नमस्कार विद्यार्थ्यांनो, शेवटच्या लेक्चरमध्ये आम्ही जटिल संख्यांचे मॉड्यूलस आणि काही मूलभूत असमानता यावर चर्चा केली होती या व्याख्यानात आम्ही जटिल संख्येच्या ध्रुवीय प्रतिनिधित्वावर चर्चा करू, म्हणून चला x आणि iy च्या बरोबरीच्या कॉम्प्लेक्स नंबर z बरोबर सुरुवात करूया जिथे x आणि y वास्तविक पासून संख्या एकदा आम्हाला संमिश्र संख्येसह दिल्यावर आम्हाला कळते की आपण याला ऑर्डर केलेल्या जोडीशी जोडू शकतो x स्वल्पविराम y याचा अर्थ असा की आपण हा बिंदू विमानात जोडू शकतो , याला बिंदू z म्हणू या जो x plus iy आहे जेथे x जात आहे जेव्हा आपण हा बिंदू x अक्षात प्रक्षेपित करतो तेव्हा x अक्षातील परिमाण किती आहे हे दर्शविण्यासाठी आणि त्याचप्रमाणे उभ्या दिशेने याचे परिमाण y आहे जे आपण येथे पाहतो तेव्हा कोणतीही जटिल संख्या दिली जाते ज्याला आपण कार्टेशियन समतल बिंदू जोडतो आणि हे प्रमाणितपणे x अक्ष म्हणून घेतले जाते परंतु समतल संख्यांच्या स्पष्टीकरणामध्ये आपण याला वास्तविक अक्ष मानू शकतो आणि येथे हा काल्पनिक अक्ष आहे आणि आता प्रत्येक बिंदूसाठी या समतलात आपण एक कॉम्प्लेक्स नंबर जोडतो आणि अशा कॉम्प्लेक्स नंबर प्लेनला आर्गाँन प्लेन किंवा कॉम्प्लेक्स प्लेन म्हणतात आता प्लेनमध्ये कोणताही बिंदू दिल्यास आपण हा बिंदू देखील ठरवू शकतो जर आपल्याला मूळपासूनचे अंतर माहित असेल

तर आपण त्याला आर आणि थीटा म्हणू या

जो कोन आहे पॉझिटिव्ह x अक्षावर बनवले आहे म्हणून आपण त्याला मूळ शून्य स्वल्पविराम शून्य किंवा कॉम्प्लेक्स संख्या शून्य असे म्हणू या आणि आता आपण याला बिंदू p म्हणून संबोधूया जे आपण म्हणत आहोत ते r बिंदूपासूनचे अंतर दर्शवते

ज्याला आपण o बिंदू म्हणत आहोत .

पॉइंट p आणि थीटा हे

जोडणारी रेषा जोडणारी रेषा op आणि पॉझिटिव्ह x अक्ष किंवा वास्तविक अक्ष यांच्यामधील कोन दर्शविते म्हणून जर आपल्याला तो r आणि theta दिला तर आपण हे निर्धारित करू शकतो की हा x काय आहे जो फक्त संबंध लिहू शकतो इज कॉस थीटा

कर्ण द्वारे समीप दिलेला असतो

त्यामुळे आपल्याला r cos theta म्हणून x मिळतो

त्याचप्रमाणे आपण पाहू शकतो की y हा r sin theta आहे

त्यामुळे आपण काय निरीक्षण करत आहोत जर अंतर आणि कोन r दिला असेल तर x हे xr ने लिहिले आहे cos theta आणि y हे r sin theta द्वारे दिलेले आहेत

त्यामुळे याचा अर्थ असा आहे की आमची कॉम्प्लेक्स संख्या z ही

r cos theta अधिक ir sin theta च्या बरोबरीने z म्हणून लिहिली जाऊ शकते जिथे r हे मूळपासून z बिंदूपर्यंतचे अंतर आहे जेणेकरुन नकारात्मक नाही आणि theta हे

शून्य ते दोन pi असे घेतले जाऊ शकते आणि पुढे हे r times cos theta plus i sin theta असे लिहिले जाऊ शकते आणि अशा प्रतिनिधित्वास ध्रुवीय प्रतिनिधित्व

असे म्हणतात या प्रतिनिधित्वाला z चे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व असे म्हणतात, म्हणून मी पुन्हा आठवत असल्यास तुम्हांला x स्वल्पविराम y हे घटक माहित आहेत आम्ही समतल बिंदूशी जोडत आहोत आणि पुढे हा बिंदू

मूळपासूनचे अंतर आणि कोन थीटा यांद्वारे समतुल्यपणे निर्धारित केला जाऊ शकतो म्हणून येथे आपल्याला r आणि थीटा हा घटक मिळतो ज्याला ध्रुवीय समन्वय म्हणतात.

प्रणाली जी उत्पत्तीपासून आणि कोनापासून फक्त अंतर आहे आणि जी आपल्याला परिचित आहे ती कार्टेशियन समन्वय प्रणाली आहे जी x स्वल्पविराम आहे y समजा r आणि थीटा दिलेला आहे म्हणून आपण su ने सुरू करू ppose दिलेला r आणि theta मग आपण पाहतो की आपण कार्टेशियन समन्वय प्रणालीतील बिंदूला r cos theta आणि y ला r sin theta म्हणून संबद्ध करू शकतो उलट समजा आपल्याला x स्वल्पविरामाने y दिलेला आहे आता प्रश्न हा आहे की आपल्याला हे r आणि theta कसे मिळेल ? पायथागोरसच्या प्रमेयाने या चित्राकडे परत जाऊ शकतो, आपल्याला लगेच कळू शकते की r हे x वर्ग अधिक y वर्गाचे वर्गमूळ आहे, म्हणून xy दिल्यास मूळपासूनचे अंतर सरळ पुढे आहे r हे x वर्ग अधिक y वर्गाच्या वर्गमूळाद्वारे दिले जाते.

आणि थीटा आपण पाहतो ते cos theta x by r आणि sin theta हे y द्वारे r म्हणून आपण पाहतो की थीटाने ही दोन समीकरणे एकाच वेळी पूर्ण केली पाहिजेत म्हणून या दोन समीकरणांना जोडून आपण पाहतो की theta ने हे समीकरण पूर्ण केले पाहिजे जे tan theta आहे x आणि y बरोबर y च्या बरोबरीने आता या विशिष्ट बिंदूप्रमाणेच हे स्पष्ट होत नाही की x आणि y दिल्यास आपण थेटा ची किंमत कशी काढू शकतो म्हणून मी काही सोप्या टिपा देईन

त्यामुळे t मोजण्यासाठी he theta

त्यामुळे त्याकडे जाण्यापूर्वी मला काही नोटेशन्स सादर करू या आम्ही ध्रुवीय प्रतिनिधित्वात r cos theta अधिक ri sin theta ही संमिश्र संख्या लिहू जी अशा प्रकारे आहे आणि आपण ती r times cis theta म्हणून लिहू शकतो जिथे cis theta s cos theta plus i sin theta आणि theta हे

z च्या आणि जटिल संख्येच्या युक्तिवादाने दर्शविले जाते आणि आम्ही हे देखील निरीक्षण करतो की r हे फक्त z चे मॉड्यूलस नसून दुसरे काही नाही जे निरीक्षण आहे आता काही सोप्या टिपा जे आपण निरीक्षण करतो ते एकदा ध्रुवीय सह प्रारंभ केल्यानंतर cos theta plus i sin theta हे cos आणि sine फंक्शनच्या नियतकालिकतेनुसार आपण जे निरीक्षण करतो ते हे थीटा अधिक दोन k pi अधिक i वेळा थीटा अधिक दोन k pi असे लिहिले जाऊ शकते जेथे k पूर्णांकांमध्ये आहे याचा अर्थ असा की जेव्हा मी r थीटा घेतो किंवा जर मी थीटा अधिक दोन k pi घेतले तर ते एका घटकावर मॅप करतात जे xr cos theta आणि y म्हणून r sin theta आहे दुसऱ्या शब्दांत आपण काय पाहतो ते म्हणजे theta जर दोन pi ने भिन्न असेल तरीही ते स्टेम पॉईंटला मॅप करतात जे xy आहे हे आपण भौमितीय पद्धतीने कसे समजू शकतो

त्यामुळे आपल्याकडे एक बिंदू आहे जो धनात्मक x अक्षातून थीटा कोन देतो आता त्याच रेषेचे मोजमाप केले जाऊ शकते जेव्हा आपण एक चक्र दोन pi ने जाता आणि पुढे ही थीटा म्हणजे हा थीटा प्लस आहे दोन pi पुन्हा ते थीटा अधिक दोन pi सारख्या कोनाच्या

समान रेषा दर्शविते त्याचप्रमाणे जर तुम्ही दोन pi चे कोणतेही k गुणाकार घेतल्यास k सकारात्मक पूर्णांक असेल तर आपण पाहू शकतो की आपण दोन pi गुणाकारांनी फिरतो याचा अर्थ आपण पुन्हा या प्रारंभिक रेषेवर येतो.
मग आपण हा कोन थीटा जोडतो म्हणजे भौमितीय पद्धतीने आपण जे निरीक्षण करतो ती समान रेषा दर्शवते जर आपण थीटा अधिक 2 k pi घेतला तर आता प्रश्न हा आहे की k च्या नकारात्मक मूल्यांबद्दल आपण ते पाहू या म्हणजे आपल्याकडे एक रेषा आहे जी कोन थीटा बनवते आता निरीक्षणात असे आहे की हे ध्रुवीय समन्वय प्रणालीमध्ये r स्वल्पविराम थीटा आहे जे आपण म्हणत आहोत ते r theta वजा दोन pi सारखे आहे मी फक्त k या ऋणात्मक मूल्याचा विचार करत आहे जे k आहे minu s एक आता हे पाहिले जाऊ शकते कारण मी
दुसऱ्या दिशेला कोन मोजतो ती घड्याळाच्या दिशेने आहे ज्यामुळे ते उणे दोन pi बनते आणि नंतर मी एक कोन जोडतो जो थिटा असतो, म्हणजे दुसऱ्या शब्दांत आपण येथे एक अधिवेशन बनवत आहोत जेव्हा आपण दोन ओळींमधील एक कोन मोजण्यासाठी आम्ही आमचा x अक्ष शून्य बरोबर थीटा म्हणून निश्चित केला आणि जर तुम्ही घड्याळाच्या विरोधी दिशेने मोजले तर थीटा सकारात्मक रेडियन मानला जाईल आणि जर आपण घड्याळाच्या दिशेने असलेल्या दुसऱ्या दिशेने मोजले तर जो कोन मोजला जाईल नकारात्मक तेजामध्ये ते आपल्या प्रस्तुतीकरणाशी सुसंगत आहे की नाही ते पाहू या
समजा मी एक बिंदूने सुरुवात करतो जो एक अधिक आहे मी आपण मोजू या कोन काय आहे आणि अंतर अंतर 1 अधिक 1 चे वर्गमूळ आहे जे 2 आहे आणि थीटा ज्या संबंधाने tan theta आहे y द्वारे x येथे y एक आहे आणि x एकक आहे म्हणून आपण पाहतो की theta s pi 4 आणि आता आपण वजा theta चा अर्थ विरुद्ध दिशेने आहे wh ich म्हणजे उणे pi by 4 जर तुम्ही दुसऱ्या बाजूने मोजले तर ते उणे pi by चार सारखे आहे जे वास्तविक अक्षाच्या संदर्भात या रेषेचे परावर्तन करण्याशिवाय दुसरे काहीही नाही म्हणून जर आपण परावर्तन केले तर हे आपल्याला z बारशिवाय काहीही मिळणार नाही.
जे एक वजा i आहे पण ते ध्रुवीय प्रतिनिधित्वाशी सुसंगत आहे की नाही ते पाहू या i 1 अधिक i असे z असे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व लिहिल्यास r हे मूळ 2 आहे आणि जो कोन pi चा चार आहे तो आता आपण एक बिंदू मानू या.
वजा थीटा पॉईंट विचारात घ्या जो रूट 2 cos आहे वजा pi by चार अधिक i sine pi by four cos हे सम फंक्शन आहे आणि sine हे विषम फंक्शन आहे म्हणून आपल्याला काय मिळेल जे मूळ दोन पट आहे जे cos pi बाय चार वजा i sine आहे pi द्वारे चार जे आपल्याला z bar ok शिवाय काहीही मिळत नाही म्हणून हे उदाहरण स्पष्ट करते की आपण घड्याळाच्या विरोधी दिशेने कोन मोजल्यास आपण सकारात्मक रेडियनमध्ये मोजतो आणि जर आपण घड्याळाच्या दिशेने कोन मोजला तर आपण नकारात्मक रेडियनमध्ये मोजू.
जे ध्रुवीय प्रतिनिधित्वासह आपण पाहू शकणाऱ्या संयुग्माप्रमाणेच नेमके प्रतिनिधित्व करतो तसेच आपण या उदाहरणाचे सामान्यीकरण करू या म्हणजे समजा आपल्याकडे जटिल समतल z मध्ये एक बिंदू आहे जो कोन थीटासह आहे आता आपण त्याचे अचूक प्रतिबिंब घेऊ.
z बार आता आपल्याला माहित आहे की हा कोन s थीटा आहे परंतु आपल्या अधिवेशनात आपण ते उणे थीटा म्हणून मोजतो आपण येथे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व काय आहे ते पाहू या ते r cos theta अधिक i sine theta आहे व्याख्येनुसार हा कोन म्हणून घेतला तर आपल्याला मिळेल z प्राइम सारखी एखादी गोष्ट जी कोन उणे थीटा द्वारे दिलेली एक जटिल संख्या आहे जी उणे थीटाची r cos अधिक i sine ऑफ वजा थीटाची आहे मग आपण लगेच निरीक्षण करतो की हे z बारशिवाय दुसरे काही नाही म्हणून हा बिंदू स्पष्ट करतो की याचा अर्थ काय आहे
r plus theta plus 2 k pi बरोबर k सह पूर्णांकांमध्ये भिन्न असलेल्या ऋण संख्यांसह आपण पाहतो की ते कार्टेशियन कोऑर्डिनेट सिस्टीममध्ये एका संख्येवर मॅप करते जे r cos thet आहे a आणि y ला r sin theta म्हणून आता पुन्हा आम्ही आमचे स्वारस्य काय करण्याचा प्रयत्न करीत आहोत ते आहे जटिल समतलातील प्रत्येक बिंदूसाठी आम्ही r आणि theta च्या दृष्टीने वेगळे प्रतिनिधित्व देऊ इच्छितो आता आम्ही निरीक्षण करतो की theta plus म्हणून घेतले जाऊ शकते दोन k pi जे एकाच वेळी एकाच बिंदूचे प्रतिनिधित्व करते हे संपूर्ण विमान कव्हर करण्यासाठी
आपल्याला काय करावे लागेल ते म्हणजे आपल्याला
दोन pi अंतराल लांबीसाठी थीटा बदलणे आवश्यक आहे याचा अर्थ असा की आपण थीटा नॉट टू थीटा नॉट प्लस टू पी सह थीटा घ्या जेथे थीटा शून्य ही वास्तविक संख्या असू शकते जर आपण या प्रदेशात आमची थीटा बदलली तर ती संपूर्ण समतल व्यापते म्हणून महत्त्वाची गोष्ट म्हणजे युक्तिवाद 2 pi अंतरालमध्ये बदलला पाहिजे म्हणून पारंपारिक एक म्हणजे आपण थीटा 0 मानू नका जे आम्हाला मिळते ते 0 ते 2 pi असे आहे जर आपण हे पुन्हा आठवले तर याचा अर्थ असा की आपण सुरुवातीच्या सेगमेंटला सकारात्मक x अक्ष म्हणून सुरुवात करतो जेथे थीटा शून्य आहे आणि नंतर आपण सकारात्मक अभिमुखतेमध्ये मोजता जे घड्याळाच्या उलट दिशेने फिरते.
दोन pi म्हणजे संपूर्ण विमान कव्हर करते आणि दुसरा मानक आहे वजा pi 2 अधिक pi म्हणून आता येथे संपूर्ण चर्चेत सकारात्मक x अक्ष नेहमी थीटा शून्य असल्याने ही विशिष्ट रेषा नेहमी x अक्ष असते नेहमी थीटा शून्य आहे असे समजू.
पॉझिटिव्ह रेडियन्सचा अर्थ काय आहे ते जाणून घ्या म्हणजे तुम्ही शून्यापासून सुरू करा आणि मग हे चक्र या जे येथे आहे ही रेखा जी pi म्हणून थीटा आहे
आणि इतर प्रदेश आपण
घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने जाऊन कव्हर करतो म्हणून येथे ही विशिष्ट रेषा मोजली तर हे होईल theta s उणे pi म्हणून आपण पाहतो की मध्यांतराची लांबी दोन pi आहे आणि जर आपण या मध्यांतरात आपला थीटा बदलू तर आपण हे संपूर्ण समतल आणि या प्रदेशातील कोन लक्षात घेता ज्याला मुख्य कोन किंवा तत्त्व वितर्क म्हणतात आणि z चा एक थीटा आहे जो मध्यांतर वजा pi दोन अधिक pi मध्ये स्थित आहे आम्ही विचारू इच्छितो की आपण ज्या बिंदूच्या उत्पत्तीचा विचार करता त्याचे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व काय आहे जसे आपण चर्चा केली आहे आपण काय करतो आपण 0 पासून सुरू होणारी एक ओळ घेतो आणि बिंदूमधून जातो ठीक आहे, जर आपण कोणतीही ओळ 0 पासून सुरू होते आणि तरीही ती 0 मधून जाते म्हणजे आपण शून्य आणि r पासून सुरू होणारी कोणतीही ओळ घेऊ

शकतो.
 उत्पत्तीपासून ते बिंदूपर्यंतचे अंतर आहे ज्याचा अर्थ r शून्य आहे पण जर मी थीटा घेतली तर शून्यातून कोणतीही रेषा जाते जी आपण कोन म्हणून घेणार आहोत म्हणजे सर्व रेषा मुळात शून्यातून जे जातात ते त्याद्वारे शून्य असते म्हणजे थीटा येथे अनियंत्रित असू शकते म्हणजे थीटा कोणतीही असू शकते याचा अर्थ असा की जर मी शून्याच्या बरोबर r घेतो आणि थीटा कोणतेही मूल्य असू शकते तर मूळचे प्रतिनिधित्व करते याचा अर्थ असा की आपल्याकडे उत्पत्तीसाठी चांगले परिभाषित ध्रुवीय प्रतिनिधित्व नाही
म्हणून मूळ बिंदूच्या संदर्भात सावधगिरी बाळगणे आवश्यक
आहे ध्रुवीय समन्वय प्रणालीच्या संदर्भात आमच्याकडे स्पष्ट प्रतिनिधित्व नाही ue व्हॅल्यू यासाठी आम्ही मुख्य युक्तिवादात स्वतःला प्रतिबंधित केले आहे की थिटा वजा pi ते pi म्हणून आता आणखी एक समस्या आहे ती म्हणजे टॅन हा पीरियड pi सह नियतकालिक असतो
 त्यामुळे ही गणना मिळविण्यासाठी आपल्याला चतुर्थांशांच्या संदर्भात काही समायोजन करावे लागेल.
 जेथे x आणि y हे z पहिल्या निरीक्षणाच्या मुख्य युक्तिवादासाठी सूत्रामध्ये आहे, टॅन हे पीरियड pi सह नियतकालिक फंक्शन आहे जे सहजपणे सत्यापित केले जाऊ शकते किंवा सर्वसाधारणपणे आपल्याकडे x अधिक k pi चा टॅन आहे जो पूर्णांकांमध्ये k साठी टॅन x आहे तर शोधण्याचा प्रयत्न करा
 त्यामुळे आमचा स्वारस्य हा मुख्य युक्तिवाद शोधण्यात आहे जसे की थीटा sy चा टॅन x द्वारे परंतु वरील संबंधाने आपण पाहतो की थीटा y च्या tan व्युत्क्रम म्हणून x द्वारे दिले जाईल ज्यामध्ये कोन अधिक k pi सह सांगा जेथे पूर्णांकांमध्ये ks आहे
 त्यामुळे हे बहुमूल्य पुन्हा टाळण्यासाठी आम्ही टॅन व्युत्क्रमाचे मूल्य अंतराल वजा pi बाय 2 ते pi बाय 2 पर्यंत मर्यादित करतो
 त्यामुळे मध्यांतरात
y चा टॅन व्युत्क्रम x बाय x ची वजा pi दोन ते अधिक pi बाय दोन डब्ल्यू मर्यादित करतो याला आपण x चा y चा चाप टॅन म्हणतो म्हणजे आपले टॅन फंक्शन आहे म्हणजे ते टॅनचे व्यस्त फंक्शन आहे की मूल्य अंतराल वजा pi बाय दोन ते अधिक pi बाय दोन पर्यंत मर्यादित आहे म्हणून थीटा हा y चा चाप टॅन आहे x द्वारे आणि आपल्याला pi च्या काही गुणाकाराने योग्य समायोजन करणे आवश्यक आहे
म्हणून आपण आता चर्चा करू की k प्लसचे काही मूल्य कसे समायोजित करावे जसे की आपल्याला दिलेल्या कॉम्प्लेक्स नंबर z चा आमचा मुख्य युक्तिवाद मिळेल
 त्यामुळे आमचा मुख्य युक्तिवाद सूत्र जो zz चा वितर्क आहे y चा चाप टॅन द्वारे x अधिक k अधिक pi द्वारे दिलेला आहे जेथे k अधिक जो योग्य समायोजन आहे ज्यावर आपला xy असेल तर k अधिक 0 असेल तर xy पहिल्या आणि चौथ्या चतुर्थांश मध्ये आहे ज्याला x ने दिलेला आहे सकारात्मक किंवा ys आहे आणि ys धनात्मक r समान चौथा चतुर्थांश y शून्यापेक्षा कमी किंवा समान आहे म्हणून दोन्ही प्रकरणांसाठी आपण पाहतो की k प्लसचे मूल्य आपल्याला येथे समायोजित करण्याची आवश्यकता नाही कारण चाप टॅन व्युत्क्रम हे
वजा pi मधील मूल्य दोन ते दोन पर्यंत देईल अधिक pi द्वारे दोन जे पहिल्या आणि चौथ्या चतुर्थांश पहिल्या चतुर्थांश कव्हर करतात आणि हा चौथा चतुर्थांश आहे आणि जर xy दुसऱ्या चतुर्थांश मध्ये असेल जो x ऋण असेल आणि y नकारात्मक असेल तर आपण y च्या प्राप्त मूल्य r tan मध्ये x ने pi जोडतो आणि उणे एक जर xy तिसऱ्या चतुर्थांशात असेल तर आपण येथे जे गहाळ आहोत ते x समान शून्य असेल तर x शून्य असेल तर तो y अक्ष आहे आणि आपल्याला माहित आहे की x बरोबर शून्य नॉन शून्य असल्यास x समान असल्यास आपल्याला हे सूत्र मिळेल शून्यावर तर z चा वितर्क pi by 2 आहे जर y धन ऋण असेल तर आपण उणे pi द्वारे 2 घेऊ या एक साधी उदाहरणे पाहू, समजा आपल्याला वजा एक म्हणू आता rs म्हणू zs उणे 1 अधिक i तर r वर्गमूळाने दिलेला आहे.
 एक अधिक एक चा जो मूळ दोन आहे आणि मुख्य युक्तिवाद थीटा y च्या चाप टॅन द्वारे x अधिक k अधिक pi द्वारे दिलेला आहे जेथे बिंदू दुस-या चतुर्थांश मध्ये आहे म्हणून आपण k मूल्य एक म्हणून घेतो
 त्यामुळे हे वजा pi बाय चार अधिक आहे pi आम्हाला ते तीन पाई बाय चार मिळतात
 त्यामुळे तुम्हीही करू शकता
z डॅश रूट 2 अधिक 2 रूट 3 असलेल्या इतर जटिल संख्यांसाठी गणना करा मी r आणि थीटा मोजून त्याचे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व काय आहे याची गणना करतो
मी z च्या मुख्य युक्तिवादासाठी सूत्र सारांशित करतो समजा बिंदू पहिल्या आणि चौथ्या चतुर्थांश मध्ये असेल तर फक्त r y चा टॅन x बाय x आणि जर तो y च्या दुस-या चतुर्थांश चाप टॅनमध्ये x अधिक pi च्या y च्या तिसऱ्या चतुर्थांश चाप टॅनमध्ये x वजा pi द्वारे असेल तर आपण आणखी एक उदाहरण करू या समजा आपल्याला z एक जटिल संख्या दिली आहे.

1 plus cos a plus i sine a जेथे मध्यांतर 2 pi मध्ये आहे आता आपल्याला या जटिल संख्यांचे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व मोजायचे आहे किंवा शोधायचे आहे,
म्हणून आपण फक्त लक्षात घेऊया की हे ध्रुवीय प्रतिनिधित्व स्वरूपात नाही म्हणून रूपांतरित करण्यासाठी प्रथम गणना करा rr हे x वर्ग अधिक y वर्गाच्या वर्गमूळानुसार दिले जाते जे एक अधिक cos a संपूर्ण वर्ग अधिक sin वर्ग a आहे जे cos वर्ग a अधिक sin वर्ग a आहे आपल्याकडे येथे आहे म्हणून आपल्याला दोन गुणिले दोन cos a जे दोन आहे ट imes one plus cos a जे त्रिकोणमितीय सूत्रानुसार आहे आपण पाहतो की हा cos वर्ग a च्या दोन पट आहे आणि r हा cos a by two r च्या दोन पट मॉड्युलस cos a च्या बरोबरीने cos a बाय टू च्या दोन पट मोड्युलस आणि आर्ग्युमेंट म्हणून मिळतो.
 थीटा ची आपण सूत्रानुसार गणना करू
 त्यामुळे a साठी शून्य ते pi या अंतरालमध्ये z पहिल्या चतुर्थांशात आहे याचा अर्थ थेटा थेट

y चा चाप टॅन x बाय x आपण y च्या चाप टॅन x साइनने काढू.
a by 1 अधिक cos a जे आपल्याला मिळते कारण हे दोन गुणिले sine a by टू cos a by 2 गुणि cos a by two गुणिले cos a by 2 हे दुसरे काही नाही तर
a चा टॅन ऑफ 2 बाय 2 आता लक्षात घ्या की a मध्ये आहे मध्यांतर शून्य ते pi a बाय टू हे मध्यांतर शून्य ते pi बाय टू मध्ये असते त्यामुळे चाप टॅन
आपल्यासाठी एक बाय टू आहे तसे देतो इतर साधे व्यायाम जर मध्यांतर pi 2 2 pi मध्ये असेल तर ते दाखवा किंवा मिळवा की थीटा sa बाय 2 वजा pi हे सत्यापित करा की theta sa बाय दोन वजा pi म्हणून z cos a by two च्या दोन पट मोड्युलस द्वारे लिहीले जाते ज्यामध्ये बदल होणार आहे असे अँगुलस म्हणतात a by two जर शून्य ते pi मध्ये असेल आणि इतर प्रदेशासाठी a by two उणे pi असेल तर pi च्या बरोबरीच्या मूल्यासाठी आम्ही लक्षात येईल की z हा 1 अधिक cos pi अधिक i sin pi आहे जो शून्य आहे आणि शून्याला कोणतेही अद्वितीय ध्रुवीय प्रतिनिधित्व नाही म्हणून या उदाहरणांसह आपण ध्रुवीय प्रतिनिधित्व वापरून जटिल संख्येच्या गुणाकाराकडे जाऊ या
समजा आपल्याकडे ध्रुवीय सह दोन जटिल संख्या z एक z दोन आहेत.
प्रस्तुतीकरण r one cis theta one आणि z दोन r दोन थीटा 2 आता जर आपण या 2 ला फक्त नेहमीच्या जटिल संख्येच्या गुणाकाराने गुणाकार केला तर आपल्या लक्षात येईल की हे r एक r दोन आहे येथे आपल्याकडे cos i sin theta one आहे आणि त्याचप्रमाणे येथे घटक cos theta 2 अधिक i sin theta 2 त्यांचे उत्पादन theta च्या cos 1 cos theta 2 वजा sin theta 1 sine theta 2 अधिक i times cos theta 1 sine theta 2 अधिक sine theta 1 cos theta दोन आणि त्रिकोणमितीय सूत्राद्वारे आपण पाहू शकतो हा घटक थीटा एक अधिक थीटा 2 अधिक i टाइम साइन ऑफ थीटा 1 अधिक थीटा 2 च्या cos आहे हे आमच्या नोटेशन cis theta 1 अधिक theta 2 मध्ये लिहिले जाऊ शकते.
म्हणून आम्ही एक महत्त्वाचे निरीक्षण केले की दोन जटिल संख्यांचा गुणाकार सोपा होतो.
जर आपण ध्रुवीय प्रस्तुतीकरणामध्ये z 1 चा z 2 वर गुणाकार केला तेव्हा आपण z 2 ला घटक r 1 ने
मोजतो आणि मूळच्या संदर्भात थिटा 1 असलेल्या कोनाने फिरतो , म्हणून आपण येथे मॉड्यूलस प्रमाणे निरीक्षण करतो.
ध्रुवीय प्रतिनिधित्वाद्वारे दोन जटिल संख्येच्या गुणाकाराचे आपण पाहतो की मॉड्युलस हे r एक r दोन शिवाय दुसरे काहीही नाही आणि पुन्हा r एक हे दुसरे काहीही नाही तर mod z एक दुसरा घटक mod z दोन आहे म्हणून आपण पाहतो की ओळख अगदी सहजपणे आपण करू शकतो.
लक्षात घ्या की z one z two चे modulus is one of z one चा mod z two ने गुणाकार केला आहे आणि z one z दोनचा वितर्क आहे म्हणून आपण मुख्य युक्तिवाद विचारात घेण्याचा प्रयत्न करत असल्याने असे घडू शकते की जेव्हा आपण दोन कोनांची बेरीज करतो pi किंवा पेक्षा जास्त जाऊ शकते अन्यथा ते वजा pi च्या खाली जाऊ शकते म्हणून मुख्य युक्तिवाद मिळविण्यासाठी आपल्याला काही समायोजन करावे लागेल ते आपण काय समायोजन करावे लागेल ते पाहू या म्हणून z one z दोनचा वितर्क जेव्हा आपण गुणाकार करतो तेव्हा आपल्याला तत्त्व युक्तिवादाची बेरीज मिळते z चा z दोनचा एक वितर्क आहे आणि आपल्याला k अधिक गुणिले दोन pi असे समायोजन करावे लागेल जेथे k प्लस मूल्यांद्वारे दिले जाते जर समजा z वनचा युक्तिवाद आणि z चा युक्तिवाद समजा ते मुख्य युक्तिवादात आहेत.
रेंज असेल तर काहीही बदलण्याची गरज नाही पण जर ते वजा pi पेक्षा जास्त किंवा कमी असेल तर म्हणा की ते मायनस pi पेक्षा कमी असेल तर आपल्याला जोडणे आवश्यक आहे म्हणजे k प्लस एक आहे आणि जर ती श्रेणी ओलांडली तर आपल्याला जोडणे आवश्यक आहे.
दोन pi ने वजा करणे हे pi पेक्षा कमी किंवा उणे pi पेक्षा मोठे आहे , एक साधे उदाहरण z एक एक अधिक iz दोन हे मूळ 3 अधिक i म्हणून विचारात घेऊ या
त्यामुळे येथे ध्रुवीय निर्देशांकांमध्ये रूपांतर करून आपण जे गुणाकार करतो ते आपल्याला माहित आहे काय? r आहे जो रूट 2 आहे आणि कोन पाई बाय 4 आहे ज्याची आपण आधीच गणना केली आहे आणि येथे मॉड्यूलस 2 आहे आणि आपण त्याचा कोन काढू शकतो ज्यावरून आपण ते पाई सह सहा आहे याची आपण पडताळणी करू शकतो आणि नंतर त्यांचे उत्पादन फक्त मॉड्यूलस cis आणि बेरीजचे स्केल बनते.
हा कोन जो चार pi बाय बारा d मॉरिस फॉर्म्युला आहे जे सांगते की जर z ने r cos theta अधिक i sin theta केले तर z ची शक्ती n फक्त rn cos n theta अधिक i sine n theta म्हणून n एकापेक्षा जास्त आहे
म्हणून फॉर्म्युला हे गुणाकारातून सहज काढले जाते जे आपण पाहिले आहे उदाहरणार्थ जर तुम्ही z चा वर्ग घेतला म्हणजे n च्या बरोबर 2 म्हणजे z मध्ये z म्हणजे r स्क्वेअर असे मोड्युलस फॅक्टर स्केल करा आणि वितर्कांची बेरीज करा जी आपल्याला cos म्हणून मिळते.
दोन थीटा अधिक मी दोन थीटा वर स्वाक्षरी करतो
त्यामुळे इंडक्शनद्वारे आपण हे सत्यापित करू शकतो की z पॉवर n ही r पॉवर n ही cis n थीटाने गुणाकार केलेली r पॉवर नाही, तर आपण एक साधे उदाहरण करूया जे zs वन प्लस मी z ची पॉवर म्हणू हजार नंतर गणना करू.

जर आपण थेट गुणाकार केला तर आपण हे मोजू इच्छितो तर संगणकीयदृष्ट्या सोपे होणार नाही परंतु आपण पाहतो की जर आपण ध्रुवीय प्रतिनिधित्वाकडे गेलात जे मूळ 2 आणि cis pi 4 आहे आणि आता फक्त d मॉरिस सूत्र सांगते की घ्या r चे पॉवर जे आपल्याला 2 पॉवर 500 असे मिळते आणि नंतर फक्त cis 1000 गुणा pi by 4 म्हणजे दोन पन्नास pi म्हणायचे आणि जे आम्हाला माहित आहे की तुमच्यासाठी हा फक्त एक सोपा व्यायाम आहे आम्ही खालील ओळख sine 5 सिद्ध करू.

थीटा समान 16 साइन पॉवर 5 थीटा वजा 20 साइन क्यूब थीटा अधिक 5 साइन थीटा आणि कॉस फाइव्ह थीटा ही सोळा कॉस पॉवर द्वारे दिली जाते पाच थीटा वजा वीस कॉस क्यूब थीटा अधिक पाच कॉस थीटा संकेत फक्त ते वापरा `cis phi theta s theta power phi in` या व्याख्यानात आम्ही जटिल संख्येच्या ध्रुवीय प्रतिनिधित्वावर चर्चा करतो आणि आम्ही निरीक्षण करतो की जर आपण ध्रुवीय प्रतिनिधित्वाचा वापर केला तर गुणाकार सोपे होईल आणि पुढील व्याख्यानात आपण यावरील पुढील परिणामांवर पुन्हा चर्चा करू.