

హలో విద్యార్థులు గత ఉపన్యాసంలో సంక్లిష్ట సంఖ్యల మాడ్యులస్ మరియు ఈ ఉపన్యాసంలో కొన్ని ప్రాథమిక అసమానతలను చర్చించాము, కాంప్లెక్స్ సంఖ్య యొక్క ధ్రువ ప్రాతినిధ్యం గురించి చర్చిస్తాము, కాబట్టి x మరియు y వాస్తవ నుండి x మరియు y కి సమానమైన z మరియు $y \times x$ లకు సమానమైన సంక్లిష్ట సంఖ్యతో ప్రారంభిద్దాం. సంఖ్యలు ఒకసారి సంక్లిష్ట సంఖ్యతో అందించబడిన తర్వాత, మనం దీన్ని ఆర్డర్ చేసిన జత x కామా y తో అనుబంధించగలమని మనకు తెలుసు, అంటే మనం ఈ పాయింట్‌ని విమానంలో అనుబంధించగలమని అర్థం, దీనిని మనం పాయింట్ z అని పిలుస్తాము, ఇది x ప్లస్ iy x ఎక్కడికి వెళుతుందో మనం ఈ బిందువును x అక్షంలో ప్రొజెక్ట్ చేసినప్పుడు x అక్షంలోని పరిమాణం ఎంత ఉంటుందో సూచించడానికి మరియు అదే విధంగా నిలువు దిశలో దీని పరిమాణం y ఇప్పుడు మనం ఇక్కడ గమనించే ఏదైనా సంక్లిష్ట సంఖ్యకు మనం కార్డీనియన్ షేన్లో ఒక బిందువును అనుబంధిస్తాము.

మరియు ఇది ప్రామాణికంగా x అక్షం వలె తీసుకోబడుతుంది, అయితే సమతలంలో సంక్లిష్ట సంఖ్యల వివరణలో మనం దీనిని వాస్తవ అక్షంగా పరిగణించవచ్చు మరియు ఇక్కడ ఇది ఊహాత్మక అక్షం మరియు ఇప్పుడు ప్రతి బిందువు కోసం ఈ విమానంలో మేము సంక్లిష్ట సంఖ్యను అనుబంధించాము మరియు అటువంటి సమ్మేళన సంఖ్య సమతలాన్ని ఆర్గాన్ షేన్ లేదా కాంప్లెక్స్ ప్లేన్ అని పిలుస్తారు, ఇప్పుడు విమానంలో ఏదైనా పాయింట్ ఇచ్చినట్లయితే, మూలం నుండి దూరం మనకు తెలిస్తే ఈ పాయింట్‌ను కూడా గుర్తించవచ్చు, దానిని r మరియు తీటా అని పిలుస్తాము, ఇది కోణం ధనాత్మక x అక్షానికి తయారు చేయబడింది కాబట్టి దీనిని మూలం నున్నా కామా నున్నా లేదా సంక్లిష్ట సంఖ్య నున్నా అని పిలుస్తాము మరియు ఇప్పుడు మనం చెబుతున్న దాన్ని పాయింట్ p అని పిలుస్తాము మరియు ఇప్పుడు మనం చెప్పేది r అంటే మనం పాయింట్ o నుండి పిలుస్తున్న మూలం నుండి దూరాన్ని సూచిస్తుంది పాయింట్ p మరియు తీటా అనేది జాయినింగ్ లైన్ జాయినింగ్ సెగ్మెంట్ op మరియు పాజిటివ్ x యాక్సిస్ లేదా రియల్ యాక్సిస్ మధ్య కోణాన్ని సూచిస్తుంది కాబట్టి మనకు ఆ r మరియు తీటా ఇచ్చినట్లయితే, ఈ x అంటే ఏమిటో మనం గుర్తించవచ్చు, ఇది సంబంధాన్ని వ్రాసి ఉంటుంది.

కాస్ తీటా అనేది హైపోటెన్యూస్ ద్వారా ప్రక్కనే ఇవ్వబడుతుంది కాబట్టి మనకు x ని $r \cos$ తీటాగా పొందుతాము అదేవిధంగా y $r \sin$ theta అని మనం చూడవచ్చు కాబట్టి దూరం మరియు కోణం r ఇచ్చినట్లయితే మనం ఏమి గమనిస్తున్నామో అప్పుడు x ని $xr \cos$ theta మరియు y అనేది $r \sin$ theta ద్వారా ఇవ్వబడింది కాబట్టి దీని అర్థం మన సంక్లిష్ట సంఖ్య z ని z $r \cos$ theta ప్లస్ $ir \sin$ thetaకి సమానం అని వ్రాయవచ్చు, ఇక్కడ r అనేది మూలం నుండి z బిందువుకు దూరం కాబట్టి ఇది ప్రతికూలం కాదు మరియు తీటాను నున్నా నుండి రెండు π వరకు తీసుకోవచ్చు మరియు దీనిని r టైమ్స్ కాస్ తీటా ప్లస్ $i \sin$ theta అని వ్రాయవచ్చు మరియు అటువంటి ప్రాతినిధ్యాన్ని పోలార్ రిప్రజెంటేషన్ అంటారు, ఈ ప్రాతినిధ్యాన్ని z యొక్క పోలార్ రిప్రజెంటేషన్ అంటారు కాబట్టి మళ్లీ నేను గుర్తు చేసుకుంటాను మేము విమానంలో ఒక బిందువును అనుబంధిస్తున్నాము x కామా y భాగాలు మీకు తెలుసు మరియు ఇంకా ఈ బిందువు మూలం మరియు కోణం తీటా నుండి దూరం ద్వారా సమానంగా నిర్ణయించబడుతుంది కాబట్టి ఇక్కడ మేము r మరియు తీటా అనే కారకాన్ని పొందుతాము, దీనిని ధ్రువ సమన్వయం అని పిలుస్తారు.

మూలం మరియు కోణం నుండి దూరం మాత్రమే మరియు మనకు తెలిసినది కార్డీనియన్ కోఆర్డినేట్ సిస్టమ్, ఇది x కామా y అని అనుకుందాం r మరియు తీటా ఇవ్వబడింది కాబట్టి మనం su తో ప్రారంభిస్తాము.

r మరియు తీటా ఇవ్వబడినట్లయితే, అప్పుడు మనం కార్డీనియన్ కోఆర్డినేట్ సిస్టమ్లోని పాయింట్‌ని $r \cos$ theta మరియు y $r \sin$ thetaగా అనుబంధించగలమని మనం చూస్తాము, దీనికి విరుద్ధంగా మనకు x కామా y తో ఇవ్వబడిందని అనుకుందాం, ఇప్పుడు మనం ఈ r మరియు తీటాను ఎలా పొందగలం అనేదే ప్రశ్న.

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ద్వారా మళ్లీ ఈ చిత్రానికి తిరిగి వెళ్లగలము, r అనేది x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ యొక్క వర్గమూలం తప్ప మరొకటి కాదని మనం వెంటనే గ్రహించగలము కాబట్టి xy ఇచ్చిన మూలం నుండి దూరం నేరుగా ముందుకు ఉంటుంది r x స్క్వేర్ యొక్క వర్గమూలం ప్లస్ y స్క్వేర్ ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది మరియు మనం గమనించేది తీటా కాస్ తీటాని x బై r గా మరియు సిన్ తీటా y ద్వారా y గా ఉంటుంది కాబట్టి తీటా ఈ రెండు సమీకరణాలను ఏకకాలంలో సంతృప్తి పరచాలని మనం చూస్తాము కాబట్టి ఈ రెండు సమీకరణాలను కలపడం ద్వారా తీటా ఈ సమీకరణాన్ని సంతృప్తి పరచాలని చూస్తాము.

x కి y కి సమానం ఇప్పుడు ఈ నిర్దిష్ట పాయింట్‌లాగానే x మరియు y ఇచ్చినట్లయితే తీటా విలువను వెంటనే ఎలా గణిస్తామో స్పష్టంగా తెలియదు కాబట్టి నేను కొన్ని సాధారణ వ్యాఖ్యలు చేస్తాను కనుక t ని లెక్కించేందుకు he theta కాబట్టి దానికి వెళ్లేముందు కొన్ని సంజ్ఞామానాలను పరిచయం చేద్దాం మనం ధ్రువ ప్రాతినిధ్యంలో సంక్లిష్ట సంఖ్యను వ్రాస్తాము, అది $r \cos$ theta ప్లస్ $ri \sin$ theta అని మరియు మేము దానిని r సార్లు cis theta అని వ్రాయవచ్చు, ఇక్కడ cis theta s \cos theta plus $i \sin$ theta మరియు theta అనేవి కాంప్లెక్స్ సంఖ్య z యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్ ద్వారా సూచించబడతాయి మరియు r అనేది z యొక్క మాడ్యులస్ తప్ప మరొకటి కాదని మేము గమనించాము, ఇది పరిశీలనగా ఉంది ఇప్పుడు మనం గమనించే కొన్ని సాధారణ

వ్యాఖ్యలు మనం ద్రువంతో ప్రారంభించిన తర్వాత కాస్ తీటా ఫ్లస్ ఐ సిన్ తీటా ఆవర్తనాన్ని బట్టి కాస్ మరియు సైన్ ఫంక్షన్ ద్వారా మనం గమనించేది ఏమిటంటే దీనిని తీటా ఫ్లస్ టూ కె పి ఫ్లస్ ఐ లైమ్స్ తీటా ఫ్లస్ టూ కె పి అని వ్రాయవచ్చు, ఇక్కడ k పూర్ణాంకాలలో ఉంటే నేను r తీటా తీసుకున్నప్పుడు అర్థం లేదా నేను తీటా ఫ్లస్ టూ k pi తీసుకుంటే, అవి xr cos theta మరియు y r sin theta అనే ఒక మూలకానికి మ్యాప్ చేస్తాయి, మరో మాటలో చెప్పాలంటే, మేము గమనించేది ఏమిటంటే, తీటా రెండు pi ద్వారా భిన్నంగా ఉంటే, అవి కాండం పాయింట్ కు మ్యాప్ చేస్తాయి.

xy దీన్ని మనం జ్యామితీయంగా ఎలా అర్థం చేసుకుంటాము కాబట్టి మనకు ధనాత్మక x అక్షం నుండి తీటా కోణాన్ని ఇచ్చే పాయింట్ ఉంది, ఇప్పుడు మీరు ఒక సైకిల్ ను రెండు pi ద్వారా వెళ్లి, ఆపై ఈ తీటాను ముందుకు తీసుకెళ్లినప్పుడు అదే రేఖను కొలవవచ్చు, అంటే ఇది తీటా ఫ్లస్ రెండు pi మళ్ళీ అదే రేఖను తీటా ఫ్లస్ టూ pi వలె కోణాన్ని సూచిస్తుంది అప్పుడు మనం ఈ యాంగిల్ తీటాను జతచేస్తాము కాబట్టి మనం గమనించే దానిని రేఖాగణితంగా అది తీటా ఫ్లస్ 2 k pi ని తీసుకుంటే అదే రేఖను సూచిస్తుంది, ఇప్పుడు ప్రశ్న ఏమిటంటే k యొక్క ప్రతికూల విలువలు ఎలా ఉన్నాయో చూద్దాం, కాబట్టి మనకు కోణం తీటాను తయారు చేసే లైన్ ఉంది.

ఇప్పుడు పరిశీలనలో ఇది ద్రువ కోఆర్డినేట్ సిస్టమ్ లో r కామా తీటా అని మేము చెబుతున్నాము, ఇది r తీటా మైనస్ టూ పైతో సమానం, నేను ప్రతికూల విలువ k అంటే minuతో పరిగణిస్తున్నాను ఇప్పుడు ఇది ఒకటి, నేను మరొక దిశలో కోణాన్ని కొలిచినప్పుడు ఇది గమనించవచ్చు, అది సవ్యదిశలో మైనస్ టూ పై చేస్తుంది, ఆపై నేను తీటా అనే కోణాన్ని జోడిస్తాను

కాబట్టి ఇతర మాటలలో మనం ఇక్కడ ఒక కన్వెన్షన్ చేస్తున్నాము రెండు పంక్తుల మధ్య కోణాన్ని కొలుస్తాము, మేము మా x అక్షాన్ని సున్నాకి సమానమైన తీటాగా పరిష్కరిస్తాము మరియు మీరు వ్యతిరేక సవ్య దిశలో కొలిస్తే తీటా సానుకూల రేడియన్లుగా పరిగణించబడుతుంది మరియు మేము సవ్య దిశలో ఉన్న ఇతర దిశలో కొలిస్తే అప్పుడు కొలవబడిన కోణం ప్రతికూల ప్రకాశంలో అది మన ప్రాతినిధ్యానికి అనుగుణంగా ఉందో లేదో చూద్దాం.

టాన్ తీటా y బై x ఇక్కడ y ఒకటి మరియు x అనేది యూనిట్ ఒకటి కాబట్టి మనం తీటా s pi ని 4 ద్వారా అని చూస్తాము మరియు ఇప్పుడు మనం మైనస్ తీటా ద్వారా అర్థం చేసుకున్నది వ్యతిరేక దిశలో ఉంది ich అంటే మైనస్ pi ని 4 ద్వారా మీరు మరొక వైపు నుండి కొలిస్తే మైనస్ pi లాగా నాలుగు ఉంటుంది, ఇది నిజమైన అక్షానికి సంబంధించి ఈ రేఖ యొక్క ప్రతిబింబం తప్ప మరొకటి కాదు కాబట్టి మనం ప్రతిబింబం చేస్తే అది మనకు z బార్ తప్ప మరేమీ ఇవ్వదు.

ఇది ఒక మైనస్ i అయితే అది నేను ప్రారంభించిన z ని 1 ఫ్లస్ ఐగా ప్రారంభించిన ద్రువ ప్రాతినిధ్యంతో స్థిరంగా ఉందా లేదా అని చూద్దాం, నేను ద్రువ ప్రాతినిధ్యం r అని వ్రాస్తే రూట్ 2 మరియు నాలుగు ద్వారా pi ఉన్న కోణం ఇప్పుడు మనం ఒక పాయింట్ గా పరిగణిద్దాం మైనస్ తీటా పాయింట్ ను పరిగణించండి, అది రూట్ 2 కాస్ ఆఫ్ మైనస్ పై బై ఫోర్ ఫ్లస్ ఐ సైన్ పై బై ఫోర్ కాస్ ఒక సరి ఫంక్షన్ మరియు సైన్ అనేది బేసి ఫంక్షన్ గా ఉంటుంది, ఇది రూట్ రెండు రెట్లు అయితే కాస్ పై నాలుగు మైనస్ ఐ సైన్ అవుతుంది pi నాలుగు ద్వారా మనకు z బార్ సరే తప్ప మరేమీ లభించదు కాబట్టి మనం యాంటీ క్లొక్ వైస్ దిశలో కోణాన్ని కొలిస్తే సానుకూల రేడియన్ లలో కొలుస్తాము మరియు సవ్య దిశలో కోణాన్ని కొలిస్తే నెగటివ్ రేడియన్ లలో కొలుస్తామని ఈ ఉదాహరణ వివరిస్తుంది.

ఇది ద్రువ ప్రాతినిధ్యంతో మనం చూడగలిగే సంయోగం వలె ఖచ్చితంగా ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది, అలాగే ఈ ఉదాహరణను సాధారణీకరిద్దాం కాబట్టి తీటా కోణంతో ఉన్న కాంప్లెక్స్ ప్లేన్ z లో మనకు ఒక పాయింట్ ఉందని అనుకుందాం, ఇప్పుడు మనం దాని ప్రతిబింబాన్నే తీసుకుంటాము.

z బార్ ఇప్పుడు అది యాంగిల్ s తీటా అని మాకు తెలుసు, అయితే మన కన్వెన్షన్ దానిని మైనస్ తీటాగా కొలుస్తాము, ఇక్కడ మనకు లభించే ద్రువ ప్రాతినిధ్యం ఏమిటో చూద్దాం ఇది r cos theta ఫ్లస్ i సైన్ తీటా నిర్వచనం ప్రకారం దీనిని కోణంగా తీసుకుంటే అప్పుడు మనకు లభిస్తుంది z పైమ్ లాగా ఉంటుంది, ఇది యాంగిల్ మైనస్ తీటా ద్వారా ఇవ్వబడిన సంక్లిష్ట సంఖ్య, ఇది మైనస్ తీటా యొక్క r cos మరియు మైనస్ తీటా యొక్క ఐ సైన్ ఆఫ్ మైనస్ తీటా, ఇది z బార్ తప్ప మరేమీ కాదని మేము వెంటనే గమనిస్తాము కాబట్టి ఈ పాయింట్ అర్థం ఏమిటో వివరిస్తుంది సే r ఫ్లస్ తీటా ఫ్లస్ 2k pi ని తీసుకుంటే పూర్ణాంకాలలో కూడా ప్రతికూల సంఖ్యలతో పూర్ణాంకాలు మారుతూ ఉంటాయి.

a మరియు y r sin తీటాగా మళ్ళీ ఇప్పుడు మేము మా ఆసక్తిని చేయడానికి ప్రయత్నిస్తున్నాము కాంప్లెక్స్ ప్లేన్ లోని ప్రతి పాయింట్ కి మేము r మరియు తీటా పరంగా విభిన్న ప్రాతినిధ్యాన్ని ఇవ్వాలనుకుంటున్నాము, ఇప్పుడు తీటాను తీటా ఫ్లస్ గా తీసుకోవచ్చని మేము గమనించాము ఈ మొత్తం ప్లేన్ ను కవర్ చేయడానికి ఒకే సమయంలో ఒకే పాయింట్ ని సూచించే రెండు k pi,

మనం ఏమి చేయాలి అంటే రెండు pi విరామం పొడవు కోసం తీటాను మార్చాలి అంటే మీరు తీటా నాట్ తో తీటా నాట్ ఫ్లస్ టూ పైతో తీటాను తీసుకుంటారు మేము ఈ ప్రాంతంలో మా తీటాని మార్చినట్లయితే తీటా నాట్ ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య కావచ్చు, అది మొత్తం విమానాన్ని కవర్ చేస్తుంది

కాబట్టి ముఖ్యమైనది ఏమిటంటే వాదన 2π విరామంలో మారాలి కాబట్టి సాంప్రదాయకంగా మీరు తీటను 0 గా పరిగణించరు.

ఇది 0 నుండి 2π వరకు మనం మళ్ళీ గుర్తుచేసుకుంటే, దీని అర్థం మనం తీట సున్నా ఉన్న ధనాత్మక x అక్షం వలె ప్రారంభ సెగ్మెంట్ తో ప్రారంభించి

, ఆపై మీరు భ్రమణంతో వ్యతిరేక సవ్య దిశలో ఉన్న సానుకూల ధోరణిలో కొలుస్తారు రెండు π కాబట్టి మొత్తం విమానాన్ని కవర్ చేస్తుంది మరియు మరొక ప్రమాణం మైనస్ π 2π ప్లస్ π కాబట్టి ఇప్పుడు ఇక్కడ మొత్తం చర్చలో సానుకూల x అక్షం ఎల్లప్పుడూ తీట సున్నా కాబట్టి ఈ నిర్దిష్ట రేఖ ఎల్లప్పుడూ x అక్షం ఎల్లప్పుడూ తీట సున్నాగా పరిగణించబడుతుంది ఇప్పుడు మేము సానుకూల రేడియన్ల అర్థం ఏమిటో తెలుసుకోండి, అంటే మీరు సున్నా నుండి ప్రారంభించి, ఆపై ఈ చక్రానికి రండి అంటే ఈ రేఖపై తీట

మరియు ఇతర ప్రాంతాన్ని మేము సవ్యదిశలో ఉంచడం ద్వారా కవర్ చేస్తాము కాబట్టి ఇక్కడ ఈ నిర్దిష్ట రేఖను మనం కొలిస్తే ఇలా ఉంటుంది θ s మైనస్ π కాబట్టి మేము విరామం పొడవు రెండు π అని గమనించాము మరియు ఈ విరామంలో మన తీటను మార్చినట్లయితే, మేము ఈ మొత్తం విమానం మరియు ఈ ప్రాంతంలోని కోణాన్ని పరిగణనలోకి తీసుకుంటాము, దీనిని ప్రధాన కోణం లేదా సూత్ర వాదం అని పిలుస్తారు మరియు z థీటా అనేది విరామం మైనస్ పై టూ ప్లస్ పైలో ఉండే ఒక తీట, మేము చర్చించినట్లుగా ఇప్పుడు మీరు మూలంగా పరిగణించే పాయింట్ మూలానికి ధ్రువ ప్రాతినిధ్యం ఏమిటి అని మేము అడగాలనుకుంటున్నాము మనం చేసేది 0 నుండి మొదలయ్యే పంక్తిని తీసుకొని సరే పాయింట్ గుండా వెళ్ళాం కాబట్టి మీరు ఏదైనా పంక్తి 0 నుండి మొదలవుతుంది మరియు ఏమైనప్పటికీ అది 0 గుండా వెళ్ళుతుంది కాబట్టి మనం సున్నా మరియు r నుండి ప్రారంభమయ్యే ఏదైనా పంక్తిని తీసుకోవచ్చు మూలం

నుండి బిందువుకు దూరం అంటే r సున్నా కానీ నేను తీటను తీసుకుంటే ఏదైనా రేఖ సున్నా గుండా వెళ్ళుతుంది కాబట్టి మనం కోణంగా తీసుకోబోతున్నాం కాబట్టి అన్ని పంక్తులు ప్రాథమికంగా సున్నా నుండి ఏది పాస్ అయినా దాని ద్వారా సున్నాని కలిగి ఉంటుంది అంటే ఇక్కడ తీట అనేది ఏకపక్షంగా ఉండవచ్చు అంటే తీట ఏదైనా కావచ్చు అంటే నేను సున్నాకి సమానమైన r తీసుకుంటే మరియు తీట ఏదైనా మూలాన్ని సూచిస్తే, మూలానికి సంబంధించి మనకు సరిగ్గా నిర్వచించబడిన ధ్రువ ప్రాతినిధ్యం లేదని అర్థం.

మూలాధార బిందువుకు సంబంధించి జాగ్రత్తగా ఉండాలి

, ధ్రువ కోఆర్డినేట్ సిస్టమ్ కు సంబంధించి మనకు సరైన ప్రాతినిధ్యం లేదు దీని కోసం u e విలువను మేము ప్రధాన వాదనలో తీట మైనస్ పై నుండి π వరకు పరిమితం చేశాము, ఇప్పుడు మరొక సమస్య ఉంది, అది పీరియడ్ పైతో ఆవర్తనంగా ఉంటుంది కాబట్టి ఈ గణనను పొందడానికి మనం క్వాడ్రాంట్లకు సంబంధించి కొంత సర్దుబాటు చేయాలి z మొదటి పరిశీలన యొక్క ప్రధాన వాదనకు ఫార్ములాలో x మరియు y ఉంటుంది ఇక్కడ టాన్ అనేది పీరియడ్ π తో కూడిన ఆవర్తన ఫంక్షన్, దీనిని సులభంగా ధృవీకరించవచ్చు లేదా సాధారణంగా మనం పూర్ణాంకాలలో k కోసం టాన్ x అయిన x ప్లస్ $k\pi$ యొక్క టాన్ కలిగి ఉంటే కనుక్కోవడానికి ప్రయత్నించండి కాబట్టి x ద్వారా తీట sy యొక్క టాన్ అనే ప్రధాన వాదనను కనుగొనడం మా ఆసక్తి

అయితే పైన పేర్కొన్న సంబంధం ద్వారా, తీట y యొక్క టాన్ ఇన్వర్స్ గా x ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఇది కోణంతో పాటు $k\pi$ తో చెప్పబడుతుంది.

ఇక్కడ పూర్ణాంకాలలో ks కాబట్టి మళ్ళీ ఈ బహుళ విలువను నివారించడానికి మేము టాన్ విలోమ విలువను విరామం మైనస్ పైకి 2 నుండి π కి పరిమితం చేస్తాము కాబట్టి విరామంలో y యొక్క టాన్ విలోమాన్ని x మైనస్ పై రెండు నుండి ప్లస్ π ని రెండు w ద్వారా పరిమితం చేస్తాము మనం దీనిని ఆర్గ్ టాన్ ఆఫ్ x అని పిలుస్తాము అంటే మన టాన్ ఫంక్షన్ అంటే ఇది టాన్ యొక్క విలోమ ఫంక్షన్ అంటే విలువ విరామం మైనస్ పై రెండు నుండి ప్లస్ పై రెండు వరకు పరిమితం చేయబడుతుంది కాబట్టి తీట ఆర్గ్ టాన్ ఆఫ్ y x ద్వారా మరియు మేము π యొక్క కొన్ని గుణిజాలతో సరైన సర్దుబాటు చేయాలి,

కాబట్టి మేము ఇప్పుడు ఇచ్చిన కాంప్లెక్స్ సంఖ్య z యొక్క ప్రధాన ఆర్గ్యుమెంట్ ని పొందే విధంగా k ప్లస్ యొక్క కొంత విలువను ఎలా సర్దుబాటు చేయాలో ఇప్పుడు చర్చిస్తాము కాబట్టి zz యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్ అనే మా ప్రధాన ఆర్గ్యుమెంట్ ఫార్ములా ఆర్గ్ టాన్ ఆఫ్ y ద్వారా x ప్లస్ k ప్లస్ π ద్వారా అందించబడుతుంది మరియు ys పాజిటివ్ r అదే నాల్గవ క్వాడ్రంట్ y సున్నా కంటే తక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటుంది కాబట్టి రెండు సందర్భాల్లోనూ మనం k కోసం విలువను మరియు మేము ఇక్కడ సర్దుబాటు చేయాల్సిన అవసరం లేదని చూస్తాము ఎందుకంటే ఆర్గ్ టాన్ విలోమం

మైనస్ π మధ్య రెండు విలువను ఇస్తుంది ప్లస్ పై ద్వారా రెండు మొదటి మరియు నాల్గవ క్వాడ్రంట్ మొదటి క్వాడ్రంట్ ను కవర్ చేస్తుంది మరియు ఇది నాల్గవ క్వాడ్రంట్ మరియు xy రెండవ క్వాడ్రంట్ లో ఉంటే x నెగిటివ్ మరియు y నాన్-నెగిటివ్ అయితే మనం

తీసుకున్న విలువ r టాన్ y కి x ద్వారా కలుపుతాము మరియు xy మూడవ క్వాడ్రంట్ లో ఉన్నట్లయితే మైనస్ ఒకటి కాబట్టి మనం ఇక్కడ కోల్పోతున్నది x సున్నాకి సమానం అయితే x సున్నాకి సమానం అయితే అది y అక్షం మరియు x సున్నాకి సమానం అయితే సున్నా కాని సున్నా అయితే మనకు ఈ ఫార్ములా వస్తుంది అని మనకు తెలుసు.

సున్నాకి ఆపై z యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్ 2 ద్వారా π అవుతుంది, y ధనాత్మక ప్రతికూలంగా ఉంటే మనం మైనస్

piని 2 చే తీసుకుందాం , మనకు మైనస్ వన్

అని చెప్పండి i ఇప్పుడు rs అని చెప్పండి zs మైనస్ 1 ప్లస్ i అని చెప్పండి, ఆపై r వర్గమూలం ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది రూట్ టూ అయిన వన్ ప్లస్ వన్ మరియు ప్రిన్సిపల్ ఆర్గ్యుమెంట్ తీటా ఆర్గ్ టాన్ ఆఫ్ y ద్వారా x ప్లస్ k ప్లస్ pi ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఇక్కడ పాయింట్ రెండవ క్వార్టర్లో ఉంటుంది కాబట్టి మనం k విలువను ఒకటిగా తీసుకుంటాము కాబట్టి ఇది నాలుగు ప్లస్ తో మైనస్ పై అవుతుంది pi మేము ఆ మాడు పైని నాలుగు ద్వారా పొందుతాము కాబట్టి మీరు కూడా అదే విధంగా చేయవచ్చు

z డాష్ రూట్ 2 ప్లస్ 2 రూట్ 3 అయిన ఇతర సంక్లిష్ట సంఖ్యల కోసం గణించండి , నేను r మరియు తీటాను లెక్కించడం ద్వారా దాని డ్రువ ప్రాతినిధ్యం ఏమిటో గణిస్తాను

y యొక్క టాన్ x ద్వారా మరియు అది y యొక్క రెండవ క్వార్టర్లో ఆర్గ్ టాన్లో ఉంటే x ప్లస్ pi అది y యొక్క మూడవ క్వార్టర్లో ఆర్గ్ టాన్లో x మైనస్ పై ఉంటే , మనకు z సంక్లిష్ట సంఖ్య ఇవ్వబడిందని అనుకుందాం, మరొక ఉదాహరణ చేద్దాం.

1 plus cos a plus i sine a విరామం 2 piలో ఉన్న చోట ఇప్పుడు మేము ఈ సంక్లిష్ట సంఖ్యలకు డ్రువ ప్రాతినిధ్యాన్ని గణించాలనుకుంటున్నాము లేదా కనుగొనాలనుకుంటున్నాము, కనుక ఇది డ్రువ ప్రాతినిధ్య రూపంలో లేదని గమనించండి కాబట్టి అలా మార్చండి మొదటి గణన rr అనేది x స్క్వేర్ ప్లస్ y స్క్వేర్ యొక్క వర్గమూలం ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఇది ఒకటి ప్లస్ కాస్ మొత్తం స్క్వేర్ ప్లస్ సైన్ స్క్వేర్ a ఇది కాస్ స్క్వేర్ ప్లస్ సైన్ స్క్వేర్ a ఇక్కడ ఉంది కాబట్టి మనకు రెండు రెట్లు రెండు కాస్ వస్తుంది, ఇది రెండు t times one plus cos a అంటే త్రికోణమితి ఫార్ములా ద్వారా ఇది cos స్క్వేర్ a బై టూ రెండు రెట్లు అని మనం చూస్తాము మరియు

cos a by two r యొక్క రెండు రెట్లు మాడ్యులస్గా r ను పొందుతాము మరియు cos a by two యొక్క రెండు రెట్లు మాడ్యులస్ మరియు వాదన theta మేము సూత్రం ప్రకారం గణిస్తాము కాబట్టి a కోసం సున్నా నుండి pi మధ్య విరామంలో z మొదటి క్వార్టర్లో ఉన్నట్లు మనం చూస్తాము అంటే తీటా నేరుగా y యొక్క ఆర్గ్ టాన్ని x ద్వారా x ద్వారా y యొక్క ఆర్గ్ టాన్ను గణిద్దాం.

a by 1 plus cos a , ఇది రెండు సార్లు సైన్ a by two cos a by two times cos square a by two ఇది ఏదీ కాకుండా మరొకటి కాదు , ఇది a by 2 యొక్క ఆర్గ్ టాన్ ఆఫ్ a by 2 ఇప్పుడు గమనించండి.

ఇంటర్వెల్ సున్నా నుండి pi a బై టూ మధ్య సున్నా నుండి pi బై టూ వరకు ఉంటుంది కాబట్టి ఆర్గ్ టాన్ మీకు రెండు బై టూ అయినట్లే ఇతర సాధారణ వ్యాయామాలను ఇస్తుంది , ఇంటర్వెల్ pi 2 2 piలో ఒక అబద్ధం ఉంటే దాన్ని చూపండి లేదా ఉత్పన్నం చేయండి ఆ theta sa 2 మైనస్ pi ద్వారా ఆ theta sa ని రెండు మైనస్ pi ద్వారా ధృవీకరించండి కాబట్టి z రెండు రెట్ల మాడ్యులస్ ఆఫ్ cos a బై టూతో వ్రాయబడింది, ఇది సున్నా నుండి pi మధ్య మరియు ఇతర ప్రాంతానికి a బై రెండు మైనస్ pi మధ్య ఉంటే మారబోయే కోణీయ a by two అని చెబుతుంది కాబట్టి విలువ piకి సమానం z 1 ప్లస్ cos pi ప్లస్ i sin pi ఇది సున్నా మరియు సున్నాకి ప్రత్యేకమైన డ్రువ ప్రాతినిధ్యం లేదు కాబట్టి ఈ ఉదాహరణలతో మనం డ్రువ ప్రాతినిధ్యాన్ని ఉపయోగించి సంక్లిష్ట సంఖ్య యొక్క గుణకారానికి వెళ్దాం, మనకు డ్రువంతో రెండు సంక్లిష్ట సంఖ్య z ఒకటి z రెండు ఉన్నాయని అనుకుందాం.

ప్రాతినిధ్యం r one cis theta one మరియు z two r two theta 2 ఇప్పుడు మనం ఈ 2ని సాధారణ సమ్మేళన సంఖ్య గుణకారంతో గుణిస్తే ఇది r one r two అని గమనించవచ్చు ఇక్కడ మనకు cos i sin theta one మరియు అదే విధంగా ఇక్కడ కారకం cos తీటా 2 ప్లస్ ఐ సైన్ తీటా 2 వారి ఉత్పత్తి తీటా 1 కాస్ ఆఫ్ తీటా 2 మైనస్ సైన్ తీటా 1 సైన్ తీటా 2 ప్లస్ ఐ క్రైమ్స్ కాస్ తీటా 1 సైన్ తీటా 2 ప్లస్ సైన్ తీటా 1 కాస్ తీటా టూ కాస్గా వస్తుంది మరియు త్రికోణమితి ఫార్ములా ద్వారా మనం చూడవచ్చు ఈ కారకం తీటా వన్ ప్లస్ తీటా 2 ప్లస్ ఐ క్రైమ్స్ సైన్ ఆఫ్ తీటా 1 ప్లస్ తీటా 2 యొక్క కాస్ అని ఇది మా సంజ్ఞామానం సైన్ తీటా 1 ప్లస్ తీటా 2లో వ్రాయబడుతుంది. కాబట్టి మేము రెండు సంక్లిష్ట సంఖ్యల గుణకారం సరళంగా మారుతుందని ఒక ముఖ్యమైన పరిశీలన చేసాము మనం డ్రువ ప్రాతినిధ్యంలో చేస్తే, అంటే మనం z 1ని z 2 కంటే గుణించినప్పుడు, మేము z 2 ను కారకం r 1 ద్వారా స్కేల్ చేస్తాము మరియు మూలానికి సంబంధించి తీటా 1 అనే కోణంతో తిరుగుతాము కాబట్టి మనం ఇక్కడ మాడ్యులస్ లాగా గమనిస్తాము డ్రువ ప్రాతినిధ్యం ద్వారా రెండు సమ్మేళన సంఖ్యల ఉత్పత్తిలో మాడ్యులస్ r ఒకటి r రెండు తప్ప మరేమీ కాదని మనం చూస్తాము మరియు మళ్లీ r ఒకటి mod z మరొక అంశం mod z రెండు కాబట్టి మనం గుర్తింపును చాలా సులభంగా చేయగలమని చూస్తాము.

z one z two యొక్క మాడ్యులస్ అనేది z 1 యొక్క మాడ్యులస్ mod z two మరియు z one z two యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్తో గుణించడం తప్ప మరొకటి కాదని గ్రహించండి, కాబట్టి మేము ప్రధాన వాదనను పరిగణించడానికి ప్రయత్నిస్తాము కాబట్టి మనం రెండు కోణాల మొత్తాన్ని చేసినప్పుడు అది జరగవచ్చు.

pi కంటే ఎక్కువ వెళ్ళవచ్చు లేదా లేకుంటే అది మైనస్ pi కంటే దిగువకు వెళ్ళవచ్చు కాబట్టి ప్రధాన వాదనను పొందడానికి మనం కొంత సర్దుబాటు చేయాలి కాబట్టి ఆ సర్దుబాటు ఏమిటో చూద్దాం కాబట్టి మనం గుణించినప్పుడు z వన్ z రెండు యొక్క వాదనను గుణించినప్పుడు మనకు

సూత్రం ఆర్గ్యుమెంట్ మొత్తం వస్తుంది z యొక్క z వన్ ఆర్గ్యుమెంట్ ఆఫ్ z టూ మరియు మేము సర్దుబాటు చేయాలి, ఇది k ప్లస్ రెట్లు రెండు pi, ఇక్కడ k ప్లస్ విలువల ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, ఒకవేళ z వన్ యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్ మరియు z యొక్క ఆర్గ్యుమెంట్ మొత్తానికి అవి ప్రధాన ఆర్గ్యుమెంట్లో ఉన్నాయని అనుకుందాం.

పరిధి అప్పుడు దేనినీ మార్చుల్నిన అవసరం లేదు కానీ అది మైనస్ పై కంటే ఎక్కువ లేదా తక్కువ ఉంటే అది మైనస్ పై కంటే తక్కువ అని చెప్పండి, అప్పుడు మనం జోడించాలి అంటే k ప్లస్ ఒకటి మరియు అది పరిధిని దాటితే అప్పుడు మనం అవసరం రెండు π ద్వారా తీసివేస్తే π కంటే మైనస్ π కంటే తక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటుంది, మనం ఒక సాధారణ ఉదాహరణ చేద్దాం z వన్ ని వన్ ప్లస్ ఇజ్ టూని రూట్ 3 ప్లస్ i గా పరిగణిద్దాం, కాబట్టి మనం పోలార్ కోఆర్డినేట్లకు మార్చడం ద్వారా చేసే గుణకారం ఇక్కడ మనకు తెలుసు రూట్ 2 అయిన r మరియు మేము ఇప్పటికే లెక్కించిన కోణం π ద్వారా 4 మరియు ఇక్కడ మాడ్యులస్ 2 మరియు మేము దాని కోణాన్ని లెక్కించగలము మరియు మేము దాని కోణాన్ని గణించగలము, అది ఆరు ద్వారా π అని మీరు ధృవీకరించవచ్చు మరియు దాని ఉత్పత్తి మాడ్యులస్ సిస్ మరియు మొత్తం స్కేల్ అవుతుంది.

ఈ కోణాలు పన్నెండు డి మోరిస్ ఫార్ములా ద్వారా నాలుగు పై, ఇది z r కాస్ తీటా ప్లస్ ఐ సిన్ తీటా అయితే z పవర్ n కేవలం $rn \cos n \theta$ ప్లస్ i సైన్ n తీటా అంటే n ఒకటి కంటే ఎక్కువ కాబట్టి ఫార్ములా మేము గమనించిన గుణకారం నుండి చాలా సులభంగా ఉద్భవించవచ్చు, ఉదాహరణకు మీరు z స్క్వేర్ ని తీసుకుంటే, n అంటే 2కి సమానం, అంటే z లోకి z అంటే మాడ్యులస్ ఫ్యాక్టర్ను స్కేల్ చేయండి మరియు మేము దానిని $\cos n$ పొందే ఆర్గ్యుమెంట్లను సంకలనం చేయండి.

రెండు తీటా ప్లస్ i సైన్ టూ తీటా కాబట్టి ఇండక్షన్ ద్వారా మనం z పవర్ n అనేది r పవర్ n అని సిస్ n తీటాతో గుణించబడుతుందని ధృవీకరించవచ్చు కాబట్టి మనం ఒక సాధారణ ఉదాహరణ చేద్దాం అంటే zs వన్ ప్లస్ నేను పవర్కి z లెక్కిస్తాను వెయ్యి అని చెప్పండి.

మేము నేరుగా గుణకారం చేస్తే, గణనపరంగా దీన్ని గణించడం సులభం కాకపోవచ్చు, అయితే మీరు రూట్ 2 మరియు $\cos \pi$ ద్వారా 4 మరియు ఇప్పుడు d మోరిస్ ఫార్ములా చెప్పే ధ్రువ ప్రాతినిధ్యానికి వెళితే మేము దానిని గణించాలనుకుంటున్నాము.

r కు శక్తులు 2 పవర్ 500గా మరియు తర్వాత కేవలం $\cos 1000$ సార్లు π బై 4 అంటే టూ ఫిఫ్టీ పై అని చెప్పవచ్చు మరియు ఇది మీ కోసం కేవలం ఒక సాధారణ వ్యాయామం అని మాకు తెలుసు, ఈ క్రింది గుర్తింపు సైన్ 5 ని రుజువు చేద్దాం.

తీటా ఈక్వల్ 16 సైన్ పవర్ 5 థీటా మైనస్ 20 సైన్ క్యూబ్ తీటా ప్లస్ 5 సైన్ తీటా మరియు కాస్ పైవ్ తీటా పదహారు కాస్ పవర్ ఐదు తీటా మైనస్ ఇరవై కాస్ క్యూబ్ తీటా ప్లస్ పైవ్ కాస్ తీటా హింటస్ ద్వారా ఇవ్వబడింది సిస్ పై తీటా ఎస్ తీటా పవర్ పై ఇన్ ఈ ఉపన్యాసం మేము కాంప్లెక్స్ సంఖ్య యొక్క ధ్రువ ప్రాతినిధ్యం గురించి చర్చిస్తాము మరియు మేము ధ్రువ ప్రాతినిధ్యాన్ని ఉపయోగిస్తే గుణకారం సరళంగా మార్చుతుందని మేము గమనించాము మరియు తదుపరి ఉపన్యాసంలో మేము దీనిపై తదుపరి ఫలితాలను మళ్ళీ చర్చిస్తాము.