

ਹੈਲੋ ਸਟੂਡੈਂਟਸ, ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰਾਂ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਅਤੇ ਕੁਝ ਬੁਨਿਆਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾਵਾਂ 'ਤੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ ਇਸ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ

ਇਸ ਲਈ ਆਓ ਅਸੀਂ x ਪਲੱਸ iy ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ z ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ ਜਿੱਥੇ ਇੱਕ ਵਾਰ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ x ਅਤੇ y ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨਾਲ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਆਰਡਰ ਕੀਤੇ ਜੋੜੇ ਨਾਲ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ x ਕੌਮਾ y ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਪਲੇਨ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ z ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ x ਪਲੱਸ iy ਹੈ ਜਿੱਥੇ x ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ x ਧੁਰੀ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾਲਤਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ x ਧੁਰੇ ਵਿੱਚ ਪੇਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੰਬਕਾਰੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਜੋ ਕਿ ਹੁਣ y ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਕੋਈ ਵੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦਿੱਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਹੈ ਸਟੈਂਡਰਡ ਤੌਰ 'ਤੇ x ਧੁਰੇ ਵਜੋਂ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਅਸਲ ਧੁਰੀ ਵਜੋਂ ਮੰਨ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਇਹ ਕਾਲਪਨਿਕ ਧੁਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਇਸ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕੰਪਲੈਕਸ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਅਜਿਹੀ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ। ਐਮਬਰ ਪਲੇਨ ਨੂੰ ਆਰਗਨ ਪਲੇਨ ਜਾਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਪਲੇਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਪਲੇਨ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਵੀ ਨਿਰਧਾਰਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਮੂਲ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸਨੂੰ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਕਹੀਏ ਜੋ ਕਿ ਸਕਾਰਾਤਮਕ x ਧੁਰੇ ਨੂੰ ਕੋਣ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ ਕਹੀਏ ਕਿ ਇਹ ਮੂਲ ਜ਼ੀਰੋ ਕੌਮਾ ਜ਼ੀਰੋ ਜਾਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ p ਕਹੀਏ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਰਹੇ ਹਾਂ r ਉਹ ਮੂਲ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਬਿੰਦੂ o ਨੂੰ p ਬਿੰਦੂ ਕਹਿ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਲਾਈਨ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੀ ਖੰਡ op ਅਤੇ ਸਕਾਰਾਤਮਕ x ਧੁਰੀ ਜਾਂ ਅਸਲ ਧੁਰੀ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਸਾਨੂੰ ਉਹ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ x ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਸਿਰਫ ਉਸ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਲਿਖਦਾ ਹੈ ਜੋ \cos ਥੀਟਾ ਹੈ ਜੋ ਹਾਈਪੋਟੇਨਿਊਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਨਿਕਟਵਰਤੀ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ x ਨੂੰ $r \cos$ ਥੀਟਾ ਵਜੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ y $r \sin$ ਥੀਟਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਦੂਰੀ ਅਤੇ ਕੋਣ r ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ x ਨੂੰ $r \cos$ ਥੀਟਾ ਦੁਆਰਾ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ y ਨੂੰ $r \sin$ ਥੀਟਾ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਾਡੀ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ z ਨੂੰ $r \cos \theta$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ z ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $e^{i\theta}$ ਪਲੱਸ $i r \sin$ ਥੀਟਾ ਜਿੱਥੇ r ਮੂਲ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ z ਤੱਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਦੇ ਪਾਈ ਤੱਕ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅੱਗੋਂ ਇਸਨੂੰ r ਵਾਰ $\cos \theta$ ਪਲੱਸ $i \sin$ ਥੀਟਾ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਨੁਮਾਇੰਦਗੀ ਨੂੰ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨੂੰ z ਦੀ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਯਾਦ ਕਰਨ ਦਿਓ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ x ਕੌਮਾ y ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹੋ ਜੋ ਅਸੀਂ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅੱਗੋਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦੂਰੀ ਦੁਆਰਾ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੂਲ ਅਤੇ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਤੋਂ

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ ਫੈਕਟਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਪੋਲਰ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸਿਸਟਮ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਮੂਲ ਅਤੇ ਕੋਣ ਤੋਂ ਸਿਰਫ ਦੂਰੀ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸਿਸਟਮ ਹੈ ਜੋ ਕਿ x ਕੌਮਾ y ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲਓ ਦਿੱਤੇ ਗਏ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ $r \cos \theta$ ਅਤੇ y ਨੂੰ $r \sin$ ਥੀਟਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਸਦੇ ਉਲਟ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ x ਕੌਮਾ y ਹੁਣ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਏ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਤਸਵੀਰ 'ਤੇ ਵਾਪਸ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਤੁਰੰਤ ਇਹ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ r ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ x ਵਰਗ ਦਾ ਵਰਗ ਮੂਲ ਅਤੇ y ਵਰਗ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ xy ਨੂੰ ਮੂਲ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਸਿੱਧਾ ਅੱਗੇ ਹੈ r ਨੂੰ x ਵਰਗ ਜੋੜ y ਵਰਗ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ \cos ਥੀਟਾ ਨੂੰ x ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ r ਅਤੇ \sin ਥੀਟਾ ਨੂੰ y ਦੁਆਰਾ r

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਜੇੜ ਕੇ ਇਹ ਦੋ ਸਮੀਕਰਨ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ \tan ਥੀਟਾ ਬਰਾਬਰ ਹੈ x ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁਣ ਵੀ ਇਸ ਖਾਸ ਬਿੰਦੂ ਵਾਂਗ ਸਪੱਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਤੁਰੰਤ ਅਸੀਂ ਥੀਟਾ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਿਵੇਂ ਕਰੀਏ ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਂ ਕੁਝ ਬਣਾਵਾਂਗਾ ਸਧਾਰਨ ਟਿੱਪਣੀਆਂ

ਇਸ ਲਈ ਥੀਟਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਲਈ

ਇਸ ਲਈ ਜਾਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਓ ਮੈਂ ਕੁਝ ਸੰਕੇਤ ਪੇਸ਼ ਕਰੀਏ ਜੋ ਅਸੀਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਵਿੱਚ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ $r \cos \theta$ ਪਲੱਸ $i r \sin \theta$ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ r ਵਾਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। $e^{i\theta}$ ਜਿੱਥੇ $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ ਪਲੱਸ $i \sin \theta$ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ z ਦੇ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ r ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਸਿਰਫ z ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਨਿਰੀਖਣ ਹੈ ਹੁਣ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਟਿੱਪਣੀਆਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ \cos ਅਤੇ \sin ਫੰਕਸ਼ਨ ਦੀ ਪੀਰੀਅਡਿਕਟੀ ਦੁਆਰਾ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ $\cos \theta$ ਪਲੱਸ $i \sin$ ਥੀਟਾ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਨੂੰ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ $k\pi$ ਪਲੱਸ i ਵਾਰ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ $k\pi$ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ k ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ i ਆਰ ਥੀਟਾ ਲਓ ਜਾਂ ਜੇ ਮੈਂ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ π ਕੇ ਪਾਈ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਐਲੀਮੈਂਟ ਨਾਲ ਮੈਪ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਕਿ xr ਕੋਸ ਥੀਟਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ y ਹੈ $r \sin$ ਥੀਟਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਥੀਟਾ ਦੇ ਪਾਈ ਨਾਲ ਵੱਖਰਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਉਹ ਸਟੈਮ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਮੈਪ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਹੈ xy ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਰੇਖਾਗਣਿਤਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਿਵੇਂ ਸਮਝਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜੋ ਥੀਟਾ ਕੋਣ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ x ਧੁਰੇ ਤੋਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਉਸੇ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਮਾਪਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਦੇ ਪਾਈ ਦੁਆਰਾ ਅੱਗੇ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਵਧਾਉਂਦੇ ਹੋ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਇਹ ਥੀਟਾ ਜੋੜ ਦੇ ਹੈ। π ਦੁਬਾਰਾ ਇਹ ਥੀਟਾ ਵਾਂਗ ਕੋਣ ਵਾਲੀ ਲਾਈਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਪਲੱਸ ਦੇ π ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ k ਪੈਜ਼ਟਿਵ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਹੋਣ ਦੇ ਨਾਲ ਦੇ π ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ k ਗੁਣਨ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੇ π ਗੁਣਨ ਨਾਲ ਘੁੰਮਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਦੁਬਾਰਾ ਇਸ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਲਾਈਨ 'ਤੇ ਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਜਿਓਮੈਟ੍ਰਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਉਸੇ ਲਾਈਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ $2k\pi$ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਹੁਣ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ k ਦੇ ਨੈਗੇਟਿਵ ਮੁੱਲਾਂ ਬਾਰੇ ਕਿਵੇਂ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਲਾਈਨ ਹੈ ਜੋ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਹੁਣ ਨਿਰੀਖਣ ਵਿੱਚ ਕਿ ਇਹ ਉਹ ਚੀਜ਼ ਹੈ ਜੋ r ਕੌਮਾ ਹੈ। ਧਰੁਵੀ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਥੀਟਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ r ਥੀਟਾ ਮਾਇਨਸ π ਪਾਈ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਮੈਂ ਸਿਰਫ ਨੈਗੇਟਿਵ ਮੁੱਲ k ਨਾਲ ਵਿਚਾਰ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਜੋ k ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਹੈ ਹੁਣ ਇਸਨੂੰ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਮੈਂ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦਾ ਹਾਂ। ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ ਜੋ ਇਸਨੂੰ ਘਟਾਓ ਦੇ ਪਾਈ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਮੈਂ ਇੱਕ ਕੋਣ ਜੋੜਦਾ ਹਾਂ ਜੋ ਥੀਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਪਰੰਪਰਾ ਬਣਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇ ਲਾਈਨਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ x ਧੁਰੇ ਨੂੰ ਥੀਟਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਫਿਕਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਐਂਟੀ $clockwise$ ਦਿਸ਼ਾ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਰੇਡੀਅਨ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੂਜੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਕੋਣ ਜੋ ਕਿ ਨੈਗੇਟਿਵ ਰੇਡੀਅੰਸ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਸਾਡੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਾਲ ਇਕਸਾਰ ਹੈ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਮੈਂ ਇਸ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹਾਂ, ਆਓ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਕਰੀਏ। ਜੇ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਹੈ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ ਕਿ ਕੋਣ ਕੀ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਦੀ ਦੂਰੀ 1 ਪਲੱਸ 1 ਦਾ ਵਰਗ ਮੂਲ ਹੈ ਜੋ ਕਿ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਸਬੰਧ ਦੁਆਰਾ ਥੀਟਾ ਜੋ ਕਿ ਟੈਨ ਥੀਟਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ y ਦੁਆਰਾ x ਇੱਥੇ y ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ x ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਐਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 4 ਅਤੇ ਹੁਣ ਮਾਇਨਸ ਥੀਟਾ ਦਾ ਜੋ ਮਤਲਬ ਹੈ ਉਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 4 ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਦੂਜੇ ਪਾਸਿਓਂ ਮਾਪਦੇ ਹੋ ਜੋ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ ਫੋਰ ਵਰਗਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇਸ ਲਾਈਨ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਅਸਲ ਧੁਰੀ ਦਾ ਆਦਰ ਕਰੋ

ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਸਾਨੂੰ z ਬਾਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਦੇਵੇਗਾ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ i ਹੈ ਪਰ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕੀ ਇਹ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ ਹੈ i z ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 1 ਪਲੱਸ i ਜੋ ਮੈਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਲਿਖਦਾ ਹਾਂ r ਰੂਟ 2 ਅਤੇ θ ਹੈ ਉਹ ਕੋਣ ਜੋ $\pi/4$ ਬਾਇ ਚਾਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ ਮਾਇਨਸ ਥੀਟਾ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਜੋ ਕਿ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ ਚਾਰ ਦਾ ਰੂਟ 2 \cos ਹੈ ਅਤੇ $i \sin$

π by four \cos ਇੱਕ ਸਮ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਅਤੇ \sin ਇੱਕ ਅਜੀਬ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਮਿਲੇਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਜੇ ਰੂਟ ਦੇ ਗੁਣਾ ਹੈ ਜੇ $\cos \pi$ ਬਾਇ ਚਾਰ ਮਾਇਨਸ $i \sin \pi$ ਬਾਇ ਚਾਰ ਹੈ ਜਿਸ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ z ਬਾਰ OK ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦਾ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਉਦਾਹਰਨ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਨੂੰ ਘੜੀ ਦੀ ਵਿਰੋਧੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਰੇਡੀਅਨਾਂ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਨੂੰ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਨੈਗੇਟਿਵ ਰੇਡੀਅਨ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਜੇ ਬਿਲਕੁਲ ਉਸ ਸੰਜੋਗ ਵਾਂਗ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਾਲ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਨੂੰ ਸਧਾਰਣ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਪਲੇਨ z ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਜੋ ਹੈ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਦੇ ਨਾਲ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸਦਾ ਬਿਲਕੁਲ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ z ਬਾਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਕੋਣ ਥੀਟਾ ਹੈ ਪਰ ਸਾਡੀ ਕਨਵੈਨਸ਼ਨ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਮਾਇਨਸ ਥੀਟਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਆਓ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ $r \cos \theta$ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ ਹੈ। $i \sin \theta$ by def ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ z ਪ੍ਰਾਈਮ ਵਰਗਾ ਹੈ ਜੋ ਕੋਣ ਮਾਇਨਸ ਥੀਟਾ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਘਟਾਓ ਥੀਟਾ ਦਾ $r \cos \theta$ ਪਲੱਸ $i \sin$ of minus θ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਰੰਤ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ z ਬਾਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ r ਪਲੱਸ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ $2k\pi$ ਨੂੰ k ਦੇ ਨਾਲ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਨੈਗੇਟਿਵ ਨੰਬਰਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਲੈਣ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਕਾਰਟੇਸ਼ੀਅਨ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਮੈਪ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $r \cos \theta$ ਥੀਟਾ ਅਤੇ y ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $r \sin \theta$ ਥੀਟਾ ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਦਿਲਚਸਪੀ ਕੀ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਲਈ ਅਸੀਂ r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵੱਖਰੀ ਨੁਮਾਇੰਦਗੀ ਦੇਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ ਦੇ $k\pi$ ਵਜੋਂ ਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਕਿ ਇਸ ਪੂਰੇ ਜਗਜ਼ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕੋ ਸਮੇਂ 'ਤੇ ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਵੀ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਸਾਨੂੰ ਦੇ ਪਾਈ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਲਈ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਥੀਟਾ ਨਾਟ π ਥੀਟਾ ਨਾਟ ਪਲੱਸ π ਪਾਈ ਜਿੱਥੇ ਥੀਟਾ ਨਾਟ ਹੈ ਕੋਈ ਵੀ ਅਸਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ r ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਆਪਣੇ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਪੂਰੇ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਦਾ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਇੱਕ 2π ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵੱਖਰਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਪਰੰਪਰਾਗਤ ਇੱਕ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਥੀਟਾ ਨੂੰ 0 ਨਹੀਂ ਮੰਨਦੇ ਹੋ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ 0 ਤੋਂ 2π ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਯਾਦ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ ਸਕਾਰਾਤਮਕ x ਧਰੁ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਥੀਟਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਮਾਪਦੇ ਹੋ ਜੋ ਦੇ ਪਾਈ ਦੇ ਰੇਟੇਸ਼ਨ ਦੇ ਨਾਲ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਵਿਰੋਧੀ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਪੂਰੇ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਟੈਂਡਰਡ ਇੱਕ ਹੈ $\text{minus } \pi$ 2 ਪਲੱਸ π ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਇੱਥੇ ਪੂਰੀ ਚਰਚਾ ਵਿੱਚ ਸਕਾਰਾਤਮਕ x ਧਰਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਹ ਖਾਸ ਹਮੇਸ਼ਾ x ਧਰੀ ਹੈ ਹਮੇਸ਼ਾ ਥੀਟਾ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਮੰਨੇ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਰੇਡੀਅਨ ਦਾ ਕੀ ਅਰਥ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਆਉ ਇਹ ਚੱਕਰ ਜੋ ਇੱਥੇ ਹੈ ਇਹ ਲਾਈਨ ਜੋ ਪਾਈ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਥੀਟਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾ ਕੇ ਕਵਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇੱਥੇ ਇਹ ਖਾਸ ਲਾਈਨ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਮਾਪਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਥੀਟਾ s ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਪਾਈ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਆਪਣਾ ਥੀਟਾ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪੂਰੇ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਜਿਸਨੂੰ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਕੋਣ ਜਾਂ ਸਿਧਾਂਤ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ z ਦਾ ਜੋ ਇੱਕ ਥੀਟਾ ਹੈ ਜੋ ਅੰਤਰਾਲ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ π ਪਲੱਸ ਪਾਈ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਇਹ ਪੁੱਛਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ ਮੂਲ ਲਈ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕੀ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣ ਮੂਲ ਮੰਨਦੇ ਹੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਲਾਈਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਕੋਈ ਵੀ ਲਾਈਨ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 0 ਵਿੱਚੋਂ ਵੀ ਲੰਘਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਕੋਈ ਵੀ ਲਾਈਨ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ r ਮੂਲ ਤੋਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ r ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਥੀਟਾ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕੋਈ ਵੀ ਲਾਈਨ ਜ਼ੀਰੋ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਨੂੰ ਕੋਣ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੈਣ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ, ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਲਾਈਨਾਂ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ ਜੋ ਵੀ ਇਸ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀਆਂ ਹਨ ਵਿੱਚ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਥੀਟਾ ਆਰਬਿਟਰੇਰੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇੱਥੇ ਥੀਟਾ ਕੋਈ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਮੈਂ r ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਵੀ ਮੁੱਲ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਮੂਲ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਮੂਲ ਲਈ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਸਾਵਧਾਨ ਰਹਿਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਧਰੁਵੀ ਤਾਲਮੇਲ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨੁਮਾਇੰਦਗੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਨ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਵੇਂ ਥੀਟਾ ਮੁੱਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨ ਲਈ

ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਮੁੱਖ ਦਲੀਲ ਵਿੱਚ ਸੀਮਤ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਥੀਟਾ ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਤੋਂ ਪਾਈ ਹੈ ਹੁਣ ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਮੁੱਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਟੈਨ ਪੀਰੀਅਡ ਪਾਈ ਦੇ ਨਾਲ ਪੀਰੀਅਡਿਕ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਗਣਨਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਲੋੜ ਹੈ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰਨ ਲਈ ਜਿੱਥੇ x ਅਤੇ y z ਪਹਿਲੇ ਨਿਰੀਖਣ ਦੇ ਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਲਈ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਹਨ \tan ਇੱਕ ਪੀਰੀਅਡਿਕ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਪੀਰੀਅਡ ਪਾਈ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ x ਪਲੱਸ $k\pi$ ਦਾ ਟੈਨ ਕੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ k ਲਈ $\tan x$ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਡੀ ਦਿਲਚਸਪੀ ਮੁੱਖ ਦਲੀਲ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਥੀਟਾ s y ਦਾ $\tan x$ ਦੁਆਰਾ ਪਰ ਉਪਰੋਕਤ ਸਬੰਧ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਥੀਟਾ ਨੂੰ x ਦੁਆਰਾ y ਦੇ \tan ਉਲਟ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇਗਾ। inv ਕਰਨ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ olve ਕੋਣ ਪਲੱਸ $k\pi$ ਨਾਲ ਕਰੋ ਜਿੱਥੇ ਪੂਰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ks ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਬਹੁਮੁੱਲ ਤੋਂ ਬਚਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਟੈਨ ਇਨਵਰਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਅੰਤਰਾਲ ਘਟਾਓ π 2 ਤੋਂ π ਬਾਇ 2 ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਅੰਤਰਾਲ ਘਟਾਓ π ਵਿੱਚ x ਦੁਆਰਾ y ਦੇ \tan ਉਲਟਾ ਨੂੰ ਸੀਮਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਬਾਇ 2 ਤੋਂ ਪਲੱਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 2 ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ x ਬਾਇ y ਦਾ ਆਰਕ ਟੈਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਸਾਡਾ ਟੈਨ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਭਾਵ ਇਹ ਟੈਨ ਦਾ ਇਨਵਰਸ ਫੰਕਸ਼ਨ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੁੱਲ ਅੰਤਰਾਲ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 2 ਤੋਂ ਪਲੱਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 2 ਤੱਕ ਸੀਮਤ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਥੀਟਾ x ਦੁਆਰਾ y ਦਾ ਚਾਪ ਟੈਨ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ π ਦੇ ਕੁਝ ਗੁਣਜ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਸਹੀ ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ k ਪਲੱਸ ਦੇ ਕੁਝ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਐਡਜਸਟ ਕਰਨਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ z ਦਾ ਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਸਾਡਾ ਪ੍ਰਿੰਸੀਪਲ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਫਾਰਮੂਲਾ ਜੋ ਕਿ z ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਹੈ, x ਪਲੱਸ k ਪਲੱਸ π ਦੁਆਰਾ y ਦੇ ਚਾਪ ਟੈਨ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿੱਥੇ k ਪਲੱਸ ਜੋ ਕਿ ਸਹੀ ਸਮਾਯੋਜਨ ਹੈ ਇਸ ਗੱਲ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਡੀ xy ਕਿੱਥੇ ਹੈ ਤਾਂ k ਪਲੱਸ 0 ਜੇਕਰ xy ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਚੌਥੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ x ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਜਾਂ ys ਅਤੇ ys ਸਕਾਰਾਤਮਕ r ਸਮਾਨ ਚੌਥਾ ਚਤੁਰਭੁਜ y ਘੱਟ θ ਹੈ n ਜਾਂ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਮਾਮਲਿਆਂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ k ਪਲੱਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇੱਥੇ ਐਡਜਸਟ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਆਰਕ ਟੈਨ ਇਨਵਰਸ ਮਾਇਨਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 2 ਤੋਂ ਪਲੱਸ ਪਾਈ ਬਾਇ 2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਮੁੱਲ ਦੇਣ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜੋ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਚੌਥੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਕਵਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪਹਿਲਾ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਇਹ ਚੌਥਾ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ xy ਦੂਜੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ ਜੋ ਕਿ x ਨਕਾਰਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ y ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਅਸੀਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ y ਦੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ π ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ $r \tan x$ ਦੁਆਰਾ ਅਤੇ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਜੇਕਰ xy ਤੀਜੇ ਵਿੱਚ ਹੈ ਚਤੁਰਭੁਜ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਗੁਆ ਰਹੇ ਹਾਂ x ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਜੋ x ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ y ਧਰਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ x ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਫਾਰਮੂਲਾ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ x ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ z ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ π ਹੈ। 2 ਦੁਆਰਾ ਜੇਕਰ y ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਨੈਗੇਟਿਵ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ 2 ਦੁਆਰਾ ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਆਓ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਕਿਹਾ ਗਿਆ ਹੈ i ਹੁਣ rs ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ zs ਮਾਇਨਸ 1 ਪਲੱਸ i ਤਾਂ r ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਵਨ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦੇ ਮੂਲ ਹੈ। ਅਤੇ ਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਥੀਟਾ y ਦੇ $\text{arc tan by } x$ ਜੋੜ k plus π ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਬਿੰਦੂ ਦੂਜੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ t ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ k ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਮਾਇਨਸ π ਬਾਇ ਚਾਰ ਪਲੱਸ ਪਾਈ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਉਹ ਤਿੰਨ ਪਾਈ ਬਾਇ ਚਾਰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਹੋਰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ z ਡੈਸ਼ ਰੂਟ 2 ਪਲੱਸ 2 ਰੂਟ 3 ਹੈ, ਮੈਂ ਗਣਨਾ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸਦੀ ਪੈਲਰ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਕੀ ਹੈ। r ਅਤੇ ਥੀਟਾ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਕੇ, ਮੈਂ z ਦੇ ਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਲਈ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦਾ ਸਾਰ ਦਿੰਦਾ ਹਾਂ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਬਿੰਦੂ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਚੌਥੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਰਫ਼ x ਦਾ y ਦਾ $r \tan$ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਇਹ x ਪਲੱਸ π ਦੁਆਰਾ y ਦੇ ਦੂਜੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਚਾਪ ਟੈਨ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਹ x ਘਟਾਓ π ਦੁਆਰਾ y ਦੇ ਤੀਜੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਚਾਪ ਟੈਨ

ਵਿੱਚ ਹੈ ਆਓ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਣ ਕਰੀਏ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ z ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $1 + \cos a + i \sin a$ ਜਿੱਥੇ ਅੰਤਰਾਲ 2π ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਝੁਨ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਇਹਨਾਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਧਰੁਵੀ ਨੁਮਾਇੰਦਗੀ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ ਜਾਂ ਲੰਬੇ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਧਿਆਨ ਦੇਈਏ ਕਿ ਇਹ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਸਲਈ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਗਣਨਾ ਕਰੋ r ਵਰਗ ਅਤੇ y ਵਰਗ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਜੋੜ $\cos a$ ਪੂਰਨ ਹੈ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਪਾਪ ਵਰਗ a ਜੋ \cos ਵਰਗ a ਪਲੱਸ \sin ਵਰਗ a ਵੇ ਹ ਹੈ ਇੱਥੇ a ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੇ $\cos a$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਦੇ ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਜੋੜ $\cos a$ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੁਆਰਾ ਹੈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ \cos ਵਰਗ a ਦਾ ਦੇ ਗੁਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ $\cos a$ ਦੇ ਦੇ ਗੁਣਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ r ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। r ਬਰਾਬਰ $\cos a$ ਦੇ ਦੇ ਗੁਣਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਅਤੇ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਥੀਟਾ ਅਸੀਂ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਗਣਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਇਸਲਈ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ π ਵਿੱਚ a ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਪਹਿਲੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਥੀਟਾ ਸਿੱਧਾ y ਦਾ ਆਰਕ ਟੈਨ ਹੈ। x ਦੁਆਰਾ $x \sin a$ ਬਾਇ 1 ਪਲੱਸ $\cos a$ ਦੁਆਰਾ y ਦੇ ਚਾਪ ਟੈਨ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੀਏ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਦੇ ਗੁਣਾ ਸਾਇਨ a ਬਾਇ ਦੇ $\cos a$ ਬਾਇ ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣਾ \cos ਵਰਗ a ਬਾਇ ਦੇ ਇਹ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। a 2 by a ਦਾ \tan ਹੁਣ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਕਿਉਂਕਿ a ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ π a ਬਾਇ ਟੂ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅੰਤਰਾਲ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ π ਬਾਇ ਟੂ ਵਿੱਚ ਹੈ ਇਸਲਈ ਆਰਕ ਟੈਨ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਇਹ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਇੱਕ ਬਾਇ ਟੂ ਹੈ ਹੋਰ ਸਧਾਰਨ ਅਭਿਆਸ ਜੇ a ਅੰਤਰਾਲ π 2 2 π ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ ਬਸ ਇਹ ਦਿਖਾਓ ਜਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਕਿ $\theta = a - \pi$ ਤਸਦੀਕ ਕਰੋ ਕਿ $\theta = a - \pi$ ਦੇ ਘਟਾਓ π ਇਸਲਈ z ਦੇ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ $\cos a$ ਦਾ s ਮਾਡਿਊਲਸ ਬਾਇ ਟੂ ਦੇ ਨਾਲ, ਐਂਗੁਲਸ ਜੋ ਕਿ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਹੈ, a ਨੂੰ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ $a - \pi$ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਤੋਂ π ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਖੇਤਰ ਲਈ $a - \pi$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ π ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਮੁੱਲ ਲਈ ਅਸੀਂ ਨੋਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $z = 1 + \cos \pi + i \sin \pi$ ਜੋ ਕਿ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ੀਰੋ ਦੀ ਕੋਈ ਵਿਲੱਖਣ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਆਓ ਅਸੀਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੰਪਲੈਕਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਾ ਵੱਲ ਵਧੀਏ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ $r \operatorname{cis} \theta$ ਦੇ ਨਾਲ ਦੇ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ $z = z_1 z_2$ ਹਨ। ਥੀਟਾ ਇੱਕ ਅਤੇ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਆਰ ਟੂ ਥੀਟਾ 2 ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ 2 ਨੂੰ ਆਮ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਾ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ r ਇੱਕ r ਦੇ ਹੈ ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ $\cos \theta_1 \sin \theta_2$ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਕਾਰਕ $\cos \theta_2$ 2 ਪਲੱਸ $i \sin \theta_2$ ਹੈ। $\sin \theta_1$ 2 ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਉਤਪਾਦ $\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$ ਘਟਾਓ $\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਕਾਰਕ ਹੈ $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ ਪਲੱਸ $i \sin(\theta_1 - \theta_2)$ ਥੀਟਾ 2 ਇਸ ਨੂੰ ਸਾਡੇ ਨੋਟੇਸ਼ਨ $\operatorname{cis} \theta_1$ ਅਤੇ ਥੀਟਾ 2 ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਨਿਰੀਖਣ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਦੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ ਸਰਲ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਵਿੱਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ $z_1 = r_1 \operatorname{cis} \theta_1$ ਨੂੰ $z_2 = r_2 \operatorname{cis} \theta_2$ ਉੱਤੇ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਕੇਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਫੈਕਟਰ r_1 ਦੁਆਰਾ z_2 ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦੁਆਰਾ ਘੁੰਮਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਮੂਲ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਥੀਟਾ 1 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਦੁਆਰਾ ਦੇ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡਿਊਲਸ r ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਕ r ਦੇ ਅਤੇ ਦੁਬਾਰਾ r ਇੱਕ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ $\operatorname{mod} z$ ਇੱਕ ਹੋਰ ਕਾਰਕ $\operatorname{mod} z$ ਦੇ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਸ ਪਛਾਣ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ $z_1 z_2$ ਦੇ ਮਾਡੁਲਸ ਨੂੰ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ z_1 ਦਾ ਮਾਡੁਲਸ $\operatorname{mod} z_2$ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਤੇ z_1 ਦੇ ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਇਸ ਲਈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ π ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਫਿਰ ਇਹ ਹੇਠਾਂ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਪਾਈ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਮੁੱਖ ਦਲੀਲ ਜਿਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਹ ਕੀ ਹੈ t ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਇਸਲਈ z ਇੱਕ z ਦੇ ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ z ਦੇ ਦੇ z ਇੱਕ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤਕ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਦਾ ਜੋੜ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਯੋਜਨ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ k ਪਲੱਸ ਗੁਣਾ ਦੇ π ਹੈ ਜਿੱਥੇ k ਪਲੱਸ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਮੁੱਲ ਜੇਕਰ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ z_1 ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਅਤੇ z_2 ਦਾ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਜੋੜ ਕੇ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਉਹ ਪ੍ਰਮੁੱਖ ਆਰਗੂਮੈਂਟ ਰੇਂਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹਨ ਤਾਂ ਕੁਝ ਵੀ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਜੇਕਰ ਇਹ ਮਾਈਨਸ ਪਾਈ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ ਕਹੋ ਕਿ ਇਹ ਕਹਿਣ ਨਾਲੋਂ ਘੱਟ ਹੈ। π ਫਿਰ ਸਾਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ k ਪਲੱਸ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਇਹ ਰੇਂਜ ਨੂੰ ਪਾਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਦੇ ਪਾਈ ਦੁਆਰਾ ਘਟਾਣਾ ਪਵੇਗਾ π ਤੋਂ ਵੱਧ ਮਾਈਨਸ π ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਆਓ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣ ਕਰੀਏ ਕਿ $z_1 = 1 + i$ ਇੱਕ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਮੰਨੀਏ। i $z_2 = 1 + i$ ਦੇ ਨੂੰ ਰੂਟ 3 ਪਲੱਸ i ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਪੋਲਰ ਕੋਆਰਡੀਨੇਟਸ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਜੋ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $r_1 = \sqrt{2}$ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਰੂਟ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ 4 ਦੁਆਰਾ $\pi/4$ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇੱਥੇ ਮਾਡਿਊਲਸ 2 ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਕੋਣ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ $\pi/4$ ਛੇ ਅਤੇ ਫਿਰ $\theta = \pi/4$ ਹੈ $e^{i\pi/4}$ ਗੁਣਨਫਲ ਸਿਰਫ ਮਾਡਿਊਲਸ ਸੀਆਈਐਸ ਦਾ ਪੈਮਾਨਾ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਕੋਣ ਦਾ ਜੋੜ ਜੋ ਚਾਰ ਪਾਈ ਬਾਇ ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਡੀ ਮੋਰਿਸ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ ਜੋ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ $z_1 = r_1 \operatorname{cis} \theta_1$ ਪਲੱਸ $i \sin \theta_1$ ਥੀਟਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ $z_2 = r_2 \operatorname{cis} \theta_2$ ਪਲੱਸ $i \sin \theta_2$ ਥੀਟਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। n ਥੀਟਾ n ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਣ ਲਈ ਇਸਲਈ ਫਾਰਮੂਲਾ ਉਸ ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ $z_1 = r_1 \operatorname{cis} \theta_1$ ਵਰਗ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ n ਦੇ ਬਰਾਬਰ 2 ਜੋ ਕਿ z ਵਿੱਚ z ਹੈ ਜੋ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮਾਡਿਊਲਸ ਫੈਕਟਰ ਨੂੰ ਸਕੇਲ ਕਰੋ r ਵਰਗ ਅਤੇ ਆਰਗੂਮੈਂਟਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ $\cos 2\theta + i \sin 2\theta$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਇੰਡਕਸ਼ਨ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $z^n = r^n \operatorname{cis} n\theta$ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ r ਪਾਵਰ n ਨੂੰ $\operatorname{cis} n\theta$ ਥੀਟਾ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਣ ਕਰੀਏ ਜੋ ਕਿ ਇਹ ਹੈ $z = 1 + i$ ਇੱਕ ਪਲੱਸ i z ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਪਾਵਰ ਕਰੋ ਹਜ਼ਾਰ ਫਿਰ ਕਹਿ ਕੇ ਅਸੀਂ ਇਸਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹਾਂਗੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧਾ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਗਣਨਾਤਮਕ ਤੌਰ ਤੇ ਸੌਖਾ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਪਰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਪੋਲਰ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ ਰੂਟ 2 ਅਤੇ $\pi/4$ ਹੈ। 4 ਦੁਆਰਾ ਅਤੇ ਹੁਣ ਸਿਰਫ ਡੀ ਮੋਰਿਸ ਫਾਰਮੂਲਾ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ $s = r$ ਦੀਆਂ ਸ਼ਕਤੀਆਂ ਨੂੰ ਲੈਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ 2 ਪਾਵਰ 500 ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਿਰਫ $\operatorname{cis} 1000$ ਗੁਣਾ $\pi/4$ ਜੋ ਕਿ ਦੇ ਪੰਜਾਹ ਪਾਈ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਤੁਹਾਡੇ ਲਈ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਅਭਿਆਸ ਹੈ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰੀਏ। ਪਛਾਣ ਸਾਇਨ 5 ਥੀਟਾ ਬਰਾਬਰ 16 ਸਾਇਨ ਪਾਵਰ 5 ਥੀਟਾ ਘਟਾਓ 20 ਸਾਇਨ ਕਿਉਂਕਿ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ 5 ਸਾਇਨ ਥੀਟਾ ਅਤੇ ਕੋਸ ਫਾਈਵ ਥੀਟਾ ਸੇਲੂਂ ਕੌਸ ਪਾਵਰ ਪੰਜ ਥੀਟਾ ਮਾਇਨਸ 20 ਕੌਸ ਘਣ ਥੀਟਾ ਪਲੱਸ ਫਾਈਵ ਕੌਸ ਥੀਟਾ ਹਿੰਟਸ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਬਸ ਉਸ ਸੀਆਈਐਸ ਫਿਟਾਟਾਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ power ϕ ਇਸ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਗੁਣਾ ਸਰਲ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਅਗਲੇ ਨਤੀਜਿਆਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।