

ନମସ୍କାର ଛାତ୍ରମାନେ ଶେଷ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟଲକ୍ଷ୍ୟ ଏବଂ ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟରେ କିଛି ମ basic ଲିକ ଅସମାନତା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଆମେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ସହିତ x ସ୍ୱୟଂ iy ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଯେଉଁଠାରେ x ଏବଂ y ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଥାନ୍ତି । ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଦିଆଯାଏ ଯାହାକୁ ଆମେ ଜାଣି ଯେ ଆମେ ଏହାକୁ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧର ହୋଇଥିବା ଯୋଡ଼ି x କମା ସହିତ ଯୋଡ଼ିପାରିବା ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ ବିମାନରେ ଯୋଡ଼ିପାରିବା ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ z ପଏଣ୍ଟ ଭାବରେ ଡାକିବା ଯାହାକି x ସ୍ୱୟଂ iy ଅଟେ ଯେଉଁଠାରେ x କ'ଣ ସୂଚାଇବାକୁ ଯାଉଛି । ଯେତେବେଳେ ଆମେ x ଅକ୍ଷରେ ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ ପ୍ରୋଜେକ୍ଟ କରୁ ଏବଂ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଏହାର ଭୂଲକ୍ଷ୍ୟ ଦିଗରେ ଏହାର ପରିମାଣ ଯାହାକି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏଠାରେ ଦେଖୁ କି any ଶସି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଏ ଯାହାକୁ ଆମେ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ସ୍କେଲରେ ଯୋଡ଼ିଥାଉ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି । ମାନକ ଭାବରେ x ଅକ୍ଷ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ କିନ୍ତୁ ବିମାନରେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାଖ୍ୟାରେ ଆମେ ଏହାକୁ ପ୍ରକୃତ ଅକ୍ଷ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ଏବଂ ଏଠାରେ ଏହା କଳ୍ପନା ଅକ୍ଷ ଅଟେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଏଣ୍ଟ ପାଇଁ ଏହି ବିମାନରେ ଆମେ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏହିପରି ଏକ ଜଟିଳ number ବିମାନକୁ ଆର୍ଗନ୍ ସ୍କେଲ ବା ଜଟିଳ ବିମାନ କୁହାଯାଏ ବର୍ତ୍ତମାନ ବିମାନର ଯେକ point ଶସି ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯାଏ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ଯଦି ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ଦୂରତା ଜାଣିବା ତେବେ ଏହାକୁ r ଏବଂ ଥା ବୋଲି ଡାକିବା ଯାହା ପଡ଼ିଥିବ x ଅକ୍ଷରେ କୋଣ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ । ଏହାକୁ ମୂଳ ଶୂନ୍ କମା ଶୂନ୍ କିମ୍ବା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଶୂନ୍ ବୋଲି କୁହନ୍ତୁ ଏବଂ ଏହାକୁ ଏହାକୁ ପଏଣ୍ଟ p ଭାବରେ ଡାକିବା ଯାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କହୁଛୁ r ହେଉଛି ଉପରୋକ୍ତ ଦୂରତାକୁ ସୂଚାଇଥାଏ ଯାହାକୁ ଆମେ ପଏଣ୍ଟକୁ ପଏଣ୍ଟକୁ p ବୋଲି କହିଥାଉ ଏବଂ ଥାଟି କୋଣକୁ ସୂଚିତ କରେ । ଯୋଡ଼ିଲ୍ ଲାଇନ୍ ଯୋଡ଼ିବା ସେଗମେଣ୍ଟ ଅପ୍ ଏବଂ ପଡ଼ିଥିବ x ଅକ୍ଷ ବା ପ୍ରକୃତ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ,

ତେଣୁ ଯଦି ଆମକୁ ସେହି r ଏବଂ θ ଦିଆଯାଏ ତେବେ ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ଯେ ଏହି x କ'ଣ ଅଟେ, ଯାହା ହାଇପୋଟେନୁସ୍ ବା ସଂଲଗ୍ନ ହୋଇଥିବା କୋସ୍ ଥେଟା ସହିତ ସମ୍ପର୍କକୁ ଲେଖିବା ।

ତେଣୁ ଆମେ x କୁ $r \cos \theta$ ସମାନ ଭାବରେ ପାଇପାରୁ, ଆମେ ଦେଖିପାରୁ ଯେ y ହେଉଛି $r \sin \theta$ ତେଣୁ ଯଦି ଦୂରତା ଏବଂ କୋଣ r ଦିଆଯାଏ ତେବେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ, ତେବେ x $r \cos \theta$ ବା y $r \sin \theta$ ବା r ଦିଆଯାଇଛି

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ଆମର ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z କୁ $r \cos \theta + i r \sin \theta$ ସହିତ z ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ଯେଉଁଠାରେ r ହେଉଛି ମୂଳରୁ z ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା, ଯାହା ନକାରାତ୍ମକ ନୁହେଁ ଏବଂ ଥେଟାକୁ ଶୂନ୍ରୁ ବୁଲି ପାଇ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିଆଯାଇପାରେ ଏବଂ ଆମକୁ ଏହାକୁ $r \cos \theta + i r \sin \theta$ ଏବଂ ଏହିପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ଏକ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱକୁ ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନା କୁହାଯାଏ ଏହି ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱକୁ z ର ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କୁହାଯାଏ

ତେଣୁ ପୁନର୍ବାର ମୋଡେ ମନେ ପକାଇବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯଦି ଆମର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ଜାଣି x କମା y ଆମେ ବିମାନରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ସଂଯୋଗ କରୁଛୁ ଏବଂ ଆମକୁ ଏହି ବିନ୍ଦୁଟି ଦୂରତା ବା ସମାନ ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଉପରୋକ୍ତ ଏବଂ ଆମକୁ ଥାଟା ଠାରୁ ଏଠାରେ ଆମେ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ ପାଇଥାଉ ଯାହା r ଏବଂ ଥାକୁ ଯାହାକୁ ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମ କୁହାଯାଏ ଯାହା ଉପରୋକ୍ତ ଏବଂ କୋଣଠାରୁ ଦୂରତା ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଯାହା ଜାଣୁ ତାହା ହେଉଛି କାର୍ଟେସିଆନ୍ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମ ଯାହା x କମା y ଅଟେ । ଧରାଯାଉ r ଏବଂ ଥା ଦିଆଯାଏ

ତେଣୁ ଆମେ r ଏବଂ ଥାକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଧାରାରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା ତାପରେ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ କାର୍ଟେସିଆନ୍ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମରେ ପଏଣ୍ଟକୁ $r \cos \theta$ ଏବଂ y ଭାବରେ $r \sin \theta$ ବିପରୀତ ଭାବରେ ଧରାଯାଉ । x କମା y ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଏହି r କୁ ଆମେ କିପରି ପାଇପାରିବା ଏବଂ ପାଇଥାଗୋରସ୍ ଥିରେମ୍ ଦ୍ୱ $again$ ାରା ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଏହି ଚିତ୍ରକୁ ଫେରିପାରିବା ଆମେ ତୁରନ୍ତ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କରିପାରିବା ଯେ r ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଛଡା ସ୍ୱୟ y ବର୍ଗର ଛଡା ଥାଉ କିଛି ନୁହେଁ

ତେଣୁ ମୂଳରୁ xy ଦୂରତା ଦିଆଯାଇଛି । ସିଧା ସିଧା ଫରମ୍ପର୍ r କୁ x ବର୍ଗ ସ୍ୱୟ y ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଦ୍ୱ $given$ ାରା ଦିଆଯାଏ ଏବଂ ଥାଟା ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି $\cos \theta$ କୁ r ଦ୍ୱ \sin ାରା ଏବଂ r ଦ୍ୱ \sin ାରା ପାପ

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଥାଟା ଏକାକ୍ଷରରେ ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣକୁ ସମ୍ବନ୍ଧ କରିବା ଉଚିତ । ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଥା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସମ୍ବନ୍ଧ କରିବ ଯାହା ତଟା ଥାକୁ y ଦ୍ୱ x ାରା x ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ତଥାପି ଏହି ନିଶ୍ଚିତ ବିନ୍ଦୁଟି ସ୍ପଷ୍ଟ ନୁହେଁ ଯେ ତୁରନ୍ତ ଯଦି x ଏବଂ y ଦିଆଯାଏ ତେବେ ଆମେ କିପରି ଥାଟା ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିବୁ

ତେଣୁ ମୁଁ କିଛି କରିବି । ସରଳ ଚିପ୍ପଣୀ
ତେଣୁ ଥାକୁ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ

ତେଣୁ ଏହାକୁ ଯିବା ପୂର୍ବରୁ ଆସନ୍ତୁ ମୋଡେ କିଛି ନୋଟିସନ୍ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱରେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବା ଯାହାକି $r \cos \theta + i r \sin \theta$ ଯାହା ଏହିପରି ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଏହାକୁ r ସମୟ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା । $e^{i \theta}$ ଯେଉଁଠାରେ $e^{i \theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ ଏବଂ θ କୁ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ ବା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଦେଖୁ ଯେ r କେବଳ z ର ମୂଲ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଛଡା ଥାଉ କିଛି ସରଳ ଚିପ୍ପଣୀ ଯାହା ଆମେ ଦେଖିବା ପରେ ଥରେ ଦେଖିବା । ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ \cos କୋସ୍ ଥାଟା ସ୍ୱୟ ସହିତ ମୁଁ କୋସ୍ ଏବଂ ସାଇନ ଫଙ୍କସନ୍ ଦ୍ୱ $period$ ାରା ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ପାପ କରେ ଯାହା ଆମେ ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଏହା ଥାଟା ସ୍ୱୟ ଭାବରେ ବୁଲି $k \pi$ ସ୍ୱୟ i ଗୁଣ ଥାଟା ଏବଂ ବୁଲି $k \pi$ ଯେଉଁଠାରେ k ଇଣ୍ଟିଜର୍ସରେ ଅଛି ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେତେବେଳେ $i r \theta$ ନିଅନ୍ତୁ କିମ୍ବା ଯଦି ମୁଁ ଥାଟା ସ୍ୱୟ ବୁଲି $k \pi$ ନେଇଥାଏ ତେବେ ସେମାନେ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନକୁ ମାନଚିତ୍ର କରନ୍ତି ଯାହାକି $x r \cos \theta$ ଏବଂ y ଭାବରେ $r \sin \theta$ ଅନ୍ୟ ଶକ୍ତିରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଯଦି ଥାଟା ବୁଲି π ବା 3π ତଥାପି ସେମାନେ ସ୍ପେମ୍ ପଏଣ୍ଟକୁ ମାନଚିତ୍ର କରନ୍ତି । xy ଆମେ ଏହାକୁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଭାବରେ କିପରି ବୁ $understand$ ିପାରିବା

ତେଣୁ ଆମର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ଯାହା ସକାରାତ୍ମକ x ଅକ୍ଷରୁ ଥାଟା କୋଣ ଦେଇଥାଏ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ ଧାଡ଼ି ମାପ କରାଯାଇପାରେ ଯେହେତୁ ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଚକ୍ରକୁ ବୁଲି ଯାଉ ଯାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହି ଥାକୁ ଆମକୁ ବ $which$ ାଇବ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି ଥାଟା ସ୍ୱୟ ବୁଲି । π ପୁଣି ଏହା ଥାଟା ଭଳି କୋଣ ସହିତ ସମାନ ଧାଡ଼ିକୁ ସୂଚିତ କରେ । ଯୁକ୍ତ ବୁଲି ପାଇ ସମାନ ଭାବରେ ଯଦି ତୁମେ ବୁଲି ଯାଉ ଯେକ k ଶସି ମଲ୍ଟିପଲ୍ ନେଇ k ସହିତ ପଡ଼ିଥିବ ଇଣ୍ଟିଜର୍ ସହିତ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ ଆମେ ବୁଲି ଯାଉ ମଲ୍ଟିପଲ୍ ବା ବୁଲିଥାଉ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆମେ ପୁଣି ଏହି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଧାଡ଼ିରେ ଆସିବା ତେବେ ଆମେ ଏହି କୋଣକୁ ଥିଠା ଯୋଡ଼ିବା ଯାହା ଜ୍ୟାମିତିକ ଭାବରେ ଆମେ ଦେଖୁ । ଏହା ସମାନ ଧାଡ଼ିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ if କରେ ଯଦି ଆମେ ଥାଟା ସ୍ୱୟ $2 k \pi$ ନେଇଥାଉ ତେବେ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି k ର ନେଗେଟିଭ୍ ଭାଲ୍ୟୁ ବିଷୟରେ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ ଏକ ଲାଇନ୍ ଅଛି ଯାହା ଆଙ୍ଗୁଳ ଥିବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରେ ପରିଣତ କରେ ଯେ ଏହା କମା ଅଟେ । ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମରେ ଥାଟା ଯାହା ଆମେ କହୁଛୁ ଏହା ହେଉଛି $r \theta$ ମାଲନସ୍ ବୁଲି π ସହିତ ସମାନ, ମୁଁ କେବଳ ନେଗେଟିଭ୍ ଭାଲ୍ୟୁ k ସହିତ ବିଚାର କରୁଛି ଯାହା କି ମାଲନସ୍ ଭଳି ଅଟେ, ଏହା ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ କୋଣ ମାପିବା ପରି ଦେଖାଯିବ । ଏହା ହେଉଛି ଘଡ଼ିସିନ୍ ଦିଗ ଯାହାକି ଏହାକୁ ମାଲନସ୍ ବୁଲି ପିଏ କରିଥାଏ ଏବଂ ତା' ପରେ ମୁଁ ଏକ ଆଙ୍ଗୁଳ ଯୋଡ଼ିଥାଏ ଯାହା ଥାଟା ଅଟେ

ତେଣୁ ଅନ୍ୟ କଥାରେ ଆମେ ଏଠାରେ ଏକ ସମ୍ପର୍କନୀ ଡିଆରି କରୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ବୁଲି ଧାଡ଼ି ମଧ୍ୟରେ ଏକ କୋଣ ମାପିବାବେଳେ ଆମେ ଆମର x ଅକ୍ଷକୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ସ୍ଥିର କରିଥାଉ । ଯଦି ତୁମେ ଆଣ୍ଟି କ୍ଲୋରେ ମାପ କର । $clockwise$ ଦିଗ ଥାଟାକୁ ପଡ଼ିଥିବ ରେଡିୟାନ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ଅନ୍ୟ ଦିଗରେ ମାପିବା ଯାହାକି ଘଡ଼ିସିନ୍ ଦିଗରେ ଥାଏ ତେବେ କୋଣଟି ନକାରାତ୍ମକ ଆଲୋକରେ ମାପ କରାଯାଏ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଏହା ଆମର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ସହିତ ସୁସଙ୍ଗତ କି ନାହିଁ ଧରାଯାଉ ମୁଁ ଏକ ବିନ୍ଦୁ କହିବା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିବା । ଯାହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ସ୍ୱୟ, ମୁଁ ହିସାବ କରିବାକୁ ଦେବି କୋଣ ଏବଂ ଦୂରତା

ଦୂରତା ହେଉଛି 1 ପୂର୍ଣ୍ଣ 1 ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଯାହାକି 2 ଏବଂ ସମ୍ପର୍କ ବାହା ଆଟା ଯାହା ଟାଟାକୁ y ଓ x ାରା x ଏଠାରେ y ଗୋଟିଏ ଏବଂ x ହେଉଛି ଏକକ ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖିବା | ଯେ ଆଟା ପି ଦ୍ by ାରା 4 ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ମାଲନସ୍ ଆଟା ବାହା ଆମେ ଯାହା କୁ mean ୁଛୁ ଏହାର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଅଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯଦି ମାଲନସ୍ ପି 4 ବାହା ଯଦି ତୁମେ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ମାପ କରିବ ଯାହା ମାଲନସ୍ ପି ପରି ଚାରିଟି ଯାହା ଏହି ଧାଡ଼ିର ପ୍ରତିଫଳନ ଛଡ଼ା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ପ୍ରକୃତ ଅକ୍ଷର ପ୍ରତି ସମ୍ମାନ r ହେଉଛି ମୂଳ 2 ଏବଂ t | ସେ କୋଣ ଯାହା ଚାରି ଦ୍ pi ାରା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ବିନ୍ଦୁକୁ ବିଚାର କରିବା ଆସନ୍ତୁ କହିବା ମାଲନସ୍ ଆଟା ପଏଣ୍ଟକୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହା ମୂଳ 2 କୋସ୍ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ $four$ ାରା ଚାରି ପୂର୍ଣ୍ଣ i ସାଇନ ପି ଏକ ଚାରି ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ସାଇନ ଏକ ଅଲୁତ କାର୍ଯ୍ୟ ଯାହା ଆମେ ପାଇବୁ | ଯେହେତୁ ଏହା ଦୁଇଥର ମୂଳ ଅଟେ ଯାହା ଚାରି ମାଲନସ୍ ଦ୍ ine ାରା cos pi ଦ୍ $four$ ାରା ଚାରିଟି ଯାହା ଆମେ z bar ok ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ପାଇନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣଟି ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଯଦି ଆମେ ଘଣ୍ଟା ବିରୋଧୀ ଦିଗରେ କୋଣ ମାପିବା ତେବେ ଆମେ ସକରାମୂଳ ରେଡିୟାନରେ ମାପ କରୁ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ଘଣ୍ଟା ଦିଗ ଦିଗରେ କୋଣ ମାପକୁ ଆମେ ନକାରାତ୍ମକ ରେଡିୟାନରେ ମାପ କରୁ ଯାହା କଣ୍ଟ୍ରୋସନ୍ ପରି ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ $that$ କରେ ଯାହା ଆମେ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ସହିତ ଦେଖିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବା ସହିତ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଉଦାହରଣକୁ ସାଧାରଣ କରିବା

ତେଣୁ ଧରାଯାଉ ଆମର ଜଟିଳ ବିମାନ z ରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି | ଆଜ୍ଞା ଆଟା ସହିତ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏହାର ସଠିକ୍ ପ୍ରତିଫଳନ ଗ୍ରହଣ କରୁ ଯାହାକି z ବାର୍ ଅଟେ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଜାଣୁ ଯେ ଏହା ଆଜ୍ଞା s ଆଟା କିଛି ଆମର ସମ୍ମାନୀ ଆମେ ଏହାକୁ ମାଲନସ୍ ଆଟା ପରି ମାପିବା ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କ'ଣ ଏହା ଏଠାରେ ଅଛି | ମୁଁ ତିଫ୍ ବାହା ସାଇନା ଆଟା | ଏହାକୁ ଏକ କୋଣ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରିବା ପରେ ଆମେ କିଛି ପାଇଥାଉ ଯାହା z ପ୍ରାଇମ ପରି ଅଟେ ଯାହା ଆଜ୍ଞା ମାଲନସ୍ ଆଟା ବାହା ପ୍ରଦତ୍ତ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ମାଲନସ୍ ଆଟା ର ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ମାଲନସ୍ ଆଟା ର ସାଇନସ୍ ତେବେ ତୁରନ୍ତ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା z ବାର୍ ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ଏହି ବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ଯେ r ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆଟା ପୂର୍ଣ୍ଣ $2 k pi$ ସହିତ k ସହିତ ଇଣ୍ଟିଜର୍ ରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଭିନ୍ନ ହେବାର ସଂଖ୍ୟା କ'ଣ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା କାର୍ଡିନେଟ୍ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମରେ ଏକ ନମ୍ବରକୁ ମ୍ୟାପ୍ କରେ ଯାହା $r cos theta$ ଏବଂ y ଅଟେ | ଯେହେତୁ $r sin theta$ ପୂର୍ଣ୍ଣଥରେ ଆମେ ଆମର ଆଗ୍ରହ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛୁ, ଜଟିଳ ବିମାନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ ଆମେ r ଏବଂ $theta$ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଆଟାକୁ ଦୁଇଟି $k pi$ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରିବ | ଯାହାକି ଏହି ସମଗ୍ର ବିମାନକୁ ଆଛାଦନ କରିବା ପାଇଁ ସମାନ ସମୟରେ ସମାନ ବିନ୍ଦୁକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଯାହା ଆମକୁ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ତାହା ହେଉଛି ଆମକୁ ଦୁଇଟି ପାଇଁ ବ୍ୟବଧାନର ଦ୍ $length$ ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଆଟାକୁ ଭିନ୍ନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆପଣ ଆଟାକୁ କିଛି ନୁହେଁ ଏବଂ ଦୁଇଟି ପାଇଁ ସହିତ ଆକୁ ନେଇଯାଆନ୍ତି ଯେଉଁଠାରେ ଆଟା କିଛି ନଥାଏ | ଯେକ any ଶସି ପ୍ରକୃତ ନମ୍ବର ହୋଇପାରେ | r ଯଦି ଆମେ ଏହି ଅଞ୍ଚଳରେ ଆମର ଆକୁ ଭିନ୍ନ କରିଥାଉ ତେବେ ଏହା ସମଗ୍ର ବିମାନକୁ ଆଛାଦନ କରେ

ତେଣୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ଯୁକ୍ତି $2 pi$ ବ୍ୟବଧାନରେ ଭିନ୍ନ ହେବା ଉଚିତ
ତେଣୁ ପାରମ୍ପାରିକ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଆପଣ ଆକୁ 0 ଭାବରେ ବିବେଚନା କରୁନାହାଁନ୍ତି ଯାହାକୁ ଆମେ 0 ରୁ 2 ପାଇଁ ପାଇଥାଉ | ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଏହାକୁ ସ୍ମରଣ କରୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସେଗମେଣ୍ଟ୍ ସହିତ ପଞ୍ଜିତ୍ୱ x ଅକ୍ଷ ଭାବରେ ଆରମ୍ଭ କରୁ ଯେଉଁଠାରେ ଆଟା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏବଂ ତାପରେ ଆପଣ ପଞ୍ଜିତ୍ୱ ଆରିଏଣ୍ଟେସନ୍ତେ ମାପ କରନ୍ତି ଯାହା ଦୁଇଟି ପାଇଁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସହିତ ଘଣ୍ଟା ବିପରୀତ ଅଟେ ଯାହା ସମଗ୍ର ବିମାନକୁ ଆଛାଦନ କରେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ମାନକ ହେଉଛି | ମାଲନସ୍ ପି 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ ପାଇଁ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମଗ୍ର ଆଲୋଚନାରେ ପଞ୍ଜିତ୍ୱ x ଅକ୍ଷ ସର୍ବଦା ଆଟା ଶୂନ୍ୟ ଥିବାରୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖା ସର୍ବଦା x ଅକ୍ଷ ସର୍ବଦା ଆକୁ ଶୂନ୍ୟ ବୋଲି ବିଚାର କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଜାଣୁ ପଞ୍ଜିତ୍ୱ ରେଡିୟାନ୍ସର ଅର୍ଥ କ'ଣ ଯାହାର ଅର୍ଥ ତୁମେ ଶୂନ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ କର ଏବଂ ତାପରେ ଏହି ଚକ୍ରକୁ ଆସନ୍ତୁ ଯାହା ଏଠାରେ ଏହି ରେଖା ଅଟେ ଯାହାକି ପାଇଁ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଅଞ୍ଚଳ ଅଟେ ଯାହାକୁ ଆମେ ଘଣ୍ଟା କୁଲାଇ ଦିଗ ଦେଇ ଯାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖା ଯଦି ଆମେ ଏହାକୁ ମାପିବା ଆଟା ମାଲନସ୍ ପି ହେବ
ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ବ୍ୟବଧାନର ଲମ୍ବ ଦୁଇଟି ପି ଏବଂ ଯଦି ଆମେ ଏହି ବ୍ୟବଧାନରେ ଆମର ଆକୁ ଭିନ୍ନ କରିଥାଉ ତେବେ ଆମେ ଏହି ସମଗ୍ର ବିମାନକୁ ଆଛାଦନ କରୁ ଏବଂ ଏହି ଅଞ୍ଚଳର କୋଣକୁ ବିଚାର କରୁ ଯାହାକୁ ମୁଖ୍ୟ ଆଜ୍ଞା ବା ପ୍ରିମିଆଲ୍ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ କୁହାଯାଏ ଏବଂ z ଯାହା ଏକ ଆଟା ଯାହା ବ୍ୟବଧାନ ମାଲନସ୍ ପି ଦୁଇ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପିରେ ରହିଥାଏ | ପଏଣ୍ଟ୍ ଉପୁଡ଼ି ପାଇଁ ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନା କ'ଣ ବୋଲି ପଚାରିବାକୁ ପସନ୍ଦ କରୁ, ଯେହେତୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ କ'ଣ ତାହା ଆଲୋଚନା କରିବାବେଳେ ଆମେ ଏକ ରେଖା ନେଉଛୁ ଯାହା 0 ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ଏବଂ ପଏଣ୍ଟ୍ ଓକେ ଦେଇ ଯାଏ

ତେଣୁ ଯଦି ତୁମେ କ $line$ ଶସି ଧାଡ଼ି 0 ରୁ ଆରମ୍ଭ କର ଏବଂ ଯାହା ବି ହେଉ | ଏହା 0 ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଗତି କରେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଆମେ ଯେକ any ଶସି ରେଖା ନେଇପାରିବା ଯାହା ଶୂନ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ଏବଂ r ହେଉଛି ମୂଳରୁ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ଯାହା ନିଜେ ଅର୍ଥାତ୍ r ଶୂନ୍ୟ କିଛି ଯଦି ମୁଁ ଆଟିକୁ ଶୂନ୍ୟ ଦେଇ ପାସ୍ କରେ କୋଣ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେହେତୁ ସମସ୍ତ ରେଖା ମ $ically$ ଲିକ ଭାବରେ ଶୂନ୍ୟ ଯାଆନ୍ତୁ ଯାହା ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଶୂନ୍ୟ ଧାରଣ କରିଥାଏ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଏଠାରେ ଇଛାଧୀନ ହୋଇପାରେ ଥିବା ଯେକ any ଶସି ହୋଇପାରେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯଦି ମୁଁ r କୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ କରେ ଏବଂ ଆ ହୋଇପାରେ | ଯେକ $value$ ଶସି ମୂଲ୍ୟ ଉପୁଡ଼ି ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଆମର ଉପୁଡ଼ି ପାଇଁ ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନାକୁ ଭଲଭାବେ ପରିଭାଷିତ କରାଯାଇ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଉପୁଡ଼ି ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରତି ଯତ୍ନବାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ , ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମର ଏକ ଭଲ ପରିଭାଷିତ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ନାହିଁ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କିପରି ଆଲୋଚନା କରିବା ପାଇଁ ନିକଟତର | ଆଟା ମୂଲ୍ୟକୁ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ

ତେଣୁ ଏହାର ଏକ ଅନନ୍ୟ ମୂଲ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ମୁଖ୍ୟ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ରେ ନିଜକୁ ସୀମିତ କରିବେଲୁ ଯାହା ହେଉଛି ମାଲନସ୍ ପି ତୁ ପାଇଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଉ ଏକ ସମସ୍ୟା ଅଛି ଯାହା ଚାନ୍ ପିରିୟଡ୍ ପି ସହିତ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହି ଗଣନା ପାଇବାକୁ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକ କରୁ | ଚତୁର୍ଥୀଂଶଗୁଡ଼ିକ ସହିତ କିଛି ଆଡଜଷ୍ଟମେଣ୍ଟ୍ କରିବା ଯେଉଁଠାରେ x ଏବଂ y z ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମୁଖ୍ୟ ଯୁକ୍ତି ପାଇଁ ସୂତ୍ରରେ ରହିଥାଏ, ଏହା ହେଉଛି ପିରିୟଡ୍ ପି ସହିତ ଏକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କାର୍ଯ୍ୟ ଯାହାକି ସହଜରେ ଯାଞ୍ଚ ହୋଇପାରିବ କିମ୍ବା ସାଧାରଣତ $what$ ଆମ ପାଖରେ x ପୂର୍ଣ୍ଣ $k pi$ ଅଛି | ଇଣ୍ଟିଜର୍ସରେ k ପାଇଁ $tan x$ ହେଉଛି ଯଦି ଆମେ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ ତେବେ ଆମର ଆଗ୍ରହ ହେଉଛି ମୁଖ୍ୟ ଯୁକ୍ତି ଖୋଜିବା ଯେପରିକି $ttas y$ ବାହା x କିଛି ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କ ଦ୍ we ାରା ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଆକୁ y ବାହା x ର ଚାନ୍ ଓଲଟା ଭାବରେ ଦିଆଯିବ | inv କୁ ଯିବାକୁ $olve$ ଆଜ୍ଞା ପୂର୍ଣ୍ଣ $k pi$ ସହିତ କୁହନ୍ତୁ ଯେଉଁଠାରେ ଇଣ୍ଟିଜର୍ ଗୁଡ଼ିକରେ ks

ତେଣୁ ଏହି ମଲ୍ଟିଭାଲ୍ୟୁଡ୍ କୁ ଏଡାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଚାନ୍ର ଓଲଟା ମୂଲ୍ୟକୁ ବ୍ୟବଧାନ ମାଲନସ୍ ପାଇଁ 2 ରୁ 2 କୁ ସୀମିତ କରିଥାଉ
ତେଣୁ ବ୍ୟବଧାନରେ ମାଲନସ୍ ପାଇଁରେ x ବାହା ଚାନ୍ର ଓଲଟାକୁ ସୀମିତ କରନ୍ତୁ | ଦୁଇରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପି ଦ୍ by ାରା ଯାହାକୁ ଆମେ ଏହାକୁ y ବାହା x ର ଆର୍କ୍ ଚାନ୍ ବୋଲି କହିଥାଉ ଯାହା ଆମର ଚାନ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହା ଚାନ୍ର ଓଲଟା ଫଙ୍କସନ୍ ଅଟେ ଯେପରି ଭାଲ୍ୟୁ ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ two ାରା ଦୁଇରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପି ଦ୍ $restr$ ାରା ସୀମିତ ଅଟେ |

ତେଣୁ ଆଟି ହେଉଛି y ଦ୍ x ାରା ଆର୍କ୍ ଚାନ୍ ଏବଂ ଆମକୁ କିଛି ମଲ୍ଟି ମଲ୍ଟି ବାହା ସଠିକ୍ ଆଡଜଷ୍ଟମେଣ୍ଟ୍ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ
ତେଣୁ k ର ପୂର୍ଣ୍ଣ ର କିଛି ଭାଲ୍ୟୁକୁ କିପରି ଆଡଜଷ୍ଟ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଯାହା ଦ୍ $given$ ାରା ଆମେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ର ମୁଖ୍ୟ ଯୁକ୍ତି ପାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଆମର ପ୍ରିମିଆଲ୍ | ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ଫର୍ମୁଲା ଯାହା z z ର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ହେଉଛି ଆର୍କ୍ ଚାନ୍ ଦ୍ y ାରା x ପୂର୍ଣ୍ଣ k ପୂର୍ଣ୍ଣ ପି ବାହା ଦିଆଯାଏ ଯେଉଁଠାରେ k ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଠିକ୍ ଆଡଜଷ୍ଟମେଣ୍ଟ୍ ଅଟେ ଯେଉଁଠାରେ ଆମର xy କେଉଁଠାରେ k ପୂର୍ଣ୍ଣ 0 ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ଯଦି xy ପ୍ରଥମ ଏବଂ ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥୀଂଶରେ ଥାଏ x ଦ୍ $positive$ ାରା ଦିଆଯାଏ ପଞ୍ଜିତ୍ୱ କିମ୍ବା ys ଏବଂ ys ପଞ୍ଜିତ୍ୱ r ସମାନ ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥୀଂଶ y କମ୍ ଥା | n କିମ୍ବା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଉଭୟ ମାମଲା ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ k ପୂର୍ଣ୍ଣ ର ମୂଲ୍ୟ ଆମକୁ ଏଠାରେ ସଜାଡିବା ଆବଶ୍ୟକ ନାହିଁ କାରଣ ଆର୍କ୍ ଚାନ୍ ଓଲଟା ମାଲନସ୍ ପି ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ପି ମଧ୍ୟରେ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ପ୍ରଥମ ଏବଂ ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥୀଂଶକୁ ଆବୃତ କରେ | ପ୍ରଥମ ଚତୁର୍ଥୁଡ଼ି ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥୀଂଶ ଏବଂ ଯଦି xy ଦ୍ qu

ଠିକାଠି ଚତୁର୍ଥାଂଶରେ ରହିଥାଏ ଯାହା x ନିକାରାମୂଳ ଏବଂ y ଅଣ-ନିକାରାମୂଳ ଅଟେ ତେବେ ଆମେ ପାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟକୁ y ଦ୍ୱାରା x ଏବଂ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏରେ ଯୋଗ କରିବା ଯଦି xy ଚୂଡ଼ାଠିରେ ରହିଥାଏ | ଚତୁର୍ଥାଂଶ
ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଯାହା ହରାଉଛୁ x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଏହା ହେଉଛି y ଅକ୍ଷ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଆମେ ଏହି ସୂତ୍ର ପାଇଥାଉ ଯଦି x ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ତେବେ z ର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି $\pi/2$ ଦ୍ୱାରା ଯଦି y ପୂର୍ଣ୍ଣାଂଶ ନେଗେଟିଭ୍ ଆମେ ମାଇନସ୍ ପାଇ 2 କୁ ନେଇଥାଉ, ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ଧରାଯାଉ ଆମକୁ ମାଇନସ୍ ଖାନ୍ ଦିଆଯାଉଛି ଯୁକ୍ତଗୁଣିତ z ମାଇନସ୍ 1 ପ୍ଲସ୍ i ଚାପରେ r କୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ର ବର୍ଗ ରୁଟ୍ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ ଯାହା ମୂଳ ଦୁଇଟି | ଏବଂ ମୂଖ୍ୟ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ ଥାକୁ y ର ଆର୍କ ଟାନ୍ ଦ୍ୱାରା x ପ୍ଲସ୍ k ପ୍ଲସ୍ ପାଇ ଦିଆଯାଏ ଯେଉଁଠାରେ ବିଶାଳ କ୍ୱାଡ୍ରାନ୍ଟ୍ ରେ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ | t

ତେଣୁ ଆମେ k ଭାଲ୍ୟୁକୁ ଗୋଟିଏ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରୁ
ତେଣୁ ଏହା ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱାରା ଚାରି ପ୍ଲସ୍ ପାଇ ଆମେ ଡିନୋଟି ପାଇ ପାଇଥାଉ
ତେଣୁ ସମାନ ଭାବରେ ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଗଣନା କରିପାରିବ ଯାହାକି z ଡ୍ୟାସ୍ ରୁଟ୍ 2 ପ୍ଲସ୍ 2 ରୁଟ୍ 3 ଯୁକ୍ତ ଏହାର ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କ'ଣ ଗଣନା କରେ | r ଏବଂ ଥାକୁ ଗଣନା କରି ମୋଡେ z ର ମୂଖ୍ୟ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ପାଇଁ ସୂତ୍ରକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବାକୁ ଦିଅ, ଧରାଯାଉ ପଏଣ୍ଟ୍ ପ୍ରଥମ ଏବଂ ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥାଂଶରେ ଅଛି ତେବେ କେବଳ y ର r ଟାନ୍ ଅଛି ଏବଂ ଯଦି ଏହା d plus ଠିକାଠି କ୍ୱାଡ୍ରାଣ୍ଟ୍ ଆର୍କ ଟାନ୍ରେ ଅଛି ତେବେ x ପ୍ଲସ୍ ପାଇ ଏହା x ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱାରା y ର ଚୂଡ଼ାଠି ଚତୁର୍ଥାଂଶ ଆର୍କ ଟାନ୍ ରେ ଅଛି, ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ କରିବା, ଧରାଯାଉ ଆମକୁ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ଭାବରେ 1 ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ ପ୍ଲସ୍ i ସାଇନ ଅଛି ଯେଉଁଠାରେ ବ୍ୟବଧାନ 2 π ମଧ୍ୟରେ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଚାହୁଁ | ଏହି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନାକୁ ଗଣନା କିମ୍ବା ଖୋଜି ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ପାପ ବର୍ଗ ଏକ ଯାହାକି \cos ବର୍ଗ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ପାପ ବର୍ଗ a ଆମେ h | ଆଉ ଏଠାରେ

ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଥର ଦୁଇ କୋସ୍ ପାଇଥାଉ ଯାହା ଦୁଇଗୁଣ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ ଯାହା ଟ୍ରାଇଗୋନୋମିଟ୍ରିକ୍ ଫର୍ମୁଲା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା ଦୁଇଥର କୋସ୍ ବର୍ଗର ଦୁଇଗୁଣ ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ r କୁ ଦୁଇଥର \cos ର ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ପାଇଥାଉ | r ଦୁଇଥର $\cos a$ ର ଦୁଇଗୁଣ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ଥେଟା ଆମେ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ ହିସାବ କରିବୁ

ତେଣୁ ବ୍ୟବଧାନ ଶୂନ୍ୟରୁ π ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ z ପ୍ରଥମ ଚତୁର୍ଥାଂଶରେ ଅଛି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ସିଧାସଳଖ y ର ଆର୍କ ଟାନ୍ | x ଦ୍ୱାରା ଆସନ୍ତୁ y ର ଆର୍କ ଟାନ୍କୁ x ସାଇନ ଦ୍ୱାରା 1 ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ ହିସାବ କରିବା ଯାହାକୁ ଆମେ ପାଇଥାଉ ଯେହେତୁ ଏହା ଦୁଇଥର ସାଇନ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇ କୋସ୍ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇ ଗୁଣ କୋସ୍ ବର୍ଗ ବର୍ଗ ଦ୍ୱାରା ଏହା ଆର୍କ ଟାନ୍ ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | a by 2 by \tan ବର୍ତ୍ତମାନ ଧାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ, ଯେହେତୁ a ବ୍ୟବଧାନରେ ଶୂନ୍ୟରୁ π ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଗୁଣ ବ୍ୟବଧାନରେ ଶୂନ୍ୟରୁ π ଦ୍ୱାରା ଅଛି

ତେଣୁ ଆର୍କ ଟାନ୍ ଯେପରି ତୁମ ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସରଳ ବ୍ୟାୟାମ କରେ ବ୍ୟବଧାନରେ ଅଛି 2 π କେବଳ ତାହା ଦେଖାନ୍ତୁ କିମ୍ବା ପ୍ରାପ୍ତ କରନ୍ତୁ ଯେ ଥାଗା s ଦ୍ୱାରା 2 ମାଇନସ୍ ପାଇ ଯାଅ କରନ୍ତୁ ଯେ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ ପାଇ ଦ୍ୱାରା z ଦୁଇଥର ଲେଖା ହୋଇଛି | s ର ମୂଲ୍ୟ ସହିତ $\cos a$ ଦ୍ୱାରା ଆମକୁ କୁହନ୍ତି ଯାହା ଭିନ୍ନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯଦି ଶୂନ୍ୟରୁ π ମଧ୍ୟରେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଅଞ୍ଚଳ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱାରା π ମିଳେ ତେବେ π ସହିତ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଆମେ z ଜାଣିପାରିବା | i plus $\cos \pi$ plus $i \sin \pi$ ଯାହା ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ ଶୂନ୍ୟର କ unique ଶିକ୍ଷା ଅନନ୍ୟ ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନା ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ବ୍ୟବହାର କରି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନକୁ ଯିବା ଆସନ୍ତୁ ଧରାଯାଉ ଆମର ଦୁଇଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ଏକ z ଦୁଇଟି ସହିତ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ r ଗୋଟିଏ ସିସ୍ ଅଛି | ଥେଟା ଏକ ଏବଂ z ଦୁଇଟି r ଦୁଇଟି ଥାଗା 2 ଯଦି ଆମେ ସାଧାରଣ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ଏହି 2 କୁ ବହୁଗୁଣିତ କରିବା ତେବେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରୁ ଯେ ଏହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ r ଏଠାରେ ଆମର $\cos i \sin \theta$ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଏଠାରେ ଫ୍ୟାକ୍ଟର $\cos \theta$ 2 plus $i \sin \theta$ 2 ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ θ 1 \cos of θ 2 minus $\sin \theta$ 1 sine θ 2 plus $i \times \cos \theta$ 1 sine θ 2 plus $\sin \theta$ 1 $\cos \theta$ 2 ଏବଂ trigonometric ଫର୍ମୁଲା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛୁ ଯେ ଏହି ଫ୍ୟାକ୍ଟର ହେଉଛି | \cos of θ 1 plus θ 2 plus $i \times \sin \theta$ 1 plus | θ 2 ଏହା ଆମର ନୋଟିସ୍ $\cos \theta$ 1 plus θ 2 ରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ତେଣୁ ଆମେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୀତିକା କରୁଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସରଳ ହୋଇଯାଏ ଯଦି ଆମେ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱରେ କରିଥାଉ, ଯେତେବେଳେ ଆମେ z 2 ଉପରେ z 1 କୁ ବ multip ାଇଥାଉ z 2 ଫ୍ୟାକ୍ଟର r 1 ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଆମେ ଏକ କୋଣ ଦ୍ୱାରା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁ ଯାହା ଉତ୍ପତ୍ତି ସହିତ ଥାଗା 1 ଅଟେ

ତେଣୁ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପାଦର ମୂଲ୍ୟ ପରି ଆମେ ଏଠାରେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ଦେଖୁ ଯେ ମୂଲ୍ୟ r ବ୍ୟତୀତ ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ଗୋଟିଏ r ଦୁଇଟି ଏବଂ ପୁନର୍ବାର r ଗୋଟିଏ କିଛି ନୁହେଁ, ମୋଡ୍ z ଅନ୍ୟ ଏକ ଫ୍ୟାକ୍ଟର ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ପରିଚୟ ଅତି ସହଜରେ ଆମେ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟିର ମୂଲ୍ୟ ହ୍ରାସକାରୀ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ଅଟୁ, z ର ମୂଲ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ | ଏବଂ z one z ଦୁଇଟିର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍

ତେଣୁ ଯେହେତୁ ଆମେ ମୂଖ୍ୟ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ କୁ ବିଚାର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ
ତେଣୁ ଏହା ହୋଇପାରେ ଯେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି କରିବା ସେତେବେଳେ ଏହା π ଠାରୁ ଅଧିକ ଯାଇପାରେ କିମ୍ବା ଅଧିକ ଏହା ତଳେ ମାଇନସ୍ ପାଇ ଯାଇପାରେ | ମୂଖ୍ୟ ମୁକ୍ତି ଆମକୁ କିଛି ଆତଜନ୍ୟମେଣ୍ଟ୍ କରିବାକୁ ପଡିବ, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା କଣ | t ଆତଜନ୍ୟମେଣ୍ଟ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ

ତେଣୁ z one z ଦୁଇଟିର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଗୁଣନ କରୁ, z z ର ଗୋଟିଏ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ର ପ୍ରିକ୍ସିପାଲ୍ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ର ସମଷ୍ଟି ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଆମକୁ ଏକ ଆତଜନ୍ୟମେଣ୍ଟ୍ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯାହାକି k ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇଥର ଯେଉଁଠାରେ k ପ୍ଲସ୍ ଦିଆଯାଏ | ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଯଦି ଧରାଯାଏ z z ର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ଏବଂ z ର ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ମନେକରନ୍ତୁ ଯେ ସେମାନେ ମୂଖ୍ୟ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ଅଛନ୍ତି ତେବେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଯଦି ଏହା ମାଇନସ୍ ପି ଠାରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା କମ୍ ତେବେ ଏହା କହିବା କମ୍ ଅଟେ | ମାଇନସ୍ ପି ଠା'ପରେ ଆମକୁ ଯୋଡିବାକୁ ପଡିବ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି k ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଯଦି ଏହା ରେଞ୍ଜ୍ ଅତିକ୍ରମ କରେ ତେବେ ଆମକୁ ଦୁଇଟି ପାଇ ଦ୍ୱାରା ବିଚ୍ଛିନ୍ନ କରିବାକୁ ପଡିବ ପି ଠାରୁ ମାଇନସ୍ ପି ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ, ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣ କରିବା z କୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଭାବରେ ବିଚାର କରିବା | i z two ରୁଟ୍ 3 ପ୍ଲସ୍ i

ତେଣୁ ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ରେ ରୂପାନ୍ତର କରି ଆମେ କରୁଥିବା ଗୁଣନ ଆମେ ଜାଣୁ r ହେଉଛି ମୂଳ 2 ଏବଂ କୋଣ ହେଉଛି $\pi/4$ ଯାହାକୁ ଆମେ ଗଣନା କରିସାରିଛୁ ଏବଂ ଏଠାରେ ମୂଲ୍ୟ 2 ଏବଂ ଆମେ ଏହାର କୋଣକୁ ହିସାବ କରିପାରିବା ଯାହାକୁ ଆମେ ଯାଅ କରିପାରିବା ଯେ ଏହା ଛଅ ଏବଂ ଠା'ପରେ θ ଅଟେ | $e^{i\theta}$ ଉତ୍ପାଦିତ କେବଳ ମୂଲ୍ୟ ସିସ୍ ସ୍କେଲରେ ପରିଣତ ହୁଏ ଏବଂ ଏହି କୋଣଗୁଡ଼ିକର ରାଶି ଯାହା ଚାରି ପି ଦ୍ୱାରା twelve ଠାରୁ ବାର d ମୋରିସ୍ ଫର୍ମୁଲା ଯାହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଯଦି z $r \cos \theta$ plus $i \sin \theta$ ତେବେ z^n କେବଳ $r^n \cos n \theta$ plus $i \sin n \theta$ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସମାନ ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବା ପାଇଁ ସୂତ୍ର ଗୁଣନରୁ ଅତି ସହଜରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ଯାହାକୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଆମେ z ବର୍ଗ ନିଅନ୍ତି ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି n ସହିତ ସମାନ 2 ଯାହାକି z ରେ z ଅଟେ ଯାହା କହିଥାଏ ଯେ ମୂଲ୍ୟ ଫ୍ୟାକ୍ଟର ସ୍କେଲ କରେ | r ବର୍ଗ ଏବଂ ଆର୍ଗୁମେଣ୍ଟ୍ କୁ ସମକକ୍ଷ କର ଯାହାକୁ ଆମେ ଏହାକୁ $\cos 2 \theta$ ଭାବରେ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ଯୁକ୍ତ ଥାକୁ ସାଇନ କରେ

ତେଣୁ ଇନଡିକ୍ସ୍ ଦ୍ୱାରା ଆମେ ଯାଅ କରିପାରିବା ଯେ z^n କିଛି n ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ $r^n \cos n \theta$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ହୋଇଛି ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣ ଯାହା କହିବା | z s ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଯୁକ୍ତ ପାଖରୁ କୁ z ଗଣନା କରେ ହଜାରେ ଚାପରେ କୁହନ୍ତୁ ଯଦି ଆମେ ସିଧାସଳଖ ଗୁଣନ କରିବା ତେବେ ଏହାକୁ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚାହୁଁ ତେବେ ଗଣନାତ୍ମକ ଭାବରେ ସହଜ ହୋଇନପାରେ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଯଦି ଆମେ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱକୁ ଯାଆନ୍ତି ଯାହା ମୂଳ 2 ଏବଂ ସିସ୍ ପି | 4 ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ କେବଳ d morris ସୂତ୍ର କହୁଛି | s ଯାହା କ୍ଷମତାକୁ r କୁ ନେଇଥାଏ ଯାହାକୁ ଆମେ ଏହାକୁ 2 ପାଖରୁ 500

ଭାବରେ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ତା'ପରେ କେବଳ $\text{cis } 1000 \text{ times pi by 4}$ ଯାହା ଦୁଇ ପଟାଣ ପିଏ କହିଥାଏ ଏବଂ ଯାହା ଆମେ ଜାଣୁ ଏହା ତୁମ ପାଇଁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ସରଳ ବ୍ୟାୟାମ ଯାହା ଆମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଦିଅ | ପରିଚୟ ସାଇନ 5 ଥାତା 16 ସାଇନ ପାଖାପାଖି ସହିତ ସମାନ ଏହି ବକ୍ତୃତା ରେ ପାଖାପାଖି ଆମେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ପୋଲାର ଉପସ୍ଥାପନା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଯଦି ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ବ୍ୟବହାର କରିବା ତେବେ ଗୁଣନ ସରଳ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ବକ୍ତୃତାରେ ଆମେ ଏହା ଉପରେ ଆଉ ଅଧିକ ଫଳାଫଳ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା |

Prutor@iitk