣಾತ್ಮಕ ಮೂಲವನ್ನು ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಮತ್ತು ಇದು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ n ಪವರ್ k ನಂತರ ಇದೆ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದು

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಯಮವನ್ನು ಸಾರಾಂಶವಾಗಿ ನಾವು n ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ kn ಇದು ಎಲ್ಲಾ k ಗೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕಕ್ಕೆ ಸೇರಿದೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಟಿಪ್ಪಣಿ ನಾವು ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಏಕತೆಯ ಈ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಬರೆಯೋಣ ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದಕ್ಕೆ k ಜೊತೆಗೆ k ಏಕತೆಯ ನಮ್ಮ n ನೇ ಬೇರುಗಳು ಅಂದರೆ ಅದು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಅದು ಯಾವುದೇ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಅನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ k ಸಮೀಕರಣವನ್ನು z ಗೆ ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ n ಗೆ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಬಹುಪದದ z ಪವರ್ ನ ಮೂಲವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತದೆ n ಗೆ ಒಂದನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ k ಶೂನ್ಯ ಒನ್ ವರೆಗೆ n ಮೈನಸ್ ಒನ್ ವರೆಗೆ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ n ಒಂದು ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ಬಹುಪದಕ್ಕೆ ಮೂಲವಾಗಿದೆ, ಇದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೋಡಬಹುದು $z = 1$ ಗೆ n ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಇದನ್ನು $z = 1$ ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿ z ನೊಂದಿಗೆ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ ಎಂದು ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು 1 ಪ್ಲಸ್ z ಪವರ್ ಗೆ n ಮೈನಸ್ 2 .

ಆದ್ದರಿಂದ ಸುಲಭವಾದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಮೂಲಕ ನಾವು $z = 1$ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಆಗಿರುವ ಎಡಭಾಗವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು, ಈಗ ಈ ಎರಡು ಅಂಶಗಳ ಉತ್ಪನ್ನದ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಂತೆಯೇ z ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಇದಕ್ಕೆ ಮೂಲವಾಗಿದೆ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ನಾವು n ಮೈನಸ್ 1 ಡಿಗ್ರಿ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಾದ ಪದ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದ್ದೇವೆ ಇದಕ್ಕೆ ಆಲ್ತಾ k ಒಂದರಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಈ ಬಹುಪದದ ಮೂಲವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಇತರ ವೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ನಾವು ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು zn ಮೈನಸ್ 1 ಪ್ಲಸ್ zn ಮೈನಸ್ 2 ಪ್ಲಸ್ z ಪ್ಲಸ್ ಒನ್ k ಗಾಗಿ ಒಂದು ಎರಡರಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒನ್ ವರೆಗೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಬಹುಪದವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು $z = 1$ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಜೊತೆಗೆ $z = 1$ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 2 ಪ್ಲಸ್ $z = 1$ ಪ್ಲಸ್ 1 ಅನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು $z = 1$ ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ $z = 1$ ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ ಸೈನ್ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ $z = 1$ ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ ಒನ್ ಎಂದು ನಾನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಸಂಕೇತದಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ ನಾವು ನೋಡುವ ಅಂಶ ಅಥವಾ ಬಹುಪದಗಳು ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಪ್ಲಸ್ $z = 1$ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 2 ನಲ್ಲಿ ಈ ಪ್ಲಸ್ ತನಕ $z = 1$ ಈ ಬಹುಪದವನ್ನು ಏಕತೆಗಳ ಪವರ್ k ನ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಬಳಸಿ ಅಪವರ್ತನಗೊಳಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ವಾದಿಸಬಹುದು ಏಕೆಂದರೆ n ಮೈನಸ್ ಒಂದು ಡಿಗ್ರಿ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಹೆಚ್ಚಂದರೆ n ಮೈನಸ್ ಒಂದು ಬೇರುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ನಾವು ಗಮನಿಸಿರುವುದು n ಮೈನಸ್ 1 ಬೇರುಗಳನ್ನು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ ಏಕತೆಯ ವಿಭಿನ್ನ n ನೇ ಮೂಲವು ಈ ಬಹುಪದಗಳಿಗೆ ಮೂಲವಾಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಬಹುಪದವನ್ನು ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತನೀಯಗೊಳಿಸಬಹುದು ಈ ಹೇಳಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ನಾವು ಒಂದು ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಹೋಗೋಣ ಆದೇಶಿಸಿದ ಜೋಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಲ್ತಾವಿರಾಮ b ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ, ಅಲ್ಲಿ a ಮತ್ತು b ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂದರೆ i t ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ಲಸ್ ib ಪವರ್ 2016 ಅನ್ನು ಮೈನಸ್ ib ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಸಂಭಾವ್ಯ ಅಲ್ತಾವಿರಾಮ b ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಕೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ ನೈಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಾವು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜೊತೆಗೆ ib ಅನ್ನು ಅನನ್ಯವಾಗಿ ಸಂಯೋಜಿಸಬಹುದು ಅಂದರೆ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಆದೇಶದ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸುವ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ,

ಆದ್ದರಿಂದ $z = 1$ ಅನ್ನು ಪ್ಲಸ್ ib ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಮತ್ತು ನಾವು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ z ಅದರ ಶಕ್ತಿ 2016 ನಮಗೆ $z = 1$ ಬಾರ್ ಅನ್ನು ನೀಡಬೇಕು

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೆಟ್‌ಗಳಿಗೆ ನಾವು ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿದರೆ ನಾವು ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವ ಅಲ್ತಾವಿರಾಮ b ಅನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸಬಹುದು ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸೋಣ ನಾವು ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಅನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದರೆ 2016 ರ ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ $z = 1$ ಬಾರ್ ನ ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಗೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು, ಇದು t ಅನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ $\text{mod } z$ ನಂತರ ಇರುತ್ತದೆ $\text{hat mod } z$ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೆ ತನ್ನಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು 2016 ಮೈನಸ್ ಮಾಡ್ $z = 1$ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಇದು 0 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ವಾದಿಸುತ್ತಿರುವುದು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪೂರೈಸಿದರೆ ಅದು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪೂರೈಸಬೇಕು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ $\text{mod } z$ ಪವರ್ 2015 ಮೈನಸ್ 1 ಈ ಸಂಬಂಧದಿಂದ 0 ಗೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ $\text{mod } z$ ಶೂನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು ಅಥವಾ $\text{mod } z$ ಪವರ್ ಎರಡು ಸಾವಿರ ಹದಿನೈದು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು $\text{mod } z$ ಶೂನ್ಯ $r \text{ mod } z$ ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಪವರ್ ಎರಡು ಸಾವಿರದ ಹದಿನೈದು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು $\text{mod } z$ ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ $z = 1$ ಸೊನ್ನೆ ಎಂದರ್ಥ

ಆದ್ದರಿಂದ $z = 1$ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ ನಂತರ $\text{mod } z$ ಪವರ್ 2015 ಒಂದಾಗಿರಬೇಕು ಇದರಿಂದ ನಾವು $\text{mod } z$ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ ಏಕೆ ಏಕೆಂದರೆ 2015 ರ ಪವರ್ ನಲ್ಲಿ ಮೋಡ್ಸ್ ಒಂದಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು $\text{mod } z$ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ ತಕ್ಷಣವೇ ನಿಮಗೆ ಹೇಳುತ್ತದೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನದನ್ನು ನೀವು ತಕ್ಷಣ

ನೋಡುತ್ತೀರಿ ಎಂದು mod z ಪವರ್ ಎರಡು ಸಾವಿರ ಹದಿನೈದು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ, ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ವಾದದ ಮೂಲಕ ನಾವು ನಾನು ಎಂದು ನೋಡಬಹುದು ತಕ್ಷಣವೇ mod z ಒಂದಾಗಿರಬೇಕು, ಅದರ ಶಕ್ತಿಯು ಒಂದಾಗಿದ್ದರೆ ಈ ತೀರ್ಮಾನದಿಂದ, ಈಗ ಮಾಡ್ z ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಮೋಡ್‌ಗಳ ಪ್ರಕರಣವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನಂತರ mod z ಚೌಕವು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದಾಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದಾದ z ಬಾರ್ ಅನ್ನು ತಕ್ಷಣವೇ ನಮಗೆ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ mod z ಸ್ಪೆಷರ್ ಅನ್ನು z ಆಗಿ z ಬಾರ್‌ಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ, ಅದು z ಬಾರ್‌ನಂತೆಯೇ z ನಿಂದ ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಈಗ ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಂದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಹಿಂತಿರುಗುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ನಮ್ಮ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಈ z ಬಾರ್ ಅನ್ನು ಪೂರೈಸಬೇಕು ಈಗ ನಾವು mod ವೇಳೆ z ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ನಂತರ z ಬಾರ್ ಒಂದರಿಂದ z ಏನೂ ಅಲ್ಲ, ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು z ಶಕ್ತಿಗೆ ಎರಡು ಸಾವಿರದ ಹದಿನೇಳು ಒಂದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಪರಿಹಾರಗಳು ಏನೆಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ, ಇದು n ಇರುವ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವಾಗಿದೆ. 2017.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದರರ್ಥ ಸಮೀಕರಣ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣ ಎರಡು ಎರಡು ಸಾವಿರದ ಎಪ್ಪತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಪರಿಹಾರಗಳು ಮತ್ತು ನೀವು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ z ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ನಾವು ಗಮನಿಸಿದದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸಹ ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ z ಸಹ ಪರಿಹಾರ 1 ಆಗಿದೆ ಸಮೀಕರಣ 1 ಎ s 2018 ರ ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಹಾರಗಳು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮವಾದ ಆಸ್ತಿಯನ್ನು ನೋಡೋಣ, ಇದನ್ನು cis two k pi n ನಿಂದ zk ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ, ಅಲ್ಲಿ k ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ನಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಈಗ ಹೆಚ್ಚಿಸುವ ಅಧಿಕಾರದೊಂದಿಗೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗಿನ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವು ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಗೆ 1 ಗೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತದೆ ನಂತರ ನಾವು n ಅಥವಾ 0 ನಂತೆ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ m ಶಕ್ತಿಯು n ನ ಬಹುಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು n m ಅನ್ನು ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳುವುದಾದರೆ ನಾವು ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ 0 ನಾವು ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿದಂತೆ ಈ ಪ್ರತಿಪಾದನೆ zk ಅನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ ನಾವು ಅದನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು, ಅಲ್ಲಿ ಆಲ್ಫಾ s 2 ಪೈ ಅನ್ನು n ಮತ್ತು k ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತದೆ ಮತ್ತು k ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ n ಗೆ ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಈಗ 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 z ಗೆ ಸಂಕಲನ k ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ kzk ಪವರ್ m ಗೆ ಇದು ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ k ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಇದು n ಮೈನಸ್ ಒಂದು zk ಅನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಮತ್ತು ಪವರ್ m ನಿಂದ ಬದಲಾಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ m ವರೆಗಿನ ಸಂಕಲನ k ಯಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಈಗ ಇದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ ವಿದ್ಯುತ್ k ಈಗ ಮೊತ್ತವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಮೊತ್ತವಲ್ಲದೆ ಬೇರೆನೂ ಅಲ್ಲ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ ಬಹುಶಃ ಕೇವಲ ಟೀಕೆಯಾಗಿ ನಾನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಮೊತ್ತದ k ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತೇನೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ n ಮೈನಸ್ 1 ರವರೆಗೆ ನಾವು ಪವರ್ k ಗೆ a ಗೆ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ a ಕ್ಕೆ a ಎಂದು ನೀಡಲಾಗಿದೆ n ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಮೈನಸ್ ಒಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ a ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರಬಾರದು ಸರಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು ಅಂದರೆ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವು ಇಲ್ಲಿ a is ಆಗಿದೆ ಇಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರ ಮೌಲ್ಯ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ m

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಅದರ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಅನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎಂ ಮೈನಸ್ ಒಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲಾಗಿದೆ ಈಗ ನಾನು ಅದೇ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಪುಟದ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುತ್ತೇನೆ k ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದು z ಪವರ್ ಕೆ ಪವರ್ ಎಂ ಅದರ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎಂ ಪವರ್ ಎನ್ ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎಂ ಮೈನಸ್ ಒಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಎಂ n ಸರಿಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎಂ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ ಅಂದರೆ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಆಗಿದ್ದರೆ ಈ ಸೂತ್ರವು ಮಾನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ m 1 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಸಮಾನತೆಯು ಯಾವಾಗ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ nn m ಅನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ n m ಅನ್ನು ಭಾಗಿಸದಿದ್ದರೆ m ಅಂದರೆ m n ನ ಬಹುಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ m ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಲ್ಲ ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ k ಎಂಬ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ n ನಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದು z ಪವರ್ k ಪವರ್ ಎಂ ಎಂಬ ಪದವು ಇಲ್ಲಿ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ n ಪವರ್ ಎಂ ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎಂ ಮೈನಸ್ ಒನ್‌ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಂತೆಯೇ ಇದೆ ಎಂದು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎನ್ ಮೌಲ್ಯವು ಒಂದು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಶೂನ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಎನ್ ಆಗಿದ್ದಾಗ ಇದು ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಪ್ರಮಾಣವಾಗಿದೆ m ಅನ್ನು ಭಾಗಿಸಿ ಅಂದರೆ n ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಶೂನ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂದರೆ n m ಅನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ ಅಂದರೆ m ಅನ್ನು n ನ ಕೆಲವು ಗುಣಕಗಳಿಂದ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ, ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ 0 ರಿಂದ n ಗೆ 1 z ಗೆ ಸಂಕಲನ k ಅನ್ನು ನಾವು ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ k m ಇದು qn ಮತ್ತು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವು ಅದರ n ಪವರ್‌ನ ಗುಣಕಾರವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಗಮನಿಸಿದ್ದೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಎಂದು ಪುನಃ ಬರೆಯಬಹುದು ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಅದು kq ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಈ ಪದವನ್ನು ಒಂದೇ ಎಂದು ನಾವು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೋಡುತ್ತೇವೆ. ವಿದ್ಯುತ್ kq ಅನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಅದು ಮತ್ತೆ ಒಂದು ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವು m ಆಗಿದ್ದರೆ n ಆಗಿರುತ್ತದೆ n ನ ಬಹುಸಂಖ್ಯೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನಮ್ಮ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಿದ್ದೇವೆ ಅಂದರೆ ನೀವು ಏಕತೆಗಳ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ನೀವು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ m ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ m ಎಲ್ಲಾ n ನೇ ಏಕತೆಯ ಮೂಲವನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿ ನಂತರ ನೀವು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ n ಒದಗಿಸಿದ m n ನ ಗುಣಕಗಳು ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ನಮಗೆ 0 ಸಿಗುತ್ತದೆ ನೋಡೋಣ a m ಮೌಲ್ಯದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಕರಣವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ m ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ n ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿದ್ದರೆ ಅದು m ಅನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವುದಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ k ನಿಂದ n ನಿಂದ 1 z ಪವರ್ k ಗೆ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು 1 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಇಲ್ಲಿ m ಅನ್ನು 1 ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವು 0. n ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ಈ zkzk ಏನೆಂದು ಬರೆಯಿರಿ ಆದರೆ cos two k pi by n ಜೊತೆಗೆ i ಸೈನ್ 2k pi n ಇದು 0 ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈಗ ನಾವು ಆ ನೈಜ ಭಾಗವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೋಡಬಹುದು ಈ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ 0 ಮತ್ತು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಶೂನ್ಯದ ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಭಾಗವು ಈ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನೈಜ ಭಾಗ ಯಾವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ, ಇದು ಈ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನೈಜ ಭಾಗವಾದ n ನಿಂದ ಎರಡು k pi ಯಿಂದ n ಗೆ ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಗೆ ಸಮಾನವಾದ k ಅನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆನೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ಇದು ಶೂನ್ಯ ಮತ್ತು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಭಾಗ si ಆಗಿದೆ ne 2 k pi by n ಇದು 0 ಎಂದು ನಾನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಬರೆದರೆ ಇದು ಶೂನ್ಯ ಕಾಸ್ ಸೊನ್ನೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ k ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಅದು ಒಂದು ಮತ್ತು ನಂತರ ಉಳಿದ ಪದಗಳು ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಹೊಂದಿದ್ದು ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು pi ಯಿಂದ n ಜೊತೆಗೆ cos ನಾಲ್ಕು pi ನಿಂದ n ಮತ್ತು cos ವರೆಗೆ 2n ಮೈನಸ್ 1 pi by n ಮೌಲ್ಯವು ಮೈನಸ್ 1

ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು k ಗೆ ಸಮಾನವಾದ k ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸುವ ಮೂಲಕ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಗುರುತನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಮೊತ್ತದ ಮೌಲ್ಯವು 0 ಆಗಿರುವುದನ್ನು ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ, ಉಳಿದ ಅಂಶಗಳು ನಾವು n ಸೈನ್ ಫೋರ್ಮ್ ಮೂಲಕ ಸೈನ್ ಟು ಪೈ ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ n ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದದ ಸೈನ್ ಎರಡು n ನಿಂದ n ನಿಂದ ಒಂದು π ಅನ್ನು n ಮೌಲ್ಯವು 0 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ m 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾದ ವಿದ್ಯುತ್‌ಗೆ ನಾವು ಉತ್ತಮ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಗುರುತನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ ಈ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನಾವು ಆಲ್ತಾವನ್ನು $\text{cis } 2$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುವ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾಡೋಣ n ನಿಂದ π ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ z ಕೆಳಗಿನ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ನೀವು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲದಿಂದ z ಗೆ ದೂರವನ್ನು ಅಳೆಯುತ್ತೀರಿ ಅದು ಎಲ್ಲಾ n ನೇ ಮೂಲದಿಂದ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ az ಇದ್ದರೆ ಈ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಪೂರೈಸಿದರೆ z ಮಸ್ ಶೂನ್ಯವಾಗಿರಲಿ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನೋಡುವುದನ್ನು ಚಿತ್ರಾತ್ಮಕವಾಗಿ ನೋಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣವೆಂದರೆ ನೀವು ಹೊಂದಿರುವ ಶೂನ್ಯಕ್ಕೆ k ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಒಂದರಿಂದ z ವರೆಗಿನ ಗರಿಷ್ಠ ಅಂತರವು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ದೂರ ಯಾವುದು ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಇದು ಘಟಕವಾಗಿದೆ ಒಂದು ದೂರವು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದು ಘಟಕವಾಗಿದೆ, ಈಗ z ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದರಿಂದ 1 ರ ಅಂತರದೊಳಗೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ನೀವು ಒಂದರಿಂದ ಒಂದರ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ ನಂತರ ನಾವು ವ್ಯತ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಈಗ z ಒಳಗೆ ಎಲ್ಲೋ ಇದೆ ಮತ್ತು ಈಗ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲದಲ್ಲಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಆಲ್ತಾ ಈಗ ನೀವು ಇನ್ನೊಂದು ವ್ಯತ್ಯವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೀರಿ, ಇನ್ನೊಂದು ವ್ಯತ್ಯದೊಳಗೆ z ಇರುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು ನೋಡುತ್ತೀರಿ: ಏಕತೆಯ ಪ್ರತಿ n ನೇ ಮೂಲದೊಂದಿಗೆ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅಂತರ ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಂತಹ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ ಅದು ಮೂಲವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೆನೂ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಲು ಹೋಗುತ್ತೇವೆ, ನಮಗೆ ನೀಡಿದ ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ z ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ 1 ಗೆ k ಒಂದರಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದಕ್ಕೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ನಾನು ಶೂನ್ಯದಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ರಲ್ಲಿರುವ k ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಸರಿಪಡಿಸುತ್ತೇನೆ ನಂತರ ನಾವು $\text{mod } z$ ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಅನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ, ಅದರ ವರ್ಗವು ಪ್ರತಿ ಅಂಶದ ಮತ್ತೆ ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಈ ಪದವು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಅಥವಾ ಸಮಾನ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಈ ಪದವು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ಪನ್ನವು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಈಗ ಈ ಎಡಭಾಗವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಇದು z ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ kz ಮೈನಸ್ ಆಲ್ತಾ ಕೆ ಬಾರ್ ಅವರ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಈಗ ಎಡಗೈಯನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿಸ್ತರಿಸಿ ಇದು ಮಾಡ್ z ಚೌಕ ಮತ್ತು ಇತರ ಪದಗಳು z ಆಲ್ತಾ ಕೆ ಬಾರ್ ಮೈನಸ್ z ಬಾರ್ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಕೆ ಜೊತೆಗೆ ನೀವು ಆಲ್ತಾ ಕೆ ಸೈನ್‌ನಿನ್ ಮಾಡ್ಯೂಲಸ್ ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ಅದು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವು ಯುನಿಟ್ ವ್ಯತ್ಯದ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತದೆ, ಇದರರ್ಥ ಈ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ ಕೆ ಮೌಲ್ಯದ ಮಾಡ್ಯೂಲಸ್ ಒಂದಾಗಿದೆ, ಇದು ಮಾಡ್ z ಚೌಕಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಗೆ z ಬಾರ್ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಅಲ್ಲಿ k ಮೌಲ್ಯಗಳು 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಅದೇ ಅಸಮಾನತೆಯು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನೀವು 0 ಗೆ ಸಮಾನವಾದ k ಅನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಇದರ ಅರ್ಥವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ನೀವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಏಕತೆಯ ಮೊದಲ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ಈ ಅಸಮಾನತೆಯು ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ k ಮತ್ತೆ ಅಸಮಾನತೆಯನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆ ನೀವು ಆಲ್ತಾ ಬಾರ್ ಜೊತೆಗೆ z ಬಾರ್ ಅನ್ನು ಆಲ್ತಾ ಆಗಿ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ, ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು n ಅಸಮಾನತೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈ n ಅಸಮಾನತೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿದರೆ ನೀವು ಈ n ಅಸಮಾನತೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟುಗೂಡಿಸಿದರೆ ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ k ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ k . k ನ ಮೊತ್ತವನ್ನು 0 ರಿಂದ n ಗೆ 1 z ಗೆ ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಬಾರ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಇದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕಲನವಾಗಿದ್ದು, ನಾವು ಈಗ ಅದನ್ನು ಹೊಂದಬಹುದು, ನಾವು ಈಗ ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಿದ ಪ್ರತಿಪಾದನೆಯನ್ನು ನೀವು ಅನ್ವಯಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ, ಅದು n ನೇ ಮೂಲದ ಮೊತ್ತದ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ ಏಕತೆಗಳ ಸಂಕಲನವು ಈಗ ಶೂನ್ಯವಾಗಿದೆ ಅದು ಇಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು z ಅನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶವಾಗಿ ಹೊರಹಾಕಬಹುದು ಮತ್ತು ನಂತರ ನೀವು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ ಇದು 0 ರಿಂದ n ವರೆಗಿನ ಸಂಕಲನ k ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಬರೆಯೋಣ 1 ಆಲ್ತಾ ಕೆ ಬಾರ್ ಜೊತೆಗೆ z ಬಾರ್ ಸಂಕಲನ k 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ಆಲ್ತಾ ಪವರ್ k ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಈ ಮೊತ್ತವು 0 ಎಂದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ ಸಂಯೋಗವನ್ನು ಸಂಕಲನಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೊರಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಮತ್ತು ಮೊತ್ತವು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಸೊನ್ನೆ ಅಂದರೆ ಬಲ ಕೈ ಬದಿಯು ಈಗ ಶೂನ್ಯವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿ z ಚೌಕದ ಮಾಡ್ಯೂಲಸ್ ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪದವಾಗಿದ್ದು ಅದು ಶೂನ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಂದರೆ ಮಾಡ್ z ಶೂನ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು ಅಂದರೆ z ಶೂನ್ಯ ಎಂದು ಹೇಳುವಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಬಯಸಿದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಿದ್ದೇವೆ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮನಾಗಿರುವ ಏಕತೆಗಳ ಎಲ್ಲಾ n ನೇ ಮೂಲದಿಂದ ದೂರವಿರುವ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದ್ದರೆ, ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೂಲವಾಗಿರಬೇಕು, ನಮಗೆ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಮತ್ತೊಂದು ಉತ್ತಮ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ. ಇದು ಯಾವ ಶೃಂಗವಾಗಿದೆ ಎಂದರೆ ಅದು p naught p 1 ರವರೆಗೆ pn ಮೈನಸ್ 1 ಅನ್ನು ಘಟಕದ ವ್ಯತ್ಯದ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ಸರಿ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು d ಅನ್ನು ತೋರಿಸಲು ಹೊರಟಿರುವ ಊಹೆಯೊಂದಿಗೆ ಘಟಕ ವ್ಯತ್ಯದ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಲಾದ n ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯೊಂದಿಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ p naught ನಿಂದ p 1 ಗೆ p naught ನಿಂದ p 1 ವರೆಗಿನ ಅಂತರವನ್ನು p naught ನಿಂದ p 2 ವರೆಗಿನ ಅಂತರದಿಂದ p naught ನಿಂದ pn ಗೆ ದೂರದವರೆಗೆ ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಗುಣಿಸಿ ಹೀಗೆ n ಪದಗಳನ್ನು ನೀವು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ನೀವು ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ n ಅದು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಗುರುತಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಾಗಿ ಈ ಗುರುತನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ನಾವು ಪಡೆಯಲಿದ್ದೇವೆ ಉತ್ತಮ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಗುರುತು n ಸೈನ್ 2π ಮೂಲಕ n ನಿಂದ n ಚಿಹ್ನೆಯವರೆಗೆ n ಮೈನಸ್ 1π n ನಿಂದ n ನಿಂದ 2 ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ರೀತಿ ನಾವು ಇನ್ನೊಂದು ಗುರುತನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ, ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ವ್ಯತ್ಯವನ್ನು ನೋಡಬಹುದು ಇಲ್ಲಿ ನಾವು $2n$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ಬೆಸ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು $2n$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಸತತ ಪದಗಳನ್ನು π 2π ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು n ನಿಂದ 1π ಅನ್ನು n ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ್ದೇವೆ ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು $2n$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ π ನ ಬೆಸ ಗುಣಾಕಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಅವುಗಳ ಉತ್ಪನ್ನವು 1 ರಿಂದ ನಮಗೆ ನೀಡುತ್ತದೆ 2 ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಇದು ತುಂಬಾ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಗುರುತನ್ನು ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸೋಣ ನಮಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆ ಏನಂದು ನೋಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ ನಾವು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಅದನ್ನು ಯುನಿಟ್ ವ್ಯತ್ಯದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ ಅದರಂತೆ p ನಾಟ್ ಮತ್ತು ಪಿ ಒನ್ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ

ಪಿಎನ್ ಮೈನಸ್ ಒಂದರಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ ಈ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬಹುದು ಸರಿ ಆದ್ದರಿಂದ ಸಾಮಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ನಾವು ನೀಡಲಾದ n ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಯುನಿಟ್ ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಊಹಿಸಬಹುದು

ಆದ್ದರಿಂದ ಶೃಂಗಗಳು ನಮ್ಮ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೇನೂ ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ನೀವು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲದ ಮೇಲೆ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಇರಿಸಿ ನಂತರ ಅದು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈಗಾಗಲೇ ಕಳೆದ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ ಈಗ ನಾವು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸುವ ಮೊದಲ ಗುರುತನ್ನು ನೀವು p naught ನಿಂದ p 1 ಗೆ ಮತ್ತು p naught ನಿಂದ ದೂರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೀರಿ p 2 ಗೆ ಮತ್ತು ಇತರ ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ p ನಿಂದ ದೂರವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ಅದರ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ಇದರ ಉತ್ಪನ್ನವು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ ಸಂಕೀರ್ಣವಾಗಿ ಕಂಡುಬಂದರೂ ನಾವು ತೋರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ನಾವು ಒಮ್ಮೆ ಬರೆದರೆ ಅದು ಸುಲಭವಾದ ಗುರುತು. ಸಾಮಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ಇದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು, ಈ pks ಅನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ, ಅದು k ಯ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲ 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಾವು ಗುರುತನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ ನೀವು ಈ ಗುರುತನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡರೆ ನಮ್ಮ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಎಂದು ಈಗಾಗಲೇ ಉಲ್ಲೇಖಿಸಲಾಗಿದೆ z ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಅನ್ನು z ಮೈನಸ್ 1 ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿ z ನೊಂದಿಗೆ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 z ಗೆ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ ಎರಡು ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಬಹುಪದವನ್ನು z ಎಂದು ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಕೆ ಅಲ್ಲಿ ಆಲ್ಫಾ ಕೆ ಯುನಿಟಿಯ n ನೇ ಮೂಲವಾಗಿದೆ ಆದರೆ ಈ ಬಹುಪದೀಯ ಬೇರುಗಳು ಕೇವಲ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಕೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ, ಅಲ್ಲಿ k 1 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಈ ಗುರುತನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. z ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ 1 ಪ್ಲಸ್ z ಗೆ ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ ಎರಡು ಪ್ಲಸ್ z ಪ್ಲಸ್ ಒನ್ ಅನ್ನು ಉತ್ಪನ್ನ ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ ನಾವು ಅದರ ಬೇರುಗಳಿಂದ ಅಪವರ್ತನೀಯಗೊಳಿಸಿದಂತೆ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ ಬೇರುಗಳು ಇಲ್ಲಿವೆ ನಾವು pk ಅಥವಾ ನಮ್ಮ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಕೇತ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಅನ್ನು ಈಗ ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಗುರುತನ್ನು ನಿಜವಾಗುವುದು 1 ಗೆ ಸಮಾನವಾದ z ಅನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ ನಂತರ ಎಡಕ್ಕೆ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಾವು n ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗವು 1 ರಿಂದ n ಗೆ 1 1 ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ವರೆಗಿನ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ನಾವು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿರುವ ಗುರುತನ್ನು ಈಗ ಕೇಳಿ ನೀವೇ ಈ ಪ್ರಮಾಣ ಏನು 1 ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k 1 ನಮ್ಮ ಮೊದಲ n ನೇ ಏಕತೆಯ ಮೂಲವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು k ಒಂದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಇದು ಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಎರಡು ಪೈ ಆಗಿದೆ n ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಈ ಕೋನವು ಎರಡು pi by n ಈ p ಒಂದು ನಾವು ಈಗ ಆಲ್ಫಾ ಒನ್ ಪಿ ಒನ್ ಎಂದು ಬರೆದಿದ್ದೇವೆ ನಾವು ಅದನ್ನು ಆಲ್ಫಾ ಮತ್ತು ಪಿ ಎರಡು ಎಂದು ಬರೆದಿದ್ದೇವೆ ನಾವು ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಎರಡನ್ನು ಈಗ ಬರೆದಿದ್ದೇವೆ ನಾನು ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅದು ಪಿ ನಾಟ್ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಅದು 1 ರಿಂದ ಪಿ ಕೆ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಕೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ನೋಡುತ್ತೇವೆ ನೀವು ಈ ಗುರುತಿನ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ನಾವು ಬಯಸಿದ ಗುರುತನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಅದು ಈ ಉತ್ಪನ್ನದ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವು 1 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 1 1 ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗವು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯವು ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಅನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಮೌಲ್ಯವು z1 z2 ನ ಅದೇ ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಅನ್ನು ನಮಗೆ mod z2 ಜೊತೆಗೆ mod z1 ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು 1 ರಿಂದ n ವರೆಗಿನ k ನ ಉತ್ಪನ್ನದಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ 1 ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಅಂಶದ 1 ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಇದು n ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇದು p naught ನಿಂದ ದೂರವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೇನೂ ಅಲ್ಲ pk ಗೆ ಇದು p nough p one ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿದ್ದು p naught p ಎರಡು vp naught ನಿಂದ pn ಮೈನಸ್ 1 ನಡುವಿನ ಅಂತರದವರೆಗೆ ನಾವು n ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಮೊದಲ ಗುರುತನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸುತ್ತದೆ ಈಗ ನಾವು ಎರಡನೇ ಗುರುತನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಬಯಸುತ್ತೇವೆ ಅದು n ಉತ್ಪನ್ನದಿಂದ n ಉತ್ಪನ್ನವಾಗಿದೆ n ನಿಂದ ಎರಡು pi ಮತ್ತು ಉತ್ಪನ್ನದ ಮೌಲ್ಯವು n ನಿಂದ ಎರಡು ಪವರ್ n ಮೈನಸ್ ಒಂದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ನಾವು 1 ರಿಂದ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಗೆ ಇರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಸರಳವಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ, ಅದು ನಮ್ಮ ಸೈನ್ ಪದಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಪಡೆಯಲಿದೆ, ನಾವು ದೂರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡೋಣ ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ ಕೆ ಇದು ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಅದರ ಚೌಕವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ ಈ ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಕಾಸ್ ಟು ಕೆ ಪೈ ಬೈ n ಮೈನಸ್ ಐ ಸೈನ್ 2 ಕೆ ಪೈ ಬೈ n ಇದರ ಮಾಡ್ ಸೈನ್ ನಾವು ಅದನ್ನು 1 ಮೈನಸ್ ಕಾಸ್ ಎರಡು ಕೆ ಪೈ ಮೂಲಕ ಎನ್ ಮೂರು ಸಂಪೂರ್ಣ ಚೌಕ ಎಂದು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ನೈಜ ಭಾಗ ಚದರ ಮತ್ತು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಭಾಗ ಚದರ ಎರಡು k pi ಯಿಂದ n ಸೈನ್ ಅನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದರೆ ನಾವು ಕಾಸ್ ಸೈನ್ ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಸೈನ್ ಸೈನ್ ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ ಅದು ಒಂದನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಪದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಒಟ್ಟಿಗೆ 2 ಮೈನಸ್ 2 ಬಾರಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ n ನಿಂದ cos 2 k pi ಈಗ ನೀವು ಮುಂದೆ 1 ಮೈನಸ್ ಕಾಸ್ 2 ಥೀಟಾದ ಗುರುತನ್ನು ಬಳಸಿ 2 ಸೈನ್ ಸೈನ್ ಥೀಟಾ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು 2 ಸೈನ್ ಸೈನ್ ಕೆ ಪೈ n ನಿಂದ 2 ಬಾರಿ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಈಗ 1 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ ಒಂದರವರೆಗಿನ kk ನ ಮೌಲ್ಯ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಒಂದು ಮೈನಸ್ ಆಲ್ಫಾ ಪವರ್ k ಸೈನ್ ಅನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಸೈನ್ ಕೆ ಪೈ ಮೂಲಕ n ಚೌಕದಿಂದ k 0 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 1 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ವರೆಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು p naught ನಿಂದ pk ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಸೈನ್ ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ನೀಡಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ k pi by n ರಿಂದ k 1 ರಿಂದ n ಮೈನಸ್ 1 ರವರೆಗಿನ ವಾದವನ್ನು ಈಗ ನೀವು ನೋಡುತ್ತೀರಿ ಇಲ್ಲಿ ವಾದದ ಮೌಲ್ಯವು 0 ರಿಂದ pi ವರೆಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ k pi ಮೌಲ್ಯವು n ನಿಂದ n ನಿಂದ n ನಿಂದ 1 pi ಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ, ಅದು ಖಂಡಿತವಾಗಿಯೂ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ pi ಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದೇ ರೀತಿ ಇದು ಈ ಆರ್ಗ್ಯುಮೆಂಟ್ ಚಿಹ್ನೆಯ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ 0 ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಮೌಲ್ಯವು ಯಾವಾಗಲೂ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು n ನಿಂದ ಸೈನ್ ಎರಡು ಬಾರಿ ಸೈನ್ ಕೆ ಪೈ ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಅದು p naught ನಿಂದ pk ಗೆ ಇರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಬೇರೇನೂ ಅಲ್ಲ. ಹಿಂದಿನ ಸಾಬೀತಾದ ಗುರುತನ್ನು p ನಟ್ p ಒಂದನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಅದು ಎರಡು ಪಾಪವಾಗಿದೆ e pi by n ಉತ್ಪನ್ನದೊಂದಿಗೆ ಎರಡು ಸೈನ್ ಎರಡು pi ಮೂಲಕ n ಮತ್ತು ಉತ್ಪನ್ನದ ಎರಡು ಬಾರಿ n n ಮೈನಸ್ 1 pi ಮೂಲಕ n ಉತ್ಪನ್ನವು n ಆಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು n ನಿಂದ n ಸೈನ್ 1 pi ಮೂಲಕ n ನಿಂದ ಸೈನ್ n ಮೈನಸ್ 1 pi ವರೆಗೆ ಆ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನೋಡುತ್ತೇವೆ. n ಮೂಲಕ ನಾವು 2 ಪವರ್ n ನಿಂದ n ಅನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ n ಮೈನಸ್ 1 ಇದು ಅಗತ್ಯವಾದ ಗುರುತಾಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಮೂರನೇ ಗುರುತನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಪರಿಗಣಿಸಿದ ಸುಳಿವನ್ನು ನಾನು ನೀಡುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಬಯಸಿದ ಗುರುತಿಗೆ ಹಿಂತಿರುಗಿ ನೋಡೋಣ ನಾವು ಹಿಂದಿನ ಗುರುತನ್ನು $2n$ ಮೂಲಕ ಇಲ್ಲಿಗೆ ಸೈನ್ ಪೈ ಅನ್ನು
ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂದು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು ನಾವು ಸೈನ್ ಪೈ ಅನ್ನು n ನಿಂದ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಾವು ಎರಡು n ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಈ ಗುರುತನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತೇವೆ
ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು n ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು n ಸರಿ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಬಾರಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ n ನೀವು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ ನಂತರ ಈ ಗುರುತನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತು
ಕನಿಷ್ಠ ಕುಶಲತೆಯಿಂದ ನಾವು ಮೂರನೇ ಗುರುತನ್ನು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಬಹುದು
ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಪುರಾವೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡುತ್ತೇನೆ
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ನಾವು ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲ ಮತ್ತು ನಾವು ಪರಿಹರಿಸಿದ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಹಲವಾರು
ಪ್ರತಿಪಾದನೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೇವೆ ಯು ನ n ನೇ ಮೂಲದಲ್ಲಿದೆ nity ಜೊತೆಗೆ ನಾವು ಉತ್ತಮವಾದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಗುರುತುಗಳನ್ನು
ನೋಡಿದ್ದೇವೆ ಅದನ್ನು ನಾವು ಮುಂದಿನ ಉಪನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಏಕತೆಯ n ನೇ ಮೂಲವನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಾಬೀತುಪಡಿಸಲು
ಸಮರ್ಥರಾಗಿದ್ದೇವೆ ಈ ಕುರಿತು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಾವು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ ಧನ್ಯವಾದಗಳು