નમસ્તે વિદ્યાર્થીઓ, છેલ્લા લેક્ચરમાં જટિલ સંખ્યાઓ પરના વ્યાખ્યાનોમાં આપનું સ્વાગત છે.
અમે એકતાના nમા મૂળની ચર્ચા કરી હતી અને તેના આધારે અમે ઘણી ઓળખ સાબિત કરી છે, ચાલો આ ચર્ચા ચાલુ રાખીએ,
તેથી ચાલો હું એકતાના nમા મૂળને યાદ કરું તે એક જટિલ છે.
સમીકરણ z ને 1 ની ઘાત n ને સંતોષતી સંખ્યા અને છેલ્લા વર્ગોમાં આપણે જે બતાવ્યું છે તે આ સમીકરણને સંતોષતી n અલગ જટિલ સંખ્યાઓ છે જેનું નામ zk છે જે 2 k pi બાય n વત્તા i સાઇન 2 દ્વારા આપવામાં આવે છે nk દ્વારા k pi 0 1 થી n માઇનસ 1 સુધી છે અને અમે નોંધ્યું છે કે આ zk z ની ઘાત 1 k સિવાય બીજું કંઇ નથી
તેથી તમે k ને એક સમાન ગણો છો જે z એક છે જે બે pi બાય n વત્તા i સાઇન બે છે n દ્વારા pi હવે તેની શક્તિ k લો જે એકતાના અન્ય nમા મૂળને જનરેટ કરે છે અને સગવડતા માટે અમે cis થીટા નોટેશન રજૂ કરીશું જે cos theta plus i sin theta તરીકે વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે અને જો આપણે તેની શક્તિ k લઇએ તો માત્ર d મોરિસ કાયદા દ્વારા આપણે જુઓ કે આ c તરીકે આવે છે k થીટા છે અને ચાલો આપણે કેટલીક ટીકા કરીએ કે આપણે શું અવલોકન કરીએ છીએ જો આપણે આલ્ફાને z 1 તરીકે પુટ આલ્ફા ગણીએ તો તે cis 2 pi બાય n છે જો આપણે આલ્ફા માટે n પાવર વધારીએ તો આપણને cis 2 pi બાય n પાવર n બાય મળે છે.
ઉપરોક્ત નિયમ આપણે જોઇએ છીએ કે cis ટુ પાઇ જે બીજું કંઇ નથી પરંતુ cos ટુ pi વત્તા i sin ટુ pi જે એક છે અને જો આપણે પાવર આલ્ફા પાવર kn વધારીએ તો આ આલ્ફા પાવર n તરીકે સંપૂર્ણ પાવર k પર લખી શકાય છે અને ઉપરના અવલોકન દ્વારા આ શૂન્ય કરતાં વધુ અથવા સમાન ks માટે ફરીથી એક છે તે જ રીતે k નેગેટિવ મૂલ્ય માટે તમે અવલોકન કરી શકો છો કે શૂન્ય કરતાં ઓછા k માટે જો આપણે આલ્ફા પાવર k અને પાવર n ને ધ્યાનમાં લઇએ અને કોઇ ચકાસી શકે કે આ ફરીથી આલ્ફા પાવર n પાવર k જેટલો જ છે.
ફરીથી એક છે
તેથી નિયમનો સારાંશ તરીકે જો આપણે n ના આલ્ફા પાવર ગુણાંકને ધ્યાનમાં લઇએ તો તે kn છે આ બધા k માટે એક છે પૂર્ણાંક સાથે સંબંધિત છે અને બીજી ટિપ્પણી ચાલો આપણે એકતાના આ nમા મૂળને લખીએ જેને આલ્ફા પાવર તરીકે લખી શકાય.
k સાથે k શૂન્ય થી n માઇનસ વન એકતાનું આપણું nમું મૂળ જેનો અર્થ છે કે તે સંતુષ્ટ થાય છે
તેથી તે કોઇપણ આલ્ફા પાવર k સંતુષ્ટ કરે છે તે સમીકરણ z ને પાવર n સંતુષ્ટ કરે છે તે આપણને એક આપશે જે કહે છે કે આલ્ફા પાવર k એ બહુપદી z પાવરનું મૂળ છે n
k માટે ઓછા એક શૂન્ય એક થી n માઇનસ વન સુધી આપણે જે જાણીએ છીએ તે કોઇપણ આપેલ n માટે છે તે હંમેશા આ બહુપદી માટે રુટ છે જે સરળતાથી જોઇ શકાય છે z ને ઘાત n માઇનસ વનને ધ્યાનમાં લો આને z માઇનસ 1 ઉત્પાદન તરીકે ફેક્ટરાઇઝ કરી શકાય છે અને z થી ઘાત n માઇનસ 1 વત્તા z ની ઘાત n માઇનસ 2.

તેથી સરળ ગણતરી દ્વારા આપણે ચકાસી શકીએ છીએ કે ડાબી બાજુ જે z પાવર n માઇનસ 1 છે તે હવે આ બે પરિબળોના ઉત્પાદનના સંદર્ભમાં લખવા સમાન છે
કારણ કે z બરાબર એક આ માટે મૂળ છે બહુપદી આપણે શબ્દ અને બાકીના પરિબળોનું
અવલોકન કર્યું છે જે n માઇનસ 1 ડિગ્રી બહુપદી છે આ માટે આલ્ફા k થી k થી n માઇનસ વન આ બહુપદીનું મૂળ હશે જે અન્ય અવલોકન પરથી આપણે કહી શકીએ કે આલ્ફા પાવર k zn માઇનસ 1 વત્તા zn માઇનસ 2 વત્તા z વત્તા એકનું મૂળ છે k માટે એક બે થી n બાદ એક સુધી
તેથી તેનો અર્થ એ કે આપણે બહુપદી z ઘાત n માઇનસ 1 વત્તા z ઘાત n માઇનસ 2 વત્તા z વત્તા 1 લખી શકીએ.
જેમ કે z માઇનસ આલ્ફા z માઇનસ આલ્ફા સ્ક્વેર અને એ જ રીતે z માઇનસ આલ્ફા પાવર n માઇનસ વન
તેથી જો હું ટૂંકા સંકેતમાં લખીશ તો આપણે જે જોઇએ છીએ તે એ છે કે ઘાત n માઇનસ 1 વત્તા z પાવર n માઇનસ 2 પર આ વત્તા સુધી પરિબળ અથવા બહુપદી z વત્તા 1 આ બહુપદીને એકતા ઘાત k ના nમા મૂળનો ઉપયોગ કરીને પરિબળ બનાવી શકાય છે
અને સમાનતા સરળતાથી દલીલ કરી શકાય છે કારણ કે n માઇનસ એક ડિગ્રી બહુપદીમાં વધુમાં વધુ n ઓછા એક મૂળ હોઇ શકે છે અને આપણે જે અવલોકન કર્યું છે તે n ઓછા 1 મૂળ છે જે આપણે પહેલેથી જ અવલોકન કર્યું છે.
એકતાનું વિશિષ્ટ nમું મૂળ આ બહુપદીઓનું મૂળ છે
તેથી આ બહુપદીને આ સ્વરૂપમાં પરિબળ બનાવી શકાય છે આ ટિપ્પણી સાથે ચાલો આપણે એક સરળ સમસ્યા તરફ જઇએ , ક્રમબદ્ધ જોડીની સંખ્યાને અલ્પવિરામ b શોધીએ જ્યાં a અને b વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે જેમ કે i t આ સમીકરણને સંતોષે છે a plus ib power 2016 a minus ib ની બરાબર
તેથી અમને શક્ય અલ્પવિરામ b વાસ્તવિક સંખ્યાઓ શોધવા માટે કહેવામાં આવે છે કે તે આ સમીકરણને સંતુષ્ટ કરે છે જે આપણે જાણીએ છીએ તેને r બે કાર્ટેશિયનમાં અલ્પવિરામ b આપવામાં આવે છે.
વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું ઉત્પાદન આપણે જટિલ સંખ્યાને એક વત્તા ib ને અનન્ય રીતે સાંકળી શકીએ છીએ જેનો અર્થ છે કે આ સમીકરણને સંતોષતી ક્રમાંકિત જોડી શોધવી જે આ સંબંધને કારણે આ સમીકરણને સંતોષતી જટિલ સંખ્યા શોધવાની સમકક્ષ છે તેથી z ને વત્તા ib તરીકે ધ્યાનમાં લો અને અમે શોધી રહ્યા છીએ તમામ જટિલ સંખ્યા z માટે જેની શક્તિ 2016 એ આપણને z બાર આપવો જોઇએ
તેથી જો આપણે આ સમીકરણને સમકક્ષ રીતે સંતુષ્ટ કરતી તમામ જટિલ સંખ્યાના સમૂહ માટે આ સમીકરણ હલ કરીએ, તો અમે આ સમીકરણને સંતોષતા અલ્પવિરામ b ક્રમાંકિત જોડીને જોડી શકીએ તો ચાલો આ સમીકરણમાંથી આ સમીકરણ ઉકેલીએ.
અવલોકન એ છે કે જો આપણે મોડ્યુલસ લાગુ કરીએ તો આપણે જોઇએ છીએ કે 2016 નું મોડ્યુલસ z બારના મોડ્યુલસ જેટલું હોવું જોઇએ જે મોડ z જેટલો જ છે જેનો અર્થ t થાય છે.

hat mod z ને ડાબી બાજુએ લાવો
તેથી અમારી પાસે 2016 માઈનસ મોડ z છે તે 0 ની બરાબર હોવું જોઇએ
તેથી આપણે જે દલીલ કરી રહ્યા છીએ તે છે કે જો કોઈ જટિલ સંખ્યા આ સમીકરણને સંતોષે છે તો તેણે આ સંબંધને સંતોષવો જોઇએ આ સૂચવે છે કે મોડ z ઉત્પાદન સાથે મોડ z પાવર 2015 માઇનસ 1 આ 0 ની બરાબર હોવું જોઈએ આ સંબંધમાંથી આપણે જોઈએ છીએ કે કાં તો મોડ z શૂન્ય હોવો જોઇએ અથવા મોડ z પાવર બે હજાર પંદર એક સમાન હોવો જોઈએ
તેથી આપણને સંબંધ મળે છે કાં તો મોડ z શૂન્ય r મોડ z ની બરાબર છે પાવર બે હજાર પંદર એક સમાન હોવો જોઈએ જો મોડ z શૂન્યની બરાબર હોય તો તેનો અર્થ એ થાય કે z શૂન્ય છે
તેથી ચાલો આપણે ધ્યાનમાં લઈએ કે જો z શૂન્ય ન હોય તો મોડ z પાવર 2015 એક હોવો જોઈએ આમાંથી આપણે તારણ કાઢીએ છીએ કે મોડ z એકની બરાબર હોવું જોઈએ શા માટે કારણ કે જો મોડ્સ એટ પાવર 2015 એક છે અને ધારો કે મોડ z એક કરતા ઓછો છે તો તરત જ તમને કહે કે એક કરતા ઓછો અથવા એક કરતા વધારે તમે તરત જ જોશો કે મોડ z પાવર બે હજાર પંદર એક બરાબર હોઈ શકે નહીં
તેથી આ દલીલ દ્વારા અમે જોઈ શકો છો કે i mmedialy mod z એ એક જ હોવો જોઈએ જો તેની શક્તિ એક હોય તો આ નિષ્કર્ષ પરથી,
તેથી હવે મોડ્સ માટેનો કેસ ધ્યાનમાં લો જો mod z બરાબર એક હોય તો mod z સ્ક્વેર ફરીથી એક છે અને આ અમને તરત જ જણાવશે કે અમે લખી શકીએ છીએ z બાર મોડ z ચોરસ z માં z માં z બાર જે z બાર જેટલો જ છે તે હવે z દ્વારા એક દ્વારા આપવામાં આવે છે આ કિસ્સામાં આપણે જોઈએ છીએ કે આપણે એકમાંથી સમીકરણ પર પાછા જઈએ છીએ અમારી જટિલ સંખ્યા આ z બારને સંતોષે છે હવે આપણે એવા કિસ્સામાં છીએ જો મોડ z બરાબર એક પછી z બાર એ બીજું કંઈ નથી પણ એક બાય z છે
તેથી આ સૂચવે છે કે z ની ઘાત બે હજાર સત્તર એક છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ સમીકરણ માટેના તમામ સંભવિત ઉકેલો શું છે આ એકતાનું nમું મૂળ છે જ્યાં n છે.
2017.

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે સમીકરણ બે સમીકરણ બે એ બે હજાર સિત્તેર અલગ-અલગ બિન-શૂન્ય ઉકેલો છે અને અમે નોંધ્યું છે કે જો તમે z ને શૂન્યની બરાબર ગણો છો તો તે પણ આ સમીકરણને સંતોષે છે
તેથી જેનો અર્થ થાય છે કે શૂન્યની બરાબર z એ નિષ્કર્ષ તરીકે ઉકેલ 1 પણ છે.

સમીકરણ 1 a s 2018 ના વિશિષ્ટ ઉકેલો ચાલો આપણે એકતાના nમા મૂળ માટે એક સરસ ગુણધર્મ જોઈએ.
શૂન્યથી n માઇનસ 1 સુધી m શિખર દ્વારા એકતાનું nમું મૂળ, તો આપણને n અથવા 0 તરીકે મૂલ્ય મળે છે જો પાવર m n નો બહુવિધ હોય તો આપણને n મળે છે જે એમ કહેતા સમાન છે કે n એ m ને વિભાજિત કરે છે અન્યથા આપણને સરવાળો મૂલ્ય મળે છે 0 ચાલો આપણે આ પ્રસ્તાવ zk સાબિત કરીએ જેમ આપણે અગાઉ ઉલ્લેખ કર્યો છે તેમ આપણે તેને ફક્ત આલ્ફા પાવર k તરીકે લખી શકીએ છીએ જ્યાં આલ્ફા s કહે છે 2 pi બાય n અને k શૂન્યથી n માઇનસ એક છે હવે 0 થી n બાદ 1 z ના સરવાળા k ને ધ્યાનમાં લો પાવર kzk પાવર m માટે જે k બરાબર શૂન્ય થી n માઇનસ વન zk ની જગ્યાએ આલ્ફા પાવર k અને પાવર m છે અને આ
0 થી n માઇનસ 1 આલ્ફા પાવર m ના સમીકરણ k સમાન છે હવે આ એક નિશ્ચિત સંખ્યા છે વધેલી શક્તિ k સાથે હવે સરવાળો કંઈ નથી પણ ભૌમિતિક સરવાળો છે સરવાળાનું મૂલ્ય સરળતાથી કેવી રીતે શોધી શકાય તે જાણો
કદાચ માત્ર એક ટિપ્પણી તરીકે હું ફક્ત તે ભૌમિતિક સરવાળો સરવાળો k બરાબર ઉમેરીશ તો ચાલો આપણે ફક્ત ભૌમિતિક સરવાળો યાદ કરીએ, ચાલો કહીએ કે n માઇનસ 1 સુધી આપણી પાસે a ની ઘાત k છે સરવાળો મૂલ્ય ઘાત n માઇનસ વનને એક બાદબાકી એક દ્વારા વિભાજિત કરવામાં આવે છે જ્યાં a બરાબર એક બરાબર ન હોવો જોઈએ
તેથી આપણે સરળતાથી મેળવી શકીએ કે સરવાળો મૂલ્ય હતો આમ આપણે તેને અહીં લાગુ કરી શકીએ છીએ જેનો અર્થ છે કે સરવાળો મૂલ્ય અહીં a છે અહીં નિશ્ચિત મૂલ્ય આલ્ફા પાવર m છે
તેથી આપણને આલ્ફા પાવર એમ મળે છે તેની શક્તિ n માઇનસ 1 ને ભાગ્યા આલ્ફા પાવર m માઇનસ વન હવે ચાલો હું તે જ સરવાળા મૂલ્યને આગલા પૃષ્ઠના સરવાળા k બરાબર શૂન્ય થી n માઇનસ વન z પાવર k લખું પાવર m તેનું મૂલ્ય અમે તેને આલ્ફા પાવર m પાવર n માઇનસ વન ભાગ્યા આલ્ફા પાવર m માઇનસ વન તરીકે શોધી કાઢ્યું છે કે જો m n બરાબર વડે વિભાજ્ય હોય તો આલ્ફા પાવર m બરાબર એક હશે એટલે કે આ સૂત્ર માન્ય છે જો આલ્ફા પાવર m 1 ની બરાબર નથી અને સમાનતા થાય છે જ્યારે nn m ને વિભાજિત કરે છે
તેથી જો n એ m ને વિભાજિત કરતું નથી એટલે કે m એ n નો ગુણાંક નથી તે કિસ્સામાં આપણે જાણીએ છીએ કે આલ્ફા પાવર m એક અને ઉપરના સમાન નથી
તેથી અભિવ્યક્તિ k શૂન્ય થી n બાદ એક z ઘાત k બરાબર છે પાવર m આપણે જોઈએ છીએ કે અહીં આ શબ્દ આલ્ફા પાવર n પાવર m માઇનસ વન ભાગ્યા આલ્ફા પાવર m માઇનસ વન જેવો છે અને નોંધ લો કે આલ્ફા પાવર n ની કિંમત એક છે
તેથી આ શૂન્ય બને છે અને જ્યારે n ન થાય ત્યારે આ બિન-શૂન્ય જથ્થો છે m ભાગાકાર કરો એટલે કે જો n એ m ભાગાકાર ન કરે તો આપણને શૂન્ય મળે છે, ધારો કે n m ને ભાગાકારે છે જેનો અર્થ એમ થાય છે કે m એ n ના કેટલાક ગુણાંક દ્વારા આપવામાં આવે છે તે કિસ્સામાં k નો સરવાળો k 0 થી n માઇનસ 1 z સુધીની ઘાત k માટે આપણને પાવર વધારવાની જરૂર છે m જે qn છે અને અમે પહેલેથી જ નોંધ્યું છે કે એકતાનું nમું મૂળ તેની n પાવરનો ગુણાંક હંમેશા એક હશે
તેથી તેને આલ્ફા પાવર k તરીકે પણ ફરીથી લખી શકાય છે

અને અહીં તે kq છે અને આપણે સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ કે આ શબ્દ એક છે અને ફરીથી જો તમે પાવર kq વધારો તે ફરીથી એક છે સરવાળો મૂલ્ય n છે જો m m છે n નું અલ્ટીપલ
તેથી અમે અમારી દરખાસ્તને સાબિત કરી છે કે જો તમે એકતાના nમા મૂળને ગણો તો m તેને એકતાના તમામ nમા મૂળનો સરવાળો કરો તો તમને મૂલ્ય n મળે છે જો m એ n નો ગુણાંક હોય અન્યથા અમને 0 મળે છે ચાલો જોઈએ a m મૂલ્ય સાથેનો ખૂબ જ ચોક્કસ કેસ ખાસ કરીને m મૂલ્યને એક તરીકે ધ્યાનમાં લો, જો n એક કરતા મોટો હોય તો તે m ને વિભાજિત કરતું નથી
તેથી k થી શૂન્યથી n માઇનસ 1 z ઘાત k જ્યાં m ને 1 તરીકે ગણવામાં આવે છે ત્યાં આપણને મળે છે.
સરવાળાની કિંમત 0.
n એ એક કરતા મોટી છે તો હવે લખો કે આ zkzk શું છે તે બીજું કંઈ નથી પરંતુ cos two k pi by n વત્તા i sine 2 k pi બાય n આ 0 બરાબર છે અને હવે આપણે તે વાસ્તવિક ભાગ સરળતાથી જોઈ શકીએ છીએ આ જટિલ સંખ્યાનો 0 છે અને જટિલ સંખ્યા શૂન્યનો કાલ્પનિક ભાગ ગણતરી કરો કે આ જટિલ સંખ્યાનો વાસ્તવિક ભાગ શું છે જે k બરાબર શૂન્યથી n ઓછા એક કોસ બે k pi બાય n જે આ જટિલ સંખ્યાનો વાસ્તવિક ભાગ છે તે સિવાય બીજું કંઈ નથી અને આ શૂન્ય છે અને કાલ્પનિક ભાગ જે si છે ne 2 k pi બાય n આ 0 છે જો હું સ્પષ્ટ રીતે લખું કે આ k બરાબર શૂન્ય કોસ શૂન્ય માટે છે જે એક છે અને પછી બાકીના શબ્દો જે આપણી પાસે અહીં છે તે બે pi બાય n વત્તા cos ચાર pi બાય n અને કોસ સુધી 2 n માઇનસ 1 pi બાય n ની કિંમત માઈનસ 1 છે અને આપણને 0 ની બરાબર k માટે k ની અવેજીમાં બીજી ત્રિકોણમિતિ ઓળખ મળે છે આપણે જોઈએ છીએ કે પ્રથમ સરવાળો મૂલ્ય 0 છે બાકીના પરિબળો આપણને સાઈન બે pi બાય n સાઈન ફોર pi બાય મળે છે n અને છેલ્લી ટર્મ સાઈન બે n માઈનસ વન પાઈ બાય n ની કિંમત 0 છે.

તેથી ચોક્કસ કેસ પાવર m બરાબર 1 માટે આપણને એક સરસ ત્રિકોણમિતિ ઓળખ મળી છે, ચાલો આ પ્રસ્તાવના આધારે આપણે આલ્ફાને cis 2 તરીકે દર્શાવીએ છીએ.
n દ્વારા pi એ એકતાના nમા મૂળ સિવાય બીજું કંઈ નથી અને જટિલ સંખ્યા z એ નીચેની શરતને સંતોષે છે કે તમે એકતા આલ્ફા k ના nમા મૂળથી z સુધીનું અંતર માપો છો જે એકતાના તમામ nમા મૂળમાંથી એક કરતા ઓછું અથવા બરાબર છે જો ત્યાં az આ સ્થિતિને સંતોષે છે તો z mus શૂન્ય નથી
તેથી ચાલો આપણે ચિત્રાત્મક રીતે
જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ કે આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે કે જો તમારી પાસે શૂન્યની બરાબર k હોય તો એક કહો કે એક થી z મહત્તમ અંતર એક કરતા ઓછું અથવા બરાબર છે
તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે આ અંતર શું છે આ એકમ છે એકનું અંતર પણ અહીં તે એકમ છે હવે z જટિલ નંબર એકથી 1 ના અંતરની અંદર આવેલું છે ઠીક છે, એટલે કે તમે એકમાંથી એકની લંબાઈ કેટલી છે તે ટ્રેસ કરો તો આપણને વર્તુળ મળશે હવે z અંદર ક્યાંક છે અને હવે લો એક બીજું કહો કે આલ્ફા જે એકતાના nમા મૂળમાં છે હવે તમે અંતર સાથે બીજું વર્તુળ બનાવો
ફરી એક વર્તુળની અંદર z આવેલું છે, તેવી જ રીતે તમે જોશો કે
એકતાના દરેક nમા મૂળ સાથે એકતાના 9મા મૂળનું અંતર છે.
જો આવી જટિલ સંખ્યા હોય તો હંમેશા એક કરતા ઓછી અથવા તેની બરાબર હોય તો અમે બતાવવા જઈ રહ્યા છીએ કે તે મૂળ સિવાય બીજું કંઈ નથી, ચાલો આપણે આ પરિણામને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જે આપણને આપવામાં આવે છે કે z માઈનસ આલ્ફા પાવર k કરતાં ઓછી અથવા બરાબર છે.

ના તમામ મૂલ્યો માટે 1 થી k એક થી n માઈનસ વન
તેથી હવે હું માત્ર k ની કિંમત નક્કી કરું છું જે શૂન્ય થી n માઇનસ 1 માં છે પછી આપણે તે મોડ z માઈનસ આલ્ફા પાવર k જોઈએ છીએ જેનો ચોરસ જે દરેક અવયવનો ફરીથી ગુણાંક છે અને આ શબ્દ ઓછો છે એક કરતા અથવા બરાબર આ શબ્દ ફરીથી એક કરતા ઓછો અથવા બરાબર છે
તેથી ઉત્પાદન એક કરતા ઓછું અથવા બરાબર છે આ સૂચવે છે કે હવે આ ડાબી બાજુને વિસ્તૃત કરવાનો પ્રયાસ કરો આ z માઈનસ આલ્ફા kz માઈનસ આલ્ફા k બાર છે તેમનું ઉત્પાદન ઓછું છે એક કરતાં અથવા તેની બરાબર હવે ડાબી બાજુએ વધુ વિસ્તૃત કરો આ મોડ z સ્ક્વેર છે અને અન્ય શબ્દો z આલ્ફા k બાર માઈનસ z બાર આલ્ફા પાવર k વત્તા તમને આલ્ફા k સ્ક્વેરનું મોડ્યુલસ મળે છે જે એક કરતાં ઓછું અથવા બરાબર છે તે યાદ કરો એકતાનું nમું મૂળ જે એકમ વર્તુળ પર આવેલું છે
તેથી જેનો અર્થ થાય છે આ આલ્ફા પાવર k મૂલ્યનું મોડ્યુલસ એક છે આ સૂચવે છે કે મોડ z ચોરસ તેના કરતા ઓછી અથવા બરાબર છે અન્ય તમામ શબ્દો જમણી બાજુએ લો તો તમે મેળવો છો તે z આલ્ફા પાવર k બાર છે વત્તા z બાર આલ્ફા પાવર k જ્યાં k મૂલ્યો 0 થી n માઈનસ 1 સુધી સમાન અસમાનતા સંતુષ્ટ થાય છે
તેથી માત્ર અવલોકન કરો કે તેનો અર્થ શું છે કે તમે 0 ની બરાબર k લો તો તમને તે ચોક્કસ જટિલ સંખ્યા માટે એકતાનું પ્રથમ nમું મૂળ મળે છે k બરાબર કહો તમને આલ્ફા બાર વત્તા z બાર આલ્ફામાં મળે છે
તેથી અમને n અસમાનતા મળે છે હવે તમે આ n અસમાનતાઓનો સરવાળો કરો છો આનો અર્થ એ થાય છે કે જો હું આ n અસમાનતાઓનો સરવાળો કરું તો ડાબી બાજુએ મને મોડ z ચોરસની n શરતો મળે છે આ તેનાથી ઓછી અથવા બરાબર છે k નો સરવાળો 0 થી n માઈનસ 1 z આલ્ફા પાવર k બાર સાથે ગુણાકાર વત્તા આ એક સામાન્ય સરવાળો છે જે હવે આપણી પાસે હોઈ શકે છે તમારે દરખાસ્ત લાગુ કરવાની જરૂર છે જે અમે હમણાં જ સાબિત કર્યું છે કે
nમા મૂળના સરવાળાના સરવાળા તરીકે હવે એકતા શૂન્ય છે જે અહીં બરાબર સરવાળો છે અહીં આપણે z ને સામાન્ય પરિબળ તરીકે ફેંકી શકીએ છીએ અને પછી તમે જમણી બાજુએ આવો છો, ચાલો હું લખીશ કે આ 0 થી n માઈનસ સુધીના z ગુણ્યા સમીકરણ k કરતા ઓછી અથવા બરાબર છે 1 આલ્ફા કે બાર વત્તા z બાર સમીકરણ k બરાબર 0 થી n માઈનસ 1 આલ્ફા

પાવર k છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે આ સરવાળો 0 છે અને અહીં સંયોગને સામાન્ય રીતે સરવાળાની બહાર લઇ શકાય છે અને સરવાળો ફરીથી સમાન છે આમ જે શૂન્ય છે જેનો અર્થ થાય છે અધિકાર હાથની બાજુ શૂન્ય બની જાય છે હવે જુઓ કે z ચોરસનું મોડ્યુલસ જે એક બિન- નેગેટિવ શબ્દ છે જે શૂન્યથી ઓછું અથવા બરાબર છે તેનો અર્થ એ છે કે મોડ z એ શૂન્ય હોવું જોઇએ જે z એ શૂન્ય છે તેવું જ કહે છે

તેથી અમે અમારું ઇચ્છિત પરિણામ સાબિત કર્યું.

કે જો એકતાના તમામ nમા મૂળમાંથી અંતર ધરાવતી જટિલ સંખ્યા હોય જે એક કરતા ઓછી અથવા સમાન હોય તો જટિલ સંખ્યા મૂળ હોવી જોઇએ, ચાલો આપણે બીજું સરસ પરિણામ સાબિત કરીએ કે આપણને નિયમિત બહુકોણ આપવામાં આવે છે, ચાલો કૉલ કરીએ તે શું શિરોબિંદુ છે તે p naught p 1 સુધી pn માઇનસ 1 છે જે એકમ વર્તુળ પર મૂકવામાં આવે છે
ઠીક છે,

તેથી આપણને n નિયમિત બહુકોણ આપવામાં આવે છે જે એકમ વર્તુળ પર મૂકવામાં આવે છે આ આપેલ ધારણા સાથે આપણે બતાવવા જઈ રહ્યા છીએ કે d p naught થી p 1 નો ગુણાકાર p naught થી p 2 ના અંતર સાથે p naught થી pn માઇનસ 1 ના અંતર સુધી આમ n શરતો તમે ગુણાકાર કરશો તો તમને મૂલ્ય મળશે n જે રસપ્રદ ઓળખ છે અને વધુમાં આ ઓળખનો ઉપયોગ કરીને અમે મેળવવા જઈ રહ્યા છીએ સરસ ત્રિકોણમિતિ ઓળખ જે જણાવે છે કે સાઈન pi બાય n સાઈન 2 pi બાય n સુધી n માઇનસ 1 pi બાય n ની કિંમત n બાય 2 ઘાત n માઇનસ 1 આપે છે અને એ જ રીતે આપણી પાસે એક વધુ ઓળખ છે જે તફાવત અહીં આપણે જોઇ શકીએ છીએ કે અહીં આપણે કહો કહો કે pi ના વિષમ ગુણાંકને 2 n વડે ભાગ્યા છે તેના બદલે અહીં આપણી પાસે સળંગ પદો pi 2 pi છે

તેથી આપણી પાસે n ઓછા 1 pi બાય n સુધી છે પણ અહીં આપણી પાસે 2 n વડે ભાગ્યા pi ના વિષમ ગુણાંક છે તેનું ઉત્પાદન આપણને 1 વડે આપે છે 2 ઘાત n માઇનસ 1 જે ખૂબ જ રસપ્રદ ઓળખ છે, ચાલો આ પરિણામ સાબિત કરીએ, ચાલો એ જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ કે આપણને જે સમસ્યા આપવામાં આવી છે તે શું છે, આપણી પાસે નિયમિત બહુકોણ છે જે એકમ વર્તુળમાં મૂકવામાં આવે છે જેમ કે p naught અને p one અને

તેથી pn માઇનસ વન પર આપણે જાણીએ છીએ કે આ શિરોબિંદુને એકતાના nમા મૂળ તરીકે પસંદ કરી શકાય છે,

તેથી સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના આપણે ધારી શકીએ કે આપેલ n નિયમિત બહુકોણ એકમ વર્તુળ પર એવી રીતે મૂકવામાં આવે છે કે શિરોબિંદુઓ બીજું કંઇ નથી પરંતુ એકતાના nમા મૂળ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે જો તમે શિરોબિંદુ તરીકે એકતાના nમા મૂળ પર બહુકોણ મૂકો તો તે નિયમિત બહુકોણ છે આમ આપણે પહેલાથી જ છેલ્લા લેક્ચરમાં ચર્ચા કરી છે હવે પ્રથમ ઓળખ જે અમે સાબિત કરી રહ્યા છીએ તે છે તમે p naught થી p one અને p naught થી અંતરને ધ્યાનમાં લો.

p બે અને સમગ્ર અન્ય શિરોબિંદુઓ માટે p થી અંતર આપણે ધ્યાનમાં લઇએ છીએ અને તેનું ઉત્પાદન લઇએ છીએ જે તેનું ઉત્પાદન આપે છે n આ આપણે બતાવવાનું છે જો કે ભૌમિતિક રીતે જટિલ લાગે છે પરંતુ એકવાર આપણે જટિલ સંખ્યાઓની દ્રષ્ટિએ લખીએ છીએ તે ખૂબ જ સ્પષ્ટ છે તેની સરળ ઓળખ સામાન્યતા ગુમાવ્યા વિના આમ સાબિત કરવા માટે અમે ધારીએ છીએ કે આ pks આલ્ફા પાવર k પર મૂકવામાં આવ્યા છે જે એકતા k નું nમું મૂળ છે 0 થી n માઇનસ 1 છે.

હવે ઓળખને યાદ કરો જે આપણે પહેલેથી જ એક ટિપ્પણી તરીકે ઉલ્લેખ કર્યો છે જે અમારી બહુપદી છે જો તમને આ ઓળખ યાદ હોય તો z પાવર n માઇનસ 1 ને z માઇનસ 1 પ્રોડક્ટ તરીકે ફેક્ટર કરી શકાય છે અને z ને પાવર n માઇનસ 1 z ને પાવર n માઇનસ બે અને આમ બહુપદીને z તરીકે ફેક્ટર કરી શકાય છે.

માઇનસ આલ્ફા પાવર k જ્યાં આલ્ફા k એ એકતાના nમા મૂળ સિવાય બીજું કંઇ નથી

તેથી આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે આ બહુપદી મૂળ ફક્ત આલ્ફા પાવર k છે જ્યાં k 1 થી n માઇનસ 1 સુધી છે.

તેથી આપણે આ ઓળખને યાદ કરીશું કે આપણી પાસે શું છે.

z થી પાવર n માઇનસ 1 વત્તા z થી પાવર n માઇનસ ટુ પ્લસ z પ્લસ વન આ તેના ઉત્પાદન તરીકે લખાયેલ છે જે આપણે તેના મૂળ દ્વારા પરિબળ તરીકે જોયેલું છે મૂળ અહીં છે આપણે pk અથવા આપણા સામાન્ય સંકેત આલ્ફા પાવર k કહી શકીએ હવે આમ ઓળખ બધી જટિલ સંખ્યાઓ માટે સાચી છે ફક્ત 1 ની બરાબર z પસંદ કરો

પછી ડાબી બાજુએ આપણી પાસે n પદ છે આપણને n મળે છે અને જમણી બાજુએ આપણને k નું ઉત્પાદન મળે છે 1 થી n ઓછા 1 1 ઓછા આલ્ફા પાવર k આપણે નજીક છીએ ઓળખ જે અમને સાબિત કરવામાં રસ છે તે હવે પૂછો તમારી જાતને આ જથ્થો શું છે 1 ઓછા આલ્ફા પાવર k 1 આપણું એકતાનું પ્રથમ nમું મૂળ છે અને k બરાબર એક એ કોણ સાથેનો કોણ છે જે બે pi બાય n છે આપણે અહીં મેળવીશું આ ખૂણો બે pi બાય n આ p એક છે આપણે હવે આલ્ફા વન પી વન લખ્યું છે આપણે તેને આલ્ફા અને પી ટુ લખ્યું છે આપણે આલ્ફા પાવર બે લખ્યા છે હવે જો હું સંપૂર્ણ મૂલ્ય લઇએ તો તે p naught વચ્ચેનું અંતર આપે છે જે 1 થી pk છે તે આલ્ફા પાવર k છે

તેથી આપણે જોઇએ છીએ કે જો તમે આ ઓળખ માટે નિરપેક્ષ મૂલ્ય લો છો તો અમને અમારી ઇચ્છિત ઓળખ મળે છે જે આ ઉત્પાદન k નું સંપૂર્ણ મૂલ્ય છે 1 થી n માઇનસ 1 1 માઇનસ આલ્ફા પાવર k અને જમણી બાજુ એ બિન-નેગેટિવ સંખ્યા છે સંપૂર્ણ મૂલ્ય મોડ્યુલસ આપે છે મૂલ્ય z1 z2 નું સમાન મોડ્યુલસ આપે છે, અમને mod z2 સાથે mod z1 ઉત્પાદન આપશે, જેનો અર્થ છે કે આ 1 થી n સુધીના k ના ઉત્પાદન સમાન છે મોડ્યુલસ પરિબળ 1 ઓછા આલ્ફા પાવર k જે n ની બરાબર છે અને આ બીજું કંઇ નથી, પરંતુ p શૂન્યથી અંતર છે pk માટે આ p naught p એક ઉત્પાદન છે p naught p બે સુધી vp naught થી pn માઇનસ 1 વચ્ચેનું અંતર આપણને n મળે છે

તેથી જે પ્રથમ ઓળખ સાબિત કરે છે હવે આપણે બીજી ઓળખ સાબિત કરવા માંગીએ છીએ જે સાઇન સાથે સાઈન પાઇ બાય n પ્રોડક્ટ છે બે પાઇ બાય n અને

તેથી ઉત્પાદન મૂલ્ય n બાય બે ઘાત n માઇનસ એક છે આ સાબિત કરવા માટે આપણે ફક્ત ગણતરી કરવાની જરૂર છે કે 1 થી

આલ્ફા પાવર k સુધીનું અંતર કેટલું છે જે આપણી સાઇન ટર્મ્સ બરાબર મેળવશે ચાલો આપણે અંતરની ગણતરી કરીએ એક ઓછા આલ્ફા પાવર k જે એક ઓછા છે ચાલો આપણે તેનો ચોરસ ગણીએ આ એક ઓછા cos 2 k pi બાય n માઈનસ i સાઇન 2 k pi બાય n જેનો મોડ સ્ક્વેર આપણે તેને 1 ઓછા cos બે k pi બાય n ત્રણ આખા ચોરસ તરીકે મેળવીએ છીએ વાસ્તવિક ભાગ ચોરસ છે વત્તા કાલ્પનિક ભાગ ચોરસ બે k pi બાય n ચોરસ એકવાર આપણે આને વિસ્તૃત કરીએ છીએ ત્યારે આપણને એક પદ cos ચોરસ મળે છે અને આપણી પાસે એક સાઇન ચોરસ શબ્દ છે જે એક આપે છે અને આપણી પાસે અહીં વધુ એક પદ છે
 તેથી એકસાથે આપણને 2 ઓછા 2 વખત મળે છે cos 2 k pi by n હવે તમે આગળ ઓળખનો ઉપયોગ કરો કે જે 1 ઓછા છે cos 2 થીટાને 2 સાઈન ચોરસ થીટા તરીકે લખી શકાય છે
 તેથી આપણે મેળવીએ છીએ કે આ
2 સાઇન ચોરસ k pi ના 2 ગુણ્યા છે n હવે નોંધ લો કે kk ની કિંમત 1 થી n માઇનસ એક સુધી શું છે
 તેથી આપણે એક બાદબાકી આલ્ફા પાવર k ચોરસની ગણતરી sine k pi બાય n ચોરસ સાથે k રેન્જ 0 થી n માઈનસ 1 1 થી n માઇનસ 1 તરીકે થાય છે.

 તેથી આ સૂચવે છે કે p naught થી pk વચ્ચેનું અંતર સાઇનના
મોડ્યુલસના બે ગણા દ્વારા આપવામાં આવે છે.
  k pi n ની રેન્જ 1 થી n માઇનસ 1 ની હોવાથી હવે તમે દલીલ જુઓ છો અહીં દલીલ 0 થી pi સુધી બદલાય છે
 તેથી k pi મૂલ્ય s pi n થી n માઇનસ 1 pi બાય n જે ચોક્કસપણે અથવા કરતાં ઓછી છે pi ની બરાબર અને તે જ રીતે આ આર્ગ્યુમેન્ટ ચિહ્ન હેઠળ 0 થી વધુ અથવા બરાબર છે મૂલ્ય હંમેશા બિન-નેગેટિવ હોય છે
 તેથી આપણને તે મૂલ્ય મળે છે જે sine બે ગુણ્યા sine k pi બાય n છે જે હવે p naught થી pk સુધીનું અંતર સિવાય બીજું કંઇ નથી પાછલી સાબિત થયેલી ઓળખ જે p શૂન્ય p એક આપે છે જે બે પાપ છે e pi બાય n ઉત્પાદન બે સાઇન સાથે બે પાઈ બાય n અને સાઇન n માઇનસ 1 pi બાય n સાથેનું ઉત્પાદન n છે
 તેથી આપણે જોઇ શકીએ છીએ કે સાઇન પાઈ બાય n સાઇન બે પાઈ બાય n સુધી સાઇન n માઇનસ 1 pi n દ્વારા આપણને n બાય 2 પાવર n માઇનસ 1 મળે છે જે જરૂરી ઓળખ છે
 તેથી અમે ત્રીજી ઓળખ સાબિત કરવા માટે બીજી સાબિત કરી છે હું ફક્ત તે જ સંકેત આપીશ જે આપણે ધ્યાનમાં લીધું છે
 તેથી ચાલો આપણે જે ઓળખ છે તે પર પાછા જઈએ.
 સાબિત કરવા માટે આપણે અહીં સાઇન પાઈ બાય 2 n મેળવીએ છીએ અગાઉની ઓળખ આપણી પાસે સાઇન પાઈ બાય n છે
 તેથી આ ચોક્કસ શબ્દ મેળવવા માટે આપણે બે n નિયમિત બહુકોણને ધ્યાનમાં લઈએ છીએ આ ઓળખને લાગુ કરીએ છીએ એટલે કે આપણે n ની સંખ્યા બે n બરાબર છે
 તેથી આપેલની બે વાર લઈએ છીએ n તમે તેને નિયમિત બહુકોણ તરીકે ધ્યાનમાં લો અને પછી આ ઓળખનો ઉપયોગ કરો અને ન્યૂનતમ મેનીપ્યુલેશન સાથે અમે ત્રીજી ઓળખ સાબિત કરી શકીએ છીએ
 તેથી હું સાબિતી છોડી દઉં છું
 તેથી આ વ્યાખ્યાનમાં અમે એકતાના nમા મૂળ પર આધારિત ઘણી દરખાસ્તો જોયા અને કેટલીક સમસ્યાઓ અમે હલ કરી છે.
  u ના nમા મૂળ પર છે nity તેમજ અમે સરસ ત્રિકોણમિતિની ઓળખ જોઈ જે અમે એકતાના nમા મૂળનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરી શક્યા છીએ,
અમે આના પર વધુ સમસ્યાઓની ચર્ચા કરીશું, આભાર.