

नमस्कार विद्यार्थ्यांचे मागील लेक्चरमध्ये कॉम्प्लेक्स नंबरसरील लेक्चर्समध्ये स्वागत आहे आम्ही कॉम्प्लेक्स नंबरचे ध्रुवीय रिप्रेझेंटेशन सादर केले आहे, मला कॉम्प्लेक्स नंबरचे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व आठवू द्या, कोणत्याही कॉम्प्लेक्स नंबरचे z हे r गुणाकार $\cos \theta$ अधिक $i \sin \theta$ द्वारे दिले जाऊ शकते जेथे r हे उत्पत्तीपासून या संमिश्र संख्येपर्यंतचे अंतर दर्शविते आणि थीटा शून्य आणि दोन π मधील वितर्क दर्शविते आणि मला पुन्हा आठवते की त्याच संख्येचा \cos मुळे भिन्न कोन असू शकतो आणि या नियतकालिक फंक्शनला पूर्णविराम दोन π सह साइन इन करा जेणेकरून म्हणजे समान प्रतिनिधित्व भिन्न थीटा मूल्यासाठी धारण करते जेथे युक्तिवाद पुन्हा या थीटा अधिक दोन $k \pi$ जेथे k काही पूर्णांकासाठी आपण पुन्हा एक साथे उदाहरण पाहण्याचा प्रयत्न करूया म्हणून जेव्हा आपण एखाद्या बिंदूचा विचार करू तेव्हा आपण जटिल संख्या एक अधिक i असे म्हणू या.

शेवटच्या वर्गात आपण पाहिले की थीटा हा कोन π चा चार किंवा 45 अंश आहे आणि आपण जे पाहतो ते आपण $2k \pi$ जोडू शकता म्हणजे t या विशिष्ट अक्षावरून आपण हा बिंदू या रेषेमध्ये 360 अंशाने जोडल्याप्रमाणे देखील पाहू शकतो, एकदा आपण 360 अंशाने फिरल्यानंतर आपण त्याच ठिकाणी पोहोचलात आणि या नियतकालिक फंक्शन्सद्वारे आपण तेच थीटा पाहतो.

दोन $k \pi$ बरोबर जोडले जाऊ शकते ठीक आहे, तर आपण पाहू या की आणखी एक बिंदू ज्याला मी त्याचे संयुग्म मानले आहे तो एक वजा $i x$ अक्षापासून बनलेला कोन आहे, आपण पाहतो की तो 2π वजा π बाय 4 आहे.

येथे कोन 2π वजा π बाय 4 आहे आणि जो सात π बाय चार सारखा आहे तोच कोन x अक्षावरून घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने घेऊन लक्षात येऊ शकतो ज्याला आपण वजा π बाय चार दर्शवतो याचे कारण आपण येथे पाहतो जेव्हा आपण असतो x अक्षाचा कोन मोजताना आपण घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने कोन बनवत आहोत जे घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने आहे जेणेकरून आपण कोन मोजण्यासाठी सकारात्मक मार्ग म्हणून घेत आहोत आता आपण विरुद्ध दिशेने जात आहोत त्यामुळे अशा प्रकारे आपण b आहोत वजा π ला 4 ने दर्शवितो आणि इथे जर आपण या थीटा व्हॅल्यूच्या संदर्भात लिहिले तर आपल्याला 1 वजा i दिसतो आणि r हे कॉम्प्लेक्स नंबरचे मॉड्यूलस दर्शविते जे 7π बाय 4 अधिक $i \sin 7 \pi$ चे मूळ $2 \cos$ आहे.

4 द्वारे आपण हे देखील सत्यापित करू शकतो की हे θ s च्या संदर्भात आहे जे उणे π बाय चार आहे म्हणजे \cos चा $\cos \pi$ by four अधिक i times sine of minus π by 4 हे सहज पडताळण्यायोग्य आहे कारण तुम्हाला दिसेल की \cos फंक्शन आहे एक सम फंक्शन आणि ते साइन फंक्शन विषम फंक्शन म्हणून वापरा याचा वापर करून लगेच आपल्याला हे विशिष्ट प्रमाण एक वजा i च्या बरोबरीचे आहे असे दिसते

त्यामुळे आपल्याकडे π चे \cos चे मूल्य चार बाय चार आहे

आणि त्याचप्रमाणे आता पुन्हा फक्त चिन्ह आहे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व म्हणून z ची पुनरावृत्ती करा $r \cos \theta + i \sin \theta$ एक अद्वितीय प्रतिनिधित्व करण्यासाठी आम्ही स्वतःला थीटा मूल्य शून्य ते दोन π पर्यंत मर्यादित करतो आणि आम्ही जे निरीक्षण केले ते असे आहे की ते आता पूर्णांकांमध्ये भिन्न असलेल्या थीटा अधिक दोन $k \pi$ सह असू शकते काय आहेत शेवटच्या इयत्तेमध्ये आपण ज्या निकालाची चर्चा केली होती ती म्हणजे नॉईज फॉर्म्युला म्हणजे डेमोरिस फॉर्म्युला म्हणजे

$\cos \theta + i \sin \theta$ over $n \cos n \theta + i \sin n \theta$ हे सूत्र वापरताना $\cos n \theta + i \sin n \theta$ हे आम्ही दाखवले आणि शेवटी हे वापरून पाहिले.

संबंध आम्ही काही त्रिकोणमितीय ओळख काढल्या आणि आता आम्ही

हे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व कसे वापरतो या भागाकाराबद्दल चर्चा चालू ठेवतो, समजा आपल्याकडे ध्रुवीय प्रतिनिधित्वात एकावर दोन जटिल संख्या आहेत $r_1 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1$ अधिक $i \sin \theta_1$ one $z_2 = r_2 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2$ दोन अधिक $i \sin \theta_2$ दोन भागाकार

$r_1 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1$ one $r_2 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2$ दोन अधिक $i \sin \theta_2$ दोन येथे भागाकारात संयुग्मिताने व्यस्त गुणाकार करून आपण थेट मिळवू शकतो

म्हणून आपल्याला अंशाचा गुणाकार घटकासह होतो $\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$ दोन वजा $i \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2$ चे संयुग

$z_1 z_2$ ने z बारमध्ये भागले तर $\text{mod } z$ स्केअर काही नाही म्हणजे आपल्याला जे मिळेल ते t आहे.

हे denominator $\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$ दोन स्केअर अधिक $\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2$ दोन स्केअर जो एक देतो आणि अंश अंशाचे निरीक्षण करा फक्त वास्तविक भागावर लक्ष केंद्रित करा $\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$ गुणाकार $\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$ आणि इतर संज्ञा अधिक $\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2$ सह येते जे काही नाही \cos of $\theta_1 + \theta_2$ उणे थीटा 2

त्यामुळे खरा भाग आपल्याला $\theta_1 + \theta_2$ वजा $\theta_1 + \theta_2$ अधिक $i \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2$ उणे $\theta_1 + \theta_2$ चा \cos मिळेल.

तर आपण दोन जटिल संख्येचा गुणाकार आठवूया जे आपण पाहिले ते म्हणजे आपण r च्या परिमाणांचा गुणाकार करतो.

एक r दोन आणि नंतर कोनांची बेरीज केली जाते आता आपण जे पाहतो तो भागाकार करत असताना कोन वजा केला जातो हे एक साथे उदाहरण $z_1 z_2$ ला एक अधिक i आणि z दोन असे समजू या कारण मी या संख्या कोणत्या भूमितीय पद्धतीने पाहू.

ऑर्गन प्लेनमध्ये प्रतिनिधित्व करत आहोत आपल्याकडे इथे कुठेतरी बिंदू एक अधिक i आहे जो कोन 45 अंश बनवतो आणि i जो आता भागाकाराने नव्वद कोन बनवत आहे ते आपण पाहिले आहे की आपल्याला त्याचे मापांक विभागणे आवश्यक आहे ऑफ z एक मूळ दोन आहे आणि z दोनचे मापांक आता एक आहे, तर सर्व प्रथम आपण ध्रुवीय स्वरूपात लिहू या z एक मूळ दोन $\cos \pi$ बाय चार अधिक $i \sin \pi$ बाय चार आणि z दोन म्हणजे मॉड्यूलस एक आणि $\cos \pi$ दोन अधिक $i \sin \pi$ द्वारे दोन आता भागाकार आपल्याला कोन वजा करणे आवश्यक आहे

त्यामुळे आपल्याला \cos उणे π ने चार अधिक $i \sin$ वजा π by चार मिळतात म्हणून मी नमूद केल्याप्रमाणे आपल्याला वजा 45 अंश असलेला सदिश मिळतो.

वजा चिन्ह हे दर्शविते की ते x अक्षावरून घड्याळाच्या दिशेने मोजले जाते म्हणून एक सदिश तो विरुद्ध दिशेने 45 अंशाने जातो

त्यामुळे पुन्हा अह हे मागील स्लाईडच्या लक्षात आले की ते 1 बाय रूट 2 आहे आणि येथे ते उणे आहे 1 रूट 2 द्वारे. तर तुम्हाला जे मिळते ते फक्त वजा एक वजा i बरोबर आहे, म्हणून मी येथे एक साधी टिप्पणी करतो की जेव्हा आपण भाग घेतो तेव्हा आपण जे निरीक्षण करतो ते r एक द्वारे r दोनने दिलेले असते आणि आम्ही असे निरीक्षण करतो आर वन म्हणजे काय हे जाणून घ्या ते झेड वनचे मापांक आणि झेड टू आणि वन इम्पोचे मापांक आहे rtant पॉईंट मी नमूद करणे चुकले की आम्ही मुळात z दोन s नॉन-शून्य सह विभागणी करतो ठीक आहे हे नेहमी म्हंटले जाते तेव्हाच त्याचा अर्थ होतो आणि आणखी एक टिप्पणी जी डेमोरिस फॉर्म्युला वाढवते म्हणून जेव्हा आपण z पॉवर n चा विचार करत असतो.

आपण cos of theta plus i sin theta पहाणार आहोत ज्यात n उणे 1 उणे 2 आहे अशा प्रकारे n उणे एक बरोबर आहे याचा अर्थ असा आहे की मला माफ करा म्हणजे z पॉवर वजा एक म्हणजे z द्वारे एक आहे याचा अर्थ असा की तुम्ही cos theta ने भागा plus i sin theta one ला c कॉम्प्लेक्स नंबर देखील मानले जाते जेथे कोन फक्त शून्य आहे याचा अर्थ तुम्हाला काय फॅक्टर मिळणार आहे यासाठी हे आहे की प्रत्येक घटकासाठी मॉड्यूलस एक आहे म्हणून ते फक्त एक एक आहे आणि अंक 1 साठी आपल्याला कोनातून कोन वजा करणे आवश्यक आहे ok 0 वजा थीटा अधिक i sine 0 उणे थीटा म्हणजे ते उणे थीटा अधिक i sin वजा theta ची cos आहे n साठी वजा 1 च्या समान आहे.

आणि तशाच प्रकारे करून आपण पडताळणी करू शकतो ते z पॉवर मायनस 2 हे 1 बाय z स्केअर आहे जे एक बाय z मध्ये एक बाय z आहे हे आपण फक्त लक्षात घेतो की प्रत्येक घटक हा

उणे थीटा अधिक आय साइन मायनस थीटाचा कॉस म्हणून येतो आणि मूळतः तोच घटक वर्ग आपल्याला मुळात माहित आहे d मॉरिस फॉर्म्युला द्वारे जे आम्ही धन पूर्णांकासाठी काढले आहे ते आम्हाला उणे 2 थीटा अधिक i sine उणे 2 थीटा ची cos म्हणून मिळते त्यामुळे इंडक्शनद्वारे आपण दाखवू शकतो की जेव्हा n ऋण पूर्णांक असतो तेव्हा आपण दाखवू शकतो की ते n theta अधिक i ची cos आहे sine n theta

त्यामुळे आम्ही आधीच सत्यापित केलेल्या सकारात्मक पूर्णांकांची जोडणी करून आता आम्ही नकारात्मक पूर्णांकांसाठी पडताळणी केली आहे म्हणून या दोन एकत्र करून आपण पाहतो की n पूर्णांकाशी संबंधित आहे अशा प्रकारे संबंध धारण करतो तो cos theta अधिक i sin theta पॉवर n ची cos देते theta plus i sine n theta आता आपण एक साधे उदाहरण करू या,

1 अधिक i root 3 power n अधिक 1 वजा i root 3 power n साठी मूल्य मोजा आणि त्यासाठी ध्रुवीय प्रतिनिधित्व हे आपल्याला माहीत आहे.

आम्हाला गरज आहे प्रथम मॉड्यूलस मॉड्यूलस दोन म्हणून मोजण्यासाठी

आणि आपल्याला थीटा थीटा मोजणे आवश्यक आहे की ते तीन बाय पाई आहे हे आपण सत्यापित करू शकतो,

म्हणून येथे टॅन व्युत्क्रम असे म्हणायचे आहे, म्हणून आपल्याकडे pi बाय तीन आहे म्हणून ते pi चा तीन बाय तीन अधिक i sin pi आहे तीन पूर्ण शक्ती n त्याचप्रमाणे आपल्याला 1 उणे i रूट 3 साठी करणे आवश्यक आहे,

त्यामुळे पुन्हा मॉड्यूलस समान आहे जे 2 आहे आणि कोन आहे जर तुम्ही निरीक्षण केले तर ते घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने आहे, कारण ती फक्त आरशाची प्रतिमा आहे.

ते एक संयुग्मन आहे म्हणून ते 1 अधिक i मूळ 3 आहे आणि हे एक वजा pi मूळ तीन आहे, जर हा pi pi बाय तीन असेल तर हा कोन उणे pi बाय तीन असेल तर हा उणे pi बाय तीन अधिक i साइन वजा pi बाय 3 आहे

डेमोरिस फॉर्म्युला द्वारे पॉवर n हे आपण पाहतो ते येथे प्रमाण आहे ते दोन पॉवर n आहे

त्यामुळे वितर्क n पॉवर n हा युक्तिवादातील गुणाकाराने जातो

त्यामुळे आपल्याला cos n pi 3 बरोबर i sin n pi by 3 मिळेल हे पहिले आहे टर्म आणि दुसरी टर्म 2 पॉवर n ला आणि ते तथ्य वापरा म्हणून t लागू करा तो पुन्हा हे सूत्र आपण पाहतो की हा cos n pi by three अधिक i sine वजा n pi by three आणि cos हे सम फंक्शन आहे आणि sine हे विषम कार्य आहे हे तथ्य वापरल्यानंतर आपण पाहतो की हे दोन घटक रद्द होतात आणि आपण या पदाच्या दुप्पट मिळवा जी n pi ची घात दोन ची n अधिक एक cos by तीन आहे म्हणून आपण जटिल संख्येची घात मोजत असताना असे दिसते की ध्रुवीय प्रतिनिधित्व वापरून आपण सहज गणना करू शकतो आता आपण चर्चा करणार आहोत एक गोष्ट जी अतिशय आकर्षक आहे ती म्हणजे एकतेच्या मूळ मूळचे n वे मूळ आहे, मग येथे प्रश्न काय आहे की आपण कॉम्प्लेक्स नंबर शोधू ज्याची घात n ने वाढवली तर एक ठीक आहे, म्हणून आपण विचारणार आहोत की सर्व जटिल संख्या कोणत्या आहेत ज्यांची शक्ती n हे मूल्य एक ओंके देते म्हणून अशा जटिल संख्यांना एकतेचे n वे मूळ म्हटले जाते आता आपण निरीक्षण करूया म्हणून एकदा आपण एका जटिल संख्येची मागणी केली की हे समीकरण पूर्ण होते, तेव्हा लगेचच तुम्ही निरीक्षण करा की z चे मापांक एक असले पाहिजे.

t निरीक्षण करताना आपण समजा की जटिल संख्यांमध्ये az शून्य आहे जसे की z शून्य शक्ती n एक देते तर लगेचच आपण पाहिले की z शून्याचे मापांक एक असणे आवश्यक आहे म्हणून या समीकरणावरून आपल्याला दिसते की z शून्य शक्ती n चे मापांक आणि एकाचे मॉड्यूलस हे असणे आवश्यक आहे.

समाधानी व्हा आणि आम्हाला माहित आहे की mod zn हा mod z पॉवर n सारखाच आहे आणि एकाचा मॉड्यूलस फक्त एक आहे आणि आता आपण फक्त हेच विचारत आहोत एक वास्तविक संख्या नसून ऋण वास्तविक संख्या आहे ज्याची शक्ती n ने वाढवली आहे असे म्हणतात की हे कधी होईल एकाच्या बरोबरीने हे तेव्हाच घडते जेव्हा mod z नॉट एक ठीक असते म्हणून आता या निरीक्षणासह आपण साध्या केसेसवर चर्चा करण्याचा प्रयत्न करूया जसे की अगदी विशिष्ट मूल्यांच्या बरोबर n घेणे आपण संख्या काय आहेत ते पाहण्याचा प्रयत्न करू.

हे समीकरण n च्या निश्चित मूल्यासह समाधानी आहे, चला, चला सांगूया आपण फक्त n समान बरोबर एक म्हणू याने सुरुवात करूया जर n एक बरोबर असेल तर मुळात आपण फक्त एक वाढवतो हे सांगणे आवश्यक आहे हे लगेच सूचित करते फक्त एक आहे एकल कॉम्प्लेक्स संख्या फक्त एक ठीक आहे म्हणून आता सर्व प्रथम मी फक्त एकतेचे n वे मूळ शोधत असताना आपण काय केले ते निरीक्षण पुन्हा करू या, कोणतीही जटिल संख्या हे समीकरण पूर्ण करते तर कॉम्प्लेक्स संख्या एक असणे आवश्यक आहे असे म्हणणे आवश्यक आहे.

एकक वर्तुळावर झोपा ठीक आहे म्हणून आता मी n बरोबर एक घेतला आहे तर याचा अर्थ असा की फक्त एक बिंदू जो z च्या बरोबरीचा आहे आता जर मी n बरोबर दोन घेतले तर आपण z चा वर्ग एक बरोबर घ्या आणि साधे म्हणा निरीक्षणात आपण पाहू शकतो की याचा अर्थ z बरोबर अधिक किंवा वजा एक आहे, म्हणून आपण असे म्हणू की पहिली संख्या एक आहे आणि दुसरी संख्या वजा एक आहे, म्हणून जेव्हा आपण n समान दोन घेतो तेव्हा आपण काय निरीक्षण करतो आणि आपण सर्व कॉम्प्लेक्स काय आहेत हे विचारत आहोत ज्या संख्यांचा वर्ग एक आहे त्या संख्यांचे आपण निरीक्षण करतो की जेव्हा आपण z समान एक z समान वजा एक बरोबर मानतो तेव्हा ते या समीकरणाचे समाधान करते, म्हणून आपण जे निरीक्षण करत आहोत ते 360 अंश दिले आहे असे आहे की ते कसे तरी दोन ठीकाने भागते म्हणून येथे हे 360 अंश सारखे आहे ते फक्त एकाने भागले नंतर फक्त एक घटक मिळाला आता आपल्याकडे शक्ती दोन आहे मग आपण तीन साठ अंशांना दोन घटकांमध्ये विभाजित केले आणि जे मूलतः एका घटकासारखे आहे जे π आणि दुसरा सारख्या कोनात दिसून येतो.

एक जो शून्य मध्ये दिसला आहे जर तुम्ही पुन्हा पाई ने फिरवला तर आम्हाला 360 मिळेल जे पुन्हा 1 ठीक आहे, त्यामुळे आता या निरीक्षणासह आम्ही फक्त n च्या 3 च्या केसचा विचार न करता लिहणार आहोत.

म्हणून आपण n समान तीन आणि आमचे प्रश्न असा आहे की सर्व जटिल संख्या कोणत्या आहेत ज्यांची घन शक्ती एक आहे म्हणून विचार न करता मी फक्त मागील निरीक्षण लागू करणार आहे म्हणजे आपण या 360 अंश कोनाला तीन भागांनी विभाजित करणार आहोत म्हणजे मी जेव्हा भागतो तेव्हा मुळात काहीतरी मिळते जे पदवी म्हणून 120 आहे मग जर मी बेरीज केले तर तुम्हाला येथे आणखी एक पद मिळेल आता मला खात्री नाही की त्याची शक्ती एक ठीक देते की नाही पण आता तुम्ही फक्त पहा की तुम्ही फक्त ध्रुवीय लिहिण्याचा प्रयत्न करा .

प्रतिनिधी या संख्येबद्दल नाराजी म्हणजे काय ते म्हणजे आपण z one म्हणूया म्हणून एक z म्हणू या कोनासह संज्ञा आहे ज्याचा \cos आहे कारण आपण मापांक एक मधून एक बिंदू गोळा केला आहे

त्यामुळे या संख्येचा मॉड्यूलस एक आहे आणि कोन 120 आहे डिग्री अधिक i गुणा साइन 120 अंश आता जर तुम्ही पॉवर 3 वाढवलात तर डेमॉरिस फॉर्म्युलाने आम्हाला पॉवरचा गुणाकार केला जाईल आणि वितर्क असेल म्हणजे एक वीस अंश अधिक आय साइन एक वीस अंश पॉवर तीन म्हणजे प्रत्येक युक्तिवादासाठी गुणाकार केला जाईल जे आपल्याला तीन साठ देते जे मॉरिस सूत्रानुसार तीन साठ अंश अधिक i sine तीन साठ आहे म्हणून आपल्याला माहित आहे की त्याचे मूल्य काय आहे ते एक आहे आणि हा घटक शून्य आहे म्हणून आपण काय निरीक्षण केले आहे z दोन क्यूब एक देतो त्याचप्रमाणे एक z तीन पडताळू शकतो जर तुम्हाला आठवत असेल की आम्ही कसे लागू केले आहे ते सांगा की आम्हाला ते कसे मिळत आहे ते मुळात कोन आहे जेथे समान रीतीने विभाजित केले आहे म्हणजे तुम्ही या विशिष्ट रेषेतून या विशिष्टमध्ये आणखी एक 120 जोडा आणि जर yo जेव्हा तुम्ही गुणाकार करता तेव्हा कोनाची बेरीज होत असल्याचे तुम्हाला आठवते, तेव्हा असे म्हणता की हे मुळात 120 अंश आहे z 2 वरून येते आणि z 3 काहीही नाही परंतु तुम्ही z वरून स्वतःच गुणाकार करता

आता तुम्ही घात 3 घ्या तुम्ही पाहाल की प्रत्येक म्हणता z^2 क्यूब एक आहे म्हणून आपण पाहतो की तो एक आहे म्हणून आता आपण तेच करू या असे म्हणू की n बरोबर चार z ते घात चार बरोबर एक साठी निरीक्षण चालू ठेवूया आपण आता विचारत आहोत की चौथी घात एक आहे अशा सर्व संमिश्र संख्या काय आहेत? ठीक आहे, मग पुन्हा कल्पना अशी आहे की आपण तेच निरीक्षण लागू करणार आहोत म्हणजे तुम्ही कोनाला चार ने भागणार आहात ज्यामुळे आपल्याला ते π म्हणून दोनने मिळते म्हणजे जे डीफॉल्ट म्हणून आपण निरीक्षण करतो तेव्हा आपण z एक घेता तेव्हा आह म्हणा एक म्हणून ते नेहमी या समीकरणाचे समाधान करते म्हणजे एक ही नेहमीच एक जटिल संख्या असते जी याचे समाधान करते आणि पुढे आपण π ला 2 ने जोडतो जो i आहे आणि हा उणे 1 आणि उणे i आहे आणि आपण सहजपणे सत्यापित करू शकतो की कोणाची शक्ती चार देते.

एक म्हणून येथे आपण ते z वन पाहतो एक झेड दोन आहे iz तीन आहे वजा एक झेड चार आहे वजा i ठीक आहे आता आपण जे काही पाहिले आहे ते आपण एक सामान्य चौकट म्हणून लिहू या, म्हणून आपण ऐक्याचे n वे मूळ शोधण्यात आपली स्वारस्य सांगण्याचा विचार करत आहोत , जे आपण म्हणू

याचा अर्थ असा की आपल्याला एका जटिल संख्येमध्ये स्वारस्य आहे ज्याची n th शक्ती एक देते आता आपण जे काही निरीक्षण केले आहे ते वापरण्याचा प्रयत्न करा आता एक \cos of two $k \pi$ अधिक i sine to $k \pi$ ok म्हणून लिहिता येईल, म्हणून यावर जाण्यापूर्वी मी काही जोडू दे.

मागील स्लाइडवर अधिक टिपण्यासाठी आम्ही येथे जे निरीक्षण केले आहे ते म्हणजे आम्हाला चार संख्या सारख्या आढळल्या ज्या या समीकरणाचे समाधान करणाऱ्या या समीकरणाचे समाधान करणाऱ्या आमच्या मनातील प्रश्न हा आहे की या केवळ पूर्ण संख्येनेच त्याचे समाधान होते की अधिक, हे उत्तर नाही

त्यामुळे आम्हाला आता हे लक्षात ठेवणे आवश्यक आहे.

z जो कॉम्प्लेक्स नंबर तुम्ही शोधत आहात तो $\cos \theta$ आणि $i \sin \theta$ power n म्हणून डिमेरीच्या कायदानुसार लिहूया, आम्हाला काय माहित आहे की हे $\cos n \theta$ प्लस $i \sin n \theta$ आहे जे $\cos 2k \pi$ अधिक $i \sin 2k \pi$ देते.

$k \pi$ कुठे k पूर्णांक वरून आहे बरोबर साधेपणासाठी आम्ही फक्त 0 1 2 पासून गो असे म्हणणार आहोत आणि यावरून आम्ही

जे निरीक्षण करतो ते आम्ही विचारू इच्छितो की ही सर्व थीटा मूल्ये कोणती आहेत ज्यासाठी हे समीकरण काही k साठी पूर्ण होते पूर्णांक अगदी स्वाभाविकपणे आपण पाहतो की थीटा साठी जर आपण $0 \leq k < n$ मधून k सह $2k\pi$ बाय n म्हणून निवडले तर आपण जे पाहतो ते हे आहे की हे समीकरण या मूल्यांसाठी समाधानी आहे म्हणून आपण त्याला समीकरण म्हणू या थीटा समीकरणासाठी आता एक धरले आहे म्हणून हे विशिष्ट समीकरण आपल्याला सांगते की ही एकमेव संभाव्य मूल्ये आहेत जी या समीकरणाचे समाधान करू शकतात ठीक आहे, हे आपण पहिले निरीक्षण करतो म्हणून आपण मुळात असे आहोत की जेव्हा आपण जटिल संख्येचा विचार करत असतो तेव्हा पाँवर n समान असणे आवश्यक आहे एकाला आणि आम्ही विचारण्याचा प्रयत्न करतो की या कॉम्प्लेक्स नंबरचा युक्तिवाद काय आहे आम्ही शेवटी असे करतो की थीटा या स्वरूपाची असणे आवश्यक आहे आता प्रश्न असा आहे की सर्व भिन्न थीटा मूल्ये काय आहेत जेणेकरून ते भिन्न जटिल संख्या देते ठीक आहे मी येथे वस्तुस्थिती वापरतो हे नमूद करायला आवडेल की येथे $\text{mod } z$ चे निरीक्षण एक ठीक असले पाहिजे म्हणून या समीकरणात आम्ही $\text{mod } z$ बरोबर एक वापरला म्हणून आम्हाला मुळात हे तथ्य लिहिणे आवडत नाही आता वेगळे शोधण्यात आमची आवड आहे.

या विशिष्ट युक्तिवादातील थीटा व्हॅल्यूज ठीक आहे, तर मी थीटा k ची व्याख्या $2k\pi/n$ बरोबर $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ इत्यादि पासून n वजा 1 पर्यंत ठीक करतो, म्हणून मी प्रत्येक थीटासाठी फक्त k साठी 0 ते $n-1$ ची मूल्ये गोळा करतो k एक जटिल संख्या परिभाषित करू शकते म्हणून

z^k संबंधित कॉम्प्लेक्स संख्यांची व्याख्या करू या जी $\cos \theta$ अधिक $i \sin \theta$ आता पुन्हा k शून्य वन इत्यादि पासून आहे हे मला जे माहित आहे ते व्युत्पत्तीवरून आहे ते खालीलप्रमाणे आहे की या संख्यांचे n वे मूळ आहे शून्य एक ते या n वजा एक पर्यंत सर्व k साठी एकता शक्ती n एक आहे आम्ही दाखवणार आहोत ते z^k पैकी एकाच्या बरोबरीचे असेल जे आम्ही आता सिद्ध करणार आहोत, तर आम्ही येथे आमचा दावा काय दर्शवू तुम्ही हे संच गोळा करा जे z^k असे म्हणतात त्याच पद्धतीने तुम्ही प्रत्येक पूर्णांकासाठी इंडिजमधून ते परिभाषित करता.

az^k ला संबद्ध करू शकतो आणि आम्ही दाखवणार आहोत की हा फक्त एक मर्यादित संच आहे जो फक्त z केसचा k सह $0 \leq k < n$ वजा एक ओके पर्यंत आहे,

हे सिद्ध करण्यासाठी आपल्याला जे दाखवायचे आहे ते फक्त येथे समाविष्ट आहे कारण हे उघड आहे की संख्येचा हा विशिष्ट मर्यादित संच येथे उपसंच आहे आणि लगेचच आपण पाहतो की तो संच येथे आहे हे आपल्याला दाखवावे लागेल की येथे कोणताही घटक या स्वरूपाचा आहे ठीक आहे, हे सिद्ध करण्यासाठी आपण पूर्णांकाचा विचार करूया आपण त्यास r म्हणू या जो पूर्णांकांमध्ये आहे आणि आपण z^r मानतो म्हणजे संबंधित थीटा $r \sin \theta$ $r \cos \theta$ ला $r \pi$ ला n ने दिलेला आहे आणि त्या अनुषंगाने आपल्याकडे $z^r = 1$ आहे आता आपल्याला $r \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ हा घटक पाहण्याची गरज आहे.

त्यामुळे r हे भागफलानुसार म्हणता येईल स्मरणपत्र प्रमेय म्हणजे पूर्णांक असू शकतो कारण n हा एक सकारात्मक पूर्णांक आहे जो आपल्याला स्मरणपत्रासह दिलेला आहे k जेथे q ही संख्या पूर्णांकातील संख्या आहे आणि शून्य ते $n-1$ वजा एक मध्ये ks घटक आहे म्हणून आता फक्त ही थीटा r म्हणून लागू करा दोन π q n म्हणून आपण पाहतो तो पहिला घटक म्हणजे दोन π q अधिक दोन $k \pi$ बाय n आणि आपल्याला माहित आहे की जर वितर्क 2π पूर्णांक गुणाकाराने भिन्न असेल तर आपल्याला समान जटिल संख्या मिळेल म्हणजे याचा अर्थ दोन π q अधिक दोन $k \pi$ बाय n अधिक $i \sin$ दोन π q अधिक दोन $k \pi$ बाय n ची \cos द्वारे दिलेली संख्या z^r आहे आणि \cos आणि \sin फंक्शनची नियतकालिकता वापरून आपण पाहू की $\cos 2k\pi/n$ $i \sin 2k\pi/n$ हे दुसरे काहीही नाही तर आमचा घटक z^k जो तुम्ही लिहू शकता त्याच्याशी संबंधित आहे हे $\theta = k\pi/n$ म्हणून आहे म्हणून आम्ही आम्हाला दाखवले की कोणत्याही दिलेल्या पूर्णांकासाठी तुम्ही संबंधित युक्तिवाद विचारात घ्या तुम्ही संबंधित कॉम्प्लेक्स परिभाषित करता ही संख्या z पैकी एकाच्या समान असणे आवश्यक आहे k म्हणजे आता आपण जे मिळवले आहे ते एकतेचे n वे मूळ आहे, आता आपण एकतेचे मूळ n परिभाषित करू शकतो

कारण ते z पाँवर n आहे ते केस आहे ज्याची व्याख्या दोन $k \pi$ च्या \cos द्वारे n अधिक $i \sin$ द्वारे केली जाते.

$0 \leq k < n$ वजा 1 पर्यंत k मूल्यांसह n बाय n दोन $k \pi$.

आता पुन्हा फक्त आपण आधी जे काही केले आहे त्याची पुनरावृत्ती करा जसे की आपण n बरोबर एक घेतो, मला वाटते ते क्षुल्लक प्रकरण आहे आपण n समान दोन घेऊ या

z चा वर्ग एक सारखा शोधत आहात तर इथे $z = 1$ द्वारे दिलेला आहे म्हणून आपण या इंडेक्स नोटेशनने $z = 1$ दिले आहे जे म्हणून येथे n दोन आहे आणि पहिल्या k चे मूल्य शून्य आहे म्हणून शून्य एक आहे आणि पाप शून्य शून्य आहे $z = 1$ एक तर तुम्ही पहात आहात की हे π $i \sin \pi$ चा \cos आहे आम्हाला वजा एक मिळतो त्याचप्रमाणे n च्या बरोबरीने तीन आम्ही पाहतो की क्यूब एकच्या बरोबरीच्या समीकरणांसाठी आम्हाला $z = 1$ शून्य मिळते जे सामान्य आहे एक $z = 1$ एक आहे k ची \cos समान n एक n बरोबर तीन तर दोन π $i \sin$ तीन जे एक वीस अंश अधिक नसून दुसरे काहीही नाही $i \sin 2\pi/3$ आणि $z = 1$ s जे k च्या मूल्याचे \cos आहे दोन म्हणजे चार π $i \sin$ चार π $i \sin$ आता आपण हे

भूमितीयदृष्ट्या पाहण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे जेव्हा आपण एकतेचे n वे मूळ घेऊ.

वर्तुळ काढणे माझ्यासाठी खरोखरच अवघड आहे ठीक आहे असे समजा की आता आपल्याकडे हे मोठे वर्तुळ आहे जे आपण पाहिले आहे ते म्हणजे जेव्हा आपण एकतेच्या n व्या मूळची गणना करतो तेव्हा k बरोबर 1 घेतो तेव्हा ते दोन π बाय n असते त्यामुळे आपल्याकडे संपूर्ण म्हणीचा कोन असतो दोन π आता तुम्ही याला n अटींनी विभागता ठीक आहे, म्हणून आपण ते समान प्रमाणात विभागत आहोत, जर n असेल तर म्हणू की $n = 8$ असेल तर आपण कोन आठने विभाजित करणार आहोत, म्हणून आपल्याला पाई म्हणू चार ने पाय मिळेल.

चार पाई बाय दोन आणि नंतर तुम्ही येथे एक भागाकार करा आणि आम्हाला हे मिळत आहे, जर तुम्ही हे बारकाईने पाहिले तर आम्हाला जे मिळेल ते प्रत्येक विभागासाठी तुम्ही समान कंस लांबीमध्ये विभागत आहात प्रत्येक भागाकार कोनासाठी ठीक आहे कारण प्रत्येक वेळी

काय तुमच्याकडे आहे कोन 2π बाय n इतका आहे आणि i जेव्हा मी $\theta = 1$ लिहितो जो 2π by n आहे आणि पुढील कोन जो n जोडणार आहे

त्यामुळे $\theta = 2$ म्हणजे तुम्ही ही संज्ञा जोडणार आहात म्हणजे दोन π बाय n अधिक दोन π बाय n म्हणजे आपण समान कोन आहोत ते ओके जोडणार आहे म्हणजे जर मी या शिरोबिंदूवर बहुभुज सारखी एखादी वस्तू ठेवण्याचा प्रयत्न केला तर ठीक आहे, तर तुम्हाला नियमित बहुभुज ओके काय मिळेल, उदाहरणार्थ n बरोबर 8 जर मला बहुभुज ठेवायचा असेल तर मला जे मिळाले ते ठीक आहे या वर्तुळातून चित्र काढणे कठीण आहे जे वाईटरित्या काढले आहे ठीक आहे मी ठीक आहे म्हणून आपण पाहतो की या बहुभुजासाठी आठ फेज आहेत आणि आपण पाहतो की प्रत्येक बाजू समान आहेत आणि प्रत्येक कोन समान आहेत जर आपण एकतेच्या n व्या मुळावर ठेवले तर आपल्याला नियमित बहुभुज आहे अशी व्याख्या आपण लिहू या, तर आपण हे भूमितीय निरीक्षण लिहू या की एकताच्या n व्या मुळांची भूमितीय प्रतिमा ही नियमित बहुभुजाचे शिरोबिंदू आहेत ज्यामध्ये n साइट्स युनिटमध्ये कोरलेली आहेत.

o वर एका शिरोबिंदूसह वर्तुळ करा ne याला आपण शेरा एक शेरा दोन म्हणू या जर तुम्ही व्याख्या z एक मागे वळून बघितले तर z केस k समान शून्य ची व्याख्या क्षुल्लक आहे जी एक आहे आणि आपण z एक z एक आहे \cos विचार करूया.

2π by n अधिक $i \sin$ दोन π by n आता जर तुम्ही पॉवर z एक चौरस घेतला तर आम्हाला d मॉरिस फॉर्म्युला मिळेल की पॉवर आर्ग्युमेंटचा गुणाकार करते

त्यामुळे आम्हाला \cos चार π n ने n अधिक i चिन्ह चार π n किंवा i^n मिळेल सामान्य जर मी k th पॉवर घेतली तर आपल्याला दोन $k \pi$ बाय n अधिक $i \sin$ दोन $k \pi$ मिळते फक्त d मॉरिस फॉर्म्युला द्वारे आपल्याला हे मिळते फक्त हे काय आहे ते आठवा हे तुमच्या z^k शिवाय दुसरे काही नाही

तर आम्ही जे निरीक्षण करतो ते हे आहे की गॅस आहे एकतेचे उरलेले n वे मूळ हे फक्त z^1 ने निर्माण केले आहे म्हणून जर मी संच लिहिला तर युनिटचे n वे मूळ हे युनिटचे n वे मूळ आहे का आपण सेट केले आहे जे z नॉट z वन z दोन आहे आणि असेच z^n वजा एक पर्यंत हे फक्त z एक पॉवर शून्याने दिले आहे म्हणजे एक पॉवर शून्य एक आणि z एक पॉवर वन आपल्याला z एक मिळते सेल्फ z एक पॉवर दोन आपल्याला z दोन आणि z एक पॉवर n वजा एक आपल्याला z^n वजा एक मिळेल म्हणजे एकतेचे n वे मूळ हे फक्त या घटकाने निर्माण केले आहे z वन जर तुमच्याकडे फक्त z एक असेल तर आम्ही फक्त गणना करू शकतो .

उर्वरित घटकांनी फक्त त्याची शक्ती घेतली आजच्या वर्गात आम्ही एकतेचे n वे मूळ ओळखले आणि आम्ही फक्त चर्चा केली की त्यात एकतेच्या n व्या मूळसाठी n वेगळे घटक आहेत आणि संच एका घटकाद्वारे तयार केला जातो उदाहरणार्थ z एक उर्वरित सर्व घटक तयार करतो म्हणून म्हणून आम्ही पुढच्या वर्गात ऐक्याच्या n व्या मूळचे इतर गुणधर्म चालू ठेवू धन्यवाद