नमस्कार छात्रों का स्वागत है पिछले व्याख्यान में जटिल संख्याओं पर व्याख्यान में हमने एकता की n वीं जड़ पर चर्चा की और उसके आधार पर हमने कई पहचान साबित की हैं, आइए हम इस चर्चा को जारी रखें तो मुझे एकता की nth जड़ याद आती है यह एक जटिल है घात n को 1 के बराबर समीकरण z को संतुष्ट करने वाली संख्या और पिछली कक्षाओं में हमने जो दिखाया है, इस समीकरण को संतुष्ट करने वाली n भिन्न सम्मिश्र संख्याएँ हैं जो कि zk के रूप में दी गई हैं जो कि 2 k pi के cos द्वारा n जमा i sine 2 द्वारा दी गई है।

k pi by nk 0 1 से n माइनस 1 तक है और हम देखते हैं कि ये zk और कुछ नहीं बल्कि z की घात 1 k है,
इसलिए आप k को एक के बराबर मानते हैं जो कि z एक है जो कि दो pi का cos n प्लस i साइन दो है pi अब n की शक्ति लेता है जो एकता की अन्य nth जड़ उत्पन्न करता है
और सुविधा के लिए हम संकेतन cis theta को पेश करेंगे जिसे cos theta plus i sin theta के रूप में परिभाषित किया गया है और यदि हम d मॉरिस कानून द्वारा इसकी शक्ति k लेते हैं तो हम देखें कि यह c .
के रूप में आता है k थीटा है और हम कुछ टिप्पणी करते हैं जो हम देखते हैं यदि हम मानते हैं कि अल्फा को z 1 के रूप में रखें, जो कि cis 2 pi बटा n है यदि हम अल्फा के लिए n की शक्ति बढ़ाते हैं
तो हमें जो मिलता है वह है cis 2 pi गुणा n शक्ति n द्वारा उपरोक्त नियम से हम देखते हैं कि सीआईएस दो पीआई जो कुछ भी नहीं है, लेकिन दो पीआई प्लस आई पाप दो पीआई जो एक है और अगर हम शक्ति अल्फा पावर को बढ़ाते हैं तो इसे अल्फा पावर एन के रूप में पूरी शक्ति के रूप में लिखा जा सकता है और उपरोक्त अवलोकन से यह शून्य से अधिक या उसके बराबर ks के लिए फिर से एक है, यदि हम अल्फा पावर k और पावर n पर विचार करते हैं तो k ऋणात्मक मान के लिए मान
शून्य से कम के लिए देख सकते हैं और कोई यह सत्यापित कर सकता है कि यह फिर से अल्फा पावर n पावर k के समान है जो नियम को सारांशित करने के लिए फिर से एक है, यदि हम n के अल्फा पावर गुणकों पर विचार करते हैं, जो कि k है, तो यह सभी के लिए एक है, जो पूर्णांक से संबंधित है और दूसरी टिप्पणी आइए हम इन nth रूट को एकता के रूप में लिखें, जिसे अल्फा पावर के रूप में लिखा जा सकता है।

k के साथ k शून्य से n घटा एक हमारी एकता की n वीं जड़ें जिसका अर्थ है कि यह संतुष्ट है
इसलिए यह किसी भी अल्फा शक्ति को संतुष्ट करती है k समीकरण z को घात n को संतुष्ट करता है
जो हमें एक देगा जो यह कहने के समान है कि अल्फा पावर k बहुपद z की जड़ है n
k के लिए माइनस एक शून्य एक से n माइनस वन जो हम जानते हैं वह किसी दिए गए n के लिए है, इस बहुपद के लिए हमेशा रूट होता है जिसे आसानी से देखा जा सकता है z से घात n माइनस वन पर विचार करें इसे z माइनस 1 उत्पाद के रूप में z से घात n माइनस के रूप में गुणनखंडित किया जा सकता है 1 जमा z से घात n माइनस 2.

इसलिए आसान गणना द्वारा हम सत्यापित कर सकते हैं कि बाईं ओर जो z power n माइनस 1 है , इन दो कारकों के उत्पाद के संदर्भ में लिखने के
समान है क्योंकि z बराबर एक इसके लिए एक रूट है बहुपद हमने पद और शेष कारकों को फैक्टर कर दिया है जो कि n माइनस 1 डिग्री बहुपद है , इसके लिए k से n माइनस एक तक अल्फा k इस बहुपद का मूल होगा जो कि दूसरे अवलोकन से हम कह सकते हैं कि अल्फा पावर k zn माइनस 1 प्लस zn माइनस 2 प्लस z प्लस वन का रूट k के लिए एक दो से n माइनस वन तक है तो इसका मतलब है कि हम बहुपद z पावर n माइनस 1 प्लस z पावर n माइनस 2 प्लस z प्लस 1 लिख सकते हैं।
जेड माइनस अल्फा जेड माइनस अल्फा स्क्वायर और इसी तरह जेड माइनस अल्फा पावर एन माइनस वन
इसलिए अगर मैं एक छोटे नोटेशन में लिखता हूं तो हम देखते हैं कि पावर एन माइनस 1 प्लस जेड पावर एन माइनस 2 पर कारक या बहुपद इस प्लस तक z प्लस 1 इस बहुपद को एकता शक्ति k के nवें मूल का उपयोग करके गुणनखंडित किया जा सकता है और समानता का तर्क आसानी से दिया जा सकता है क्योंकि n माइनस एक डिग्री बहुपद में अधिकतम n माइनस एक जड़ें हो सकती हैं और जो हमने देखा वह n माइनस 1 रूट है जिसे हमने पहले ही देखा है कि एकता की विशिष्ट nth जड़ है इन बहुपदों की जड़ें
इसलिए इस बहुपद को इस रूप में इस टिप्पणी के साथ गुणनखंडित किया जा सकता है आइए हम एक साधारण समस्या की ओर बढ़ते हैं, क्रमित युग्मों की संख्या ज्ञात करें a अल्पविराम जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ हैं जैसे कि i t इस समीकरण को संतुष्ट करता है a plus ib power 2016 एक माइनस ib के बराबर है,
इसलिए हमें संभव एक कॉमा बी वास्तविक संख्या खोजने के लिए कहा जाता है
जैसे कि यह इस समीकरण को संतुष्ट करता है जिसे हम जानते हैं कि ऑर्डर किया गया जोड़ा एक कॉमा बी दिया गया है, आर दो कार्टेशियन में एक कॉमा बी दिया गया है।
वास्तविक संख्याओं का गुणनफल हम एक सम्मिश्र संख्या ए प्लस आईबी को विशिष्ट रूप से जोड़ सकते हैं जिसका अर्थ है कि इस समीकरण को संतुष्ट करने वाले क्रमित जोड़े को ढूंढना जो इस संबंध के कारण इस समीकरण को संतुष्ट करने वाली जटिल संख्या को खोजने के बराबर है
इसलिए z को प्लस आईबी मानें और हम देख रहे हैं सभी सम्मिश्र संख्या z के लिए जिसकी घात 2016 हमें z बार देनी चाहिए,
इसलिए यदि हम इस समीकरण को समान रूप से संतुष्ट करने वाले सभी सम्मिश्र संख्याओं के समुच्चय के लिए इस समीकरण को हल करते हैं तो हम इस समीकरण को संतुष्ट करते हुए क्रमित जोड़े को अल्पविराम से जोड़ सकते हैं, तो आइए हम इस समीकरण से इस समीकरण को हल करें।
अवलोकन यह है कि यदि हम मापांक को लागू करते हैं तो हम देखते हैं कि 2016 का मापांक z बार के मापांक के बराबर होना चाहिए जो कि mod z के समान है जिसका अर्थ है t हैट मॉड जेड बायीं ओर ले आता है,
इसलिए हमारे पास 2016 माइनस मॉड जेड है, यह 0 के बराबर होना चाहिए,

इसलिए हम जो तर्क दे रहे हैं वह यह है कि यदि कोई जटिल संख्या इस समीकरण को संतुष्ट करती है तो उसे इस संबंध को संतुष्ट करना होगा इसका तात्पर्य है कि मॉड जेड उत्पाद के साथ मॉड जेड पावर 2015 माइनस 1 यह 0 के बराबर होना चाहिए इस संबंध से हम देखते हैं कि या तो मॉड जेड शून्य होना चाहिए या मॉड जेड पावर दो हजार पंद्रह एक के बराबर होना चाहिए,

इसलिए हमें संबंध या तो मॉड जेड शून्य आर मॉड जेड के बराबर मिलता है शक्ति दो हजार पंद्रह एक के बराबर होनी चाहिए यदि मॉड जेड शून्य के बराबर है तो इसका मतलब है कि जेड शून्य है तो आइए विचार करें कि अगर जेड शून्य नहीं है तो मॉड जेड पावर 2015 एक होना चाहिए, हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि मॉड जेड एक के बराबर होना चाहिए क्यों क्योंकि अगर मोड 2015 में एक है और मान लें कि मॉड जेड एक से कम है तो तुरंत आपको बताता है कि एक से कम या एक से अधिक आप तुरंत देखते हैं कि मॉड जेड पावर दो हजार पंद्रह एक के बराबर नहीं हो सकता है

इसलिए इस तर्क से हम मैं देख सकता हूँ मिमी तत्काल मॉड जेड एक होना चाहिए यदि इसकी शक्ति एक है तो इस निष्कर्ष से अब एक के बराबर मॉड के मामले पर विचार करें यदि मॉड जेड एक के बराबर है तो मॉड जेड स्क्वायर फिर से एक है और यह हमें तुरंत बताएगा z बार हम लिख सकते हैं z बार z के रूप में z बार के रूप में mod z वर्ग, जो z बार के समान है, अब एक द्वारा z दिया गया है इस मामले के तहत हम देखते हैं कि हम एक से समीकरण पर वापस जाते हैं हमारी जटिल संख्या को इस z बार को संतुष्ट करना चाहिए अब हम एक मामले में हैं यदि mod z एक के बराबर है तो z बार और कुछ नहीं बल्कि एक बटा z है

इसलिए इसका तात्पर्य है कि z की घात दो हजार सत्रह एक है और हम जानते हैं कि इस समीकरण के सभी संभावित समाधान क्या हैं, यह एकता की nवीं जड़ के अलावा और कुछ नहीं है जहां n है 2017.

तो इसका मतलब है कि समीकरण दो समीकरण दो के रूप में दो हजार सत्तर अलग-अलग गैर-शून्य समाधान और ध्यान दें कि हमने देखा कि यदि आप z को शून्य के बराबर मानते हैं तो यह भी इस समीकरण को संतुष्ट करता है, जिसका अर्थ है कि शून्य के बराबर z भी निष्कर्ष के रूप में समाधान 1 है।

समीकरण 1 ए s 2018 के विशिष्ट समाधान आइए एकता के nवें मूल के लिए एक अच्छा गुण देखें, एकता की nवीं जड़ पर विचार करें, जिसे cis द्वारा दिए गए zk के रूप में लिखा गया है।

शून्य से n माइनस 1 तक m शिखर द्वारा एकता की n वीं जड़, तो हमें या तो n या 0 के रूप में मान मिलता है, यदि घात m n का गुणक है, तो हमें n मिलता है, जो कि n को m को विभाजित करने के समान है अन्यथा हमें योग मान प्राप्त होता है 0 आइए हम इस प्रस्ताव zk को साबित करें जैसा कि हमने पहले उल्लेख किया है, हम इसे केवल अल्फा पावर k के रूप में लिख सकते हैं जहां अल्फा एस कहता है कि 2 pi बाय n और k शून्य से n माइनस एक है, अब योग योग k को 0 से n घटा 1 z पर विचार करें घात kzk शक्ति m जो k के बराबर शून्य से n घटा एक zk को अल्फा शक्ति k और शक्ति m द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है और यह योग k के समान है 0 से n घटा 1 अल्फा शक्ति m अब यह एक निश्चित संख्या है बढ़ी हुई शक्ति k के साथ अब योग और कुछ नहीं बल्कि ज्यामितीय योग है जानिए कैसे आसानी से राशि का मूल्य ज्ञात करें शायद एक टिप्पणी के रूप में मैं बस उस ज्यामितीय योग योग को जोड़ दूंगा k के बराबर तो आइए हम केवल ज्यामितीय योग को याद करें आइए हम कहते हैं कि n माइनस 1 तक हमारे पास a से घात k योग मान है एक के रूप में दिया जाता है n माइनस एक को माइनस वन से विभाजित किया जाता है, जहां a एक के बराबर नहीं होना चाहिए ,

इसलिए हम आसानी से प्राप्त कर सकते हैं कि योग मूल्य इस प्रकार था हम इसे यहां लागू कर सकते हैं जिसका अर्थ है कि योग मूल्य यहां है a है यहां निश्चित मान अल्फा पावर एम तो हमें अल्फा पावर एम मिलता है इसकी शक्ति एन घटा 1 अल्फा पावर एम माइनस वन से विभाजित अब मुझे अगले पृष्ठ में समान योग मान लिखने दें योग के बराबर शून्य से एन घटा एक जेड पावर के पावर एम इसका मूल्य हमने इसे अल्फा पावर एम पावर एन माइनस एक अल्फा पावर एम माइनस एक नोटिस के रूप में पाया कि अल्फा पावर एम एक के बराबर होगा यदि एम एन द्वारा विभाज्य है तो इसका मतलब है कि यह फॉर्मूला मान्य है यदि अल्फा पावर मी 1 के बराबर नहीं है और समानता तब होती है जब nn m को विभाजित करता है,

इसलिए यदि n,

m को विभाजित नहीं करता है, जिसका अर्थ है कि m, n का गुणज नहीं है, तो उस स्थिति में हम जानते हैं कि अल्फा पावर m एक और ऊपर के बराबर नहीं है,

इसलिए व्यंजक k शून्य से n घटा एक z पावर k के बराबर है।

पावर एम हम देखते हैं कि यहां यह शब्द अल्फा पावर एन पावर एम माइनस एक के समान है जो अल्फा पावर एम माइनस वन से विभाजित है और ध्यान दें कि अल्फा पावर एन वैल्यू एक है

इसलिए यह शून्य हो जाता है और यह गैर-शून्य मात्रा है जब एन नहीं होता है m को विभाजित करें जिसका अर्थ है कि हम शून्य प्राप्त करते हैं यदि n, m को विभाजित नहीं करता है, मान लीजिए n m को विभाजित करता है, जिसका अर्थ है कि m को n के कुछ गुणकों द्वारा दिया जाता है , तो उस स्थिति में योग k को 0 से n घटाकर 1 z से घात k तक हमें शक्ति बढ़ाने की आवश्यकता होती है।

m जो qn है और हमने पहले ही देखा है कि एकता की nवीं जड़ इसकी n शक्ति का गुणक हमेशा एक होगा,

इसलिए इसे अल्फा पावर k के रूप में भी फिर से लिखा जा सकता है

और यहाँ यह kq है और हम आसानी से देखते हैं कि यह शब्द एक और बार है यदि आप शक्ति बढ़ाएँ kq यह फिर से एक है योग मान n है यदि m m है तो n के आल्टर, तो हमने अपने प्रस्ताव को साबित कर दिया है कि यदि आप एकता की nवीं जड़ पर विचार करते हैं, तो शक्ति बढ़ाएं m इसे एकता के सभी nवें मूल का योग करें, तो आपको मान n मिलता है बशर्ते कि m , n का गुणक हो अन्यथा हमें 0 मिलता है, आइए देखते हैं a एम मान के साथ बहुत विशेष मामला विशेष रूप से एम मान को एक के रूप में मानता है निश्चित रूप से यदि एन एक से अधिक है तो यह एम को विभाजित नहीं करता है

इसलिए के से शून्य से एन शून्य से 1 जेड पावर के योग मान जहां एम को 1 माना जाता है, हमें मिलता है योग मान 0 के रूप में।
n एक से बड़ा है
इसलिए अब लिखिए कि यह क्या है zkzk कुछ भी नहीं है, लेकिन दो k pi बटा n प्लस i sine 2 k pi बटा n यह 0 के बराबर है और अब हम उस वास्तविक भाग को आसानी से देख सकते हैं इस सम्मिश्र संख्या का 0 है और सम्मिश्र संख्या शून्य का काल्पनिक भाग गणना करता है कि इस सम्मिश्र संख्या का वास्तविक भाग क्या है जो कि शून्य से n के बराबर k के बराबर है और दो k pi बटा n का एक cos है जो इस सम्मिश्र संख्या का वास्तविक भाग है और यह शून्य है और काल्पनिक भाग जो si .
है ne 2 k pi by n यह 0 है यदि मैं स्पष्ट रूप से लिखूं तो यह k के लिए शून्य कोस शून्य के बराबर है जो कि एक है और फिर हमारे पास जो शेष पद हैं वह है दो pi बटा n प्लस cos चार pi बटा n और जब तक cos 2 n माइनस 1 pi बटा n मान माइनस 1 है और हमें k के बराबर 0 के लिए k मानों को प्रतिस्थापित करने के साथ एक और त्रिकोणमितीय पहचान मिलती है, हम देखते हैं कि पहला योग मान 0 है शेष कारक हमें sine दो pi बटा n साइन चार pi द्वारा मिलता है n और अंतिम पद साइन दो n माइनस एक pi बटा n मान 0 है।

इसलिए विशेष स्थिति के लिए शक्ति m बराबर 1 हमें एक अच्छी त्रिकोणमितीय पहचान मिली है आइए हम इस प्रस्ताव के आधार पर एक साधारण समस्या करते हैं हम अल्फा को सीआईएस 2 के रूप में निरूपित करते हैं n द्वारा n कुछ भी नहीं है, लेकिन एकता की n वीं जड़ है और एक जटिल संख्या z निम्नलिखित शर्त को संतुष्ट करती है कि आप एकता के nth रूट से z तक की दूरी को मापते हैं जो कि सभी nth रूट से एक से कम या बराबर है ।
अगर वहाँ az इस शर्त को संतुष्ट करता है तो z mus t शून्य हो तो आइए हम चित्रात्मक रूप से यह
देखने की कोशिश करें कि यदि k शून्य के बराबर है तो आपके पास एक है, एक से z तक की अधिकतम दूरी एक से कम या बराबर है,
इसलिए हम जानते हैं कि यह दूरी क्या है यह इकाई है एक दूरी यहाँ भी है यह इकाई एक है अब z सम्मिश्र संख्या एक से 1 की दूरी के भीतर है, ठीक है जिसका अर्थ है कि आप एक से एक की लंबाई का पता लगाते हैं तो हमें वृत्त मिलता है अब z कहीं अंदर है और अब ले लो एक और अल्फा कहते हैं जो एकता की n वीं जड़ में है अब आप दूरी के साथ एक और सर्कल बनाते हैं z सर्कल के अंदर स्थित है, इसी तरह आप देखते हैं कि
एकता के प्रत्येक nth रूट के साथ एकता की nth रूट की दूरी है हमेशा एक से कम या बराबर अगर ऐसी जटिल संख्या है तो हम यह दिखाने जा रहे हैं कि यह मूल के अलावा कुछ भी नहीं है, आइए हम इस परिणाम को साबित करने का प्रयास करें जो कि z माइनस अल्फा पावर k से कम या बराबर है 1 के सभी मूल्यों के लिए k एक से n घटा एक तो अब मैं केवल k का मान तय करता हूं जो शून्य से n घटा 1 में है तो हम देखते हैं कि मॉड z माइनस अल्फा पावर k जिसका वर्ग जो प्रत्येक कारक का सिर्फ फिर से उत्पाद है और यह शब्द कम है एक से या उसके बराबर फिर से यह शब्द फिर से एक से कम या बराबर है
इसलिए उत्पाद एक से कम या बराबर है इसका मतलब है कि अब इस बाएं हाथ का विस्तार करने का प्रयास करें यह z माइनस अल्फा kz माइनस अल्फा k बार है, उनका उत्पाद कम है एक से या उसके बराबर अब बाईं ओर आगे विस्तार करें यह मॉड जेड स्क्वायर है और अन्य शब्द जेड अल्फा के बार माइनस जेड बार अल्फा पावर के प्लस आपको अल्फा के स्क्वायर का मॉड्यूलस मिलता है जो एक से कम या बराबर है याद रखें कि यह है एकता की n वीं जड़ जो इकाई वृत्त पर स्थित है, जिसका अर्थ है कि इस अल्फा शक्ति का मापांक k मान एक है, इसका तात्पर्य यह है कि mod z वर्ग इससे कम या उसके बराबर है मैं अन्य सभी शब्दों को दाहिने हाथ की ओर लेता हूं जो आपको मिलता है z अल्फा शक्ति k बार प्लस z बार अल्फा पावर k जहां k मान 0 से n माइनस 1 तक समान असमानता संतुष्ट करती है,
इसलिए देखें कि इसका क्या मतलब है कि आप k को 0 के बराबर लेते हैं, आपको उस विशेष जटिल संख्या के लिए एकता का पहला nth रूट मिलता है, यह असमानता संतुष्ट होती है k बराबर फिर से असमानता संतुष्ट होती है एक के बराबर कहें तो आपको अल्फा बार प्लस जेड बार अल्फा में मिलता है,
इसलिए हमें एन असमानताएं मिलती हैं, अब आप इन एन असमानताओं को जोड़ते हैं, इसका मतलब है कि अगर मैं इस एन असमानताओं को बाएं हाथ की तरफ जोड़ता हूं तो मुझे मॉड जेड स्क्वायर की एन शर्तें मिलती हैं यह कम या बराबर है k के योग के लिए 0 से n घटा 1 z को अल्फा पावर k बार से गुणा किया जाता है और यह एक सामान्य योग है जो अब हमारे पास हो सकता है , आपको उस प्रस्ताव को लागू करने की आवश्यकता है जिसे हमने अभी साबित किया है कि nth रूट के योग के योग के रूप में एकता की संख्या अब शून्य है जो वास्तव में यहाँ का योग है यहाँ हम एक सामान्य कारक के रूप में z को बाहर निकाल सकते हैं और फिर आप दाईं ओर प्राप्त कर सकते हैं , मुझे यह लिखने दें कि यह z गुणा के योग से कम या बराबर है k 0 से n माइनस 1 अल्फा के बार प्लस जेड बार योग के बराबर 0 से एन घटा 1 अल्फा पावर के और हम जानते हैं कि यह योग 0 है और यहां संयोग को सामान्य रूप से योग के बाहर ले जाया जा सकता है और योग फिर से वही है जो शून्य है जिसका अर्थ है सही अब देखें कि z वर्ग का मापांक जो एक गैर ऋणात्मक शब्द है जो शून्य से कम या उसके बराबर है, इसका मतलब है कि mod z शून्य होना चाहिए जो कि z शून्य है
इसलिए हमने अपना वांछित परिणाम साबित किया कि यदि एक सम्मिश्र संख्या है जो सभी nth जड़ से दूरी के साथ है जो एक से कम या उसके बराबर है तो सम्मिश्र संख्या मूल होनी चाहिए आइए हम एक और अच्छा परिणाम साबित करें कि हमें एक नियमित बहुभुज दिया गया है, आइए हम कॉल करें यह क्या शीर्ष है जो पी नॉट पी 1 से पीएन माइनस 1 तक है जिसे यूनिट सर्कल पर रखा गया है ठीक है
इसलिए हमें एन नियमित बहुभुज दिया जाता है जिसे इस दिए गए धारणा के साथ एक यूनिट सर्कल पर रखा जाता है, हम यह दिखाने जा रहे हैं कि डी p naught से p 1 की दूरी p naught से p 2 तक की दूरी से p naught से pn माइनस 1 तक की दूरी से गुणा करें।
अच्छी त्रिकोणमितीय पहचान जो बताती है कि साइन पीआई बाय एन साइन 2 पीआई बाय एन साइन एन माइनस 1 पीआई बाय एन वैल्यू एन को 2 पावर एन माइनस 1 देता है और इसी तरह हमारे पास एक और पहचान है यहां अंतर हम देख सकते हैं कि यहां हम मान लें

कि पाई के विषम गुणज को 2 n से विभाजित किया गया है, इसके बजाय हमारे पास लगातार शब्द pi 2 pi हैं,
इसलिए हमारे पास n घटा 1 pi बटा n है, लेकिन यहां हमारे पास pi के विषम गुणकों को 2 n से विभाजित किया गया है, उनका उत्पाद हमें 1 बटा देता है।
2 पावर एन माइनस 1 जो बहुत ही रोचक पहचान है आइए हम इस परिणाम को साबित करें आइए हम यह देखने का प्रयास करें कि हमें क्या समस्या है जो हमें दिया गया है हमारे पास एक नियमित बहुभुज है जिसे एक इकाई सर्कल में रखा गया है जैसे पी नॉट और पी वन और इसी तरह पीएन माइनस वन पर हम जानते हैं कि इन शीर्षों को एकता के nवें मूल के रूप में चुना जा सकता है ,
इसलिए व्यापकता के नुकसान के बिना हम यह मान सकते हैं कि दिए गए n नियमित बहुभुज को यूनिट सर्कल पर इस तरह रखा गया है कि कोने कुछ और नहीं बल्कि हमारी एकता की nth जड़ हैं और हम जानते हैं कि यदि आप एक बहुभुज को एकता के nth रूट पर कोने के रूप में रखते हैं तो यह एक नियमित बहुभुज है इस प्रकार हमने पहले ही पिछले व्याख्यान में चर्चा की है अब पहली पहचान जो हम साबित कर रहे हैं वह यह है कि आप p naught से p one की दूरी और p naught से दूरी पर विचार करते हैं।
पी दो तक और अन्य शीर्षों के लिए पी से कोई दूरी नहीं है, हम उनके उत्पाद पर विचार करते हैं और लेते हैं, यह हमें दिखाना है कि हालांकि ज्यामितीय रूप से जटिल दिखता है लेकिन एक बार जब हम जटिल संख्याओं के संदर्भ में लिखते हैं तो यह बहुत स्पष्ट है इसकी एक आसान पहचान यह साबित करने के लिए कि व्यापकता के नुकसान के बिना हम मानते हैं कि इन pks को अल्फा पावर k पर रखा गया है, जो कि एकता का nth रूट है k 0 से n माइनस 1 है।
अब उस पहचान को याद करें जिसे हम पहले से ही एक टिप्पणी के रूप में उल्लेख किया गया है जो कि हमारा बहुपद है यदि आप इस पहचान को याद करते हैं तो z पावर n माइनस 1 को z माइनस 1 उत्पाद के रूप में z से घात n माइनस 1 z से घात n माइनस दो के रूप में गुणा किया जा सकता है और इस प्रकार बहुपद को z के रूप में फैक्टर किया जा सकता है माइनस अल्फा पावर k जहां अल्फा k एकता की nth रूट के अलावा और कुछ नहीं है,
इसलिए हम देखते हैं कि यह बहुपद जड़ें सिर्फ अल्फा पावर k हैं जहां k 1 से n माइनस 1 है।

इसलिए हम इस पहचान को याद करने जा रहे हैं जो हमारे पास है z से घात n माइनस 1 जमा z से घात n माइनस टू प्लस z प्लस वन यह उस उत्पाद के रूप में लिखा जाता है जिसे हमने इसकी जड़ों द्वारा गुणनखंडित के रूप में देखा है , जड़ें यहाँ हैं हम कह सकते हैं pk या हमारा सामान्य संकेतन अल्फ़ा पावर k अब इस प्रकार सभी सम्मिश्र संख्याओं के लिए पहचान सही है, बस z को 1 के बराबर चुनें, फिर बाईं ओर हमारे पास n पद हैं, हमें n और दाएँ हाथ की ओर से हमें k का गुणनफल 1 से n माइनस 1 1 माइनस अल्फ़ा पावर k मिलता है।
पहचान जिसे हम साबित करना चाहते हैं, अब पूछें स्वयं यह मात्रा क्या है 1 घटा अल्फा शक्ति k 1 हमारी एकता की पहली n वीं जड़ है और k बराबर एक कोण के साथ है जो दो pi बटा n है हम यहां प्राप्त करेंगे यह कोण दो pi बटा n है यह p एक हम है अब अल्फा वन पी वन लिखा है हमने इसे अल्फा और पी दो के रूप में लिखा है हमने अल्फा पावर दो लिखा है अब अगर मैं पूर्ण मान लेता हूं तो यह पी शून्य के बीच की दूरी देता है जो 1 से पीके है जो अल्फा पावर के है
इसलिए हम देखते हैं कि यदि आप इस पहचान के लिए पूर्ण मूल्य लेते हैं तो हमें हमारी वांछित पहचान मिलती है जो कि इस उत्पाद का पूर्ण मूल्य है k 1 से n घटा 1 1 ऋण अल्फा पावर k और दाहिना हाथ एक गैर ऋणात्मक संख्या है निरपेक्ष मान मापांक देता है मान z1 का समान मापांक देता है z2 हमें mod z1 के साथ mod z1 उत्पाद देगा , जिसका अर्थ है कि यह k के उत्पाद के समान है 1 से n घटा 1 मापांक कारक का उत्पाद 1 घटा अल्फा पावर k जो n के बराबर है और यह कुछ और नहीं बल्कि p naught से दूरी है पीके के लिए यह पी नॉट पी है पी नॉट पी दो के साथ एक उत्पाद वीपी शून्य से पीएन शून्य से 1 के बीच की दूरी तक हमें एन मिलता है जो पहली पहचान साबित करता है अब हम दूसरी पहचान साबित करना चाहते हैं जो साइन के साथ एन उत्पाद द्वारा साइन पाई है।
दो पीआई बाय एन और इसी तरह उत्पाद मूल्य पर एन दो पावर एन माइनस एक है यह साबित करने के लिए हमें बस गणना करने की आवश्यकता है कि 1 से अल्फा पावर के की दूरी क्या है जो वास्तव में हमारी साइन शर्तों को प्राप्त करने जा रही है आइए हम से दूरी की गणना करें एक माइनस अल्फा पावर k जो कि एक माइनस है, आइए हम इसके वर्ग पर विचार करें यह एक माइनस कॉस टू k pi बटा n माइनस i sine 2 k pi by n जिसका मॉड स्क्वायर हम इसे 1 माइनस कॉस दो k pi बटा n तीन पूरे वर्ग के रूप में प्राप्त करते हैं वास्तविक भाग वर्ग प्लस काल्पनिक भाग वर्ग दो k pi गुणा n वर्ग है एक बार जब हम इसका विस्तार करते हैं तो हमें एक शब्द cos वर्ग मिलता है और हमारे पास एक साइन वर्ग शब्द होता है जो एक देता है और हमारे पास एक और शब्द होता है
इसलिए एक साथ हमें 2 माइनस 2 गुना मिलता है cos 2 k pi by n अब आगे आप उस पहचान का उपयोग करें जो 1 माइनस कॉस 2 थीटा को 2 साइन स्क्वायर थीटा के रूप में लिखा जा सकता है,
इसलिए हमें यह मिलता है कि यह
2 साइन स्क्वायर k pi का n से 2 गुना है, अब ध्यान दें कि kk का मान 1 से n माइनस एक है तो हम एक माइनस अल्फा पावर k वर्ग की गणना चार गुना ज्या k pi गुणा n वर्ग k के साथ 0 से n घटा 1 1 से n माइनस 1 के रूप में की जाती है।

k pi बटा n चूँकि k 1 से n माइनस 1 तक है, अब आप तर्क देखते हैं, यहाँ मान 0 से pi तक भिन्न होता है,
इसलिए k pi मान s pi से n से n घटा 1 pi बटा n जो निश्चित रूप से कम है या पीआई के बराबर और इसी तरह यह 0 से अधिक या बराबर है इस तर्क के तहत साइन वैल्यू हमेशा गैर नकारात्मक होती है
इसलिए हमें वह मान मिलता है जो साइन दो गुना साइन के पीआई बाय एन है जो कि पी से शून्य से पीके तक की दूरी के अलावा कुछ भी नहीं है।

पिछली सिद्ध पहचान जो p naught p one देती है जो कि दो पाप है ई पीआई बाय एन उत्पाद के साथ दो साइन दो पीआई बाय

एन और उत्पाद दो गुना साइन एन माइनस 1 पीआई बाय एन उत्पाद एन है
इसलिए हम देखते हैं कि साइन पीआई के उत्पाद एन साइन दो पीआई बाय एन साइन एन माइनस 1 पीआई तक n तक हमें n बटा 2 घात n घटा 1 प्राप्त होता है जो आवश्यक पहचान है
इसलिए हमने तीसरी पहचान साबित करने के लिए दूसरा साबित कर दिया है मैं केवल वही संकेत दूंगा जो हमने माना है तो आइए हम उस पहचान पर वापस जाएं जो हमारे पास है जो हम चाहते हैं यह साबित करने के लिए कि हम यहां साइन पाई को 2 एन से प्राप्त करते हैं, पिछली पहचान हमारे पास साइन पाई बाय एन है
इसलिए इस विशेष शब्द को प्राप्त करने के लिए हम दो एन नियमित बहुभुजों पर विचार करते हैं, इस पहचान को लागू करते हैं, जिसका अर्थ है कि हम एन की संख्या दो एन ठीक है
इसलिए दो बार दिए गए हैं n आप इसे एक नियमित बहुभुज के रूप में मानते हैं और फिर इस पहचान का उपयोग करते हैं और न्यूनतम हेरफेर के साथ हम तीसरी पहचान साबित कर सकते हैं
इसलिए मैं सबूत को छोड़ देता हूं
इसलिए इस व्याख्यान में हमने एकता की जड़ के आधार पर कई प्रस्ताव देखे और कुछ समस्याएं जिन्हें हमने हल किया है u .
के nवें मूल पर है साथ ही हमने अच्छी त्रिकोणमितीय पहचानें देखीं जिन्हें हम अगले व्याख्यान में एकता के nवें मूल का उपयोग करके साबित करने में सक्षम हैं,
हम इस पर और अधिक समस्याओं पर चर्चा करेंगे।
धन्यवाद