হ্যালো ছাত্রছাত্রীরা শেষ বক্তৃতায় জটিল সংখ্যার বক্তৃতায় স্বাগত জানাই আমরা ঐক্যের nম মূল নিয়ে আলোচনা করেছি এবং তার ভিত্তিতে আমরা বেশ কয়েকটি পরিচয় প্রমাণ করেছি আসুন এই আলোচনাটি চালিয়ে যাই

তাই আমাকে একতার nম মূলটি স্মরণ করতে দিন এটি একটি জটিল z সমীকরণকে সন্তুষ্টকারী সংখ্যা n এর ঘাত 1 এর সমান এবং আমরা শেষ ক্লাসে যা দেখিয়েছি সেখানে n স্বতন্ত্র জটিল সংখ্যা রয়েছে যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে যাকে zk বলা হয় যা 2 k pi এর cos দ্বারা n যোগ i sine 2 দ্বারা দেওয়া হয় nk দ্বারা k pi 0 1 থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত এবং আমরা লক্ষ্য করেছি যে এই zk z থেকে শক্তি 1 k ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই আপনি k কে একের সমান যা z এক যা দুই পাই বাই n যোগ i সাইন দুই n দ্বারা pi এখন এর শক্তি k নিন যা ঐক্যের অন্যান্য nতম মূল তৈরি করে এবং সুবিধার জন্য আমরা cis theta নোটেশন চালু করব যা cos theta প্লাস i sin theta হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এবং যদি আমরা এর শক্তি k গ্রহণ করি শুধু d মরিস আইন দ্বারা আমরা দেখুন যে এই গ হিসাবে আসে k theta is k theta এবং আসুন আমরা কিছু মন্তব্য করি যা আমরা পর্যবেক্ষণ করি তা হল যদি আমরা বিবেচনা করি পুট আলফাকে z 1 হিসাবে বিবেচনা করি যেটি হল cis 2 pi by n যদি আমরা আলফার জন্য n শক্তি বাড়াই যা আমরা পাই তা হল cis 2 pi দ্বারা n শক্তি n দ্বারা উপরের নিয়মে আমরা দেখতে পাই যে cis two pi যা cos two pi plus i sin two pi ছাড়া আর কিছুই নয় যা এক এবং যদি আমরা শক্তি আলফা পাওয়ার kn বাড়াই তবে এটিকে আলফা পাওয়ার n হিসাবে পুরো পাওয়ার k এবং উপরের পর্যবেক্ষণ দ্বারা লেখা যেতে পারে।

আবার ks-এর জন্য শূন্যের চেয়ে বড় বা সমান একইভাবে k ঋণাত্মক মানের জন্য কেউ পর্যবেক্ষণ করতে পারে যদি আমরা আলফা পাওয়ার k এবং পাওয়ার n বিবেচনা করি তাহলে k নেতিবাচক মানের জন্য বলুন শূন্যের চেয়ে কম এবং কেউ যাচাই করতে পারে যে এটি আবার আলফা পাওয়ার n পাওয়ার k এর সমান আবার একটি

তাই সংক্ষিপ্তকরণ হিসাবে নিয়মটি হল যদি আমরা n এর আলফা পাওয়ার গুণিতকগুলি বিবেচনা করি যা kn হয় এটি সমস্ত k পূর্ণসংখ্যার জন্য একটি এবং দ্বিতীয় মন্তব্য আসুন আমরা এই nth মূল ইউনিটগুলি লিখি যা আলফা শক্তি হিসাবে লেখা যেতে পারে k দিয়ে k শূন্য থেকে n বিয়োগ এক আমাদের ঐক্যের nতম শিকড় যার মানে হল যে এটি সন্তুষ্ট করে

তাই এটি যে কোনো আলফা শক্তিকে সন্তুষ্ট করে k শক্তি n এর সমীকরণ zকে সন্তুষ্ট করে আমাদের একটি দেবে যা বলে যে আলফা পাওয়ার k হল বহুপদী z শক্তির মূল n বিয়োগ k এর জন্য একটি

শূন্য এক থেকে n বিয়োগ এক পর্যন্ত আমরা যা জানি তা যেকোন প্রদত্ত n একের জন্য সর্বদা এই বহুপদীর জন্য মূল যা সহজেই দেখা যায় z থেকে পাওয়ার n বিয়োগ এককে বিবেচনা করুন এটিকে z থেকে শক্তি n বিয়োগ সহ z বিয়োগ 1 গুণফল হিসাবে ফ্যাক্টরাইজ করা যেতে পারে 1 প্লাস z থেকে পাওয়ার n বিয়োগ 2।

তাই সহজ গণনার মাধ্যমে আমরা যাচাই করতে পারি যে বাম দিকের z শক্তি n বিয়োগ 1 এই দুটি ফ্যাক্টরের গুণফলের পরিপ্রেক্ষিতে লেখার মতোই এখন যেহেতু z এর সমান একটি এর জন্য একটি মূল বহুপদী আমরা শব্দটি এবং অবশিষ্ট গুণনীয়কগুলি নির্ণয় করেছি যা n বিয়োগ 1 ডিগ্রি বহুপদী এর জন্য আলফা k থেকে k থেকে এক থেকে n বিয়োগ এক এই বহুপদীর মূল হবে যা অন্য পর্যবেক্ষণ থেকে আমরা বলতে পারি যে আলফা শক্তি k zn বিয়োগ 1 প্লাস zn বিয়োগ 2 প্লাস z প্লাস ওয়ানের মূল হল k-এর জন্য এক দুই থেকে n বিয়োগ এক পর্যন্ত

তাই এর মানে হল যে আমরা বহুপদী z শক্তি n বিয়োগ 1 প্লাস z শক্তি n বিয়োগ 2 প্লাস z প্লাস 1 লিখতে পারি।

যেমন z বিয়োগ আলফা z বিয়োগ আলফা বর্গক্ষেত্র এবং

তাই z বিয়োগ আলফা শক্তি n বিয়োগ এক

তাই যদি আমি একটি সংক্ষিপ্ত স্বরলিপি লিখি আমরা যা দেখতে পাই তা হল যে ফ্যাক্টর বা বহুপদী শক্তি n বিয়োগ 1 প্লাস z শক্তি n বিয়োগ 2 এই প্লাস পর্যন্ত z প্লাস 1 এই বহুপদীটিকে একক শক্তি k-এর nতম মূল ব্যবহার করে ফ্যাক্টরাইজ করা যেতে পারে

এবং সমতা সহজেই যুক্তিযুক্ত কারণ n বিয়োগ এক ডিগ্রি বহুপদীতে সর্বাধিক n বিয়োগ এক মূল থাকতে পারে এবং আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল n বিয়োগ 1 মূল আমরা ইতিমধ্যে পর্যবেক্ষণ করেছি ঐক্যের স্বতন্ত্র nম মূল হল এই বহুপদীগুলির মূল

তাই এই বহুপদকে এই ফর্মটিতে ফ্যাক্টরাইজ করা যেতে পারে এই মন্তব্যের মাধ্যমে আসুন আমরা একটি সাধারণ সমস্যায় চলে যাই একটি কমা b যেখানে a এবং b বাস্তব সংখ্যা যেমন i t এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে a প্লাস ib পাওয়ার 2016 একটি বিয়োগ ib এর সমান

তাই আমাদেরকে সম্ভাব্য একটি কমা b বাস্তব সংখ্যা খুঁজে বের করতে বলা হয় যাতে এটি এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে যা আমরা জানি যে র দুটি কার্টেসিয়ানে একটি কমা b দেওয়া হয়েছে একটি কমা b দেওয়া হয়েছে বাস্তব সংখ্যার গুণফল আমরা একটি জটিল সংখ্যা a প্লাস ib কে স্বতন্ত্রভাবে যুক্ত করতে পারি যার অর্থ হল এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে ক্রমযুক্ত জোড়া খুঁজে পাওয়া যা এই সম্পর্কের কারণে এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে এমন জটিল সংখ্যা খুঁজে পাওয়ার সমতুল্য

তাই z কে যোগ ib হিসাবে বিবেচনা করুন এবং আমরা খুঁজছি সমস্ত জটিল সংখ্যা z এর জন্য যার শক্তি 2016 আমাদের z বার দিতে হবে

তাই যদি আমরা এই সমীকরণটিকে সমানভাবে সন্তুষ্ট করে সমস্ত জটিল সংখ্যার সেটের জন্য এই সমীকরণটি সমাধান করি তবে আমরা

এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে একটি কমা b যুক্ত করতে পারি

তাই আসুন আমরা এই সমীকরণ থেকে এই সমীকরণটি সমাধান করি পর্যবেক্ষণ হল যদি আমরা মডুলাস প্রয়োগ করি

তাহলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে 2016-এর মডুলাস অবশ্যই z বারের মডুলাসের সমান হতে হবে যা mod z এর মত যা বোঝায় t হ্যাট মোড জেড বাম দিকে নিয়ে আসুন
তাই আমাদের 2016 বিয়োগ মোড জেড অবশ্যই 0 এর সমান হতে হবে
তাই আমরা যা যুক্তি দিচ্ছি তা হল যদি একটি জটিল সংখ্যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে তবে এটি অবশ্যই এই সম্পর্কটিকে সন্তুষ্ট করবে এটি বোঝায় যে মোড z পণ্যের সাথে মোড জেড পাওয়ার 2015 বিয়োগ 1 এটি অবশ্যই 0 এর সমান হতে হবে এই সম্পর্ক থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে হয় মোড জেডকে অবশ্যই শূন্য হতে হবে বা মোড জেড পাওয়ার দুই হাজার পনেরটি অবশ্যই একের সমান হতে হবে
তাই আমরা সম্পর্কটি মোড জেড শূন্য র মোড জেডের সমান হবে পাওয়ার দুই হাজার পনের অবশ্যই একের সমান হতে হবে যদি mod z শূন্যের সমান হয় এর মানে হল z শূন্য
তাই আসুন আমরা বিবেচনা করি যদি z অ শূন্য হয় তাহলে mod z power 2015 অবশ্যই এক হতে হবে এর থেকে আমরা উপসংহারে পৌঁছেছি যে mod z অবশ্যই একের সমান হতে হবে কেন কারণ যদি মোড অ্যাট পাওয়ার 2015 এক হয় এবং ধরুন মোড জেড একের চেয়ে কম তাহলে অবিলম্বে আপনাকে বলে যে একের চেয়ে কম বা একের বেশি আপনি অবিলম্বে দেখতে পাবেন যে মোড জেড পাওয়ার দুই হাজার পনের এক ঠিক সমান হতে পারে না
তাই এই যুক্তি দ্বারা আমরা দেখতে পারেন যে আমি mmedialy mod z অবশ্যই এক হতে হবে যদি এর শক্তি এক হয়
তাই এই উপসংহার থেকে
তাই এখন বিবেচনা করুন মোডের ক্ষেত্রে সমান সমান এক যদি mod z সমান হয় তাহলে mod z বর্গ আবার এক এবং এটি আমাদের সাথে সাথে z বারকে আমরা লিখতে পারি মোড z বর্গক্ষেত্রে z হিসাবে z বারে যা z বারের মতোই z বারকে z দিয়ে দেওয়া হয়েছে এখন এই ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা একটি থেকে সমীকরণে ফিরে যাই আমাদের জটিল সংখ্যাটি এই z বারকে সন্তুষ্ট করতে হবে এখন আমরা একটি ক্ষেত্রে যদি মোড z একের সমান তারপর z বারটি z দ্বারা এক ছাড়া আর কিছুই নয়
তাই এর অর্থ হল z থেকে শক্তি দুই হাজার সতেরো এক এবং আমরা জানি এই সমীকরণের সম্ভাব্য সব সমাধান কী , এটি ঐক্যের nম মূল ছাড়া আর কিছুই নয় যেখানে n হয় 2017.
সুতরাং এর মানে হল যে সমীকরণ দুটি সমীকরণ দুই হিসাবে দুই হাজার সত্তরটি স্বতন্ত্র অ-শূন্য সমাধান এবং আমরা লক্ষ্য করেছি যে আপনি যদি z কে শূন্যের সমান বিবেচনা করেন তবে এই সমীকরণটিও সন্তুষ্ট হয় যার মানে শূন্যের সমান z হল সমাধান 1 ও একটি উপসংহার হিসাবে সমীকরণ 1 ক s 2018 এর স্বতন্ত্র সমাধান আসুন আমরা ঐক্যের nম মূলের জন্য একটি সুন্দর সম্পত্তি দেখি ঐক্যের nম মূলটি বিবেচনা করুন যা cis টু k pi দ্বারা n দ্বারা দেওয়া zk হিসাবে লেখা হয়েছে যেখানে k শূন্য থেকে n বিয়োগ এক এখন যোগফল বিবেচনা করুন শূন্য থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত m সামিট দ্বারা একতার nতম মূল তাহলে আমরা n বা 0 হিসাবে মান পাব যদি n এর ঘাত m গুণিতক হয় যা বলে যে n m ভাগ করে অন্যথায় আমরা যোগফলের মান হিসাবে পাই 0 আসুন আমরা এই প্রস্তাবটি zk প্রমাণ করি যেমন আমরা আগে উল্লেখ করেছি আমরা এটিকে আলফা শক্তি k হিসাবে লিখতে পারি যেখানে আলফা s বলে 2 pi দ্বারা n এবং k শূন্য থেকে n বিয়োগ এক এখন যোগফল k কে 0 থেকে n বিয়োগ 1 z পর্যন্ত বিবেচনা করুন পাওয়ার kzk পাওয়ার m যা k সমান শূন্য থেকে n বিয়োগ এক zk আলফা পাওয়ার k এবং পাওয়ার m দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়েছে
এবং এটি
0 থেকে n বিয়োগ 1 আলফা পাওয়ার m পর্যন্ত যোগফল k এর সমান এখন এটি একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা উত্থিত শক্তি k দিয়ে এখন যোগফল জ্যামিতিক যোগফল ছাড়া আর কিছুই নয় কিভাবে সহজে যোগফলের মান খুঁজে বের করতে হয় তা জানি হয়তো শুধু একটি মন্তব্য হিসাবে আমি শুধু জ্যামিতিক যোগফলের যোগফল k এর সমান যোগ করব
তাই আসুন আমরা শুধু জ্যামিতিক যোগফল স্মরণ করি, আসুন n বিয়োগ 1 পর্যন্ত বলি যে আমাদের কাছে a এর শক্তি k যোগফলের মান আছে একটি পাওয়ার n বিয়োগ একেকে বিয়োগ এক দ্বারা ভাগ করা হয় যেখানে একটি অবশ্যই এক ঠিক সমান হওয়া উচিত নয়
তাই আমরা সহজেই বের করতে পারি যে যোগফলের মানটি ছিল
তাই আমরা এখানে এটি প্রয়োগ করতে পারি যার অর্থ হল যোগফলের মান এখানে a এখানে স্থির মান আলফা পাওয়ার m
তাই আমরা পেয়েছি আলফা পাওয়ার m এর পাওয়ার n বিয়োগ 1 ভাগ করে আলফা পাওয়ার m বিয়োগ এক এখন আমাকে পরবর্তী পৃষ্ঠার যোগফল k এর সমান শূন্য থেকে n বিয়োগ এক z পাওয়ার k এর সমান যোগফল লিখতে দিন power m এর মান আমরা এটিকে আলফা পাওয়ার m পাওয়ার n বিয়োগ এক হিসাবে পেয়েছি যা আলফা শক্তি m দ্বারা বিয়োগ করে একটি লক্ষ্য করুন যে আলফা শক্তি m একের সমান হবে যদি m n ok দ্বারা বিভাজ্য হয়
তাই এই সূত্রটি বৈধ যদি আলফা শক্তি m সমান না 1 এবং সমতা ঘটবে যখন nn ভাগ করে m
তাই যদি n ভাগ না করে m যার মানে m n এর গুণিতক নয় সেক্ষেত্রে আমরা জানি যে আলফা শক্তি m এক এবং উপরেরটির সমান নয়
তাই অভিব্যক্তি k সমান শূন্য থেকে n বিয়োগ এক z শক্তি k power m আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এখানে এই শব্দটি আলফা পাওয়ার n পাওয়ার m বিয়োগ ওয়ানকে আলফা পাওয়ার m বিয়োগ এক দ্বারা বিভক্ত করে এবং লক্ষ্য করুন যে আলফা পাওয়ার n এর মান একটি
তাই এটি শূন্য হয়ে যায় এবং যখন n না হয় তখন এটি অ-শূন্য পরিমাণ।
m ভাগ করুন যার মানে আমরা শূন্য পাব যদি n ভাগ না করে m ধরুন n ভাগ করে m যার মানে m কে n এর কিছু গুণিতক দিয়ে দেওয়া হয়েছে

সেক্ষেত্রে যোগফল k 0 থেকে n বিয়োগ 1 z থেকে শক্তি k-এর জন্য আমাদের শক্তি বাড়াতে হবে m যা qn এবং আমরা ইতিমধ্যে লক্ষ্য করেছি যে ঐক্যের nতম মূল এর n শক্তির গুণিতক সর্বদা এক হবে

তাই এটিকে আলফা পাওয়ার k হিসাবে আবার লেখা যেতে পারে

এবং এখানে এটি kq এবং আমরা সহজেই দেখতে পাচ্ছি যে এই শব্দটি এক এবং আবার যদি আপনি raise power kq এটা আবার এক হয় যোগফলের মান n যদি m হয় m n এর অন্তিম

তাই আমরা আমাদের প্রস্তাবটি প্রমাণ করেছি যে আপনি যদি এককগুলির nম মূলের শক্তিকে বিবেচনা করেন m এটিকে ঐক্যের সমস্ত nতম মূল যোগ করুন তাহলে আপনি মান পাবেন n যদি m হয় n-এর গুণিতক অন্যথায় আমরা 0 পাই আসুন দেখি a খুব বিশেষ ক্ষেত্রে m মানের সাথে বিশেষভাবে m মানকে এক হিসাবে বিবেচনা করুন অবশ্যই n যদি একের চেয়ে বড় হয় তবে এটি m ভাগ করে না

তাই k থেকে শূন্য থেকে n বিয়োগ 1 z শক্তি k যেখানে m ধরা হয় 1 হিসাবে আমরা পাই যোগফলের মান 0 হিসাবে n এর চেয়ে বড়

তাই এখন লিখুন এই zkzk কি তা ছাড়া আর কিছুই নয় cos two k pi by n প্লাস i sine 2 k pi by n এটি 0 এর সমান এবং এখন আমরা সহজেই সেই আসল অংশটি দেখতে পাচ্ছি এই জটিল সংখ্যাটির 0 এবং জটিল সংখ্যা শূন্যের কাল্পনিক অংশটি গণনা করুন এই জটিল সংখ্যাটির আসল অংশটি কী যা k সমান শূন্য থেকে n বিয়োগ এক cos দুই k pi by n যা এই জটিল সংখ্যার বাস্তব অংশ এবং এটি শূন্য এবং কাল্পনিক অংশ যা si ne 2 k pi দ্বারা n এটি 0 যদি আমি স্পষ্টভাবে লিখি এটি k এর জন্য শূন্য cos শূন্য যা একটি এবং তারপর অবশিষ্ট পদ যা আমাদের এখানে আছে তা হল দুই পাই বাই n প্লাস চার পাই বাই এন এবং টি পর্যন্ত 2 n বিয়োগ 1 pi দ্বারা n এর মান হল বিয়োগ 1 এবং আমরা 0 এর সমান k-এর জন্য k মান প্রতিস্থাপনের সাথে আরেকটি ত্রিকোণমিতিক পরিচয় পাই আমরা দেখতে পাই যে প্রথম যোগফলের মান হল 0 বাকি ফ্যাক্টরগুলি আমরা পাই সাইন দুই পাই দ্বারা n সাইন চার পাই দ্বারা n এবং শেষ টার্ম সাইন দুই n মাইনাস ওয়ান পাই বাই n এর মান হল 0।

তাই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে পাওয়ার m সমান 1 এর জন্য আমরা একটি সুন্দর ত্রিকোণমিতিক পরিচয় পেয়েছি এই প্রস্তাবের উপর ভিত্তি করে একটি সাধারণ সমস্যা করা যাক আমরা আলফাকে cis 2 হিসাবে চিহ্নিত করি।

n দ্বারা pi একতার nতম মূল ছাড়া আর কিছুই নয় এবং একটি জটিল সংখ্যা z নিম্নলিখিত শর্তগুলিকে সন্তুষ্ট করে যে আপনি একতার nতম মূল থেকে z পর্যন্ত দূরত্ব পরিমাপ করেন

যা সমস্ত ঐক্যের nতম মূল থেকে একটির থেকে কম বা সমান যদি az এই শর্তটি সন্তুষ্ট করে তাহলে z mus t শূন্য

তাই আসুন আমরা চিত্রগতভাবে দেখার চেষ্টা করি যে আমরা যা দেখতে পাই তা হল k যদি শূন্যের সমান আপনার কাছে যা আছে তা হল একটি বলুন এক থেকে z সর্বাধিক দূরত্ব একের চেয়ে কম বা সমান

তাই আমরা জানি এই দূরত্বটি কী এই একক একটি দূরত্ব এখানেও এটি একক এখন z জটিল সংখ্যা এক থেকে 1 এর দূরত্বের মধ্যে রয়েছে ঠিক আছে, যার মানে আপনি একটি থেকে একের দৈর্ঘ্য কত তা ট্রেস করুন তারপর আমরা বৃত্তটি পাই এখন z ভিতরে কোথাও আছে এবং এখন নিন আরেকটি বলুন আলফা যেটি ঐক্যের nম মূলে রয়েছে এখন আপনি দূরত্ব নিয়ে আরেকটি বৃত্ত তৈরি করুন আবার একটি বৃত্তের ভিতরে z রয়েছে, একইভাবে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে ঐক্যের প্রতিটি নম মূলের সাথে ঐক্যের সেই নম মূলের দূরত্ব সর্বদা একটি এর থেকে কম বা সমান যদি এরকম একটি জটিল সংখ্যা থাকে তবে আমরা দেখাতে যাচ্ছি যে এটি উৎপত্তি ছাড়া কিছুই নয় আসুন আমাদের দেওয়া এই ফলাফলটি প্রমাণ করার চেষ্টা করুন যে z বিয়োগ আলফা শক্তি k এর চেয়ে কম বা সমান এর সমস্ত মানের জন্য 1 থেকে k এক থেকে n বিয়োগ এক থেকে

তাই এখন আমি k এর একটি মান ঠিক করি যা শূন্য থেকে n বিয়োগ 1 এর মধ্যে রয়েছে তারপর আমরা দেখতে পাচ্ছি যে mod z বিয়োগ আলফা পাওয়ার k যার বর্গ যা প্রতিটি গুণকের আবার গুণফল এবং এই শব্দটি কম একটির চেয়ে বা সমান আবার এই শব্দটি আবার একের থেকে কম বা সমান

তাই পণ্যটি একটির থেকে কম বা সমান এটি বোঝায় এখন এই বাম দিকে প্রসারিত করার চেষ্টা করুন এটি z মাইনাস আলফা কেজেড মাইনাস আলফা কে বার তাদের পণ্য কম এর চেয়ে বা সমান এখন বাম দিকে আরও প্রসারিত করুন এটি হল মোড জেড স্কোয়ার এবং অন্যান্য পদ z আলফা কে বার বিয়োগ জেড বার আলফা পাওয়ার কে প্লাস আপনি আলফা কে স্কোয়ারের মডুলাস পাবেন যা একের চেয়ে কম বা সমান ইউনিটির nম রুট যা একক বৃত্তের উপর অবস্থিত

তাই যার অর্থ এই আলফা পাওয়ার k মানের মডুলাস একটি এটি বোঝায় যে মোড z বর্গ এর থেকে কম বা সমান আমি অন্য সব পদের ডান দিকে নিয়েছি আপনি এটি z আলফা পাওয়ার কে বার প্লাস z বার আলফা পাওয়ার k যেখানে k মান 0 থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত একই অসমতা সন্তুষ্ট হয়

তাই শুধু লক্ষ্য করুন এর মানে কি আপনি 0 এর সমান k নেন আপনি সেই নির্দিষ্ট জটিল সংখ্যার জন্য ঐক্যের প্রথম nতম মূল পাবেন এই অসমতা সন্তুষ্ট k সমান আবার একটি অসমতা সন্তুষ্ট হয় k এর সমান বলুন আপনি আলফা বার এবং z বারকে আলফাতে পরিণত করবেন

তাই আমরা n অসমতা পাই এখন আপনি এই n অসমতাগুলি যোগ করুন এর অর্থ হল যদি আমি এই n অসমতার যোগফল বাম দিকে পাই আমি n মোড z বর্গক্ষেত্রের শর্তাবলী পাই এটি তার থেকে কম বা সমান k এর যোগফল 0 থেকে n বিয়োগ 1 z আলফা পাওয়ার k বার দিয়ে গুণ করা প্লাস এটি একটি সাধারণ যোগফল আমাদের কাছে এখন এটি থাকতে পারে আপনাকে প্রস্তাবটি প্রয়োগ করতে হবে যা আমরা এখন প্রমাণ করেছি যে

nম মূলের যোগফল হিসাবে একতা এখন শূন্য যা ঠিক এখানে যোগফল এখানে আমরা z কে একটি সাধারণ গুণনীয়ক

হিসাবে নিক্ষেপ করতে পারি এবং তারপরে আপনি ডানদিকে পাবেন আমাকে লিখতে দিন এটি 0 থেকে n বিয়োগ পর্যন্ত z গুণের সমষ্টি k এর থেকে কম বা সমান 1 আলফা কে বার প্লাস z বার সমষ্টি k সমান 0 থেকে n বিয়োগ 1 আলফা পাওয়ার k এবং আমরা জানি যে এই যোগফলটি 0 এবং এখানে সংযোজনটি সাধারণত যোগফলের বাইরে নেওয়া যেতে পারে এবং যোগফল আবার একই রকম যা শূন্য যার মানে ডান হাতের দিকটি শূন্য হয়ে গেছে এখন দেখুন যে z বর্গক্ষেত্রের মডুলাস যা একটি অ- ঋণাত্মক শব্দ যা শূন্যের চেয়ে কম বা সমান এর অর্থ হল মোড z অবশ্যই শূন্য হতে হবে যা z শূন্য বলার মতই

তাই আমরা আমাদের পছন্দসই ফলাফল প্রমাণ করেছি যে যদি সমস্ত nম মূল থেকে দূরত্ব সহ একটি জটিল সংখ্যা থাকে যার দূরত্ব একটির কম বা সমান হয় তবে জটিল সংখ্যাটি অবশ্যই মূল হতে হবে আসুন আমরা আরেকটি চমৎকার ফলাফল প্রমাণ করি যে আমাদের একটি নিয়মিত বহুভুজ দেওয়া হয়েছে আসুন কল করি এটি কি শীর্ষবিন্দু হিসাবে এটি p naught p 1 পর্যন্ত pn বিয়োগ 1 যা ইউনিট বৃত্তের উপর স্থাপন করা হয়েছে ঠিক আছে

তাই আমাদেরকে n নিয়মিত বহুভুজ দেওয়া হয়েছে যা একটি ইউনিট বৃত্তের উপর স্থাপন করা হয়েছে এই প্রদত্ত অনুমান সহ আমরা দেখাতে যাচ্ছি যে d p naught থেকে p 1 এর দূরত্বের সাথে p naught থেকে p 2 এর দূরত্বের সাথে গুন করুন

p naught থেকে pn বিয়োগ 1 পর্যন্ত এইভাবে n পদ আপনি গুণ করলে আপনি মান পাবেন n যেটি আকর্ষণীয় পরিচয় এবং তাছাড়া এই পরিচয়টি ব্যবহার করে আমরা বের করতে যাচ্ছি চমৎকার ত্রিকোণমিতিক পরিচয় যা বলে যে sine pi by n sine 2 pi by n পর্যন্ত n চিহ্ন n বিয়োগ 1 pi দ্বারা n মান দেয় n দ্বারা 2 শক্তি n বিয়োগ 1 এবং একইভাবে আমাদের আরও একটি পরিচয় রয়েছে এখানে পার্থক্য আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এখানে আমরা বলা আছে pi এর বিজোড় গুণিতককে 2 n দ্বারা ভাগ করার পরিবর্তে এখানে আমাদের পরপর পদ আছে pi 2 pi

তাই আমাদের কাছে n বিয়োগ 1 pi পর্যন্ত n আছে কিন্তু এখানে আমাদের কাছে পাই এর বিজোড় গুণিতকগুলিকে 2 n দ্বারা ভাগ করা হয়েছে তাদের গুণফল আমাদেরকে 1 দিয়ে দেয় 2 শক্তি n বিয়োগ 1 যা খুব আকর্ষণীয় পরিচয়, আসুন এই ফলাফলটি প্রমাণ করি আসুন আমরা দেখতে চেষ্টা করি যে সমস্যাটি কী যা আমাদের দেওয়া হয়েছে আমাদের একটি নিয়মিত বহুভুজ রয়েছে যা একটি ইউনিট বৃত্তে স্থাপন করা হয় যেমন p naught এবং p one এবং

তাই পিএন বিয়োগ এক আমরা জানি এই শীর্ষবিন্দুগুলিকে ঐক্যের nম মূল হিসাবে বেছে নেওয়া যেতে পারে ঠিক আছে

তাই সাধারণতা না হারিয়ে আমরা ধরে নিতে পারি যে প্রদত্ত n নিয়মিত বহুভুজটি একক বৃত্তে এমনভাবে স্থাপন করা হয়েছে যে শীর্ষবিন্দুগুলি আমাদের ঐক্যের nম মূল ছাড়া আর কিছুই নয় এবং আমরা জানি যে যদি আপনি শীর্ষবিন্দু হিসাবে ঐক্যের nম মূলে একটি বহুভুজ স্থাপন করেন তাহলে এটি একটি নিয়মিত বহুভুজ এইভাবে আমরা ইতিমধ্যে শেষ বক্তৃতায় আলোচনা করেছি এখন প্রথম পরিচয় যা আমরা প্রমাণ করছি

আপনি p naught থেকে p one এবং p naught থেকে দূরত্ব বিবেচনা করুন p থেকে দুই এবং জুড়ে অন্যান্য শীর্ষবিন্দুগুলির জন্য p থেকে দূরত্বের জন্য আমরা বিবেচনা করি এবং এর গুণফলটি গ্রহণ করি যা তাদের পণ্য দেয় n এটি আমাদের দেখাতে হবে যদিও জ্যামিতিকভাবে জটিল দেখায় কিন্তু একবার আমরা জটিল সংখ্যাগুলির পরিপ্রেক্ষিতে লিখলে এটি খুব স্পষ্ট হয় এটি একটি সহজ পরিচয়।

সাধারণতা না হারিয়ে

তাই প্রমাণ করার জন্য আমরা ধরে নিই যে এই pksগুলিকে আলফা পাওয়ার k-এ স্থাপন করা হয়েছে যা k একতার nতম মূল হল 0 থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত।

এখন আমরা সেই পরিচয়টি স্মরণ করি যা আমরা ইতিমধ্যেই একটি মন্তব্য হিসাবে উল্লেখ করা হয়েছে যেটি আমাদের বহুপদী যদি আপনি এই পরিচয়টি স্মরণ করেন তাহলে z শক্তি n বিয়োগ 1 কে z বিয়োগ 1 গুণিতক হিসাবে গুণিত করা যেতে পারে এবং z শক্তি n বিয়োগ 1 z থেকে শক্তি n বিয়োগ দুই এবং এইভাবে বহুপদীকে z হিসাবে গুণিত করা যেতে পারে বিয়োগ আলফা পাওয়ার k যেখানে আলফা k ঐক্যের nতম মূল ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই আমরা লক্ষ্য করি যে এই বহুপদী মূলগুলি কেবল আলফা শক্তি k যেখানে k 1 থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত।

তাই আমরা এই পরিচয়টি স্মরণ করতে যাচ্ছি আমাদের যা আছে তা হল z থেকে পাওয়ার n বিয়োগ 1 প্লাস z থেকে পাওয়ার n বিয়োগ দুই প্লাস z প্লাস ওয়ান এটির পণ্য হিসাবে লেখা হয়েছে আমরা দেখেছি এর শিকড় দ্বারা ফ্যাক্টরাইজড হিসাবে শিকড় এখানে আমরা pk বা আমাদের স্বাভাবিক স্বরলিপি আলফা পাওয়ার k বলতে পারি এখন এভাবে সকল জটিল সংখ্যার জন্য আইডেন্টিটি সত্য শুধু 1 এর সমান z বেছে নিন

তারপর বাম দিকে আমাদের n পদ আছে আমরা n পাই এবং ডানদিকে আমরা k এর গুণফল 1 থেকে n বিয়োগ 1 1 বিয়োগ আলফা পাওয়ার k এর কাছাকাছি পরিচয় যা আমরা প্রমাণ করতে আগ্রহী এখন জিজ্ঞাসা করুন নিজে কি এই পরিমাণ 1 বিয়োগ আলফা শক্তি k 1 হল আমাদের ঐক্যের প্রথম n তম মূল এবং k সমান হল একটি কোণ সহ যা দুই pi দ্বারা n আমরা এখানে পাব এই কোণটি দুই পাই দ্বারা n এই p এক হল আমরা এখন আলফা ওয়ান পি ওয়ান লিখেছি আমরা এটিকে আলফা এবং পি টু লিখেছি আমরা আলফা পাওয়ার টু লিখেছি এখন যদি আমি পরম মান নিই তবে এটি p নট এর মধ্যে দূরত্ব দেয় যা 1 থেকে pk যা আলফা পাওয়ার k

তাই আমরা দেখতে পাই।

যে আপনি যদি এই পরিচয়ের জন্য পরম মান নেন তবে আমরা আমাদের কাঙ্ক্ষিত পরিচয় পাব যা এই পণ্যের k এর পরম মান 1 থেকে n বিয়োগ 1 1 বিয়োগ আলফা পাওয়ার k এবং ডানদিকে একটি অ-নেতিবাচক সংখ্যা পরম মান মডুলাস দেয় মান z1 z2-এর একই মডুলাস দেয় আমাদেরকে mod z2-এর সাথে mod z1 পণ্য দেবে যার মানে হল এটি 1

থেকে n পর্যন্ত k-এর গুণফলের সমান, মডুলাস ফ্যাক্টর 1 বিয়োগ আলফা পাওয়ার k যা n-এর সমান এবং এটি পি থেকে দূরত্ব ছাড়া আর কিছুই নয় pk করার জন্য এটি p naught p এক পণ্যের সাথে p naught p দুই পর্যন্ত vp naught থেকে pn বিয়োগ 1 এর মধ্যে দূরত্ব আমরা n পাই যা প্রথম পরিচয়টি প্রমাণ করে এখন আমরা দ্বিতীয় পরিচয়টি প্রমাণ করতে চাই যা সাইন সহ n পণ্য দ্বারা সাইন পাই দুই পাই দ্বারা n এবং

তাই পণ্যের মান হল n দ্বারা দুই শক্তি n বিয়োগ এক এটি প্রমাণ করার জন্য আমাদের সহজভাবে গণনা করতে হবে 1 থেকে আলফা পাওয়ার k এর দূরত্ব কত যা ঠিক আমাদের সাইন পদ পেতে যাচ্ছে আসুন আমরা দূরত্ব গণনা করি এক বিয়োগ আলফা পাওয়ার k যা এক বিয়োগ, আসুন আমরা এর বর্গাকার বিবেচনা করি এই এক বিয়োগ কস টু কে পাই বাই এন মাইনাস আই সাইন 2 কে পাই বাই n যার মোড বর্গ আমরা এটিকে 1 মাইনাস কোস টু কে পাই বাই n তিনটি পুরো বর্গ হিসাবে পাই বাস্তব অংশ বর্গক্ষেত্র প্লাস কাল্পনিক অংশ বর্গ দুই কে পাই বাই এন বর্গ একবার আমরা এটিকে প্রসারিত করলে আমরা একটি টার্ম cos বর্গ পাই এবং আমাদের কাছে একটি সাইন বর্গ পদ আছে যা একটি দেয় এবং আমাদের এখানে আরও একটি পদ আছে

তাই একসাথে আমরা 2 বিয়োগ 2 বার পাই cos 2 k pi by n এখন আপনি আরও আইডেন্টিটি ব্যবহার করুন যেটি 1 বিয়োগ কারণ 2 থিটাকে 2 সাইন বর্গ থিটা হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই আমরা

এটি 2 সাইন বর্গ কে পাই এর 2 গুণ পেয়েছি n এখন লক্ষ্য করুন kk-এর মান 1 থেকে n বিয়োগ এক

তাই আমরা এক বিয়োগ আলফা পাওয়ার k বর্গক্ষেত্র হিসাবে গণনা করা হয়েছে চার গুণ সাইন k pi দ্বারা n বর্গক্ষেত্র সহ k রেঞ্জ 0 থেকে n বিয়োগ 1 1 থেকে n বিয়োগ 1।

সুতরাং এটি বোঝায় যে p naught থেকে pk এর মধ্যে দূরত্ব সাইনের মডুলাসের দুই গুণ দ্বারা দেওয়া হয়েছে k pi এর n থেকে n এর রেঞ্জ 1 থেকে n বিয়োগ 1 পর্যন্ত এখন আপনি আর্গুমেন্টটি দেখতে পাচ্ছেন এখানে যুক্তিটি 0 থেকে pi থেকে পরিবর্তিত হয়

তাই k pi এর মান s pi দ্বারা n থেকে n বিয়োগ 1 pi দ্বারা n যা অবশ্যই বা এর থেকে কম পাই এর সমান এবং একইভাবে এই আর্গুমেন্ট

চিহ্নের অধীনে 0 এর থেকে বড় বা সমান মানটি সর্বদা অ ঋণাত্মক

তাই আমরা পাই যা sine দুই গুণ sine k pi by n যা এখন p naught থেকে pk পর্যন্ত দূরত্ব ছাড়া কিছুই নয় পূর্বের প্রমাণিত পরিচয় যা দেয় p naught p এক যা দুটি পাপ e pi দ্বারা n গুণফল দুই সাইন দুই পাই দ্বারা n এবং গুণফল সহ সাইন n বিয়োগ 1 পাই দ্বারা n গুণফল n

তাই আমরা সাইন পাই দ্বারা n সাইন দুই পাই দ্বারা n পর্যন্ত সাইন n বিয়োগ 1 পাই এর গুণফল দেখতে পাই n দ্বারা আমরা n বাই 2 শক্তি n বিয়োগ 1 পাই যা প্রয়োজনীয় পরিচয়

তাই আমরা তৃতীয় পরিচয় প্রমাণ করার জন্য দ্বিতীয়টি প্রমাণ করেছি আমি কেবল

আমরা যা বিবেচনা করেছি তা ইঙ্গিত দেব

তাই আসুন আমরা যে পরিচয়ে ফিরে যাই সেই পরিচয়ে ফিরে যাই যা আমরা চাই প্রমাণ করার জন্য আমরা এখানে 2 n দ্বারা সাইন পাই পাই পূর্বের পরিচয়টি আমাদের কাছে n দ্বারা সাইন পাই আছে

তাই এই নির্দিষ্ট শব্দটি পাওয়ার জন্য আমরা দুটি n নিয়মিত বহুভুজ বিবেচনা করি এই পরিচয়টি প্রয়োগ করি যার মানে আমরা n এর সংখ্যা দুই n ঠিক আছে

তাই প্রদত্ত দুইবার নিই n আপনি এটিকে একটি নিয়মিত বহুভুজ হিসাবে বিবেচনা করুন এবং তারপরে এই পরিচয়টি ব্যবহার করুন এবং ন্যূনতম ম্যানিপুলেশনের মাধ্যমে আমরা তৃতীয় পরিচয়টি প্রমাণ করতে পারি

তাই আমি প্রমাণটি এড়িয়ে যাই

তাই এই বক্তৃতায় আমরা ঐক্যের nম মূলের উপর ভিত্তি করে বেশ কয়েকটি প্রস্তাব দেখেছি এবং কিছু সমস্যার সমাধান করেছি যা আমরা সমাধান করেছি।

u-এর nম মূলে রয়েছে nity পাশাপাশি আমরা চমৎকার ত্রিকোণমিতিক পরিচয় দেখেছি যা আমরা ঐক্যের nম মূল ব্যবহার করে প্রমাণ করতে সক্ষম হয়েছি পরবর্তী লেকচারে আমরা এই বিষয়ে আরও সমস্যা নিয়ে আলোচনা করব ধন্যবাদ আপনাকে।