નમસ્તે વિદ્યાર્થીઓનું અગાઉના લેક્ચરમાં જટિલ સંખ્યાઓ પરના પ્રવચનમાં સ્વાગત છે અમે જટિલ સંખ્યાઓની ધ્રુવીય રજૂઆત રજૂ કરી હતી, ચાલો મને જટિલ સંખ્યાનું ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ યાદ કરીએ, આપેલ કોઈપણ જટિલ સંખ્યા z પ્રતિનિધિત્વ r ગુણાકાર કોસ થીટા વત્તા i sin થીટા દ્વારા આપી શકાય છે જ્યાં r એ
મૂળથી આ જટિલ સંખ્યા સુધીનું અંતર સૂચવે છે અને થીટા એ દલીલ સૂચવે છે જે શૂન્ય અને બે pi ની વચ્ચે છે અને મને ફરીથી યાદ કરવા દો કે સમાન સંખ્યા cos ને કારણે અલગ કોણ હોઈ શકે છે અને આ સામયિક ફંક્શનને પીરિયડ બે pi સાથે સહી કરે છે જેથી કરીને એનો અર્થ એ છે કે સમાન રજૂઆત વિવિધ થીટા મૂલ્ય માટે ધરાવે છે જ્યાં દલીલ ફરીથી આ થીટા વત્તા બે k pi જ્યાં k કેટલાક પૂર્ણાંક માટે ચાલો આપણે ફરી એક સરળ ઉદાહરણ જોવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી જ્યારે આપણે કોઈ બિંદુને ધ્યાનમાં લઈએ ત્યારે કહીએ કે જટિલ નંબર એક વત્તા i આપણી પાસે છે .
છેલ્લા વર્ગમાં આપણે જોયું કે કોણ થીટા છે તે pi ચાર અથવા 45 ડિગ્રી છે અને આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે તમે 2 k pi ઉમેરી શકો છો તેનો અર્થ t છે.
આ ચોક્કસ ધરીમાંથી ટોપી આપણે આ બિંદુને આ રેખામાં 360 ડિગ્રી સાથે ઉમેરવાની જેમ પણ જોઈ શકીએ છીએ, એકવાર તમે 360 ડિગ્રી દ્વારા ફેરવો ત્યારે તમે તે જ સ્થાને પહોંચો છો અને તે આ સામયિક કાર્યો દ્વારા પ્રતિબિંબિત થાય છે, આપણે જોઈએ છીએ કે સમાન થીટા બે k pi સાથે ઉમેરા સાથે હોઈ શકે છે બરાબર તો ચાલો જોઈએ કે વધુ એક બિંદુ કે જેને હું તેના જોડાણ તરીકે ગણવામાં આવે છે તે x અક્ષમાંથી બનેલો એક ઓછા i કોણ છે આપણે જોઈએ છીએ કે તે 2 pi ઓછા pi બાય 4 છે.
અહીં કોણ તે 2 pi માઇનસ pi બાય 4 છે અને જે સાત pi બાય ચાર જેટલો છે તે જ ખૂણો x અક્ષમાંથી ઘડિયાળના કાંટાની દિશામાં લઈને સમજી શકાય છે જેને આપણે માઇનસ પાઇ બાય ચાર દર્શાવીએ છીએ તેનું કારણ તમે અહીં જુઓ છો જ્યારે આપણે હોઈએ છીએ x અક્ષના ખૂણોને માપવા માટે આપણે ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં કોણ બનાવીએ છીએ જે ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં છે જેથી આપણે કોણને માપવા માટે હકારાત્મક માર્ગ તરીકે લઈએ છીએ હવે આપણે વિરુદ્ધ દિશામાં જઈ રહ્યા છીએ
તેથી આ રીતે આપણે b છે માઇનસ pi ને 4 વડે સૂચવીએ અને અહીં જો આપણે આ થીટા વેલ્યુના સંદર્ભમાં લખીએ તો આપણે જે જોઈએ છીએ તે 1 ઓછા i છે અને રજૂઆત r જટિલ સંખ્યાના મોડ્યુલસને દર્શાવે છે જે
7 pi બાય 4 વત્તા i સાઈન 7 pi નું મૂળ 2 cos છે.
4 દ્વારા આપણે એ પણ ચકાસી શકીએ છીએ કે આ થીટા s ના સંદર્ભમાં સમાન છે જે માઇનસ પાઇ બાય ફોર છે જે માઇનસ પાઇ બાય ફોર છે વત્તા i ગણા ઓછા પાઇ બાય 4 આ સરળતાથી ચકાસી શકાય છે કારણ કે તમે જુઓ છો કે cos ફંક્શન છે એક સમ ફંક્શન અને તે સાઇન ફંક્શનને બેકી ફંક્શન તરીકે વાપરો આનો ઉપયોગ કરીને તરત જ આપણે જોઈએ છીએ કે આ ચોક્કસ જથ્થો એક બાદબાકી i ની બરાબર છે
તેથી આપણી પાસે pi ની cos ની કિંમત ચાર બાય રૂટ બે છે અને તે જ રીતે હવે ફરીથી માત્ર z ને ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ તરીકે પુનરાવર્તિત કરો r cos theta i sin theta અનન્ય રજૂઆત કરવા માટે આપણે આપણી જાતને થીટા મૂલ્ય શૂન્યથી બે pi સુધી મર્યાદિત કરીએ છીએ અને આપણે જે અવલોકન કર્યું છે તે એ છે કે તે થિટા વત્તા ટુ k
pi સાથે હોઈ શકે છે અને k સાથે હવે પૂર્ણાંકોમાં બદલાવ આવે છે.
શું છે અમે છેલ્લા વર્ગ પ્રથમમાં જે પરિણામોની ચર્ચા કરી હતી તે ઘોંઘાટનું સૂત્ર છે જે ડેમોરિસ ફોર્મ્યુલા છે અમે બતાવ્યું કે આ સૂત્રનો ઉપયોગ કોસ થીટા પ્લસ આઇ sin થીટા ઓવર n cos n થીટા પ્લસ i sine n થીટા અને અમે આનો ઉપયોગ કરીને અંતે જોયું સંબંધ અમે કેટલીક ત્રિકોણમિતિ ઓળખ મેળવી છે અને હવે અમે આ ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરીએ છીએ તે વિભાજન વિશેની અમારી ચર્ચા ચાલુ રાખીએ છીએ ધારો કે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વમાં એક પર બે જટિલ સંખ્યાઓ છે r one cos theta one plus i sin theta one z two sr two cos theta બે વત્તા i sin થીટા બે ભાગાકાર આપણે સીધો મેળવી શકીએ છીએ જ્યારે આપણે r one cos theta one i sin theta one r 2 cos theta ટુ વત્તા i sin થિટા બે અહીં આપણે છેદમાં સંયોજક દ્વારા વ્યસ્ત ગુણાંક મેળવી શકીએ છીએ
તેથી આપણે અંશને પરિબળ સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ કોસ થીટા બે ઓછા i સાઇન થીટા બે નું જોડાણ z દ્વારા z બારમાં વિભાજિત એ બીજું કંઈ નથી પણ મોડ z ચોરસ છે
તેથી જેનો અર્થ છે કે આપણે જે મેળવીએ છીએ તે t છે.
he denominator cos theta બે ચોરસ વત્તા સાઇન થીટા બે ચોરસ જે એક આપે છે અને અંશ અંશનું અવલોકન કરો માત્ર વાસ્તવિક ભાગ cos થીટા 1 પર ધ્યાન કેન્દ્રિત કરો cos theta 2 સાથે ગુણાકાર કરેલ છે અને અન્ય શબ્દ વત્તા sin theta 1 sin theta 2 સાથે આવે છે જે બીજું કંઈ નથી થીટા 1 ઓછા થીટા 2 ની cos
તેથી વાસ્તવિક ભાગ આપણને થીટા 1 ઓછા થીટા 2 વત્તા i સાઇન થીટા 1 ઓછા થીટા 2 ની cos મળે છે.
તો ચાલો આપણે બે જટિલ સંખ્યાના ગુણાકારને યાદ કરીએ જે આપણે અવલોકન કર્યું છે કે આપણે r ની તીવ્રતાનો ગુણાકાર કરીએ છીએ એક આર બે અને પછી ખૂણાઓનો સારાંશ કરવામાં આવે છે હવે આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે કોણ બાદબાકી થાય છે જ્યારે આપણે ભાગાકાર કરીએ છીએ ત્યારે ચાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ z એકને એક વત્તા i અને z બે ગણીએ કારણ કે હું આ સંખ્યાઓ કઈ છે તે ભૌમિતિક રીતે જોઈએ ઓર્ગન પ્લેનમાં રજૂ થાય છે આપણી પાસે અહીં ક્યાંક બિંદુ વન વત્તા i છે જે કોણ 45 ડિગ્રી બનાવે છે અને i જે
હવે ભાગાકાર દ્વારા નેવું બનાવે છે તે આપણે જોયું છે કે આપણે તેના મોડ્યુલસ મોડ્યુલસને વિભાજિત કરવાની જરૂર છે z એક રુટ બે છે અને z ટુનું મોડ્યુલસ હવે એક છે
તેથી સૌ પ્રથમ આપણે ધ્રુવીય સ્વરૂપમાં લખીએ કે z એક છે મૂળ બે cos pi બાય ફોર વત્તા i sin pi બાય ફોર અને z ટુ એ મોડ્યુલસ એક છે અને cos pi બે વત્તા i સાઇન પાઇ બાય બે હવે ડિવિઝનમાં આપણે કોણ બાદબાકી કરવાની જરૂર છે
તેથી આ આપણને કોસ માઇનસ પાઇ બાય ફોર વત્તા i સાઇન માઇનસ પાઇ બાય ફોર આપે છે
તેથી આપણે જે મેળવી રહ્યાં છીએ તે માઇનસ 45 ડિગ્રી સાથે વેક્ટર છે જેમ મેં ઉલ્લેખ કર્યો છે .

બાદબાકીનું ચિહ્ન સૂચવે છે કે તે ઘડિયાળની દિશામાં x અક્ષથી માપવામાં આવે છે
તેથી એક વેક્ટર તે 45 ડિગ્રી સાથે વિરુદ્ધ દિશામાં જાય છે
તેથી ફરીથી અહ જેમ કે આપણે અગાઉની સ્લાઇડ નોંધ્યું છે તે 1 બાય રૂટ 2 છે અને અહીં તે ઓછા છે રૂટ 2 દ્વારા 1.

તેથી તમે જે મેળવો છો તે માત્ર માઇનસ વન માઇનસ i સાચો છે
તેથી હું અહીં એક સરળ ટિપ્પણી કરું કે આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે છે જ્યારે આપણે વિભાજીત કરીએ છીએ ત્યારે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે તે r એક દ્વારા r બે દ્વારા આપવામાં આવેલ મોડ્યુલસ છે અને આપણે જાણો આર વન શું છે તે z વનનું મોડ્યુલસ છે અને z ટુનું મોડ્યુલસ અને વન ઇમ્પો છે rtant પોઇન્ટ હું ઉલ્લેખ કરવાનું ચૂકી ગયો કે અમે મૂળભૂત રીતે z ટુ s નોન શૂન્ય વડે વિભાજન કરીએ છીએ ઠીક છે આ હંમેશા માત્ર ત્યારે જ કહેવામાં આવે છે માત્ર તે અર્થપૂર્ણ છે અને એક વધુ ટીકા જે ડેમોરિસ ફોર્મ્યુલાને વિસ્તૃત કરે છે
તેથી જ્યારે આપણે z પાવર n નો વિચાર કરીએ છીએ અમે થીટાની cos પ્લસ i sin theta જોવા જઈ રહ્યા છીએ જેમાં n છે માઇનસ 1 માઇનસ 2 આમ n બરાબર માઇનસ વન તેનો અર્થ એ છે કે મને માફ કરો
તેથી તે z પાવર માઇનસ વન છે જે z દ્વારા એક છે જેનો અર્થ છે કે તમે cos થીટા દ્વારા ભાગાકાર કરો છો વત્તા i sin થિટા વનને c જટિલ સંખ્યા તરીકે પણ ગણવામાં આવે છે જ્યાં ખૂણો માત્ર શૂન્ય છે જેનો અર્થ થાય છે કે તમે જે અવયવ મેળવવા જઈ રહ્યા છો તે આ માટે છે આપણે દરેક અવયવ માટે મોડ્યુલસ એક છે
તેથી તે માત્ર એક પછી એક છે અને આપણે નંબર 1 બરાબર માટે કોણમાંથી કોણ બાદબાકી કરવાની જરૂર છે તે માત્ર 0 ઓછા થીટા વત્તા i સાઈન 0 ઓછા થીટા છે
તેથી તેનો અર્થ એ છે કે તે ઓછા થીટા વત્તા i sin માઇનસ થીટા ની કિંમત છે n બરાબર માઇનસ 1 માટે આપણને આ મળે છે અને તે જ રીતે કરીને આપણે ચકાસી શકીએ છીએ તે z પાવર માઇનસ 2 આ બીજું કંઇ નથી પરંતુ 1 બાય z ચોરસ છે જે એક બાય z માં એક બાય z છે અમે ફક્ત નોંધ્યું છે કે દરેક પરિબળ
ઓછા થીટા વત્તા i સાઈન માઇનસ થીટાના કોસ તરીકે આવે છે તે મૂળભૂત રીતે તે જ પરિબળ ચોરસ છે જે આપણે મૂળભૂત રીતે જાણીએ છીએ ડી મોરિસ સૂત્ર દ્વારા જે આપણે ધન પૂર્ણાંક માટે
મેળવ્યું છે તે આપણને માઇનસ 2 થીટા વત્તા i સાઈન માઇનસ 2 થીટાના cos તરીકે મળે છે
તેથી ઇન્ડક્શન દ્વારા આપણે બતાવી શકીએ કે જ્યારે n નકારાત્મક પૂર્ણાંક હોય ત્યારે આપણે બતાવી શકીએ કે તે n થીટા વત્તા i ની cos છે sine n થીટા
તેથી પરિણામ રૂપે આપણે પહેલાથી ચકાસાયેલ હકારાત્મક પૂર્ણાંકોને જોડીને હવે આપણે નકારાત્મક પૂર્ણાંકો માટે ચકાસણી કરી છે
તેથી આ બેને જોડીને આપણે જોઇએ છીએ કે n માટે પૂર્ણાંકનો છે આમ સંબંધ ધરાવે છે જે cos theta છે plus i sin theta power n n ની cos આપે છે થીટા વત્તા i સાઈન n થીટા હવે ચાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ આપણે કહેવા માંગીએ છીએ કે 1 વત્તા i રૂટ 3 પાવર n વત્તા 1 ઓછા i રૂટ 3 પાવર n માટે મૂલ્યની ગણતરી કરો અને આપણે જે જાણીએ છીએ તે આ માટે ધ્રુવીય રજૂઆત છે.
અમને જરૂર છે પ્રથમ મોડ્યુલસ મોડ્યુલસને બે તરીકે
ગણવા માટે અને આપણે થીટા થીટાની ગણતરી કરવાની જરૂર છે આપણે ચકાસી શકીએ છીએ કે તે pi બાય ત્રણ છે
તેથી અહીં તે ટૅન ઇન્વર્સ કહેવા માટે છે આમ આપણી પાસે pi બાય ત્રણ છે
તેથી તે pi ની cos by three વત્તા i sin pi છે ત્રણ સંપૂર્ણ શક્તિ દ્વારા n એ જ રીતે આપણે 1 ઓછા i રૂટ 3 માટે કરવાની જરૂર છે
તેથી ફરીથી મોડ્યુલસ એ જ છે જે 2 છે અને કોણ છે જો તમે અવલોકન કરો છો કે તે માત્ર ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં છે
તેથી તે માત્ર અરીસાની છબી છે તે એક જોડાણ છે
તેથી તે 1 વત્તા i મૂળ 3 છે અને આ એક બાદબાકી pi મૂળ ત્રણ છે
તેથી જો આ pi pi બાય ત્રણ છે તો આ ખૂણો ઓછા pi બાય ત્રણ છે
તેથી આ માઇનસ pi બાય ત્રણ વત્તા i સાઈન માઇનસ pi બાય 3 છે
ડેમોરિસ ફોર્મ્યુલા દ્વારા પાવર n જે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ તે અહીં જથ્થો છે તે બે ઘાત n છે
તેથી દલીલ n શક્તિ n દલીલમાં ગુણાકાર સાથે જાય છે
તેથી આપણને cos n pi 3 વડે i sin n pi મળે છે આ પ્રથમ છે ટર્મ અને બીજી ટર્મ 2 પાવર n માટે અને તે હકીકતનો ઉપયોગ કરો
તેથી t લાગુ કરો તે ફરીથી આ સૂત્ર આપણે જોઇએ છીએ કે આ cos of minus n pi by three plus i sine n pi by three અને cos એ સમ ફંક્શન છે અને સાઇન એ એક વિષમ કાર્ય છે એ હકીકતનો ઉપયોગ કર્યા પછી આપણે જોઇએ છીએ કે આ બે પરિબળ રદ થાય છે અને આપણે આ શબ્દનો બમણો મેળવો જે n pi ની ઘાત n વત્તા એક cos બાય ત્રણ છે
તેથી જ્યારે આપણે જટિલ સંખ્યાની ઘાતની ગણતરી કરીએ છીએ ત્યારે આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે છે એવું લાગે છે કે ધ્રુવીય રજૂઆતનો ઉપયોગ કરીને આપણે સરળતાથી ગણતરી કરી શકીએ છીએ હવે આપણે ચર્ચા કરવા જઇ રહ્યા છીએ.
કંઈક જે ખૂબ જ આકર્ષક હકીકત છે જે એકતાના મૂળનું nમું મૂળ છે તો
અહીં પ્રશ્ન શું છે કે આપણે જટિલ સંખ્યા શોધીએ છીએ જેની શક્તિ n દ્વારા વધે છે તે એક બરાબર આપે છે
તેથી આપણે પૂછવા જઇ રહ્યા છીએ કે બધી જટિલ સંખ્યાઓ કઇ છે જેની શક્તિ n મૂલ્ય એક બરાબર આપે છે
તેથી આવી જટિલ સંખ્યાઓને એકતાનું nમું મૂળ કહેવામાં આવે છે હવે ચાલો આપણે અવલોકન કરીએ કે એક વખત આપણે જટિલ સંખ્યાની માંગ કરીએ તો આ સમીકરણને સંતોષે છે, પછી તરત જ તમે અવલોકન કરો કે z નું મોડ્યુલસ એક બરાબર હોવું જોઇએ.

ટી અવલોકન આપણે ધારીએ છીએ કે જટિલ સંખ્યામાં az નૉટ છે જેમ કે z નૉટ પાવર n એક આપે છે તો તરત જ અમે અવલોકન કર્યું કે z શૂન્યનું મોડ્યુલસ એક હોવું જોઇએ,
તેથી આ સમીકરણ પરથી આપણે જોઇએ છીએ કે z શૂન્ય શક્તિ n નું મોડ્યુલસ અને એકનું મોડ્યુલસ આ આવશ્યક છે.
સંતુષ્ટ થાઓ અને આપણે જાણીએ છીએ કે mod zn એ mod z પાવર n જેટલો જ છે અને એકનું મોડ્યુલસ માત્ર એક છે અને હવે આ જ છે જે આપણે પૂછી રહ્યા છીએ તે વાસ્તવિક સંખ્યા છે બિન-નેગેટિવ વાસ્તવિક સંખ્યા છે જેની શક્તિ n દ્વારા વધારવામાં આવે છે જ્યારે આ થશે એકની બરાબર આ ત્યારે જ થાય છે જ્યારે મોડ z કંઈપણ એક બરાબર ન હોય
તેથી હવે વાસ્તવિક સંખ્યામાં આ અવલોકન સાથે ચાલો આપણે સામાન્ય કિસ્સાઓ સાથે ચર્ચા કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેમ કે n બરાબર ચોક્કસ મૂલ્યો લેવા આપણે અવલોકન કરવાનો પ્રયાસ કરીશું કે સંખ્યાઓ શું છે.
આ સમીકરણને n ની નિશ્ચિત કિંમત સાથે સંતોષે છે, ચાલો આપણે કહીએ કે આપણે ફક્ત n બરાબર એક બરાબર કહીએ સાથે શરૂ કરીએ, જો n એકની બરાબર તો મૂળભૂત રીતે આપણે જે માત્ર એક વધારીએ છીએ તે કહેવું જ જોઇએ આ તરત જ સૂચવે છે કે તે એક છે એક જટિલ સંખ્યા માત્ર એક બરાબર છે,
તેથી હવે સૌ પ્રથમ હું ફક્ત તે અવલોકનનું પુનરાવર્તન કરું કે જ્યારે આપણે એકતાના nમા મૂળને શોધી રહ્યા છીએ ત્યારે કોઈપણ જટિલ સંખ્યા આ સમીકરણને સંતોષે છે તો પછી કહો કે જટિલ સંખ્યાના અનુરૂપ મોડ્યુલસ એક હોવા જોઇએ જેનો અર્થ થાય છે એકમ વર્તુળ પર સૂઇ જાઓ ઠીક છે,
તેથી હવે મેં n બરાબર એક લીધો છે તો તેનો અર્થ એ છે કે માત્ર એક બિંદુ જે z બરાબર એક છે હવે જો હું n બરાબર બે લઇશ તો અમે માંગ કરી રહ્યા છીએ કે z ચોરસ બરાબર એક અને સરળ કહો અવલોકન આપણે જોઇ શકીએ છીએ કે આનો અર્થ z બરાબર વત્તા કે બાદબાકી એક છે
તેથી ચાલો આપણે કહીએ કે પ્રથમ સંખ્યા એક છે અને બીજી સંખ્યા બાદબાકી વન છે તો આપણે શું અવલોકન કરીએ છીએ જ્યારે આપણે n બરાબર બે લઇએ છીએ અને આપણે પૂછીએ છીએ કે બધા જટિલ શું છે? સંખ્યાઓ જેનો વર્ગ એક છે તે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે જ્યારે આપણે z ને એક z ને એક z બરાબર માઇનસ એક ગણીએ છીએ ત્યારે તે આ સમીકરણને બરાબર સંતુષ્ટ કરે છે
તેથી કોઇક રીતે આપણે જે કહીએ છીએ તે અવલોકન કરીએ છીએ તે 360 ડિગ્રી આપેલ છે તે કોઇક રીતે ફક્ત બે બરાબર વિભાજિત થાય છે
તેથી અહીં તે 360 ડિગ્રી જેવું છે તે માત્ર એક વડે ભાગ્યા પછી માત્ર એક પરિબળ મેળવ્યું હવે આપણી પાસે શક્તિ બે છે પછી આપણે ત્રણ સાઠ ડિગ્રીને બે અવયવમાં વિભાજિત કરી અને જે મૂળભૂત રીતે એક પરિબળ જેવો છે જે સમાન ખૂણા પર દેખાય છે જે pi અને બીજો છે એક જે શૂન્યમાં દેખાય છે જો તમે ફરીથી pi દ્વારા ફેરવો તો આપણને 360 મળે છે જે ફરીથી 1 બરાબર છે
તેથી હવે આ અવલોકન સાથે આપણે ફક્ત n બરાબર 3 માટે વિચાર્યા વગર જ લખીશું.

તેથી આપણે n ને ત્રણની બરાબર ગણીશું અને આપણું પ્રશ્ન એ છે કે બધી જટિલ સંખ્યાઓ કઇ છે જેની ઘન શક્તિ એક બરાબર છે
તેથી વિચાર્યા વિના હું ફક્ત અગાઉના અવલોકનને લાગુ કરવા જઇ રહ્યો છું કે આપણે આ 360 અંશના ખૂણાને ત્રણ ભાગોથી વિભાજિત કરવાના છીએ
તેથી જ્યારે હું ભાગીશ ત્યારે જે મૂળભૂત રીતે કંઇક આપે છે જે ડિગ્રી તરીકે 120 છે પછી જો હું સરવાળો કરું તો તમને અહીં બીજી ટર્મ મળશે હવે મને ખાતરી નથી કે તેની શક્તિ એક બરાબર આપે છે કે કેમ પરંતુ હવે તમે માત્ર જુઓ છો કે તમે ફક્ત જુઓ છો કે તમે માત્ર ધ્રુવીય લખવાનો પ્રયાસ કરો છો પ્રતિનિધિ આ સંખ્યા માટે રોષ શું છે તે શું છે ચાલો આપણે કહીએ કે z one as one z ડુ એ કોણ સાથેનો શબ્દ છે જે કોસ છે ત્યારથી આપણે મોડ્યુલસ વનમાંથી એક બિંદુ એકત્રિત કર્યો છે
તેથી આ સંખ્યાનું મોડ્યુલસ એક છે અને કોણ 120 છે ડિગ્રી વત્તા i ગુણ્યા સાઈન 120 ડિગ્રી હવે જો તમે પાવર 3 વધારશો તો આપણે અહીં ડેમોરિસ ફોર્મ્યુલા દ્વારા પાવરનો ગુણાકાર કરવામાં આવશે અને દલીલ સાથે આનો અર્થ થાય છે કે એક વીસ ડિગ્રી વત્તા i સાઈન એક વીસ ડિગ્રી પાવર ત્રણ જે છે દરેક દલીલ માટે ગુણાકાર કરવામાં આવશે જે આપણને ત્રણ સાઇઠ આપે છે જે મોરિસ સૂત્ર દ્વારા ત્રણ સાઠ ડિગ્રી વત્તા i સાઈન ત્રણ સાઠ છે
તેથી આપણે જાણીએ છીએ કે આ એક છે અને આ પરિબળ શૂન્ય છે
તેથી આપણે શું અવલોકન કર્યું છે શું z બે ક્યુબ એક આપે છે તે જ રીતે એક z ત્રણની ચકાસણી કરી શકે છે જો તમને યાદ હોય કે આપણે કેવી રીતે અરજી કરીએ છીએ તે કહો કે આપણે કેવી રીતે મેળવી રહ્યા છીએ તે મૂળભૂત રીતે કોણ છે જ્યાં સમાન રીતે વિભાજિત થાય છે જેનો અર્થ છે કે તમે આ ચોક્કસ રેખામાંથી આ વિશેષમાં વધુ એક 120 ઉમેરો અને જો તમે જ્યારે તમે તેનો ગુણાકાર કરો છો ત્યારે તમને યાદ છે કે કોણ સરવાળો થાય છે ત્યારે બરાબર છે,
તેથી જ્યારે કહો કે આ મૂળભૂત રીતે 120 અંશ છે તે z 2 માંથી આવે છે અને z 3 કંઇ નથી પણ તમે z થી પોતે જ ગુણાકાર કરો છો
હવે તમે ઘાત 3 લો છો તમે જુઓ છો કે દરેક કહે છે કહો કે z2 ક્યુબ એક છે
તેથી આપણે જોઇએ છીએ કે તે એક છે તો હવે આપણે તે જ કરીએ કહીએ કે n બરાબર ચાર z ની ઘાત ચાર બરાબર એક માટે અવલોકન ચાલુ રાખીએ આપણે હવે પૂછીએ છીએ કે બધી જટિલ સંખ્યાઓ કઇ છે જેની ચોથી ઘાત એક છે ઠીક છે તો ફરીથી વિચાર એ છે કે આપણે એ જ અવલોકન લાગુ કરવા જઇ રહ્યા છીએ કે તમે કોણને ચાર વડે ભાગવા જઇ રહ્યા છો જેનાથી આપણે તેને pi તરીકે બે વડે મેળવીએ છીએ, જે ડિફોલ્ટ તરીકે છે જે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ ત્યારે તમે z એક કહો છો.
એક તરીકે તે હંમેશા આ સમીકરણને સંતુષ્ટ કરે છે
તેથી જેનો અર્થ એ છે કે એક હંમેશા એક જટિલ સંખ્યા છે જે આને સંતોષે છે અને આગળ આપણે pi ને 2 વડે ઉમેરીએ છીએ જે i છે અને આ માઇનસ 1 અને માઇનસ i છે અને આપણે સરળતાથી ચકાસી શકીએ છીએ કે કોની શક્તિ કહે ચાર આપે છે એક

તેથી અહીં આપણે તે z એક જોઇએ છીએ એક z બે છે iz ત્રણ છે બાદબાકી એક z ચાર છે માઇનસ i ઠીક છે હવે આપણે અત્યાર સુધી જે પણ અવલોકન કર્યું છે તેને એક સામાન્ય ફ્રેમ તરીકે લખીએ
તેથી અમે એકતાનું nમું મૂળ શોધવામાં અમારી રુચિ કહેવાનું વિચારી રહ્યા છીએ
જેથી અમે જે કહીએ છીએ મતલબ કે આપણને એક જટિલ સંખ્યામાં રસ છે જેની nમી શક્તિ આપે છે હવે આપણે જે પણ અવલોકન કર્યું છે તેનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયાસ કરો હવે એકને બે k pi plus i sine to k pi ok તરીકે લખી શકાય છે
તેથી આ પર જતા પહેલા હું થોડો ઉમેરો કરું અગાઉની સ્લાઇડ પર વધુ ટિપ્પણી અમે અહીં જે અવલોકન કર્યું છે તે અમને ચાર સંખ્યાઓ જેવી મળી છે જે આ સમીકરણને સંતોષે છે અમારા મનમાં પ્રશ્ન એ છે કે શું આ એકમાત્ર પૂર્ણ સંખ્યાઓ છે જે તેને સંતોષે છે અથવા વધુ બરાબર આ જવાબ નથી
તેથી તમારે હવે આ યાદ રાખવાની જરૂર છે z જે જટિલ સંખ્યા તમે શોધી રહ્યા છો, ચાલો તેને લખીએ cos theta અને i sin theta power n બાય ડીમેરીના કાયદા પ્રમાણે આપણે જાણીએ છીએ કે આ cos n theta plus i sine n theta છે જે cos ટુ k pi વત્તા i સાઇન બે આપે છે.
k pi જ્યાં k એ પૂર્ણાંક માંથી છે ઠીક છે સરળતા માટે અમે ફક્ત 0 1 2 થી જાઓ અને
તેથી આગળ કહેવા જઈ રહ્યા છીએ,
તેથી આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે આમાંથી છે અમે પૂછવા માંગીએ છીએ કે આ સમીકરણ કેટલાક k માટે સંતુષ્ટ થાય છે તે બધા થીટા મૂલ્યો શું છે.
પૂર્ણાંકો
તેથી ખૂબ જ સ્વાભાવિક રીતે આપણે જોઇએ છીએ કે જો થીટા માટે થીટા જો આપણે 0 1 2 માંથી k સાથે n સાથે 2 k pi તરીકે પસંદ કરીએ
અને
તેથી વધુ તો પછી આપણે જોઇએ છીએ કે આ સમીકરણ આ મૂલ્યોને સંતોષે છે
તેથી ચાલો તેને સમીકરણ તરીકે કહીએ થીટા સમીકરણ માટે એક હવે ધરાવે છે
તેથી આ ચોક્કસ સમીકરણ આપણને કહે છે કે આ એકમાત્ર સંભવિત મૂલ્યો છે જે આ સમીકરણને સંતોષી શકે છે ઠીક છે
તેથી તે પ્રથમ અવલોકન છે જે આપણે કરીએ છીએ
તેથી આપણે મૂળભૂત રીતે એવા છીએ કે જ્યારે આપણે જટિલ સંખ્યાને ધ્યાનમાં લઇએ ત્યારે પાવર n સમાન હોવો જોઇએ એકને અને અમે પૂછવાનો પ્રયાસ કરીએ છીએ કે આ જટિલ સંખ્યાની દલીલ શું છે અમે અંતમાં એ વિચારીએ છીએ કે થીટા આ સ્વરૂપની હોવી જોઈએ હવે પ્રશ્ન એ છે કે તમામ વિશિષ્ટ થીટા મૂલ્યો શું છે જેથી તે અલગ જટિલ સંખ્યાઓ આપે છે ઠીક છે
તેથી હું અહીં કહીશ હું ઉલ્લેખ કરવા માંગુ છું કે હું અહીં હકીકતનો ઉપયોગ કરું છું કે અહીં અવલોકન જે મોડ z છે તે એક બરાબર હોવું જોઇએ,
તેથી આ સમીકરણમાં અમે મોડ z નો એક સમાન ઉપયોગ કર્યો છે
તેથી જ અમે મૂળભૂત રીતે આ હકીકત લખી નથી માંગતા હવે અલગ શોધવામાં અમારી રુચિ છે.
આ ચોક્કસ દલીલમાંથી થીટા મૂલ્યો ઠીક છે
તેથી હું જે અવલોકન કરું છું તે હું થીટા k ને વ્યાખ્યાયિત કરું છું જેમ કે
k સાથે 0 1 વગેરેથી n માઇનસ 1 બરાબર છે
તેથી હું દરેક થીટા માટે માત્ર k માટે 0 થી n માઇનસ 1 ની કિંમતો એકત્રિત કરું છું ki એક જટિલ સંખ્યાને વ્યાખ્યાયિત કરી શકે છે
તેથી ચાલો અને zk ને અનુરૂપ જટિલ સંખ્યાઓ વ્યાખ્યાયિત કરીએ જે cos theta k છે plus i sine theta k હવે ફરીથી k શૂન્ય વન વગેરેમાંથી છે આ હું જે જાણું છું તે વ્યુત્પત્તિમાંથી છે તે અનુસરે છે કે આ સંખ્યાઓનું nth મૂળ છે એકતા શક્તિ n એ શૂન્ય વન થી આ n માઇનસ વન સુધીના તમામ k માટે એક બરાબર છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે શું આ એકમાત્ર જટિલ સંખ્યા છે જેનો અર્થ થાય છે કે શું હું n ઓછા એક સિવાય k મૂલ્ય લઈ શકું છું કદાચ નકારાત્મક અથવા જો હું n માઇનસ વનથી વધુ લઈ શકું તો અમે બતાવવા જઈ રહ્યા છીએ કે તે zk માંથી એક સમાન હશે જે આપણે હવે સાબિત કરવા જઈ રહ્યા છીએ,
તેથી અમે અમારો દાવો અહીં બતાવીશું
કે તમે આ સમૂહો એકત્રિત કરો જે zk કહે છે તે જ રીતે તમે તેને દરેક પૂર્ણાંક માટે indiges થી વ્યાખ્યાયિત કરો છો.
azk ને સાંકળી શકીએ છીએ અને અમે બતાવવા જઈ રહ્યા છીએ કે તે માત્ર એક મર્યાદિત સેટ છે જે ફક્ત z કેસ સાથે k સાથે 0 1 થી n માઇનસ વન ઓકે છે
તેથી આ સાબિત કરવા માટે આપણે જે બતાવવાની જરૂર છે તે ફક્ત આ સમૂહ અહીં સમાયેલ છે કારણ કે તે સ્પષ્ટ છે કે સંખ્યાનો આ ચોક્કસ મર્યાદિત સમૂહ અહીં સબસેટ છે અને તરત જ આપણે જોઇએ છીએ કે સમૂહ અહીં સમાયેલો છે, આપણે બતાવવાની જરૂર છે કે અહીં કોઈપણ તત્વ તે આ સ્વરૂપનું છે ઠીક છે,
તેથી આને સાબિત કરવા ચાલો આપણે પૂર્ણાંક ગણીએ.
ચાલો આપણે તેને કહીએ કે આપણે r કહીએ જે પૂર્ણાંકોમાં છે અને આપણે zr ગણીએ જેનો અર્થ થાય છે અનુરૂપ થીટા rs થીટા r એ r pi ને n દ્વારા આપવામાં આવે છે અને અનુરૂપ રીતે આપણી પાસે zr બરાબર છે અત્યારે આપણે આ પરિબળ r ok ને અવલોકન કરવાની જરૂર છે
તેથી r ને
ભાગાંક દ્વારા કહી શકાય રીમાઇન્ડર પ્રમેય કે જે કોઈપણ કહો પૂર્ણાંક છે તે ફેક્ટર કરી શકાય છે કારણ કે n એ એક સકારાત્મક પૂર્ણાંક છે જે આપણને રીમાઇન્ડર સાથે આપેલ છે,

ચાલો આપણે કહીએ કે k જ્યાં q એ પૂર્ણાંકમાંથી સંખ્યા છે અને ks તત્વ શૂન્યથી n માઇનસ વનમાં છે
તેથી હવે ફક્ત આ થીટા r તરીકે લાગુ કરો બે pi qnk બાય n
તેથી પ્રથમ પરિબળ જે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ તે બે pi q વત્તા બે k pi બાય n છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે જો દલીલ 2 pi પૂર્ણાંક ગુણાંકથી અલગ હશે તો આપણને સમાન જટિલ સંખ્યા મળશે
તેથી જેનો અર્થ થાય છે નંબર જે અહીં zr છે તે cos દ્વારા બે pi q વત્તા બે k pi બાય n વત્તા i સાઈન બે pi q વત્તા બે k pi બાય n અને cos અને sine ફંક્શનની સામયિકતાનો ઉપયોગ કરીને આપણે જોઇએ છીએ કે ચાલો cos 2 k pi બાય n વત્તા i sine 2 k pi બાય n આ બીજું કંઈ નથી પણ અમારું તત્વ zk જે તમે લખી શકો છો તેની સાથે સંકળાયેલું છે આ થીટા k તરીકે છે
તેથી અમે આપેલ કોઇપણ પૂર્ણાંક માટે અમને શું કહ્યું છે તે તમે અનુરૂપ સંકુલને વ્યાખ્યાયિત કરો છો તે અનુરૂપ દલીલને ધ્યાનમાં લો સંખ્યા આ એક z ની બરાબર હોવી જોઇએ k
તેથી જેનો અર્થ છે કે હવે આપણે જે મેળવ્યું છે તે એકતાનું nમું મૂળ છે, હવે આપણે એકતાના મૂળને n વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ કારણ કે તે z શક્તિ n છે તે તે કેસ છે જેની સાથે બે k pi ની cos દ્વારા n વત્તા i sine દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.
0 1 થી n માઇનસ 1 સુધી k ની કિંમતો સાથે n દ્વારા બે k pi .
હવે ફરીથી ફક્ત આપણે પહેલા જે કર્યું છે તેનું પુનરાવર્તન કરો ઉદાહરણ તરીકે આપણે n બરાબર એક લઇએ છીએ મને લાગે છે કે તે નજીવી બાબત છે ચાલો આપણે n બરાબર બે લઇએ પછી આપણે જો તમે એકના બરાબર z ચોરસ શોધી રહ્યાં છો તો અહીં z one એ આપેલ છે
તેથી આપણે આ અનુક્રમણિકા સંકેત દ્વારા z કંઇપણ નથી જે આપેલ છે
તેથી અહીં n બે છે અને પ્રથમ k માટે મૂલ્ય શૂન્ય છે
તેથી શૂન્ય એક છે અને પાપ શૂન્ય શૂન્ય છે z એક તો તમે જે જુઓ છો તે એ છે કે આ pi ની cos plus i sine pi છે આપણને માઇનસ વન મળે છે તે જ રીતે n ની બરાબર ત્રણ આપણે જોઇએ છીએ કે જે સમીકરણો કે જે ક્યુબ એક સમાન છે તે માટે આપણને z કંઇપણ મળે છે જે સામાન્ય એક z વન છે.
k ની cos બરાબર એક n બરાબર ત્રણ
તેથી બે પાઇ બાય ત્રણ જે એક વીસ ડિગ્રી વત્તા સિવાય બીજું કંઇ નથી i સાઇન ટુ pi બાય થ્રી અને z ટુ s જે k ની કિંમત છે બે એટલે ચાર pi બાય ત્રણ વત્તા i સાઇન ફોર pi બાય ત્રણ હવે ચાલો આપણે આને ભૌમિતિક રીતે વિઝ્યુઅલાઇઝ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી જ્યારે આપણે એકતાનું નવમું મૂળ લઇએ વર્તુળ દોરવું મારા માટે ખરેખર મુશ્કેલ છે ઠીક છે, ધારો કે હવે આપણી પાસે આ મોટું વર્તુળ છે જે આપણે અવલોકન કર્યું છે જ્યારે આપણે એકતાના nમા મૂળની ગણતરી કરીએ છીએ ત્યારે k ને 1 ની બરાબર લે છે તો તે બે પાઇ બાય n છે
તેથી આપણી પાસે સંપૂર્ણ કહે કોણ છે શું બે pi હવે તમે આને n ની શરતોથી વિભાજિત કરો છો બરાબર
તેથી આપણે તેને સમાન રીતે વિભાજિત કરીએ છીએ
તેથી જો n કહીએ કે જો n 8 છે તો આપણે કોણને આઠ વડે વિભાજિત કરીશું
તેથી આપણે કહીએ છીએ pi બાય ચાર આપણને pi મળે છે ચાર પાઇ બાય બે અને પછી તમે અહીં એક વિભાજન કરો છો અને અમને આ મળી રહ્યું છે
તેથી જો તમે આને નજીકથી જુઓ તો અમને જે મળે છે તે દરેક સેગમેન્ટ માટે છે જે તમે દરેક ભાગાકાર કોણ માટે સમાન ચાપ લંબાઈમાં વિભાજીત કરી રહ્યાં છો
બરાબર કારણ કે દરેક વખતે શું તમારી પાસે કોણ છે તે છે 2 pi બાય n
તેથી અને i જ્યારે હું થીટા 1 લખું છું જે 2 pi બાય n છે અને આગળનો ખૂણો જે ઉમેરવા જઇ રહ્યો છે
તેથી થીટા 2 કહે છે કે તમે આ શબ્દ ઉમેરવા જઇ રહ્યા છો જે બે pi બાય n વત્તા બે pi બાય n છે જેનો અર્થ થાય છે કે આપણે સમાન કોણ છીએ તે બરાબર ઉમેરવા જઇ રહ્યો છું, એટલે કે જો હું
આ શિરોબિંદુઓ પર બહુકોણ જેવા ઑબ્જેક્ટ મૂકવાનો પ્રયત્ન કરીશ તો ઠીક છે, તો તમે નિયમિત બહુકોણ બરાબર શું મેળવશો
તેથી ઉદાહરણ તરીકે n બરાબર 8 માટે જો મને બહુકોણ મૂકવાનું ગમે તો મને જે મળે છે તે બરાબર છે આ વર્તુળમાંથી વિઝ્યુઅલાઇઝ કરવું મુશ્કેલ છે જે ખરાબ રીતે દોરવામાં આવ્યું છે બરાબર હું બરાબર છું
તેથી આપણે જોઇએ છીએ કે આ બહુકોણ માટે આઠ તબક્કા છે અને આપણે જોઇએ છીએ કે દરેક બાજુઓ સમાન છે અને દરેક ખૂણા સમાન છે આપણે જે વ્યાખ્યા મેળવીએ છીએ તે નિયમિત બહુકોણ છે જો આપણે એકતાના nમા મૂળ પર મૂકીએ તો ચાલો આ ભૌમિતિક અવલોકન લખીએ કે એકતાના nમા મૂળની ભૌમિતિક છબી   એ એકમમાં અંકિત n સાઇટ્સ સાથે નિયમિત બહુકોણના શિરોબિંદુઓ છે.
o પર શિરોબિંદુઓમાંથી એક સાથે વર્તુળ ne આને આપણે ટીકા તરીકે ઓળખીએ છીએ એક ટીકા બે જો તમે z વનની વ્યાખ્યા પાછળ જુઓ તો z કેસ k ની વ્યાખ્યા શૂન્યની બરાબર છે એ એક તુચ્છ છે જે એક છે અને ચાલો ધ્યાનમાં લઇએ કે z એક z એક છે cos ટુ પાઇ બાય n વત્તા i સાઇન ટુ પાઇ બાય n હવે જો તમે પાવર z વન સ્ક્વેર લો તો આપણને d મોરિસ ફોર્મ્યુલા વડે મળે છે કે પાવર દલીલનો ગુણાકાર થાય છે
તેથી આપણને cos four pi બાય n વત્તા i સાઇન ફોર પાઇ બાય n અથવા ઇન મળે છે સામાન્ય જો હું kth પાવર લઉં તો આપણને બે k pi બાય n વત્તા i સાઈન ટુ k pi મળે છે ફક્ત d મોરિસ ફોર્મ્યુલા દ્વારા આપણને આ મળે છે ફક્ત યાદ કરો કે આ શું છે આ બીજું કંઇ નથી પરંતુ તમારી zk છે
તેથી આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે આ ગેસ છે જે છે એકતાનું બાકીનું nમું મૂળ તે માત્ર z1 દ્વારા જનરેટ થયેલું છે

 તેથી જો હું સેટ લખું તો એકમનું nમું મૂળ એકમનું nમું મૂળ છે શું આપણે સેટ કર્યું છે જે z naught z one z બે છે અને
 તેથી zn માઈનસ વન સુધી આ ફક્ત z દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે એક શક્તિ શૂન્ય એટલે કે એક શક્તિ શૂન્ય વન અને z એક શક્તિ એક આપણને z એક તે મળે છે સેલ્ફ z વન પાવર બે આપણને z બે મળે છે અને z વન પાવર n માઈનસ વન મળે છે આપણને zn માઈનસ વન મળે છે એટલે કે એકતાનું nમું મૂળ તે ફક્ત આ તત્વ z વન દ્વારા જનરેટ થાય છે જો તમારી પાસે ફક્ત z એક હોય તો અમે ફક્ત ગણતરી કરી શકીએ છીએ .

  બાકીના તત્વો માત્ર તેની શક્તિ લઈને આજના વર્ગમાં અમે એકતાનું nમું મૂળ રજૂ કર્યું અને અમે હમણાં જ ચર્ચા કરી કે તેમાં એકતાના nમા મૂળ માટે n અલગ તત્વો છે અને સમૂહ એક તત્વ દ્વારા જનરેટ થાય છે ઉદાહરણ તરીકે z એક બાકીના બધા તત્વો પેદા કરે છે
 તેથી

 તેથી અમે આગલા વર્ગમાં એકતાના nમા મૂળના અન્ય ગુણધર્મો ચાલુ રાખીએ છીએ તમારો આભાર