

হ্যালো ছাত্ররা আগের বক্তৃতায় জটিল সংখ্যার উপর বক্তৃতাগুলিতে স্বাগত জানাই আমরা জটিল সংখ্যার মেরু প্রতিনিধিত্ব প্রবর্তন করেছি, আমাদের জটিল সংখ্যার মেরু প্রতিনিধিত্বের কথা মনে করিয়ে দিই যেকোন জটিল সংখ্যা  $z$  প্রদত্ত প্রতিনিধিত্ব  $r$  গুণিত  $\cos \theta$  প্লাস  $i \sin \theta$  যেখানে  $r$  উৎপত্তি থেকে এই জটিল সংখ্যার দূরত্ব নির্দেশ করে এবং থিটা শূন্য এবং দুই পাই-এর মধ্যে থাকা আর্গুমেন্টকে বোঝায় এবং আমাদের আবার স্মরণ করিয়ে দিই  $\cos$ -এর কারণে একই সংখ্যার ভিন্ন কোণ থাকতে পারে এবং এই পর্যায়ক্রমিক ফাংশনটিকে পিরিয়ড দুই পাই দিয়ে সাইন ইন করুন যাতে মানে একই উপস্থাপনা বিভিন্ন থিটা মানের জন্য ধারণ করে যেখানে যুক্তি আবার এই থিটা প্লাস দুই কে পাই যেখানে  $k$  কিছু পূর্ণসংখ্যার জন্য আমরা আবার একটি সাধারণ উদাহরণ দেখার চেষ্টা করি

তাই যখন আমরা একটি বিন্দু বিবেচনা করি তখন বলা যাক জটিল নম্বর এক প্লাস  $i$  আছে শেষ ক্লাসে আমরা দেখেছি যে কোণ হল থিটা হল পাই চার বা  $45$  ডিগ্রী এবং আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল আপনি যোগ করতে পারেন  $2k\pi$  এর মানে  $t$  এই নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে আমরা এই বিন্দুটিকে এই লাইনে  $360$  ডিগ্রির সাথে যোগ করার মতো দেখতেও পারি একবার আপনি একটি  $360$  ডিগ্রী দ্বারা ঘোরার পরে আপনি একই জায়গায় পৌঁছান এবং এটি এই পর্যায়ক্রমিক ফাংশনগুলির দ্বারা প্রতিফলিত হয় আমরা দেখতে পাই যে একই থিটা দুই  $k\pi$  এর সাথে যোগ করতে পারে ঠিক আছে

তাই আসুন দেখি যে আরও একটি বিন্দু যা আমি এর সংযোজন হিসাবে বিবেচিত যেটি হল এক বিয়োগ  $i$   $x$  অক্ষ থেকে তৈরি কোণ আমরা দেখতে পাই এটি  $2\pi$  বিয়োগ পাই  $4$  দ্বারা এখানে কোণটি  $2$  পাই বিয়োগ পাই বাই  $4$  এবং যেটি সাত পাই বাই চারের সমান একই কোণটি  $x$  অক্ষ থেকে ঘড়ির কাঁটার দিক নিয়ে উপলব্ধি করা যেতে পারে যা আমরা বিয়োগ পাইকে চার দ্বারা চিহ্নিত করি কারণ আপনি এখানে দেখতে পাচ্ছেন যখন আমরা  $x$  অক্ষের কোণটি পরিমাপ করে আমরা কোণটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে তৈরি করছি যা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে যাতে আমরা কোণটি পরিমাপ করার একটি ইতিবাচক উপায় হিসাবে নিচ্ছি এখন আমরা বিপরীত দিকে যাচ্ছি

তাই এইভাবে আমরা বি  $asically$   $4$  দ্বারা বিয়োগ  $\pi$  নির্দেশ করে এবং এখানে যদি আমরা এই থিটা মানটির সাপেক্ষে লিখি যা আমরা দেখতে পাই তা হল  $1$  বিয়োগ  $i$  এবং উপস্থাপনা  $r$  জটিল সংখ্যার মডুলাসকে নির্দেশ করে যা  $7\pi$  এর  $2\cos$  by  $4$  যোগ  $i \sin 7\pi$   $4$  দ্বারা আমরা এটাও যাচাই করতে পারি যে এটি থিটা  $s$  এর ক্ষেত্রে একই যা বিয়োগ পাই বাই ফোর যা বিয়োগ পাই বাই চার এবং  $4$  দ্বারা বিয়োগ পাই এর  $i$  গুণ সাইন এটি সহজেই যাচাইযোগ্য কারণ আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে  $\cos$  ফাংশন একটি জোড় ফাংশন এবং সেই সাইন ফাংশনটিকে বিজোড় ফাংশন হিসাবে ব্যবহার করুন অবিলম্বে এটি ব্যবহার করে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই নির্দিষ্ট পরিমাণটি এক বিয়োগ  $i$  এর সমান

তাই আমাদের কাছে পাই এর মান চারটি মূল দুই দ্বারা এক এবং একইভাবে এখন আবার ঠিক  $z$ -কে পোলার রিপ্রেজেন্টেশন হিসেবে রিপ্রেজেন্ট করুন  $r \cos \theta + i \sin \theta$  একটি অনন্য উপস্থাপনা করতে আমরা নিজেদেরকে থিটা মান শূন্য থেকে দুই পাই পর্যন্ত সীমাবদ্ধ রাখি এবং আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল থিটা প্লাস  $2k\pi$  এর সাথে  $k$  এর সাথে এখন পূর্ণসংখ্যার পরিবর্তিত হতে পারে কি আছে শেষ ক্লাসে আমরা যে ফলাফল নিয়ে আলোচনা করেছি তা হল গোলমালের সূত্র যা ডেমোরিস সূত্র আমরা দেখিয়েছি যে এই সূত্রটি ব্যবহার করার কারণ  $\cos \theta + i \sin \theta$  over  $n \cos n \theta + i \sin n \theta$  এবং আমরা এটি ব্যবহার করে শেষে দেখেছি সম্পর্ক আমরা কিছু ত্রিকোণমিতিক পরিচয় প্রাপ্ত করেছি এবং এখন আমরা বিভাজন সম্পর্কে আমাদের আলোচনা চালিয়ে যাচ্ছি কিভাবে আমরা এই মেরু উপস্থাপনাটি ব্যবহার করি, ধরুন আমাদের মেরু প্রতিনিধিত্বে একটিতে দুটি জটিল সংখ্যা রয়েছে  $r_1 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1$  প্লাস  $z^2$   $r_2 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2$  দুই যোগ  $i \sin$  থিটা দুই ভাগ আমরা সরাসরি প্রাপ্ত করতে পারি যখন আমরা  $r$  এক ভাগ করি  $\cos \theta + i \sin \theta$   $r$  দুই  $\cos \theta + i \sin \theta$  দুই এখানে আমরা হর-এর কনজুগেট দ্বারা বিপরীত গুন করতে পারি

সুতরাং আমরা লবকে গুণিতকটি গুণিতক

দিয়ে পাই হে ডিনোমিনেটর কস থিটা দুই বর্গ প্লাস সাইন থিটা দুই বর্গ যা একটি দেয় এবং লবের লবটি লক্ষ্য করুন শুধু আসল অংশের উপর ফোকাস করুন  $\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$  এবং অন্য টার্ম যোগ  $\sin \theta_1 \sin \theta_2$  এর সাথে আসে যা কিছুই নয় থিটা  $1$  বিয়োগ থিটা  $2$  এর প্রকৃত অংশ

তাই আমরা থিটা  $1$  বিয়োগ থিটা  $2$  প্লাস আই সাইন থিটা  $1$  বিয়োগ থিটা  $2$  এর  $\cos$  পাই।

সুতরাং আসুন আমরা দুটি জটিল সংখ্যার গুণের কথা স্মরণ করি যা আমরা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল আমরা  $r$  এর মাত্রাকে গুণ করি এক  $r$  দুই এবং তারপর কোণগুলিকে সংক্ষিপ্ত করা হয়েছে এখন আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল কোণ বিয়োগ করা হয় যখন আমরা ভাগ করি তখন আসুন একটি সহজ উদাহরণ  $z$  এককে এক যোগ  $i$  এবং  $z$  দুই হিসাবে বিবেচনা করি কারণ আমি এই সংখ্যাগুলিকে জ্যামিতিকভাবে দেখতে দিই অঙ্গ সমতলের প্রতিনিধিত্ব করছি আমাদের এখানে কোথাও পয়েন্ট এক প্লাস  $i$  আছে যা কোণকে  $45$  ডিগ্রী করে এবং  $i$  যা একটি কোণ নব্বই তৈরি করেছে এখন ভাগ দিয়ে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল আমাদের এর মডুলাস মডুলাসকে ভাগ করতে হবে  $z$ -এর এক হল  $z$  দুই এবং  $z$  দুই-এর মডুলাস এখন এক,

তাই প্রথমে পোলার ফর্মে লিখি  $z$   $1$  হল  $z$  দুই  $\cos \pi$  বাই চার যোগ  $i \sin \pi$  বাই চার এবং  $z$  দুই হল মডুলাস হল এক এবং  $\cos \pi$  দুই যোগ  $i \sin \pi$  এখন দুই দ্বারা বিভাজ্য আমাদের কোণ বিয়োগ করতে হবে

তাই এটি আমাদের দেয়  $\cos$  বিয়োগ পাই চার দ্বারা প্লাস  $i$  সাইন বিয়োগ পাই চার দ্বারা

তাই আমরা যা পাচ্ছি তা হল মাইনাস  $45$  ডিগ্রি সহ একটি ভেক্টর যেমন আমি উল্লেখ করেছি বিয়োগ চিহ্নটি বোঝায় যে এটি ঘড়ির কাঁটার দিকে  $x$  অক্ষ থেকে পরিমাপ করা হয়

তাই একটি ভেক্টর এটি 45 ডিগ্রি বিপরীত দিকে যায়

তাই আবার আহ যেমন আমরা আগের স্লাইডটি লক্ষ্য করেছি এটি 1 বাই রুট 2 এবং এখানে এটি মাইনাস রুট 2 দ্বারা 1।  
সুতরাং আপনি যা পেয়েছেন তা হল বিয়োগ এক বিয়োগ i ডান

তাই আমি এখানে একটি সহজ মন্তব্য করি যে আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল যখন আমরা ভাগ করি তখন আমরা লক্ষ্য করি যে এটি r এক দ্বারা r দুই দ্বারা প্রদত্ত মডুলাস এবং আমরা জেনে নিন আর ওয়ান কি এটা জেড ওয়ানের মডুলাস এবং জেড টু এর মডুলাস এবং ওয়ান ইম্পো rtant পয়েন্ট আমি উল্লেখ করতে মিস করেছি আমরা মূলত z দুই s অ শূন্য দিয়ে বিভাজন তৈরি করি ঠিক আছে এটি সর্বদা বলা হয় তবেই এটি অর্থপূর্ণ এবং আরও একটি মন্তব্য যা ডেমোরিস সূত্রকে প্রসারিত করে

তাই যখন আমরা z পাওয়ার n বিবেচনা করছি আমরা দেখতে যাচ্ছি থিটা প্লাস আই সিন থিটা এর cos এর সাথে n হচ্ছে বিয়োগ 1 বিয়োগ 2 এইভাবে n সমান বিয়োগ এক এর মানে মাফ করবেন

তাই z পাওয়ার বিয়োগ এক যা z দ্বারা এক যার মানে আপনি cos theta দ্বারা ভাগ করবেন প্লাস আই সিন থিটা ওয়ানকে সি কমপ্লেক্স সংখ্যা হিসাবেও গণ্য করা হয় যেখানে কোণটি কেবল শূন্য যার মানে আপনি যা ফ্যাক্টর পেতে যাচ্ছেন তা হল এটির জন্য আমাদের বলা দরকার প্রতিটি ফ্যাক্টরের জন্য মডুলাস একটি

তাই এটি একটি একটি করে এবং আমাদের 1 নম্বরের জন্য কোণ থেকে কোণটি বিয়োগ করতে হবে ঠিক আছে যেটি হল 0 বিয়োগ থিটা প্লাস আই সাইন 0 বিয়োগ থিটা

তাই এর মানে হল এটি বিয়োগ থিটা প্লাস আই সিন মাইনাস থিটা এর জন্য n সমান বিয়োগ 1 আমরা এটি পাই এবং একই পদ্ধতিতে করে আমরা যাচাই করতে পারি যে z শক্তি বিয়োগ 2 এটি 1 দ্বারা z বর্গক্ষেত্র ছাড়া আর কিছুই নয় যা এক দ্বারা z দ্বারা এক দ্বারা z হয় আমরা শুধু লক্ষ্য করি যে প্রতিটি ফ্যাক্টর

বিয়োগ থিটা প্লাস আই সাইন বিয়োগ থিটা এর cos হিসাবে আসে আবার এটি মূলত একই ফ্যাক্টর বর্গকে আমরা মূলত জানি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার জন্য আমরা যে d মরিস সূত্রটি তৈরি করেছি তা দ্বারা আমরা এটিকে বিয়োগ 2 থিটা প্লাস আই সাইন বিয়োগ 2 থিটা হিসাবে পেয়েছি

তাই আনয়নের মাধ্যমে আমরা দেখতে পারি যে যখন n ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় তখন আমরা দেখতে পারি যে এটি n থিটা প্লাস i এর cos।

সাইন এন থিটা

তাই ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাগুলিকে একত্রিত করার ফলে আমরা ইতিমধ্যে যাচাই করেছি এখন আমরা নেতিবাচক পূর্ণসংখ্যার জন্য যাচাই করেছি

তাই এই দুটিকে একত্রিত করে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে n এর জন্য পূর্ণসংখ্যার অন্তর্গত এইভাবে সম্পর্ক ধারণ করে যেটি cos theta প্লাস i sin theta power n এর cos দেয় থিটা প্লাস আই সাইন এন থিটা এখন একটা সহজ উদাহরণ করি আমরা বলতে চাই

1 প্লাস আই রুট 3 পাওয়ার n প্লাস 1 বিয়োগ আই রুট 3 পাওয়ার n এর মান গণনা করুন এবং আমরা যা জানি তা হল এর জন্য পোলার উপস্থাপনা আমাদের দরকার প্রথম মডুলাস মডুলাসকে দুই হিসাবে

গণনা করতে এবং আমাদের থিটা থিটা গণনা করতে হবে আমরা যাচাই করতে পারি যে এটি পাই তিন দ্বারা

তাই এখানে এটি ট্যান ইনভার্স বলায় জন্য এইভাবে আমাদের কাছে পাই বাই থ্রি

তাই এটি পাই বাই থ্রি প্লাস আই সিন পাই তিনটি সম্পূর্ণ শক্তি দ্বারা n একইভাবে আমাদের 1 বিয়োগ i রুট 3 এর জন্য করতে হবে

তাই আবার মডুলাসটি একই যা 2 এবং কোণটি যদি আপনি লক্ষ্য করেন যে এটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে রয়েছে

তাই এটি শুধুমাত্র আয়নার চিত্র এটি একটি সংযোজন

তাই এটি 1 প্লাস i রুট 3 এবং এটি একটি বিয়োগ পাই রুট তিনটি

তাই যদি এটি পাই পাই তিন দ্বারা হয় তবে এই কোণটি বিয়োগ পাই তিন দ্বারা বিয়োগ হয়

তাই এটি বিয়োগ পাই বাই তিন যোগ i সাইন বিয়োগ পাই 3 দ্বারা

ডেমোরিস সূত্র দ্বারা আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল পরিমাণ হল এখানে দুটি শক্তি n

তাই যুক্তি n শক্তি n যুক্তিতে গুণের সাথে যায়

তাই আমরা 3 দ্বারা cos n pi এবং i sin n pi 3 দিয়ে পাই এটি প্রথম টার্ম এবং দ্বিতীয় টার্ম 2 কে পাওয়ার n এবং সেই সত্যটি ব্যবহার করুন

তাই t প্রয়োগ করুন তিনি আবার এই সূত্রটি আমরা দেখতে পাই যে এই cos এর বিয়োগ n pi দ্বারা তিন যোগ i সাইন বিয়োগ n pi দ্বারা তিন এবং cos একটি জোড় ফাংশন এবং সাইন একটি বিজোড় ফাংশন ব্যবহার করার পরে আমরা দেখতে পাই যে এই দুটি গুণনীয়ক বাতিল হয়ে যায় এবং আমরা এই টার্মের দ্বিগুণ পান যা n pi এর ঘাত n যোগ এক cos এর 3 দ্বারা

তাই আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল যখন আমরা জটিল সংখ্যার শক্তি গণনা করি তখন মনে হয় যে পোলার উপস্থাপনা ব্যবহার করে আমরা সহজেই গণনা করতে পারি এখন আমরা আলোচনা করতে যাচ্ছি এমন কিছু যা খুবই চিত্তাকর্ষক সত্য যেটি হল ঐক্যের মূলের n তম মূল

তাই এখানে প্রশ্নটি কী আমরা জটিল সংখ্যা খুঁজছি যার শক্তি n দ্বারা উত্থাপিত হয় একটি ঠিক আছে

তাই আমরা জিজ্ঞাসা করতে যাচ্ছি সমস্ত জটিল সংখ্যাগুলি কী যার শক্তি n মান দেয় এক ঠিক

তাই এই ধরনের জটিল সংখ্যাকে বলা হয় ঐক্যের nম মূল

টি পর্যবেক্ষণে আমরা মনে করি জটিল সংখ্যায়  $az$  নট আছে যেমন  $z$  নট পাওয়ার  $n$  একটি দেয় তাহলে অবিলম্বে আমরা পর্যবেক্ষণ করলাম  $z$  নট এর মডুলাস অবশ্যই এক হতে হবে

তাই এই সমীকরণ থেকে আমরা দেখতে পাই যে  $z$  নট পাওয়ার  $n$  এর মডুলাস এবং একটির মডুলাস এটি অবশ্যই সন্তুষ্ট হোন এবং আমরা জানি যে  $\text{mod } zn$  হল  $\text{mod } z$  power  $n$  এর মতো এবং একটির মডুলাস মাত্র একটি এবং এখন আমরা যা জিজ্ঞাসা করছি তা হল একটি বাস্তব সংখ্যা  $n$  ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যা যার শক্তি  $n$  দ্বারা উৎপাদিত হবে কখন এটি হবে একের সমান এটি তখনই ঘটে যখন  $\text{mod } z$  naught এক ঠিক থাকে

তাই এখন এই পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আসুন আমরা সাধারণ ক্ষেত্রে আলোচনা করার চেষ্টা করি যেমন  $n$  এর সমান খুব নির্দিষ্ট মান নিয়ে আমরা পর্যবেক্ষণ করার চেষ্টা করব সংখ্যাগুলি কী কী  $n$  এর স্থির মান দিয়ে এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করা যাক, আসুন আমরা ঠিক করি বলুন শুরু করা যাক শুধু বলা  $n$  এর সমান এক ঠিক আছে যদি  $n$  এর সমান শক্তি মূলত আমরা যা বাড়াই শুধু একটি এটি বলতে হবে অবিলম্বে এটি বোঝায় এটি একটি একক জটিল সংখ্যা শুধু একটি ঠিক আছে

তাই এখন প্রথমে আমি শুধু পর্যবেক্ষণের পুনরাবৃত্তি করি যখন আমরা একের  $n$  তম মূল খুঁজছি তখন যেকোন জটিল সংখ্যা এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে তাহলে অনুরূপ মডুলাস বলুন জটিল সংখ্যাটি অবশ্যই একটি হতে হবে যার মানে এটি আবশ্যিক একক বৃত্তের উপর শুয়ে থাকে ঠিক আছে

তাই এখন আমি একের সমান  $n$  নিয়েছি তাহলে এর মানে হল শুধুমাত্র একটি বিন্দু যা একের  $z$  সমান এখন যদি আমি  $n$  সমান দুইটি নিই তাহলে আমরা দাবি করছি  $z$  বর্গক্ষেত্রের সমান বল এবং সহজ বল পর্যবেক্ষণে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি বোঝায়  $z$  এর সমান প্লাস বা বিয়োগ ওয়ান

তাই আসুন আমরা বলি যে প্রথম সংখ্যাটি এক এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটি বিয়োগ এক

তাই আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল যখন আমরা  $n$  এর সমান দুই নিই এবং আমরা জিজ্ঞাসা করছি সমস্ত জটিলগুলি কী যে সংখ্যার বর্গ এক আমরা লক্ষ্য করি যে যখন আমরা  $z$  এর সমান এক  $z$  এর সমান বিয়োগ এক হিসাবে বিবেচনা করি তখন এটি এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে

তাই কোনোভাবে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করছি তা হল

এটি একটি 360 ডিগ্রী দেওয়ার মতো এটি কোনোভাবে ঠিক দুই দ্বারা ভাগ করে

তাই এখানে এটি 360 ডিগ্রী এর মত এটি শুধুমাত্র একটি দ্বারা বিভাজ্য তারপর শুধুমাত্র একটি ফ্যাক্টর আমরা পেয়েছি এখন আমাদের ক্ষমতা হল দুটি তারপর আমরা তিনটি ষাট ডিগ্রীকে দুটি ফ্যাক্টরে বিভক্ত করেছি এবং যা মূলত একটি ফ্যাক্টরের মত যা একটি অনুরূপ কোণে প্রদর্শিত হয় যা পাই এবং আরেকটি।

একটি যা শূন্যে প্রদর্শিত হয় যদি আপনি আবার পাই দ্বারা ঘোরান তাহলে আমরা 360 পাব যা আবার 1 ঠিক আছে

তাই এখন এই পর্যবেক্ষণের সাথে

আমরা 3 এর সমান  $n$  কেস নিয়ে চিন্তা না করেই লিখতে যাচ্ছি।

তাই আমরা  $n$  এর সমান তিন এবং আমাদের বিবেচনা করি প্রশ্ন হল সমস্ত জটিল সংখ্যাগুলি কি যার ঘনক শক্তি এক ঠিক তাই চিন্তা না করেই আমি আগের পর্যবেক্ষণটি প্রয়োগ করতে যাচ্ছি যে আমরা এই 360 ডিগ্রী কোণটিকে তিনটি অংশ দ্বারা ভাগ করতে যাচ্ছি

তাই আমি যখন ভাগ করব তখন যা মূলত কিছু দেয় যেটি একটি ডিগ্রী হিসাবে 120 তারপর যদি আমি যোগ করি তবে আপনি এখানে একটি অন্য পদ পাবেন এখন আমি নিশ্চিত নই যে এর শক্তি বলে একটি ঠিক আছে কিনা কিন্তু এখন আপনি শুধু দেখতে পাচ্ছেন যে আপনি কেবল পোলার লেখার চেষ্টা করছেন খ্যাতি এই সংখ্যার জন্য বিরক্তি এটা কি, আসুন আমরা বলি  $z$  এককে এক হিসাবে  $z$  বলি কোণের সাথে টার্ম হিসাবে যা  $\cos$  এর যেহেতু আমরা মডুলাস ওয়ান থেকে একটি বিন্দু সংগ্রহ করেছি

তাই এই সংখ্যাটির মডুলাস এক এবং কোণ হল 120 ডিগ্রী প্লাস আই টাইমস সাইন 120 ডিগ্রী এখন যদি আপনি পাওয়ার 3 বাড়ান আমরা এখানে ডেমোরিস সূত্র দ্বারা পাওয়ারটি গুন করা হবে আর্গুমেন্টের সাথে গুন করা হবে যার মানে এক বিশ ডিগ্রী প্লাস সাইন এক বিশ ডিগ্রী পাওয়ার তিন যা হল প্রতিটি আর্গুমেন্টের জন্য গুন করা হবে যা আমাদের তিনটি ষাট দেয় যা মরিস সূত্র দ্বারা তিন ষাট ডিগ্রী প্লাস সাইন তিন ষাট

তাই আমরা জানি এটি একটি এবং এই ফ্যাক্টরটি শূন্য

তাই আমরা কী পর্যবেক্ষণ করেছি কি  $z$  দুই ঘনক একটি দেয় একইভাবে একজন  $z$  তিন যাচাই করতে পারে যদি আপনি মনে করেন যে আমরা কীভাবে প্রয়োগ করছি তা বলুন আমরা কীভাবে পাচ্ছি এটি মূলত কোণ যেখানে সমানভাবে বিভক্ত যার মানে আপনি এই নির্দিষ্ট লাইন থেকে এই বিশেষটিতে আরও একটি 120 যোগ করুন এবং যদি আপনি আপনি মনে রাখবেন কোণ যোগফল ঘটছে যখন আপনি এটি গুন করছেন ঠিক আছে

তাই যখন বলুন এটি মূলত 120 ডিগ্রী  $z^2$  থেকে আসে এবং  $z^3$  কিছুই নয় তবে আপনি  $z$  থেকে নিজেই গুন করুন এখন আপনি 3 শক্তি নিন আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে প্রতিটি বলে বলুন  $z^2$  ঘনক একটি

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি একটি

তাই এখন আমরা একই করি বলি  $n$  এর সমান চার  $z$  থেকে চারের ঘাত চার সমান এক ধরে আমরা এখন জিজ্ঞাসা করছি যে সমস্ত জটিল সংখ্যা কী যার চতুর্থ শক্তি এক? ঠিক আছে

তাই আবার ধারণা হল আমরা একই পর্যবেক্ষণ প্রয়োগ করতে যাচ্ছি যে আপনি কোণটিকে চার দিয়ে ভাগ করতে পাচ্ছেন যা আমরা পাই হিসাবে পাই দুই দ্বারা

তাই যা ডিফল্ট হিসাবে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল আপনি যখন  $z$  এক বলে আহ বলেন একটি হিসাবে এটি সর্বদা

এই সমীকরণটিকে সন্তুষ্ট করে

তাই যার অর্থ একটি সর্বদা একটি জটিল সংখ্যা যা এটিকে সন্তুষ্ট করে এবং আরও আমরা পাই যোগ করি 2 দ্বারা যা  $i$  এবং এটি বিয়োগ 1 এবং বিয়োগ  $i$  এবং আমরা সহজেই যাচাই করতে পারি যে কার শক্তি বলে চার দেয় একটি

তাই এখানে আমরা যে  $z$  এক দেখতে এক  $z$  দুই হল  $iz$  তিন হল বিয়োগ এক  $z$  চার হল বিয়োগ  $i$  ঠিক আছে এখন আমরা এখন পর্যন্ত যা কিছু পর্যবেক্ষণ করেছি আসুন আমরা এটিকে একটি সাধারণ ফ্রেম হিসাবে লিখি

তাই আমরা  $n$ ম শিকড় খুঁজে বের করার জন্য আমাদের আগ্রহের কথা বিবেচনা করছি যাতে আমরা যা বলি এর মানে হল যে আমরা একটি জটিল সংখ্যার প্রতি আগ্রহী যার  $n$ ম শক্তি একজনকে দেয় এখন আমরা যা দেখেছি তা ব্যবহার করার চেষ্টা করুন এখন একটিকে দুই কে পাই প্লাস আই সাইন থেকে কে পাই ঠিক আছে হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই এটিতে যাওয়ার আগে আমি কিছু যোগ করি আগের স্লাইডে আরও মন্তব্য যা আমরা এখানে পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল আমরা চারটি সংখ্যার মতো পেয়েছি যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে আমাদের মনে প্রশ্নটি হল এই যে একমাত্র পূর্ণ সংখ্যাই কি সেগুলিকে সন্তুষ্ট করে নাকি আরও বেশি ঠিক আছে এটি উত্তর নয়

তাই আপনাকে এখন এটি মনে রাখতে হবে

$z$  আপনি যে জটিল সংখ্যাটি খুঁজছেন তা আসুন আমরা এটিকে লিখি  $\cos \theta$  এবং  $i \sin \theta$  power  $n$  বলে ডিমেরির আইন অনুসারে আমরা যা জানি তা হল  $\cos n \theta$  প্লাস  $i \sin n \theta$  যা  $\cos$  দুই কে পাই প্লাস আই সাইন দুই দেয়  $k$  পাই যেখানে  $k$  হল পূর্ণসংখ্যা থেকে ঠিক আছে সরলতার জন্য আমরা শুধু বলতে যাচ্ছি গো থেকে 0 1 2 এবং

তাই আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা থেকে আমরা জিজ্ঞাসা করতে চাই যে সমস্ত থিটা মানগুলি কিসের জন্য এই সমীকরণটি কিছু  $k$ -এর জন্য সন্তুষ্ট হয় পূর্ণসংখ্যা

তাই খুব স্বাভাবিকভাবেই আমরা যা দেখি তা হল থিটার জন্য থিটা যদি আমরা 0 1 2 থেকে  $k$  এর সাথে  $n$  দিয়ে  $2k \pi$  হিসেবে বেছে নিই তাহলে আমরা যা দেখতে পাই তা হল এই সমীকরণটি এই মানগুলির জন্য সন্তুষ্ট

তাই আসুন আমরা একে সমীকরণ হিসাবে বলি থিটা সমীকরণের জন্য একটি এখন ধরে আছে

তাই এই বিশেষ সমীকরণটি আমাদেরকে বলে যে এইগুলিই একমাত্র সম্ভাব্য মান যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করতে পারে ঠিক আছে

তাই এটিই প্রথম পর্যবেক্ষণ যা আমরা করি

তাই আমরা মূলত এরকম যখন আমরা একটি জটিল সংখ্যা বিবেচনা করি তখন শক্তি  $n$  অবশ্যই সমান হতে হবে একজনের কাছে এবং আমরা এই জটিল সংখ্যার যুক্তি কী তা জিজ্ঞাসা করার চেষ্টা করি আমরা শেষ করি যে থিটা অবশ্যই এই ফর্মের হতে হবে এখন প্রশ্ন হল সমস্ত স্বতন্ত্র থিটা মানগুলি কী যাতে এটি স্বতন্ত্র জটিল সংখ্যা দেয় ঠিক আছে

তাই এখানে আমি করব আমি উল্লেখ করতে চাই যে আমি এখানে সত্যটি ব্যবহার করছি এখানে পর্যবেক্ষণটি mod  $z$  অবশ্যই একটি ঠিক আছে

তাই এই সমীকরণে আমরা একটির সমান mod  $z$  ব্যবহার করেছি

তাই আমরা মূলত এই সত্যটি লিখতে চাইনি এখন স্বতন্ত্র খুঁজে পেতে আমাদের আগ্রহ এই নির্দিষ্ট আর্গুমেন্ট থেকে থিটা মান ঠিক আছে

তাই আমি থিটা কে সংজ্ঞায়িত

করছি  $2k \pi / n$  এর সাথে  $k$  থেকে 0 1 ইত্যাদি পর্যন্ত  $n$  বিয়োগ 1 ঠিক আছে

তাই আমি প্রতিটি থিটার জন্য শুধুমাত্র  $k$  থেকে 0 থেকে  $n$  বিয়োগ 1 এর মান সংগ্রহ করি  $k_i$  একটি জটিল সংখ্যাকে সংজ্ঞায়িত করতে পারে

তাই

$z_k$  সংশ্লিষ্ট জটিল সংখ্যাগুলিকে সংজ্ঞায়িত করা যাক যা  $\cos \theta_k$  প্লাস  $i \sin \theta_k$  এখন আবার  $k$  হল শূন্য এক ইত্যাদি থেকে এটি আমি যা জানি তা থেকে উদ্ভূত হয়েছে এটি অনুসরণ করে যে এই সংখ্যাগুলি হল  $n$ th মূল

শূন্য এক থেকে এই  $n$  বিয়োগ এক পর্যন্ত সকল  $k$ -এর জন্য ঐক্য শক্তি  $n$  এক ঠিক আছে এখন প্রশ্ন হল এইগুলি কি একমাত্র জটিল সংখ্যা যার মানে আমি কি  $n$  বিয়োগ এক ছাড়া  $k$  মান নিতে পারি হয়তো ঋণাত্মক বা  $n$  বিয়োগ একের চেয়ে বেশি আমরা দেখতে যাচ্ছি এটি একটি  $z_k$ -এর সমান হবে যা আমরা এখন প্রমাণ করতে যাচ্ছি

তাই আমরা আমাদের দাবি করব এখানে আপনি এই সেটগুলি সংগ্রহ করুন যা  $z_k$  বলে একইভাবে আপনি প্রতিটি পূর্ণসংখ্যার জন্য  $\text{indiges}$  থেকে এটি সংজ্ঞায়িত করেন অ্যাসোসিয়েট করতে পারেন  $az_k$  এবং আমরা দেখতে যাচ্ছি যে এটি শুধুমাত্র একটি সসীম সেট যা 0 1 থেকে  $n$  বিয়োগ এক পর্যন্ত  $k$  সহ  $z$  কেস মাত্র

তাই এটি প্রমাণ করার জন্য আমাদের যা দেখতে হবে তা হল এই সেটটি এখানে রয়েছে কারণ এটা স্পষ্ট যে সংখ্যার এই নির্দিষ্ট সসীম সেটটি এখানে উপসেট এবং অবিলম্বে আমরা দেখতে পাই যে সেটটি এখানে রয়েছে আমাদের দেখতে হবে যে এখানে যে কোনও উপাদান এটি এই ফর্মের ঠিক আছে

তাই এটি প্রমাণ করতে আসুন একটি পূর্ণসংখ্যা বিবেচনা করি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে  $r$  যা আছে বলে আমরা এটিকে বলি এবং আমরা  $z_r$  বিবেচনা করি যার অর্থ  $r \pi / n$  কে  $n$  দ্বারা অনুরূপ থিটা  $r \sin \theta_r$  দেওয়া হয়

এবং তদনুসারে আমাদের  $z_r$  ঠিক আছে এখন আমাদের এই ফ্যাক্টরটি  $r$  ঠিক আছে পর্যবেক্ষণ করতে হবে

তাই  $r$

ভাগফল দ্বারা বলা যেতে পারে অনুস্মারক উপপাদ্য যেটি যেকোনও বলে পূর্ণসংখ্যাকে ফ্যাক্টর করা যেতে পারে কারণ  $n$  একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যা আমাদের একটি অনুস্মারক দিয়ে দেওয়া হয়েছে আসুন আমরা বলি যেখানে  $q$  হল একটি

পূর্ণসংখ্যা থেকে একটি সংখ্যা এবং  $ks$  উপাদান শূন্য থেকে  $n$  বিয়োগ এক

তাই এখন শুধু এই থিটা  $n$  হিসাবে প্রয়োগ করুন দুই পাই  $qnk$  দ্বারা  $n$

তাই প্রথম ফ্যাক্টর যা আমরা লক্ষ্য করি তা হল দুই  $pi$   $q$  প্লাস দুই  $k pi$   $n$  দ্বারা এবং আমরা জানি যে যদি একটি আর্গুমেন্ট  $2 pi$  পূর্ণসংখ্যা একাধিক দ্বারা পৃথক হয় তাহলে আমরা একই জটিল সংখ্যা পাব যার অর্থ

যে সংখ্যাটি এখানে  $zr$  দেওয়া হয়েছে  $\cos$  দ্বারা দুই  $pi$   $q$  প্লাস দুই  $k pi$  দ্বারা  $n$  যোগ  $i$   $\sin$  দুই  $pi$   $q$  যোগ দুই  $k pi$  দ্বারা  $n$  এবং  $\cos$  এবং  $\sin$  ফাংশনের পর্যায়ক্রম ব্যবহার করে আমরা দেখতে পাই যে আসুন  $\cos 2 k pi$  দ্বারা  $n$  প্লাস  $i \sin 2 k pi$  by  $n$  এটি আমাদের উপাদান  $zk$  যা আপনি লিখতে পারেন তা ছাড়া আর কিছুই নয় এটি হল থিটা  $k$  হিসাবে

তাই আমরা আমাদের দেখালাম যে কোনো প্রদত্ত পূর্ণসংখ্যার জন্য আপনি যে সংশ্লিষ্ট যুক্তিটি বিবেচনা করেন তা আপনি সংশ্লিষ্ট জটিলটিকে সংজ্ঞায়িত করেন সংখ্যাটি অবশ্যই  $z$ -এর একটির সমান হতে হবে  $k$

তাই এর মানে হল যে এখন আমরা যা নিয়েছি তা হল  $\text{ত্রিকোণের } n\text{তম মূল}$  এখন আমরা  $\text{ত্রিকোণের মূল } n$  সংজ্ঞায়িত করতে পারি তার জন্য  $z$  শক্তি  $n$  হয়  $z$  হল সেই ক্ষেত্রে যার সাথে দুই  $k pi$  এর  $\cos$  দ্বারা  $n$  যোগ  $i \sin$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে  $0 \leq k < n$  থেকে  $n$  বিয়োগ  $1$  পর্যন্ত  $k$  মান সহ  $n$  দ্বারা দুই  $k$  পাই।

এখন আবার শুধু আমরা আগে যা করেছি তা পুনরাবৃত্তি করি যেমন আমরা  $n$  এর সমান একটি নিয়েছি আমার মনে হয় এটি তুচ্ছ ঘটনা, আসুন  $n$  এর সমান দুটি নিয়ে নিই একের সমান  $z$  বর্গ খুঁজছেন তাহলে এখানে  $z$  এক দেওয়া হয়েছে

তাই আমরা এই সূচক স্বরলিপি দ্বারা  $z$  নট যা দেওয়া হয়েছে

তাই এখানে  $n$  হল দুই এবং প্রথম  $k$  মান শূন্য

তাই শূন্য হল এক এবং পাপ শূন্য হল শূন্য  $z$  ওয়ান

তাই আপনি যা দেখছেন তা হল যে এটি পাই এর  $\cos$  প্লাস আই সাইন পাই আমরা পাই বিয়োগ এক একইভাবে  $n$  সমান তিনের সমান আমরা দেখতে পাচ্ছি যে সমীকরণের জন্য যে কিউব একের সমান আমরা  $z$  পাই না যা সাধারণ এক  $z$  ওয়ান  $k$  এর  $\cos$  সমান এক  $n$  সমান তিন

তাই দুই পাই বাই তিন যা এক বিশ ডিগ্রি প্লাস ছাড়া আর কিছুই নয়  $i \sin$  two  $pi$  by three এবং  $z$  two  $s$  যা  $k$  মানের  $\cos$  হয় দুই যা চার পাই বাই থ্রি প্লাস  $i$  সাইন চার পাই বাই তিন এখন জ্যামিতিকভাবে এটিকে কল্পনা করার চেষ্টা করা যাক

তাই যখন আমরা  $\text{ত্রিকোণের } n\text{ম মূল}$  নিই বৃত্ত অঙ্কন করা আমার জন্য সত্যিই কঠিন ঠিক আছে শুধু অনুমান করুন যে আমাদের এখন এই বড় বৃত্ত আছে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা হল যখন আমরা একতার  $n$ তম মূল গণনা করি  $k$  এর সমান  $1$  তাহলে এটি দুই পাই বাই  $n$

তাই আমাদের কাছে পুরো বলার কোণ আছে যা দুই পাই কি এখন আপনি এটিকে  $n$  পদ দিয়ে ভাগ করছেন ঠিক আছে তাই আমরা সমানভাবে ভাগ করছি

তাই যদি  $n$  হয় তাহলে বলি যে  $n = 8$  হলে আমরা কোণটিকে আট দিয়ে ভাগ করতে যাচ্ছি

তাই আমরা পাই বলে পাই চার দ্বারা আমরা পাই পাই চার পাই দুই দ্বারা এবং তারপরে আপনি এখানে একটি বিভাগ তৈরি করুন এবং আমরা এটি পাচ্ছি

তাই আপনি যদি এটি ঘনিষ্ঠভাবে দেখেন তবে আমরা যা পাচ্ছি তা হল প্রতিটি অংশের জন্য আপনি সমান চাপ দৈর্ঘ্যে ভাগ করছেন প্রতিটি বিভাগ কোণের জন্য ঠিক আছে কারণ প্রতিবার কী আপনি হচ্ছে কোণ হল  $2 pi$  দ্বারা  $n$

তাই এবং  $i$  যখন আমি থিটা  $1$  লিখি যা  $2$  পাই এন এবং পরের কোণ যা যোগ করতে যাচ্ছে

তাই থিটা  $2$  বলা হচ্ছে আপনি এই টার্মটি যোগ করতে যাচ্ছেন যেটি দুই পাই বাই এন যোগ করে দুই পাই এন যার মানে আমরা সমান কোণ ঠিক আছে এটা যোগ করতে যাচ্ছি, যার মানে যদি আমি এই শীর্ষবিন্দুতে বহুভুজের মতো একটি বস্তু রাখার চেষ্টা করি

ঠিক আছে তাহলে আপনি কি পেতে যাচ্ছেন একটি নিয়মিত বহুভুজ ঠিক আছে, উদাহরণস্বরূপ  $8$  এর সমান  $n$  যদি আমি একটি বহুভুজ স্থাপন করতে চাই তাহলে আমি যা পাই তা হল ঠিক আছে এই বৃত্ত থেকে কল্পনা করা কঠিন যা খারাপভাবে আঁকা হয়েছে ঠিক আছে আমি ঠিক আছি

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই বহুভুজের জন্য আটটি পর্যায় রয়েছে এবং আমরা যা দেখি তা হল প্রতিটি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণ সমান আমরা যে সংজ্ঞাটি পাচ্ছি তা হল একটি নিয়মিত বহুভুজ যদি আমরা  $\text{ত্রিকোণের } n\text{ম মূল}$  রাখি,

তাই আসুন এই জ্যামিতিক পর্যবেক্ষণটি লিখি  $\text{ত্রিকোণের } n\text{ম মূলের জ্যামিতিক চিত্রটি}$  হল একটি নিয়মিত বহুভুজের শীর্ষবিন্দু যার  $n$  সাইটগুলি ইউনিটে খোদাই করা আছে

$0$  তে শীর্ষবিন্দুগুলির একটি সহ বৃত্ত  $ne$  এটাকে বলা যাক মন্তব্য এক মন্তব্য দুই যদি আপনি সংজ্ঞার পিছনে তাকান তাহলে  $z$  এক যদি আমরা  $z$  কেস-এর সংজ্ঞাটি ফিরে দেখি তাহলে  $k$  সমান শূন্য একটি তুচ্ছ বিষয় যা এক এবং আসুন বিবেচনা করি  $z$  one  $z$  one is  $\cos$  দুই পাই বাই এন প্লাস আই সাইন দুই পাই এন এখন যদি আপনি পাওয়ার  $z$  এক বর্গক্ষেত্র নেন তাহলে আমরা  $d$  মরিস সূত্রে পাই যে শক্তি আর্গুমেন্টের গুণিতক হয়

তাই আমরা  $\cos$  চার পাই  $n$  দ্বারা  $n$  যোগ  $i$  সাইন চার পাই  $n$  বা ইন সাধারণ যদি আমি  $k$ th শক্তি নিই তাহলে আমরা দুই  $k pi$  বাই  $n$  যোগ  $i \sin$  দুই  $k pi$  পাই ঠিক  $d$  মরিস সূত্র দ্বারা আমরা এটি পাই শুধু মনে করি এটি কী এটি আপনার  $zk$  ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল এই গ্যাস যা  $\text{ত্রিকোণের অবশিষ্ট } n\text{ম মূল}$  এটি শুধুমাত্র  $z=1$  দ্বারা উত্পন্ন হয়

তাই

আমি যদি সেটটি লিখি ইউনিটের  $n$ th মূলটি ইউনিটের  $9$ ম মূল কি আমরা সেট করেছি যা  $z$  naught  $z$  one  $z$  দুই এবং

তাই  $z^n$  বিয়োগ এক পর্যন্ত এটি শুধুমাত্র  $z$  এক শক্তি শূন্য দ্বারা দেওয়া হয়েছে যা এক শক্তি শূন্য এক এবং  $z$  এক শক্তি এক আমরা  $z$  এক এটি পাই self  $z$  এক শক্তি দুই আমরা  $z$  দুই পাই এবং  $z$  এক শক্তি  $n$  বিয়োগ এক পাই আমরা  $z^n$  বিয়োগ এক পাই

তাই যার অর্থ একতার  $n$ ম মূল এটি শুধুমাত্র এই উপাদান  $z$  এক দ্বারা উত্পন্ন হয় যদি আপনার কাছে শুধুমাত্র  $z$  এক থাকে তবে আমরা কেবল গণনা করতে পারি অবশিষ্ট উপাদানগুলি কেবলমাত্র তার ক্ষমতা গ্রহণ করে আজকের ক্লাসে আমরা ঐক্যের  $n$ ম মূল প্রবর্তন করেছি এবং আমরা কেবল আলোচনা করেছি যে এতে ঐক্যের  $n$ ম মূলের জন্য  $n$  স্বতন্ত্র উপাদান রয়েছে এবং সেটটি একক উপাদান দ্বারা উত্পন্ন হয় উদাহরণস্বরূপ  $z$  ওয়ান অবশিষ্ট সমস্ত উপাদান তৈরি করে তাই

তাই আমরা পরবর্তী ক্লাসে ঐক্যের  $n$ ম মূলের অন্যান্য বৈশিষ্ট্যগুলি চালিয়ে যাচ্ছি আপনাকে ধন্যবাদ