ہیلو طلباء کو کمپلیکس نمبرز پر لیکچرز میں خوش آمدید پچھلے لیکچر میں ہم نے کمپلیکس نمبرز کی قطبی نمائندگی متعارف کرائی تھی مجھے
کمپلیکس نمبر کی قطبی نمائندگی یاد کرنے دیں کوئی بھی کمپلیکس نمبر z کی نمائندگی r multiply cos theta plus i sin theta جہاں r کے ذریعہ دی جاسکتی ہے جو
اصل سے اس پیچیدہ نمبر کے فاصلے کو ظاہر کرتا ہے اور تھیٹا اس دلیل کو ظاہر کرتا ہے جو
کی وجہ سے ایک ہی نمبر کا زاویہ مختلف ہو سکتا ہے اور اس م cos صفر اور دو پائی کے درمیان ہے اور میں دوبارہ یاد کرتا ہوں کہ
تواتر فنکشن کو پیریڈ دو پائی کے ساتھ سائن کریں تاکہ اس کا مطلب ہے کہ ایک ہی نمائندگی مختلف تھیٹا ویلیو کے لیے رکھتی ہے جہاں دلیل
کچھ عدد کے لیے آئیے ہم ایک سادہ سی مثال کو دوبارہ دیکھنے کی کوشش کریں تاکہ جب ہم کسی نکتے پر k جہاں k pi دوبارہ تھیٹا پلس دو
غور کریں
ہے چار یا 45 ڈگری اور ہم جو مشاہدہ کرتے pi کا کہنا ہے۔ آخری کلاس میں ہم نے دیکھا کہ تھیٹا کا زاویہ i تو ہمیں کمپلیکس نمبر ایک پلس
اس مخصوص محور سے ٹوپی ہم اس نقطہ کو اس طرح بھی دیکھ t کا اضافہ کر سکتے ہیں اس کا مطلب ہے k pi ہیں وہ یہ ہے کہ آپ 2
سکتے ہیں جیسے اس لائن میں 360 ڈگری کے ساتھ شامل کیا گیا ایک بار جب آپ 360 ڈگری سے گھومتے ہیں
تو آپ اسی جگہ پہنچ جاتے ہیں اور اس بات کو اس م
کے ساتھ اضافے کے ساتھ ہو سکتا ہے ٹھیک ہے k pi تواتر افعال کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے ہم دیکھتے ہیں کہ ایک ہی تھیٹا دو
محور سے بنا زاویہ ہے ہم دیکھتے ہیں کہ x ہے جو i تو آئیے دیکھتے ہیں کہ ایک اور نقطہ جسے میں اس کا جوڑ سمجھتا ہوں جو ایک مائنس
محور x کے برابر ہے اسی زاویہ کو pi x 4 ہے اور جو سات pi by 4 مائنس pi ہے یہاں زاویہ 2 pi by 4 مائنس pi یہ 2
کو چار سے ظاہر کرتے ہیں وجہ یہ ہے کہ آپ یہاں دیکھتے ہیں جب ہم pi سے گھڑی کی سمت لے کر محسوس کیا جا سکتا ہے جسے ہم مائنس
محور تک ناپتے ہوئے ہم زاویہ کو گھڑی کی مخالف سمت میں بنا رہے ہیں جو گھڑی کی مخالف سمت ہے تاکہ ہم زاویہ کی x ہیں زاویہ کو
پیمائش کے مثبت طریقے کے طور پر لے رہے ہیں اب ہم مخالف سمت میں جا رہے ہیں
کو 4 سے ظاہر کرنا اور یہاں اگر ہم اس تھیٹا ویلیو کے حوالے سے لکھتے ہیں pi تو اس طرح ہم ب ہیں اسی طرح مائنس
کمپلیکس نمبر کے ماڈیولس کو ظاہر کرتا ہے جو کہ جڑ 2 r ہے اور نمائندگی i تو جو ہم دیکھتے ہیں وہ 1 مائنس cos of 7 pi by 4
plus i sine 7 pi کے حوالے سے ویسا ہی ہے جو کہ مائنس پائی s ہے۔ 4 کے ذریعے ہم یہ بھی تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ تھیٹا
یہ آسانی سے قابل تصدیق ہے کیونکہ آپ دیکھتے ہیں sine by 4 کا pi فور ہے اور مائنس cos by بائی فور ہے جو کہ مائنس پائی کا
فنکشن ہے ایک ایون فنکشن اور اس سائن فنکشن کو طاق فنکشن کے طور پر استعمال کریں اس کا استعمال کرتے ہوئے فوری طور پر ہم cos کہ
کی قیمت چار سے ایک ہے جڑ دو سے اور اسی طرح cos کے برابر ہے لہذا ہمارے پاس پائی کی i دیکھتے ہیں کہ یہ خاص مقدار ایک مائنس
ایک منفرد نمائندگی کرنے کے لیے r cos theta i sin theta کو قطبی نمائندگی کے طور پر دہرائیں z اب دوبارہ کی علامت صرف
کے ساتھ ہو سکتا ہے اور k pi ہم اپنے آپ کو تھیٹا ویلیو صفر سے دو پائی تک محدود رکھتے ہیں اور جو ہم نے مشاہدہ کیا ہے وہ تھیٹا پلس ٹو
اب عدد میں مختلف ہے۔ کیا ہیں پچھلی کلاس ون میں جس نتائج پر ہم نے بحث کی تھی وہ شور کا فارمولا ہے جو ڈیموریز فارمولا ہے ہم نے k
i sin theta over n cos n theta plus i sine n theta تھیٹا پلس cos دکھایا کہ اس فارمولے کو استعمال کرنے کا
اور ہم نے آخر میں اس کا استعمال کرتے ہوئے دیکھا تعلق سے ہم نے کچھ مثلثی شناختیں حاصل کیں اور اب ہم اس تقسیم کے بارے میں اپنی بحث
جاری رکھتے ہیں کہ ہم اس قطبی نمائندگی کو کس طرح استعمال کرتے ہیں فرض کریں کہ ہمارے پاس قطبی نمائندگی میں ایک پر دو پیچیدہ اعداد ہیں
r one cos theta one plus i sin theta one z two sr two cos theta دو جمع i sin تھیٹا دو تقسیم ہم براہ
r one cos theta one i sin theta one r 2 cos theta two جمع i sin theta راست اخذ کر سکتے ہیں جب ہم
two تھیٹا ٹو مائنس cos سے لہذا ہم عدد کو فیکٹر کے ساتھ ضرب کرتے ہیں conjugate یہاں ہم حاصل کر سکتے ہیں الٹا ضرب میں i
t مربع ہے اس کا مطلب ہے کہ ہمیں جو ملتا ہے وہ mod z بار میں تقسیم کیا جاتا ہے لیکن کچھ نہیں بلکہ z سے z سائن تھیٹا ٹو کا یہ جوڑ
تھیٹا دو مربع جمع سائن تھیٹا دو مربع جو ایک دیتا ہے اور عددی عدد کا مشاہدہ کرتا ہے صرف حقیقی حصے he denominator cos ہے.
پر
cos theta 1 کو cos theta 2 کے ساتھ ضرب اور دوسری اصطلاح جمع sin theta 1 sin theta توجہ مرکوز کرتا ہے
مائنس تھیٹا 2 cos of theta 1 2 کے ساتھ آتی ہے جو کچھ بھی نہیں ہے 2
ملتا ہے۔ cos سائن تھیٹا 1 مائنس تھیٹا 2 کا i تو اصل حصہ ہمیں تھیٹا 1 مائنس تھیٹا 2 پلس
ہے۔ ایک ر دو r تو آئیے ہم دو کمپلیکس نمبروں کی ضرب کو یاد کرتے ہیں جو ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ ہم اس کی شدت کو ضرب دیتے ہیں جو
اور پھر زاویوں کا خلاصہ کیا جاتا ہے اب ہم جس چیز کا مشاہدہ کرتے ہیں وہ زاویہ گھٹا ہوا ہے جب ہم تقسیم کر رہے ہیں
دو کے طور پر سمجھیں کیونکہ میں ہمیں ہندسی طور پر دیکھتا ہوں کہ یہ z اور i ایک کو ایک جمع z تو آئیے ایک سادہ سی مثال کے طور پر
i یہاں کہیں ہے جو زاویہ کو 45 ڈگری بناتا ہے اور i نمبر کیا ہیں؟ اعضاء کے طول میں نمائندگی کر رہے ہیں ہمارے پاس پوائنٹ ون پلس
کا z جو ایک زاویہ نوے بنا رہا ہے اب تقسیم کے ذریعہ کیا ہم نے مشاہدہ کیا کہ ہمیں اس کے ماڈیولس ماڈیولس کو تقسیم کرنے کی ضرورت ہے
ٹو کا ماڈیولس اب ایک ہے z ایک جڑ دو ہے اور
ہے cos pi by فور اور i sin pi by four اور z two ایک ہے جڑ دو z تو سب سے پہلے ہم قطبی شکل میں لکھتے ہیں
اب تقسیم ہمیں زاویہ کو گھٹانے کی ضرورت ہے i sine pi by two دو جمع cos pi ماڈیولس ایک ہے اور
حاصل ہو رہا ہے مائنس 45 ڈگری کے ساتھ ایک ویکٹر ہے جیسا کہ pi مائنس i sine بذریعہ چار جمع pi مائنس cos تو اس سے ہمیں
محور سے گھڑی کی سمت میں ناپا جاتا ہے لہذا ایک ویکٹر یہ 45 ڈگری کے ساتھ مخالف x میں نے بتایا مائنس کا نشان ظاہر کرتا ہے کہ اسے
سمت میں جاتا ہے
تو پھر آہ جیسا کہ ہم نے پچھلی سلائیڈ کو دیکھا یہ 1 بذریعہ جڑ 2 ہے اور یہاں یہ مائنس ہے۔ 1 بذریعہ جڑ 2.
رائٹ ہے i تو آپ کو جو ملتا ہے وہ صرف مائنس ون مائنس
تو میں یہاں ایک سادہ سی ریمارکس کرتا ہوں کہ جب ہم تقسیم کرتے ہیں
دو سے دیا گیا ہے اور ہم جانیں کہ آر ون کیا ہے یہ زیڈ ون کا ماڈیولس اور زیڈ ٹو اور ون r ایک سے r تو ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ ماڈیولس
نان زیرو کے ساتھ تقسیم کرتے ہیں ٹھیک ہے یہ s ٹو z پوائنٹ میں نے ذکر کرنا چھوڑا کہ ہم بنیادی طور پر rtant امپو کا ماڈیولس کیا ہے
پر غور کر رہے ہیں۔ n پاور z ہمیشہ کہا جاتا ہے تب ہی یہ معنی خیز ہے اور ایک اور تبصرہ جو ڈیموریس فارمولے کو بڑھاتا ہے لہذا جب ہم
مائنس ون کے برابر ہے اس کا n مائنس 1 مائنس 2 ہے اس طرح n کو دیکھیں گے جس میں cos of theta plus i sin theta ہم
مطلب یہ ہے کہ مجھے معاف کیجئے گا
تھیٹا سے تقسیم کرتے ہیں cos ہے جس کا مطلب ہے کہ آپ z پاور مائنس ون ہے جو ایک سے z تو یہ plus i sin theta one
کمپلیکس نمبر کے طور پر سمجھا جاتا ہے جہاں زاویہ صرف صفر ہے جس کا مطلب ہے کہ آپ کو کیا فیکٹر ملے گا اس کے لیے ہمیں یہ c بھی
کہنا ہوگا کہ ہر فیکٹر کے لیے ماڈیولس ایک ہے
سائن 0 مائنس تھیٹا i تو یہ صرف ایک ہے اور ہمیں نمبر 1 کے لیے زاویہ سے زاویہ کو گھٹانا ہوگا ٹھیک ہے جو کہ صرف 0 مائنس تھیٹا پلس

ہے
برابر ہے مائنس 1 کے لیے ہمیں یہ ملتا ہے۔ اور اسی طرح سے ہم تصدیق n مائنس تھیٹا کا i sin تو اس کا مطلب ہے کہ یہ مائنس تھیٹا پلس
ہے ہم نے صرف یہ دیکھا کہ ہر z ایک سے z مربع کے سوا کچھ نہیں ہے جو ایک بذریعہ z پاور مائنس 2 یہ 1 بائے z کر سکتے ہیں۔ کہ
کے طور پر آتا ہے پھر یہ بنیادی طور پر وہی فیکٹر مربع ہے جیسے ہم بنیادی طور پر جانتے cos سائن مائنس تھیٹا کے i فیکٹر مائنس تھیٹا پلس
کے cos سائن مائنس 2 تھیٹا کے i ہیں۔ ڈی مورس فارمولے کے ذریعے جو ہم نے مثبت عدد کے لیے اخذ کیا ہے، ہم اسے مائنس 2 تھیٹا پلس
منفی عدد ہے n طور پر حاصل کرتے ہیں لہذا انڈکشن کے ذریعے ہم دکھا سکتے ہیں کہ جب
تھیٹا sine n ہے cos کی i تھیٹا پلس n تو ہم دکھا سکتے ہیں کہ یہ
تو نتیجہ کے طور پر ہم نے پہلے سے تصدیق شدہ مثبت عددوں کو یکجا کر کے اب ہم نے منفی عدد کے لیے تصدیق کی ہے
i sin theta تھیٹا پلس cos کے لیے انٹیجر کا تعلق ہے اس طرح یہ تعلق رکھتا ہے کہ n تو ان دونوں کو ملا کر ہم دیکھتے ہیں کہ
روٹ 3 پاور این i کی قیمت تھیٹا پلس آئی سائن این تھیٹا اب ہم ایک سادہ سی مثال دیتے ہیں ہم کہنا چاہیں گے کہ 1 پلس n دیتا ہے power n
روٹ 3 پاور این کی قدر کا حساب لگائیں اور جو ہم جانتے ہیں وہ ہے اس کے لیے قطبی نمائندگی ہمیں ضرورت ہے پہلے i پلس 1 مائنس
ماڈیولس ماڈیولس کو دو کے حساب سے شمار کرنے کے لیے اور ہمیں تھیٹا تھیٹا کا حساب لگانے کی ضرورت ہے ہم اس بات کی تصدیق کر سکتے
بذریعہ تھری ہے pi ہیں کہ یہ
pi by three جمع i sin ہے pi by three اس لیے یہ کہنے کے لیے ہے اس لیے ہمارے پاس tan inverse تو یہاں یہ
روٹ 3 کے لئے کرنا ہوگا i اسی طرح ہمیں 1 مائنس n ہے تین پوری طاقت سے cos کا pi
تو پھر ماڈیولس وہی ہے جو 2 ہے اور زاویہ اگر آپ دیکھتے ہیں کہ یہ گھڑی کی مخالف سمت میں ہے
تو ایسا ہے کیونکہ یہ صرف آئینے کی تصویر ہے۔ یہ ایک کنجگیشن ہے
ہے pi pi by three جڑ 3 ہے اور یہ ایک مائنس پائی جڑ تین ہے لہذا اگر یہ i تو یہ 1 جمع
ہے pi by three تو یہ زاویہ مائنس
فارمولے کے ذریعے ہم جو دیکھتے ہیں وہ مقدار ہے یہاں demoris ہے pi by 3 مائنس i sine پلس pi by three تو یہ مائنس
کا اطلاق کریں۔ وہ دوبارہ یہ t اور اس حقیقت کا استعمال کریں لہذا n سے 3 ملتا ہے یہ پہلا ہے اصطلاح اور دوسری اصطلاح 2 کو طاقت
i sin n pi کو 3 سے جمع cos n pi دلیل میں ضرب کے ساتھ جاتی ہے اس لیے ہمیں n کی طاقت n ہے لہٰذا دلیل n یہ دو طاقت
اور اس حقیقت کو cos of minus n pi by three جمع i sine minus n pi by three فارمولہ ہم دیکھتے ہیں کہ یہ
ایک طاق فعل ہے ہم دیکھتے ہیں کہ یہ دونوں عوامل منسوخ ہو جاتے ہیں اور ہم sine ایک جفت فعل ہے اور cos استعمال کرنے کے بعد کہ
ہے cos by n pi جمع ایک n اس اصطلاح کا دو مرتبہ حاصل کریں جو کہ دو کی طاقت
تو ہم جو مشاہدہ کرتے ہیں جب ہم کمپلیکس نمبر کی طاقت کا حساب لگا رہے ہیں ایسا لگتا ہے کہ قطبی نمائندگی کا استعمال کرتے ہوئے ہم آسانی
سے حساب کر سکتے ہیں اب ہم بحث کرنے جا رہے ہیں ایک ایسی چیز جو بہت ہی دلچسپ حقیقت ہے جو کہ وحدت کی جڑوں کی نویں جڑ ہے
سے بڑھی ہے n تو یہاں سوال کیا ہے کہ ہم کمپلیکس نمبر تلاش کرتے ہیں جس کی طاقت
تو ایک ٹھیک ہے
ایک اوکے کی قدر دیتا ہے لہذا اس طرح کے پیچیدہ نمبروں کو اتحاد کی n تو ہم پوچھیں گے کہ وہ تمام پیچیدہ نمبر کون سے ہیں جن کی طاقت؟
ویں جڑ کہا جاتا ہے اب آئیے ہم مشاہدہ کریںn
تو ایک بار جب ہم ایک پیچیدہ نمبر کا مطالبہ کرتے ہیں
تو اس مساوات کو پورا کرتا ہے
مشاہدہ کرتے ہوئے ہم فرض کرتے ہیں کہ کمپلیکس t کا ماڈیولس ایک ہونا چاہئے ٹھیک ہے یہ پہلے ہے۔ z تو فوری طور پر آپ دیکھیں گے کہ
نمبرز میں az کوئی چیز نہیں ہے جیسے کہ z nout power n ایک دیتا ہے
کا ماڈیولس ایک ہونا چاہیے z naught تو فوراً ہم نے مشاہدہ کیا کہ
کا ماڈیولس اور ایک کا ماڈیولس یہ ضروری ہے۔ مطمئن رہیں اور ہم جانتے ہیں z naught power n تو اس مساوات سے ہم دیکھتے ہیں کہ
جیسا ہے اور ایک کا ماڈیولس صرف ایک ہے اور اب یہ وہی ہے جو ہم پوچھ رہے ہیں ایک حقیقی نمبر غیر mod zn mod z power n کہ
ایک mod z naught سے بڑھایا جاتا ہے کہ یہ کب ہوگا ایک کے برابر ہے یہ تب ہوتا ہے جب n منفی حقیقی نمبر ہے جس کی طاقت کو
کو بہت ہی مخصوص اقدار n ٹھیک نہیں ہے لہذا اب اس مشاہدے کے ساتھ ہم سادہ معاملات کے ساتھ بات کرنے کی کوشش کرتے ہیں جیسے کہ
کی فکسڈ ویلیو کے ساتھ مطمئن کرتا ہے آئیے ہم کہتے n کے برابر لینا ہم مشاہدہ کرنے کی کوشش کریں گے کہ اعداد کیا ہیں اس مساوات کو
ایک کے برابر ہے n کے برابر ایک ٹھیک کہنے کے ساتھ شروع کریں اگر n ہیں کہ ہم صرف
تو بنیادی طور پر جو ہم صرف ایک کو اٹھاتے ہیں اس کا مطلب یہ ہے کہ یہ فوری طور پر صرف ایک ہے سنگل کمپلیکس نمبر صرف ایک ٹھیک ہے
تو اب سب سے پہلے میں صرف اس مشاہدے کو دہراتا ہوں جو ہم نے کیا جب ہم اتحاد کی نویں جڑ تلاش کر رہے ہیں کوئی بھی کمپلیکس نمبر اس
مساوات کو پورا کرتا ہے
تو اس کے متعلقہ ماڈیولس کا کہنا ہے کہ کمپلیکس نمبر ایک ہونا چاہئے جس کا مطلب ہے اکائی کے دائرے پر لیٹ جاؤ ٹھیک ہے
لیا ہے n تو اب میں نے ایک کے برابر
کو دو کے برابر لیتا ہوں n کے برابر ہے اب اگر میں z تو اس کا مطلب صرف یہ ہے کہ صرف ایک پوائنٹ جو
جمع یا مائنس ون کے برابر z مربع کو ایک کے برابر اور سادہ کہیں۔ مشاہدہ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اس کا مطلب z تو ہم مطالبہ کر رہے ہیں کہ
ہے
تو آئیے ہم یہ کہتے ہیں کہ پہلا نمبر ایک ہے اور دوسرا نمبر مائنس ایک ہے
کے برابر دو لیتے ہیں اور ہم پوچھ رہے ہیں کہ تمام کمپلیکس کیا ہیں؟ وہ اعداد جن کا مربع ایک ہے ہم مشاہدہ n تو ہم کیا مشاہدہ کرتے ہیں جب ہم
کے برابر مائنس ون کے برابر سمجھتے ہیں z کو ایک z کرتے ہیں کہ جب ہم
تو یہ اس مساوات کو ٹھیک کرتا ہے
تو کسی نہ کسی طرح ہم جو کہہ رہے ہیں مشاہدہ کر رہے ہیں یہ 360 ڈگری کی طرح ہے اسے کسی طرح صرف دو ٹھیک سے تقسیم کیا جاتا ہے۔
یہ 360 ڈگری کی طرح ہے اسے صرف ایک سے تقسیم کرنے کے بعد صرف ایک عنصر حاصل ہوا اب ہمارے پاس طاقت دو ہے پھر ہم نے تین
اور دوسرا pi ساٹھ ڈگری کو دو عوامل میں تقسیم کیا اور جو بنیادی طور پر ایک فیکٹر کی طرح ہے جو ایک جیسے زاویہ پر ظاہر ہوتا ہے جو کہ
کے ذریعے گھمائیں pi ہے۔ ایک جو صفر میں ظاہر ہوتا ہے اگر آپ دوبارہ
تو ہمیں 360 ملتا ہے جو کہ دوبارہ 1 ٹھیک ہے
کو تین کے برابر سمجھتے ہیں اور n کے 3 کے کیس کے لیے سوچے بغیر لکھنے جا رہے ہیں۔ لہذا ہم n تو اب اس مشاہدے کے ساتھ ہم صرف
ہمارے سوال یہ ہے کہ وہ تمام کمپلیکس نمبرز کون سے ہیں جن کی مکعب طاقت ایک ہے

تو یہ سوچے بغیر کہ میں صرف پچھلے مشاہدے کو لاگو کرنے جا رہا ہوں کہ ہم اس 360 ڈگری کے زاویے کو تین حصوں سے تقسیم کرنے جا رہے ہیں
تو جب میں تقسیم کرتا ہوں جو بنیادی طور پر کچھ دیتا ہے جو کہ ایک ڈگری کے طور پر 120 ہے پھر اگر میں خلاصہ کرتا ہوں
تو آپ کو یہاں ایک اور اصطلاح مل جاتی ہے اب مجھے یقین نہیں ہے کہ آیا اس کی طاقت کہتے ہیں کہ ایک ٹھیک ہے لیکن اب آپ صرف یہ دیکھتے ہیں کہ آپ صرف یہ دیکھتے ہیں کہ آپ صرف پولر لکھنے کی کوشش کرتے ہیں نمائندہ اس نمبر کے لیے ناراضگی یہ کیا ہے آئیے ہم ڈو کو زاویہ کے ساتھ اصطلاح کے طور پر کہتے ہیں جس کی وجہ یہ ہے کہ ہم نے ماڈیولس ون سے ایک z one as one z کہتے ہیں
نقطہ جمع کیا ہے لہذا اس نمبر کا ماڈیولس ایک ہے اور زاویہ 120 ہے ڈگری پلس آئی ٹائم سائن 120 ڈگری اب اگر آپ پاور 3 کو بڑھاتے ہیں
تو ہم یہاں ڈیمورس فارمولے سے حاصل کرتے ہیں طاقت کو دلیل سے ضرب دیا جائے گا جس کا مطلب ہے ایک بیس ڈگری جمع آئی سائن ایک بیس ڈگری پاور تھری جو ہے ہر دلیل کے لیے ضرب کیا جائے گا جو ہمیں تین ساٹھ دیتا ہے جو کہ تین ساٹھ ڈگری کاس ہے اور مورس فارمولے کے سائن تھری ساٹھ ہے i ذریعہ
تو ہم جانتے ہیں کہ اس کی کیا قیمت ہے یہ ایک ہے اور یہ عنصر صفر ہے
تھری کی تصدیق کر سکتا ہے اگر آپ کو یاد ہے کہ ہم کس طرح اپلائی کر z دو مکعب ایک دیتا ہے اسی طرح ایک z تو ہم نے کیا مشاہدہ کیا کیا رہے ہیں کہتے ہیں کہ ہم کس طرح حاصل کر رہے ہیں بنیادی طور پر یہ زاویہ ہے جہاں برابر تقسیم کیا گیا ہے جس کا مطلب ہے کہ آپ اس مخصوص لائن سے اس خاص میں ایک اور 120 کا اضافہ کریں اور اگر یو آپ کو یاد ہے کہ زاویہ کی رقم ہو رہی ہے جب آپ اسے ضرب کر رہے ہیں
سے خود کو ضرب z کچھ بھی نہیں ہے لیکن آپ 3 z سے آتا ہے اور 2 z تو ٹھیک ہے جب کہتے ہیں کہ یہ بنیادی طور پر 120 ڈگری ہے کیوب ایک ہے z2 کرتے ہیں اب آپ طاقت 3 لیتے ہیں آپ دیکھتے ہیں کہ ہر ایک کہتے ہیں کہتے ہیں کہ
تو ہم دیکھتے ہیں کہ یہ ایک ہے
کے لیے طاقت چار کے برابر ایک کے لیے ہم اب پوچھ رہے z کے برابر چار n تو اب ہم بھی ایسا ہی کریں کہتے ہیں کہ مشاہدہ جاری رکھیں ہیں کہ وہ تمام پیچیدہ اعداد کون سے ہیں جن کی چوتھی طاقت ایک ہے ٹھیک ہے
کے pi تو پھر خیال یہ ہے کہ ہم اسی مشاہدے کو لاگو کرنے جا رہے ہیں کہ آپ زاویہ کو چار سے تقسیم کرنے جا رہے ہیں جس سے ہم اسے طور پر دو سے حاصل کرتے ہیں
ایک کہتے ہیں z تو جو کہ پہلے سے طے شدہ طور پر ہم مشاہدہ کرتے ہیں جب آپ
تو کہتے ہیں ایک کے طور پر یہ ہمیشہ اس مساوات کو پورا کرتا ہے لہذا جس کا مطلب ہے کہ ایک ہمیشہ بنیادی طور پر ایک پیچیدہ نمبر ہے جو ہے اور ہم آسانی سے تصدیق کر سکتے i ہے اور یہ مائنس 1 اور مائنس i کو 2 سے جوڑتے ہیں جو pi اس کو پورا کرتا ہے اور مزید ہم ہیں کہ کس کی طاقت کا کہنا ہے کہ چار دیتا ہے ایک
چار ہے مائنس میں ٹھیک ہے اب ہم نے اب تک جو کچھ بھی دیکھا z تین ہے مائنس ایک iz دو ہے z ایک کیا ایک z تو یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ ہے اسے ایک عام فریم کے طور پر لکھتے ہیں لہذا ہم اتحاد کی نویں جڑیں تلاش کرنے کے لئے اپنی دلچسپی کے بارے میں غور کر رہے ہیں تاکہ طاقت ایک کو دیتی ہے اب جو کچھ بھی ہم نے nth ہم جو کہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ ہم ایک ایسے پیچیدہ نمبر میں دلچسپی رکھتے ہیں جس کی کے طور پر لکھا cos of two k pi جمع i sine to k pi ok مشاہدہ کیا ہے اسے استعمال کرنے کی کوشش کریں اب ایک کو جاسکتا ہے
تو اس پر جانے سے پہلے میں کچھ اضافہ کرتا ہوں۔ پچھلی سلائیڈ پر مزید تبصرہ جو ہم نے یہاں مشاہدہ کیا وہ یہ ہے کہ ہمیں چار اعداد کی طرح ملے جو اس مساوات کو پورا کرتے ہیں ہمارے ذہن میں سوال یہ ہے کہ کیا یہ صرف پورے نمبر ہیں جو ان کو مطمئن کرتے ہیں یا اس سے زیادہ جو کمپلیکس نمبر آپ تلاش کر رہے ہیں آئیے ہم اسے لکھتے ہیں z ٹھیک ہے یہ جواب نہیں ہے لہذا ہمیں اب یہ یاد رکھنے کی ضرورت ہے۔
پلس cos n theta بذریعہ ڈیمیری کے قانون کے مطابق ہم جانتے ہیں کہ یہ cos theta اور i sin theta power n جیسے انٹیجر سے ہے ٹھیک ہے سادگی کے لیے ہم k جہاں k pi دیتا ہے۔ cos two k pi جمع i sine two تھیٹا ہے جو i sine n
اور اسی طرح ہم جو مشاہدہ کرتے ہیں اس سے ہم یہ پوچھنا چاہیں گے کہ وہ تمام تھیٹا ویلیوز go from 0 1 2 صرف یہ کہنے جا رہے ہیں کے لیے مطمئن ہوتی ہے انٹیجرز بہت قدرتی طور پر جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ اگر تھیٹا کے لیے k کیا ہیں جن کے لیے یہ مساوات کچھ اور اسی طرح کا انتخاب کرتے ہیں k pi کے ساتھ 2 k تھیٹا اگر ہم 0 1 2 سے
تو ہم جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ مساوات ان اقدار کے لیے مطمئن ہے
تو آئیے اسے مساوات کہتے ہیں۔ تھیٹا مساوات کے لیے ایک اب ایک رکھتا ہے لہذا یہ خاص مساوات ہمیں بتاتی ہے کہ یہ واحد ممکنہ قدریں ہیں جو اس مساوات کو پورا کر سکتی ہیں ٹھیک ہے لہذا یہ پہلا مشاہدہ ہے جو ہم کرتے ہیں لہذا ہم بنیادی طور پر ایسے ہی ہیں جب ہم ایک پیچیدہ عدد پر کا برابر ہونا چاہیے ایک سے اور ہم یہ پوچھنے کی کوشش کرتے ہیں کہ اس کمپلیکس نمبر کی دلیل کیا ہے ہم آخر میں n غور کر رہے ہیں طاقت یہ کہتے ہیں کہ تھیٹا اس شکل کا ہونا چاہیے اب سوال یہ ہے کہ تھیٹا کی تمام الگ الگ قدریں کیا ہیں تاکہ یہ الگ الگ کمپلیکس نمبر دیتا ہے ٹھیک ہے

ہے ایک ٹھیک ہونا چاہیے mod z تو یہاں میں کروں گا میں یہ بتانا چاہتا ہوں کہ میں یہاں اس حقیقت کو استعمال کرتا ہوں کہ یہاں مشاہدہ جو کہ کو ایک کے برابر استعمال کیا ہے اسی لیے ہم بنیادی طور پر اس حقیقت کو نہیں لکھنا پسند کرتے ہیں اب mod z اس لیے اس مساوات میں ہم نے ہماری دلچسپی الگ تلاش کرنے میں ہے۔ اس خاص دلیل سے تھیٹا کی قدریں ٹھیک ہے
مائنس 1 تک n کے ساتھ 0 1 وغیرہ سے k کے ساتھ k pi n کی وضاحت کرتا ہوں جیسا کہ کہتا ہوں 2 k تو میں کیا دیکھتا ہوں میں تھیٹا ایک کمپلیکس نمبر کی وضاحت کر سکتا ki مائنس 1 کی قدریں جمع کرتا ہوں۔ n کے لیے 0 سے k ٹھیک ہے لہذا میں ہر تھیٹا کے لیے صرف ہے
صفر ایک سے k ہے اب دوبارہ cos theta k پلس i sine theta k متعلقہ کمپلیکس نمبرز کی وضاحت کریں جو zk تو آئیے اور n صفر ایک سے اس n جڑ ہیں۔ اتحاد کی طاقت nth ہے وغیرہ یہ جو میں جانتا ہوں وہ اخذ سے ہے اس کے بعد یہ ہے کہ یہ نمبرز کی مائنس ون کے علاوہ n کے لئے ایک ٹھیک ہے اب سوال یہ ہے کہ کیا یہ واحد پیچیدہ نمبر ہیں جس کا مطلب ہے کہ کیا میں k مائنس ون تک تمام میں سے ایک کے برابر ہوگا zk مائنس ون سے زیادہ اگر میں لیتا ہوں ہم دکھانے جا رہے ہیں کہ یہ n کی قدر لے سکتا ہوں شاید منفی یا k جسے ہم اب ثابت کرنے جا رہے ہیں
کہتے ہیں اسی طرح آپ اسے ہر ایک عدد کے لیے zk تو ہم ہمیں اپنا دعویٰ کیا دکھائیں گے یہاں آپ ان سیٹوں کو جمع کرتے ہیں جو کہ کو منسلک کر سکتے ہیں اور ہم یہ ظاہر کرنے جا رہے ہیں کہ یہ صرف ایک محدود سیٹ ہے جو صرف azk سے بیان کرتے ہیں indiges مائنس ون تک ٹھیک ہے n کے ساتھ 0 1 سے k کیس کے ساتھ z
تو اس کو ثابت کرنے کے لیے ہمیں جو دکھانے کی ضرورت ہے وہ صرف یہ سیٹ یہاں موجود ہے۔ کیونکہ یہ ظاہر ہے کہ نمبر کا یہ مخصوص محدود سیٹ یہاں سب سیٹ ہے اور فوراً ہم دیکھتے ہیں کہ سیٹ یہاں موجود ہے ہمیں یہ ظاہر کرنے کی ضرورت ہے کہ یہاں کوئی بھی عنصر

اس شکل کا ہے ٹھیک ہے
zr جو کہ عدد میں ہے اور ہم r تو اس کو ثابت کرنے کے لیے آئیے ایک عدد پر غور کریں۔ آئیے ہم اسے کہتے ہیں جیسا کہ ہم کہتے ہیں
ٹھیک ہے zr کے ذریعے دیا جاتا ہے اور اسی طرح ہمارے پاس n سے r pi کو r تھیٹا rs سمجھتے ہیں جس کا مطلب ہے متعلقہ تھیٹا
کو کونٹ کے لحاظ سے کہا جا سکتا ہے۔ یاد دہانی کا تھیورم جو کہ r کا مشاہدہ کرنے کی ضرورت ہے۔ لہذا r OK ابھی ہمیں اس عنصر کو
q جہاں k ایک مثبت عدد ہے جو ہمیں یاد دہانی کے ساتھ دیا گیا ہے آئیے ہم بتائیں کہ n کوئی بھی ہو انٹیجر کو فیکٹر کیا جا سکتا ہے کیونکہ
مائنس ون میں ہے n عنصر صفر سے ks عدد عدد ہے اور
n بذریعہ pi qnk کا اطلاق کریں دو r تو اب صرف اس تھیٹا
انٹیجر pi اور ہم جانتے ہیں کہ اگر کوئی دلیل 2 n از k pi جمع دو pi q تو پہلا عنصر جس کا ہم مشاہدہ کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ دو
ملٹیپل سے مختلف ہوتی ہے
i پلس k pi by n جمع دو cos of two pi q ہے zr تو ہمیں ایک ہی کمپلیکس نمبر ملے گا جس کا مطلب ہے نمبر جو کہ یہاں
فنکشن کی م sine اور cos اور k pi by n جمع دو pi q دو sine
zk یہ ہمارے عنصر cos 2 k pi by n پلس i sine 2 k pi by n تواتریت کا استعمال کرتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ ہمیں
کے طور پر ہے لہذا ہم نے ہمیں کسی بھی انٹیجر کے بارے k کے علاوہ کچھ نہیں ہے جو آپ اس سے منسلک ہے جو آپ لکھ سکتے ہیں یہ تھیٹا
میں سے کسی ایک کے برابر ہونا z میں کوئی بھی کہا ہے آپ اس متعلقہ دلیل پر غور کریں جو آپ متعلقہ کمپلیکس کی وضاحت کرتے ہیں نمبر یہ
k چاہیے۔
کی وضاحت کر سکتے ہیں کیونکہ اس کی n تو جس کا مطلب ہے کہ اب جو ہم نے اخذ کیا ہے وہ اتحاد کی نویں جڑ ہے، اب ہم اتحاد کی جڑیں
مائنس 1 تک n کی وضاحت کی گئی ہے۔ 0 1 سے i sine جمع n سے cos کی k pi ہے وہ صورت ہے جس کے ساتھ دو n طاقت
کو ایک کے برابر لیتے ہیں n ۔ اب دوبارہ صرف وہی دہرائیں جو ہم نے پہلے کیا ہے مثال کے طور پر ہم k pi by n ویلیو کے ساتھ دو k
مربع تلاش کر رہے ہیں z کو دو کے برابر لیں پھر ہم ایک کے برابر n میرے خیال میں یہ معمولی بات ہے آئیے
دیا گیا ہے z one تو یہاں
کی قدر صفر ہے لہذا صفر ایک ہے اور k دو ہے اور پہلے n جو دیا گیا ہے اس طرح یہاں z naught تو ہم اس انڈیکس اشارے کے ذریعے
ایک z گناہ صفر صفر ہے
برابر تین کے برابر ہم دیکھتے n ہے ہمیں مائنس ون ملتا ہے اسی طرح cos سائن پائی کی i تو آپ جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ پائی پلس
ہیں کہ ان مساوا
برابر تین n مساوی ایک cos کے k ایک ہے z سے کوئی فرق نہیں پڑتا جو ایک عام ہے z توں کے لیے جو ایک کے برابر مکعب ہے ہمیں
کے
ویلیو کی k جو کہ z two s اور i sine two pi by three تین جو کہ ایک بیس ڈگری جمع کے سوا کچھ نہیں ہے pi by تو دو
اب آئیے ہم اسے ہندسی طور پر دیکھنے کی کوشش کریں i sine four pi by three اور pi by three دو ہے یعنی چار cos
تاکہ جب ہم اتحاد کی نویں جڑ لیں دائرہ بنانا میرے لیے واقعی مشکل ہے ٹھیک ہے ذرا تصور کریں کہ اب ہمارے پاس یہ بڑا دائرہ ہے جو ہم نے
کے برابر ہے k 1 ویں جڑ کا حساب لگاتے ہیںn مشاہدہ کیا ہے جب ہم اتحاد کی
ہے pi by n تو یہ دو
کے لحاظ سے سیگمنٹ کرتے ہیں ٹھیک ہے n تو ہمارے پاس پورا زاویہ ہے کیا دو پائی ہے اب آپ اسے
تو ہم اسے یکساں طور پر تقسیم کر رہے ہیں
ہے n تو اگر
ہے n 8 تو ہم یہ کہتے ہیں کہ اگر
تو ہم زاویہ کو آٹھ سے سیگمنٹ کرنے جا رہے ہیں
حاصل کرتے ہیں چار پائی دو سے دو اور پھر آگے آپ یہاں ایک ڈویژن بناتے ہیں اور ہمیں یہ مل رہا ہے pi سے چار ہمیں pi تو ہم کہتے ہیں

تو اگر آپ اسے قریب سے دیکھیں
تو ہمیں جو کچھ مل رہا ہے وہ ہر ایک حصے کے لیے ہے جو آپ برابر آرک لمبائی میں تقسیم کر رہے ہیں ہر ڈویژن کے زاویے کے لیے ٹھیک ہے
ہے اور اگلا n بذریعہ pi جب میں تھیٹا 1 لکھتا ہوں جو 2 i ہے اور n بذریعہ pi کیونکہ ہر بار کیا ہوتا ہے آپ کے پاس ہے زاویہ 2
زاویہ جو شامل کرنے جا رہا ہے
ہے جس کا مطلب ہے کہ ہم pi by n جمع دو pi by n تو تھیٹا 2 کہتے ہیں کہ آپ اس اصطلاح کو شامل کرنے جا رہے ہیں جو کہ دو
برابر زاویہ ہیں۔ اسے شامل کرنے جا رہا ہوں ٹھیک ہے اس کا مطلب ہے کہ اگر میں ان عمودی خطوط پر کثیرالاضلاع جیسی چیز رکھنے کی
کوشش کرتا ہوں
تو ٹھیک ہے
تو آپ کو کیا ملے گا ایک عام کثیرالاضلاع ٹھیک ہے
کے برابر 8 اگر میں کثیرالاضلاع رکھنا چاہتا ہوں n تو مثال کے طور پر
تو مجھے جو ملتا ہے وہ ٹھیک ہے اس دائرے سے تصور کرنا مشکل ہے جو کہ بری طرح سے کھینچا گیا ہے ٹھیک ہے میں ٹھیک ہوں
تو ہم دیکھتے ہیں کہ اس کثیرالاضلاع کے آٹھ فیز ہیں اور جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہر اطراف برابر ہیں اور ہر زاویہ برابر ہے جو تعریف ہم
حاصل کر رہے ہیں وہ ایک باقاعدہ کثیر الاضلاع ہے اگر ہم اتحاد کی نویں جڑ پر رکھیں
تو آئیے ہم اس ہندسی مشاہدے کو لکھتے ہیں کہ اتحاد کی نویں جڑوں کی ہندسی تصویر ایک باقاعدہ کثیر الاضلاع کے عمودی حصے ہیں جس میں
z اس کو ریمارک ون ریمارکس ٹو کہتے ہیں اگر آپ تعریف ne پر عمودی میں سے ایک کے ساتھ دائرہ o سائٹیں لکھی ہوئی ہیں۔ n یونٹ میں
ایک کو دیکھیں
ٹو پائی z one z one is cos کی تعریف صفر کے برابر ہے ایک چھوٹی سی بات ہے جو ایک ہے اور آئیے غور کریں k کیس z تو
بذریعہ n پلس i سائن ٹو پائی بذریعہ n ایک مربع لیں z اب اگر آپ پاور
pi سائن فور i پلس n فور پائی بذریعہ cos موریس فارمولہ سے حاصل ہوتا ہے کہ طاقت دلیل کی ضرب کرتی ہے لہذا ہمیں d تو ہمیں
پاور لیتا ہوں kth جنرل اگر میں in یا n بذریعہ
موریس فارمولے سے ہمیں یہ ملتا ہے بس یاد کریں یہ کیا ہے یہ آپ d ملتی ہے صرف k pi دو i sine پلس k pi by n تو ہمیں دو
کے سوا کچھ نہیں ہے zk کے
کے ذریعہ تیار کی گئی ہے لہذا اگر میں سیٹ لکھوں z1 تو ہم جو مشاہدہ کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ گیس ہے اتحاد کی باقی نویں جڑ یہ صرف

Prutor@IITK

مائنس ون تک یہ zn ٹو ہے اور اسی طرح z one z naught z ویں جڑ یونٹ کی نویں جڑ ہے کیا ہم نے سیٹ کیا ہے جو n تو یونٹ کی
ایک طاقت دو self z ایک z صرف زیڈ ون پاور صفر کے ذریعہ دیا گیا ہے جو ایک پاور صفر ہے اور زیڈ ون پاور ون ہم حاصل کرتے ہیں
z مائنس ون ملتا ہے جس کا مطلب ہے کہ اتحاد کی نویں جڑ یہ صرف اس عنصر zn مائنس ون ملتا ہے ہمیں n ایک طاقت z دو اور z ہمیں
ایک ہے z ایک سے پیدا ہوتی ہے اگر آپ کے پاس صرف
ویں جڑ کو متعارف کرایا اور ہم n تو ہم صرف حساب کر سکتے ہیں ۔ باقی عناصر صرف اپنی طاقت لیتے ہوئے آج کی کلاس میں ہم نے اتحاد کی
الگ الگ عناصر ہوتے ہیں اور سیٹ واحد عنصر سے تیار ہوتا ہے n نے صرف اس بات پر تبادلہ خیال کیا کہ اس میں اتحاد کی نویں جڑ کے لیے
ایک باقی تمام عناصر کو پیدا کرتا ہے۔ لہذا ہم اگلی کلاس میں اتحاد کی نویں جڑ کی دیگر خصوصیات کو جاری رکھیں گے آپ z مثال کے طور پر
کا شکریہ

Prutor@IITK