

ഹലോ വിദ്യാർത്ഥികളെ, കഴിഞ്ഞ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ മോഡ്യൂലസും ചില അടിസ്ഥാന അസമത്വങ്ങളും ചർച്ച ചെയ്തു, ഈ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം ചർച്ച ചെയ്യും, അതിനാൽ നമുക്ക് x -ഉം y ഉം യഥാർത്ഥത്തിൽ നിന്ന് x പ്ലസ് $i y$ ന് തുല്യമായ z എന്ന സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് ആരംഭിക്കാം. സംഖ്യകൾ ഒരിക്കൽ നമുക്ക് ഒരു കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യ നൽകിക്കഴിഞ്ഞാൽ, നമുക്ക് ഇതിനെ ഒരു ഓർഡർ ജോഡി x കോമ y യുമായി ബന്ധപ്പെടുത്താൻ കഴിയുമെന്ന് നമുക്കറിയാം, അതിനർത്ഥം നമുക്ക് ഈ പോയിന്റിനെ വിമാനത്തിൽ ബന്ധപ്പെടുത്താം എന്നാണ്, ഇതിനെ നമുക്ക് z എന്ന് വിളിക്കാം, അത് x എവിടെ പോകുന്നു x പ്ലസ് $i y$ ആണ് x അക്ഷത്തിൽ ഈ ബിന്ദു പ്രൊജക്റ്റ് ചെയ്യുമ്പോൾ x അച്ചുതണ്ടിലെ കാന്തിമാനം എത്രയാണെന്ന് സൂചിപ്പിക്കാൻ, അതുപോലെ ലംബമായ ദിശയിൽ ഇതിന്റെ കാന്തിമാനം y ആണ്, ഇപ്പോൾ നമ്മൾ ഇവിടെ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് കാർട്ടീഷ്യൻ തലത്തിൽ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്ന ഏത് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയും നൽകുന്നു. ഇത് സ്റ്റാൻഡേർഡ് ആയി x അച്ചുതണ്ടായി എടുക്കുന്നു, പക്ഷേ തലത്തിലെ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ നമുക്ക് ഇത് യഥാർത്ഥ അച്ചുതണ്ടായി കണക്കാക്കാം, ഇവിടെ ഇത് സാങ്കല്പിക അക്ഷമാണ്, ഇപ്പോൾ ഈ തലത്തിൽ ഓരോ പോയിന്റിനും ഞങ്ങൾ ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയെ ബന്ധപ്പെടുത്തി, അത്തരം സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യാ തലത്തെ ആർഗോൺ തലം അല്ലെങ്കിൽ സങ്കീർണ്ണ തലം എന്ന് വിളിക്കുന്നു, ഇപ്പോൾ തലത്തിലെ ഏത് പോയിന്റും നൽകിയാൽ നമുക്ക് ഈ പോയിന്റും നിർണ്ണയിക്കാനാകും ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നുള്ള ദൂരം അറിയാമെങ്കിൽ നമുക്ക് അതിനെ r എന്നും ആംഗിൾ ആയ തീറ്റ എന്നും വിളിക്കാം. പോസിറ്റീവ് x അച്ചുതണ്ടിൽ ഉണ്ടാക്കിയതിനാൽ നമുക്ക് ഇതിനെ ഉത്ഭവം പുജ്യം കോമ പുജ്യം അല്ലെങ്കിൽ കോംപ്ലക്സ് നമ്പർ പുജ്യം എന്ന് വിളിക്കാം, ഇപ്പോൾ ഇതിനെ പോയിന്റ് p എന്ന് വിളിക്കാം, ഇപ്പോൾ നമ്മൾ പറയുന്നത് r എന്നത് ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നുള്ള ദൂരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. പോയിന്റ് p , θ എന്നിവ ചേരുന്ന വരി ചേരുന്ന സെഗ്മെന്റിനും പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിനും അല്ലെങ്കിൽ യഥാർത്ഥ അക്ഷത്തിനും ഇടയിലുള്ള കോണിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു, അതിനാൽ നമുക്ക് ആ r ഉം തീറ്റയും നൽകിയാൽ ഈ x എന്താണെന്ന് നമുക്ക് നിർണ്ണയിക്കാനാകും, അത് ലളിതമായി എഴുതുക. $\cos \theta$ എന്നത് ഹൈപ്പോടെന്യൂസിലൂടെയാണ് നൽകുന്നത്, അതിനാൽ നമുക്ക് r കോസ് തീറ്റയായി x ലഭിക്കുന്നു, അതുപോലെ തന്നെ y എന്നത് $r \sin \theta$ ആണെന്ന് നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും, അതിനാൽ ദൂരവും കോണും r നൽകിയാൽ നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് x എന്ന് എഴുതുന്നത് xr ആണ് $\cos \theta$ ഉം y ഉം നൽകിയിരിക്കുന്നത് $r \sin \theta$ ആണ് അതിനാൽ നമ്മുടെ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ z എന്നത് $r \cos \theta$ പ്ലസ് $i r \sin \theta$ എന്നതിന് തുല്യമായി എഴുതാം എന്നാണ് അർത്ഥമാക്കുന്നത്, ഇവിടെ r എന്നത് ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്ന് z എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരമാണ്, അതിനാൽ അത് നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്തതും തീറ്റയെ പുജ്യത്തിൽ നിന്ന് രണ്ട് പൈ ആയി എടുക്കാം, തുടർന്ന് ഇത് r ടൈംസ് കോസ് തീറ്റ പ്ലസ് ഐ സിൻ തീറ്റ എന്നും എഴുതാം, അത്തരമൊരു പ്രാതിനിധ്യത്തെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്ന് വിളിക്കുന്നു, ഈ പ്രാതിനിധ്യത്തെ z ന്റെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്ന് വിളിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഞാൻ വീണ്ടും ഓർക്കട്ടെ എങ്കിൽ ഞങ്ങൾ പ്ലെയിനിൽ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്ന x കോമ y എന്ന ഘടകങ്ങൾ നിങ്ങൾക്കറിയാം, കൂടാതെ ഈ പോയിന്റ് ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നുള്ള ദൂരവും ആംഗിൾ തീറ്റയും ഉപയോഗിച്ച് തുല്യമായി നിർണ്ണയിക്കാനാകും, അതിനാൽ ഇവിടെ നമുക്ക് r ഉം തീറ്റയും ആയ ഘടകം ലഭിക്കുന്നു, അതിനെ പോളാർ കോർഡിനേറ്റ് എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നും കോണിൽ നിന്നും നമുക്ക് പരിചിതമായത് കാർട്ടീഷ്യൻ കോർഡിനേറ്റ് സിസ്റ്റമാണ്, അത് x കോമ y ആണെന്ന് കരുതുക, r , തീറ്റ നൽകിയിരിക്കുന്നു, അതിനാൽ നമ്മൾ su ഉപയോഗിച്ച് ആരംഭിക്കുന്നു. r ഉം തീറ്റയും നൽകിയാൽ പിന്നെ നമുക്ക് കാർട്ടീസിയൻ കോർഡിനേറ്റ് സിസ്റ്റത്തിലെ പോയിന്റിനെ $r \cos \theta$ എന്നും y as $r \sin \theta$ എന്നും ബന്ധപ്പെടുത്താൻ കഴിയുമെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, നേരെമറിച്ച് നമുക്ക് x കോമ y നൽകിയിട്ടുണ്ടെന്ന് കരുതുക, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഈ r ഉം തീറ്റയും എങ്ങനെ ലഭിക്കും എന്നതാണ് ചോദ്യം. പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് ഈ ചിത്രത്തിലേക്ക് തിരികെ പോകാം, r എന്നത് x സ്ക്വയർ പ്ലസ് y ചതുരത്തിന്റെ വർഗ്ഗമൂലമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, അതിനാൽ ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നുള്ള ദൂരം നേരെ മുന്നോട്ട് r എന്നത് x ചതുരത്തിന്റെ വർഗ്ഗമൂലവും y ചതുരവും ആണ് നൽകുന്നത് തീറ്റയെ നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് കോസ് തീറ്റയെ x ബൈ r ആയും $\sin$ തീറ്റയെ y ആയി r ആയും ആണ്, അതിനാൽ തീറ്റ ഈ രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളും ഒരേസമയം തൃപ്തിപ്പെടുത്തണമെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ ഈ രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളും സംയോജിപ്പിച്ച് തീറ്റ ടാൻ തീറ്റ ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തണമെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു. x യ്ക്ക് തുല്യമാണ് ഇപ്പോൾ ഈ പ്രത്യേക പോയിന്റ് പോലെ, x ഉം y ഉം നൽകിയാൽ തീറ്റയുടെ മൂല്യം എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം എന്ന് വ്യക്തമല്ല, അതിനാൽ t കണക്കാക്കാൻ ഞാൻ കുറച്ച് ലളിതമായ പരാമർശങ്ങൾ നടത്തും. θ അതിനാൽ അതിലേക്ക് പോകുന്നതിന് മുമ്പ് നമുക്ക് ചില നൊട്ടേഷനുകൾ പരിചയപ്പെടുത്താം, ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യത്തിൽ സങ്കീർണ്ണമായ സംഖ്യ എഴുതാം, അതായത് $r \cos \theta$ പ്ലസ് $i r \sin \theta$, അത് അങ്ങനെയാണ്, $\text{cis } \theta$ എന്നിടത്ത് r time $\text{cis } \theta$ എന്ന് നമുക്ക് എഴുതാം. $\cos \theta$ plus $i \sin \theta$, θ എന്നിവ z എന്ന കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ ആർഗ്യുമെന്റ് കൊണ്ടാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്, r എന്നത് z ന്റെ മോഡ്യൂലസ് മാത്രമാണെന്നും ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, ഇത് ഇപ്പോൾ നിരീക്ഷിക്കുന്ന ചില ലളിതമായ പരാമർശങ്ങൾ ധ്രുവത്തിൽ നിന്ന് ആരംഭിച്ചാൽ നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു കോസ് തീറ്റ പ്ലസ് ഐ സിൻ തീറ്റയെ കോസ്, സൈൻ ഫംഗ്ഷൻ എന്നിവയുടെ ആനുകാലികത പ്രകാരം ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് ഇതാണ് തീറ്റ പ്ലസ് ടു കെ പൈ പ്ലസ് ഐ ടൈംസ് തീറ്റ പ്ലസ് ടു കെ പൈ എന്ന് എഴുതാം, അവിടെ കെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളിൽ ഉള്ളിടത്ത് ഞാൻ r തീറ്റ എടുക്കുമ്പോൾ അർത്ഥമാക്കുന്നു അല്ലെങ്കിൽ ഞാൻ തീറ്റയും രണ്ട് കെ പൈയും എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, അവർ ഒരു മൂലകത്തിലേക്ക് മാപ്പ് ചെയ്യുന്നു, അത് xr കോസ് തീറ്റയും y എന്നത് ആർ സിൻ തീറ്റയും ആണ്. xy , ജ്യാമിതീയമായി നമുക്ക് ഇത്

എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം, അതിനാൽ പോസിറ്റീവ് x അക്ഷത്തിൽ നിന്ന് തീറ്റ ആംഗിൾ നൽകുന്ന ഒരു പോയിന്റ് നമുക്കുണ്ട്, നിങ്ങൾ ഒരു സൈക്കിൾ രണ്ട് പൈ കൊണ്ട് പോകുമ്പോൾ അതേ രേഖയെ അളക്കാൻ കഴിയും, തുടർന്ന് ഈ തീറ്റ അതായത് ഇത് തീറ്റ പ്ലസ് ആണ് 2π വീണ്ടും ഒരേ കോണിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു തീറ്റ പ്ലസ് 2π യുടെ ഏതെങ്കിലും k ഗുണിതങ്ങൾ നിങ്ങൾ എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, k പോസിറ്റീവ് പൂർണ്ണസംഖ്യയാണെങ്കിൽ, നമ്മൾ രണ്ട് π ഗുണിതങ്ങളാൽ ചുറ്റി സഞ്ചരിക്കുന്നതായി നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും, അതായത് ഞങ്ങൾ വീണ്ടും ഈ പ്രാരംഭ വരിയിലേക്ക് വരുന്നു. അപ്പോൾ നമ്മൾ ഈ ആംഗിൾ തീറ്റ ചേർക്കുന്നു, അതിനാൽ നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് ജ്യാമിതീയമായി അത് ഒരേ രേഖയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു, തീറ്റയും 2 കെ പൈയും എടുത്താൽ ഇപ്പോൾ ചോദ്യം കെ യുടെ നെഗറ്റീവ് മൂല്യങ്ങൾ എങ്ങനെയെന്ന് നോക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ആംഗിൾ തീറ്റ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു രേഖയുണ്ട്. ഇപ്പോൾ ഇത് പോളാർ കോർഡിനേറ്റ് സിസ്റ്റത്തിലെ ആർ കോമ തീറ്റയാണ് എന്ന നിരീക്ഷണത്തിൽ, ഞങ്ങൾ പറയുന്നത് ഇത് ആർ തീറ്റ മൈനസ് 2π പൈയ്ക്ക് തുല്യമാണ്, കെ എന്ന നെഗറ്റീവ് മൂല്യം കെ എന്നത് മൈനുവായി ഞാൻ പരിഗണിക്കുന്നു ഇപ്പോൾ ഇത് ഒന്ന് ഞാൻ മറ്റൊരു ദിശയിൽ കോണിനെ അളക്കുന്നത് കാണാൻ കഴിയും, അത് ഘടികാരദിശയിൽ മൈനസ് രണ്ട് പൈ ആക്കി മാറ്റുന്നു, തുടർന്ന് ഞാൻ തീറ്റ എന്ന ഒരു ആംഗിൾ ചേർക്കുന്നു. രണ്ട് വരികൾക്കിടയിലുള്ള ഒരു കോണിനെ അളക്കുക, ഞങ്ങൾ ഞങ്ങളുടെ x അച്ചുതണ്ട് പുജ്യത്തിന് തുല്യമായ തീറ്റയായി നിശ്ചയിച്ചു, നിങ്ങൾ ഘടികാരദിശയിൽ അളന്നാൽ തീറ്റയെ പോസിറ്റീവ് റേഡിയൻ ആയി കണക്കാക്കുന്നു, ഞങ്ങൾ മറ്റൊരു ദിശയിൽ അളക്കുകയാണെങ്കിൽ ഘടികാരദിശയിലുള്ള കോണാണ് അളക്കുന്നത്. നെഗറ്റീവ് റേഡിയൻസിൽ, അത് നമ്മുടെ പ്രാതിനിധ്യവുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്നുണ്ടോ എന്ന് നോക്കാം, ഞാൻ ആരംഭിക്കുന്നത് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് ഒരു പോയിന്റ് കൂടി പറയട്ടെ, കോണും ദൂരം ദൂരം 1 പ്ലസ് 1 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലവും 2 ഉം തീറ്റയും എന്താണ് എന്ന് കണക്കാക്കാം ടാൻ തീറ്റയെ y കൊണ്ട് x ആയി കണക്കാക്കിയാൽ, ഇവിടെ y ഒന്നാണ്, x എന്നത് യൂണിറ്റ് ഒന്ന് ആണ്, അതിനാൽ തീറ്റ $\pi/4$ കൊണ്ട് ഞങ്ങൾ അർത്ഥമാക്കുന്നത്, ഇപ്പോൾ മൈനസ് തീറ്റ കൊണ്ട് നമ്മൾ അർത്ഥമാക്കുന്നത് വിപരീത ദിശയിലാണ്. $i\pi$ അർത്ഥമാക്കുന്നത് നിങ്ങൾ മറുവശത്ത് നിന്ന് മൈനസ് പൈ പോലെയുള്ള നാലിൽ നിന്ന് അളക്കുകയാണെങ്കിൽ മൈനസ് പൈ 4 കൊണ്ട് അളക്കുന്നു, ഇത് യഥാർത്ഥ അച്ചുതണ്ടുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഈ രേഖയുടെ പ്രതിഫലനമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ പ്രതിഫലനം ചെയ്താൽ ഇത് നമുക്ക് z ബാറല്ലാതെ മറ്റൊന്നും നൽകില്ല. ഇത് ഒരു മൈനസ് ഐ ആണ്, എന്നാൽ ഇത് z തുടങ്ങിയ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യവുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്നുണ്ടോ എന്ന് നോക്കാം, ഞാൻ 1 പ്ലസ് ഐ ആയി തുടങ്ങിയ ധ്രുവ പ്രതിനിധാനം ഞാൻ എഴുതുകയാണെങ്കിൽ r എന്നത് $\sqrt{2}$ ആണ്, കൂടാതെ π നാല് കൊണ്ട് വരുന്ന ആംഗിൾ ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഒരു പോയിന്റ് പരിഗണിക്കാം മൈനസ് തീറ്റ പോയിന്റ് പരിഗണിക്കുക, അതായത് മൈനസ് പൈയുടെ $\sqrt{2}$ കോസ് സൈൻ ഫോർ പ്ലസ് ഐ സൈൻ പൈ ഫോർ കോസ് ഒരു ഇരട്ട ഫംഗ്ഷനാണ്, സൈൻ ഒരു വിചിത്രമായ ഫംഗ്ഷനാണ്, ഏത് $\sqrt{2}$ രണ്ട് മടങ്ങ് ആയാലും കോസ് പൈ നാല് മൈനസ് ഐ സൈൻ ആയതിനാൽ നമുക്ക് എന്ത് ലഭിക്കും π നാല് കൊണ്ട് നമുക്ക് z ബാർ OK എന്നല്ലാതെ മറ്റൊന്നും ലഭിക്കില്ല, അതിനാൽ നമ്മൾ ഘടികാരദിശയിൽ കോണിനെ അളക്കുകയാണെങ്കിൽ പോസിറ്റീവ് റേഡിയനുകളിലും ഘടികാരദിശയിൽ കോണിനെ അളക്കുകയാണെങ്കിൽ നെഗറ്റീവ് റേഡിയനുകളിലും അളക്കുന്നുവെന്ന് ഈ ഉദാഹരണം വ്യക്തമാക്കുന്നു. ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യവുമായി നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയുന്ന സംയോജനം പോലെയാണ് ഇത് കൃത്യമായി പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത്, നമുക്ക് ഈ ഉദാഹരണം സാമാന്യവൽക്കരിക്കാം, അതിനാൽ ആംഗിൾ തീറ്റയ്ക്കൊപ്പം ഉള്ള സങ്കീർണ്ണമായ തലം z -ൽ നമുക്ക് ഒരു പോയിന്റ് ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക, ഇപ്പോൾ അതിന്റെ പ്രതിഫലനം കൃത്യമായി എടുക്കുന്നു. z ബാർ ഇപ്പോൾ അത് ആംഗിൾസ് തീറ്റ ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം, പക്ഷേ ഞങ്ങളുടെ കൺവെൻഷൻ അതിനെ മൈനസ് തീറ്റയായി അളക്കുന്നു, ഇവിടെ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്ന ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്താണെന്ന് നോക്കാം, ഇത് ആർ കോസ് തീറ്റയും ഐ സൈൻ തീറ്റയും നിർവചനം അനുസരിച്ച് ഇത് ഒരു കോണായി എടുത്താൽ നമുക്ക് ലഭിക്കും ആംഗിൾ മൈനസ് തീറ്റ നൽകുന്ന സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയായ z പ്രൈം പോലെയുള്ള ഒന്ന്, മൈനസ് തീറ്റയുടെ $r \cos$ ആണ്, മൈനസ് തീറ്റയുടെ i സൈൻ ആണ്, ഇത് z ബാർ അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, അതിനാൽ എന്താണ് അർത്ഥമാക്കുന്നതെന്ന് ഈ പോയിന്റ് വിശദീകരിക്കുന്നു സേ r പ്ലസ് തീറ്റ പ്ലസ് $2k\pi$ എടുക്കുമ്പോൾ, പൂർണ്ണസംഖ്യകളിൽ പോലും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുള്ള പൂർണ്ണസംഖ്യയിൽ വ്യത്യാസമുണ്ട് $a \cos y$ ഉം $r \sin \theta$ ആയി ഇപ്പോൾ വീണ്ടും ഞങ്ങൾ ഞങ്ങളുടെ താൽപ്പര്യം ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കുന്നത് സങ്കീർണ്ണമായ തലത്തിലെ ഓരോ പോയിന്റിനും r , തീറ്റയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വ്യത്യസ്തമായ പ്രാതിനിധ്യം നൽകാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, തീറ്റയെ തീറ്റ പ്ലസ് ആയി എടുക്കാമെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു രണ്ട് കെ പൈ, ഈ മുഴുവൻ വിമാനവും കവർ ചെയ്യുന്നതിന് ഒരേ സമയം ഒരേ പോയിന്റിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു, നമ്മൾ ചെയ്യേണ്ടത് രണ്ട് പൈ ഇടവേള നീളത്തിൽ തീറ്റ മാറ്റേണ്ടതുണ്ട് എന്നതാണ്, അതിനർത്ഥം തീറ്റ നൂട്ടിനൊപ്പം തീറ്റ നൂട്ട് പ്ലസ് 2π പൈയിലേക്കാണ്. ഈ പ്രദേശത്ത് നമ്മുടെ തീറ്റ വ്യത്യാസപ്പെടുത്തിയാൽ തീറ്റ നൂട്ട് ഏതെങ്കിലും യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാകാൻ കഴിയില്ല, അത് മുഴുവൻ തലത്തെയും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു, അതിനാൽ പ്രധാനമായത് 2 പൈ ഇടവേളയിൽ വ്യത്യാസപ്പെടണം എന്നതാണ്, അതിനാൽ പരമ്പരാഗതമായത് തീറ്റയെ θ ആയി കണക്കാക്കുന്നില്ല എന്നതാണ്. ഇത് θ മുതൽ 2 വരെ പൈ ആയി നമ്മൾ വീണ്ടും ഓർക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഇതിനർത്ഥം തീറ്റ പുജ്യമായിരിക്കുന്ന പോസിറ്റീവ് x അക്ഷമായി പ്രാരംഭ സെഗ്മെന്റിൽ നിന്ന് ആരംഭിക്കുകയും തുടർന്ന് നിങ്ങൾ ഭ്രമണത്തോടെ എതിർ ഘടികാരദിശയിലുള്ള പോസിറ്റീവ് ഓറിയന്റേഷനിൽ അളക്കുകയും ചെയ്യുന്നു എന്നാണ്. രണ്ട് പൈ

അങ്ങനെ മുഴുവൻ വിമാനവും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന മറ്റൊരു സ്റ്റാൻഡേർഡ് മൈനസ് പൈ 2 പ്ലസ് പൈ ആണ്, അതിനാൽ ഇപ്പോൾ ഇവിടെ മുഴുവൻ ചർച്ചയിലും പോസിറ്റീവ് x അക്ഷം എപ്പോഴും തീറ്റ പുജ്യമാണ്, ഈ

പ്രത്യേക രേഖ എല്ലായ്പ്പോഴും x അച്ചുതണ്ട് എല്ലായ്പ്പോഴും തീറ്റ പുഷ്പമാണെന്ന് പരിഗണിക്കുക. പോസിറ്റീവ് റേഡിയനുകളുടെ അർത്ഥം എന്താണെന്ന് അറിയുക, അതായത് നിങ്ങൾ പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് ആരംഭിച്ച് ഈ ചക്രം വരു, ഇതാണ് ഈ ലൈൻ പൈ ആയി തീറ്റയും മറ്റ് പ്രദേശങ്ങളും ഞങ്ങൾ ഘടികാരദിശയിൽ പോയി മറയ്ക്കുന്നു, അതിനാൽ ഇവിടെ ഈ പ്രത്യേക രേഖ ഞങ്ങൾ അളക്കുകയാണെങ്കിൽ ഇത് ആയിരിക്കും തീറ്റയുടെ മൈനസ് പൈ ആയതിനാൽ, ഇടവേള നീളം രണ്ട് പൈ ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, ഈ ഇടവേളയിൽ നമ്മുടെ തീറ്റയിൽ വ്യത്യാസം വരുത്തിയാൽ, ഈ മുഴുവൻ തലവും ഈ മേഖലയിലെ കോണും ഞങ്ങൾ കവർ ചെയ്യുന്നു, ഇതിനെ പ്രിൻസിപ്പൽ ആംഗിൾ അല്ലെങ്കിൽ പ്രിൻസിപ്പൽ ആർഗ്യുമെന്റ് എന്നും വിളിക്കുന്നു. മൈനസ് പൈ ടു പ്ലസ് പൈ എന്ന ഇടവേളയിൽ കിടക്കുന്ന ഒരു തീറ്റയാണ്, ഞങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്തതുപോലെ നിങ്ങൾ ഇപ്പോൾ ഉത്ഭവമായി കണക്കാക്കുന്ന പോയിന്റ് ഉത്ഭവത്തിന്റെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്താണെന്ന് ചോദിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു നമ്മൾ ചെയ്യുന്നത് 0 യിൽ നിന്ന് ആരംഭിക്കുന്ന ഒരു ലൈൻ എടുത്ത് ശരി പോയിന്റിലൂടെ കടന്നുപോകുക, അതിനാൽ നിങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും വരി 0 ൽ നിന്ന് ആരംഭിക്കുന്നു, എന്തായാലും അത് 0 ലൂടെയും കടന്നുപോകുന്നു, അതായത് പുഷ്പത്തിൽ നിന്നും r ൽ നിന്നും ആരംഭിക്കുന്ന ഏത് വരിയും നമുക്ക് എടുക്കാം ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്ന് ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരമാണ്, അതായത് r പുഷ്പമാണ്, എന്നാൽ ഞാൻ തീറ്റ എടുത്താൽ പുഷ്പത്തിലൂടെ ഏതെങ്കിലും രേഖ കടന്നുപോകുന്നു, അത് നമ്മൾ കോണായി എടുക്കാൻ പോകുന്നു, അതായത് എല്ലാ വരികളും അടിസ്ഥാനപരമായി പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് ഏത് കടന്നുപോകുന്നുവോ അത് അർത്ഥമാക്കുന്നു അതിലൂടെ പുഷ്പം അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു, അതായത് തീറ്റ ഇവിടെ ഏകപക്ഷീയമാകാം, തീറ്റ എന്നത് ഏതെങ്കിലും ആകാം, അതിനർത്ഥം ഞാൻ പുഷ്പത്തിന് തുല്യമായ r എടുക്കുകയും തീറ്റ ഏതെങ്കിലും മൂലം ഉത്ഭവത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അതിനർത്ഥം ഉത്ഭവത്തിന് നമുക്ക് കൃത്യമായി നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ട ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം ഇല്ല എന്നാണ്. ഉത്ഭവസ്ഥാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഒരാൾ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതുണ്ട്, ധ്രുവീയ കോർഡിനേറ്റ് സിസ്റ്റവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഞങ്ങൾക്ക് കൃത്യമായി നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ട പ്രാതിനിധ്യം ഇല്ല, ഒരു $uniq$ ലഭിക്കുന്നതിന് തീറ്റ മൂലം എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം എന്നതിനെക്കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യാൻ ഞങ്ങൾ അടുത്തിരിക്കുന്നു ue മൂലം ഇതിനുള്ള പ്രധാന വാദത്തിൽ തീറ്റയെ മൈനസ് പൈ മുതൽ pi വരെയായി ഞങ്ങൾ പരിമിതപ്പെടുത്തി, ഇപ്പോൾ ഒരു പ്രശ്നം കൂടിയുണ്ട്, അത് പിരീഡ് പൈയ്ക്കൊപ്പം ആനുകാലികമാണ് ടാൻ ആണ്, അതിനാൽ ഈ കണക്കുകൂട്ടൽ ലഭിക്കുന്നതിന് ക്വാഡ്റന്റുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കുറച്ച് ക്രമീകരണം നടത്തേണ്ടതുണ്ട്. z ആദ്യ നിരീക്ഷണത്തിന്റെ പ്രധാന വാദത്തിന്റെ ഫോർമുലയിൽ x ഉം y ഉം ഉള്ളിടത്ത് ടാൻ എന്നത് പിരീഡ് പൈ ഉള്ള ഒരു ആനുകാലിക ഫംഗ്ഷനാണ്, അത് എളുപ്പത്തിൽ പരിശോധിക്കാൻ കഴിയും അല്ലെങ്കിൽ പൊതുവേ നമുക്ക് x പ്ലസ് k pi ന്റെ ടാൻ ഉണ്ട്, അത് പൂർണ്ണസംഖ്യകളിൽ k ന് ടാൻ x ആണ്. കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കുക, അതിനാൽ ഞങ്ങളുടെ താൽപ്പര്യം പ്രധാന വാദം കണ്ടെത്തുക എന്നതാണ്, അതായത് x ന്റെ ടാൻ ഓഫ് തീറ്റ sy എന്നാൽ മുകളിലുള്ള ബന്ധം പ്രകാരം, തീറ്റയെ y യുടെ x വിപരീതമായി നൽകുമെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിൽ കോണും k pi ഉം ഉൾപ്പെടുന്നതാണ് ഇവിടെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളിലെ ks , ഈ മൾട്ടിവാല്യൂഡ് ഒഴിവാക്കാൻ വീണ്ടും ടാൻ വിപരീതത്തിന്റെ മൂല്യത്തെ ഇടവേള മൈനസ് പൈയിലേക്ക് 2 മുതൽ pi വരെ 2 ആക്കി പരിമിതപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ y യുടെ വിപരീതം x ന്റെ ഇടവേളയിൽ മൈനസ് പൈ രണ്ടിൽ നിന്ന് പ്ലസ് pi രണ്ട് w കൊണ്ട് പരിമിതപ്പെടുത്തുന്നു. അതിനെ നമ്മൾ ആർക്ക് ടാൻ ബൈ x എന്ന് വിളിക്കുന്നു, അതായത് നമ്മുടെ ടാൻ ഫംഗ്ഷൻ അർത്ഥമാക്കുന്നത് ടാനിന്റെ വിപരീത പ്രവർത്തനമാണ്, അതായത് മൂലം ഇടവേള മൈനസ് പൈ രണ്ട് മുതൽ പ്ലസ് പൈ രണ്ട് വരെ പരിമിതപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനാൽ തീറ്റ y യുടെ ആർക്ക് ടാൻ ആണ് x വഴിയും, പൈയുടെ ചില ഗുണിതങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് ശരിയായ ക്രമീകരണം നടത്തേണ്ടതുണ്ട്, അതിനാൽ k പ്ലസ് ന്റെ ചില മൂലം എങ്ങനെ ക്രമീകരിക്കാമെന്ന് ഞങ്ങൾ ഇപ്പോൾ ചർച്ച ചെയ്യും, അതായത് നൽകിയിരിക്കുന്ന കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റ് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഞങ്ങളുടെ പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റ് ഫോർമുല അത് zz ന്റെ ആർഗ്യുമെന്റ് ആണ്. ആർക്ക് ടാൻ ഓഫ് y യുടെ x പ്ലസ് k പ്ലസ് പൈ ആണ് നൽകുന്നത് കൂടാതെ ys പോസിറ്റീവ് r അതേ നാലാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റ് y പുഷ്പത്തേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, അതിനാൽ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലും k ന്റെ മൂലം ഞങ്ങൾ ഇവിടെ ക്രമീകരിക്കേണ്ടതില്ല, കാരണം ആർക്ക് ടാൻ വിപരീതം മൈനസ് പൈയ്ക്കിടയിൽ രണ്ട് മൂലം നൽകും പ്ലസ് പൈ വഴി രണ്ട്, ഒന്നാമത്തെയും നാലാമത്തെയും ആദ്യ ക്വാഡ്രന്റ് ഉൾക്കൊള്ളുന്നു, ഇത് നാലാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റാണ്, xy രണ്ടാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റിലാണെങ്കിൽ x നെഗറ്റീവും y നോൺ-നെഗറ്റീവും ആണെങ്കിൽ, y യുടെ ലഭിച്ച മൂല്യമായ r ടാനിലേക്ക് x കൊണ്ട് pi ചേർക്കുന്നു. മൈനസ് ഒന്ന് xy മൂന്നാം ക്വാഡ്രന്റിലാണെങ്കിൽ, ഇവിടെ നമുക്ക് നഷ്ടമായത് പുഷ്പത്തിന് തുല്യമായ x ആണ്, x പുഷ്പത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ അത് y അക്ഷമാണ്, കൂടാതെ x പുഷ്പത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ പുഷ്പമല്ലെങ്കിൽ നമുക്ക് ഈ ഫോർമുല ലഭിക്കുമെന്ന് നമുക്കറിയാം. പുഷ്പത്തിലേക്ക് z ന്റെ ആർഗ്യുമെന്റ് 2 ആണ് y പോസിറ്റീവ് നെഗറ്റീവ് ആണെങ്കിൽ നമ്മൾ മൈനസ് pi 2 കൊണ്ട് എടുക്കും നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം മൈനസ് ഒന്ന് എന്ന് പറയുക i ഇപ്പോൾ rs എന്ന് പറയുക zs മൈനസ് 1 പ്ലസ് i തുടർന്ന് r എന്നത് സ്കെയർ റൂട്ട് ആണ് നൽകുന്നത് വൺ പ്ലസ് വണ്ണിന്റെ റൂട്ട് രണ്ട്, പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റ് തീറ്റ, ആർക്ക് ടാൻ y യുടെ x എന്നിവ ചേർത്ത് k പ്ലസ് പൈ നൽകുന്നു pi നമുക്ക് ആ ത്രീ പൈ നാല് കൊണ്ട് ലഭിക്കുന്നു, അതുപോലെ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയും z ഡാഷ് റൂട്ട് 2 പ്ലസ് 2 റൂട്ട് 3 ആയ മറ്റ് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾക്കായി കണക്കാക്കുക, r , തീറ്റ എന്നിവ കണക്കാക്കി അതിന്റെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്താണെന്ന് ഞാൻ കണക്കാക്കുന്നു, z ന്റെ പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റിനുള്ള സൂത്രവാക്യം ഞാൻ സംഗ്രഹിക്കാം, പോയിന്റ് ഒന്നാമത്തെയും നാലാമത്തെയും ക്വാഡ്രന്റിലാണെന്ന് കരുതുക. y യുടെ ടാൻ x ലും y യുടെ x പ്ലസ് pi യുടെ രണ്ടാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റ് ആർക്ക് ടാനിലാണെങ്കിൽ അത് y യുടെ x മൈനസ് പൈ യുടെ

മൂന്നാമത്തെ ക്വാഡ്രന്റ് ആർക്ക് ടാനിലാണെങ്കിൽ നമുക്ക് ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ z നൽകിയിട്ടുണ്ടെന്ന് കരുതുക. 1 പ്ലസ് കോസ് എ പ്ലസ് ഐ സൈൻ എ ഇടവേള 2 പൈയിൽ കിടക്കുന്നിടത്ത് ഇപ്പോൾ ഈ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം കണക്കാക്കാനോ കണ്ടെത്താനോ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അതിനാൽ ഇത് ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യ രൂപത്തിലല്ലെന്ന് നമുക്ക് ശ്രദ്ധിക്കുക. ആദ്യം കണക്കാക്കുക rr എന്നത് x സ്ക്വയർ പ്ലസ് y ചതുരത്തിന്റെ വർഗ്ഗമൂലമാണ് നൽകുന്നത്, അത് ഒന്ന് പ്ലസ് കോസ് ഒരു മുഴുവൻ സ്ക്വയർ പ്ലസ് $\sin$ സ്ക്വയർ a ഏത് കോസ് സ്ക്വയർ പ്ലസ് $\sin$ സ്ക്വയർ a ആണ് ഇവിടെ ഉള്ളത് അതിനാൽ നമുക്ക് രണ്ട് തവണ രണ്ട് $\cos$ ലഭിക്കും, അത് രണ്ട് 1 times 1 plus $\cos a$, അതായത് ത്രികോണമിതി സൂത്രവാക്യം അനുസരിച്ച്, ഇത് $\cos$ സ്ക്വയർ a ബൈ രണ്ടിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് ആണെന്ന് നമുക്ക് കാണാം, $\cos a$ by 2 r എന്നതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് മോഡ്യൂലസായി നമുക്ക് r ലഭിക്കുന്നു, $\cos a$ by 2 എന്നതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് മോഡ്യൂലസിന് തുല്യമാണ്. തീറ്റ ഞങ്ങൾ ഫോർമുല അനുസരിച്ച് കണക്കാക്കും, അതിനാൽ a യ്ക്ക് പുഷ്പം മുതൽ π വരെയുള്ള ഇടവേളയിൽ z ആദ്യ ക്വാഡ്രന്റിലാണെന്ന് നമുക്ക് കാണാം, അതായത് തീറ്റ നേരിട്ട് y യുടെ ആർക്ക് ടാൻ x കൊണ്ട് x കൊണ്ട് കണക്കാക്കാം. a by 1 plus $\cos a$ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് ഇത് രണ്ട് തവണ സൈൻ a by 2 $\cos a$ by 2 ഇരട്ടി $\cos$ square a by 2 ഇത് മറ്റൊന്നുമല്ല, 2 ന്റെ $\tan$ of $\tan$ ആണ് a എന്നതിനാൽ ഇപ്പോൾ ശ്രദ്ധിക്കുക പുഷ്പം മുതൽ പൈ എ ബൈ 2 വരെയുള്ള ഇടവേള പുഷ്പത്തിൽ നിന്ന് പൈ ബൈ 2 ബൈ 2 വരെയുള്ള ഇടവേളയിലാണ്, അതിനാൽ ആർക്ക് ടാൻ നിങ്ങൾക്ക് ഒരു ബൈ 2 എന്നതുപോലെ മറ്റ് ലളിതമായ വ്യായാമങ്ങൾ നൽകുന്നു. ആ θ 2 മൈനസ് പൈ കൊണ്ട് ആ തീറ്റ θ രണ്ട് മൈനസ് പൈ കൊണ്ട് പരിശോധിക്കുക അതിനാൽ z കോസ് എ ബൈ 2 എന്നതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് മോഡ്യൂലസ് എഴുതിയത്, പുഷ്പത്തിനും പൈയ്ക്കും ഇടയിലും മറ്റ് പ്രദേശങ്ങൾക്ക് എ ബൈ 2 മൈനസ് പൈയ്ക്കും ഇടയിലാണെങ്കിൽ, വ്യത്യാസപ്പെടാൻ പോകുന്ന ആംഗുലസ് എ ബൈ 2 പറയുന്നു, അതിനാൽ മൂല്യത്തിന് പൈക്ക് തുല്യമാണ്. z 1 പ്ലസ് $\cos \pi$ പ്ലസ് $i \sin \pi$ എന്നത് പുഷ്പമാണെന്നും പുഷ്പത്തിന് തന്നായ ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം ഇല്ലെന്നും ശ്രദ്ധിക്കാം, അതിനാൽ ഈ ഉദാഹരണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം ഉപയോഗിച്ച് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ഗുണനത്തിലേക്ക് പോകാം, നമുക്ക് രണ്ട് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾ z ഒന്ന് z രണ്ട് ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക. പ്രാതിനിധ്യം r one cis θ one, z two r two θ two ഇപ്പോൾ ഈ 2 നെ സാധാരണ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യ ഗുണനത്താൽ ഗുണിച്ചാൽ, ഇത് r one r two ആണെന്ന് നമുക്ക് ശ്രദ്ധിക്കാം ഇവിടെ നമുക്ക് $\cos i \sin \theta$ one, അതുപോലെ ഇവിടെ factor $\cos$ തീറ്റ 2 പ്ലസ് ഐ സിൻ തീറ്റ 2 അവരുടെ ഉൽപ്പന്നം തീറ്റ 1 കോസ് ഓഫ് തീറ്റ 2 മൈനസ് സിൻ തീറ്റ 1 സൈൻ തീറ്റ 2 പ്ലസ് ഐ ടൈംസ് കോസ് തീറ്റ 1 സൈൻ തീറ്റ 2 പ്ലസ് സൈൻ തീറ്റ 1 കോസ് തീറ്റ 2 , ത്രികോണമിതി ഫോർമുല പ്രകാരം നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും ഈ ഘടകം തീറ്റ വൺ പ്ലസ് തീറ്റ 2 പ്ലസ് ഐ ടൈംസ് സൈൻ ഓഫ് തീറ്റ 1 പ്ലസ് തീറ്റ 2 എന്നതിന്റെ കോസ് ആണ്, ഇത് ഞങ്ങളുടെ സിൻ തീറ്റ 1 പ്ലസ് തീറ്റ 2 എന്ന നൊട്ടേഷനിൽ എഴുതാം. അതിനാൽ രണ്ട് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനം ലളിതമാകുമെന്ന് ഞങ്ങൾ ഒരു പ്രധാന നിരീക്ഷണം നടത്തി. z 1 -നെ z 2 -നേക്കാൾ ഗുണിക്കുമ്പോൾ, z 2 -നെ r 1 എന്ന ഘടകം കൊണ്ട് സ്കെയിൽ ചെയ്യുകയും ഉത്ഭവവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് തീറ്റ 1 ആയ ഒരു കോണിൽ കറങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു, അതിനാൽ നമ്മൾ ഇവിടെ മോഡ്യൂലസ് പോലെ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം വഴിയുള്ള രണ്ട് കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിന്റെ ഗുണനഫലം, മോഡ്യൂലസ് r one r two അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, വീണ്ടും r ഒന്ന് മറ്റൊന്നുമല്ല mod z മറ്റൊരു ഘടകം mod z two ആണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് തിരിച്ചറിയൽ വളരെ എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നതായി കാണുന്നു. z one z two ന്റെ മോഡ്യൂലസ് z one ന്റെ മോഡ്യൂലസ് mod z two കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z one z two എന്നതിന്റെ ആർഗ്യുമെന്റ് അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ പ്രധാന വാദം പരിഗണിക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നതിനാൽ രണ്ട് കോണുകളുടെ ആകെത്തുക ചെയ്യുമ്പോൾ അത് സംഭവിക്കാം പൈ അല്ലെങ്കിൽ അല്ലാത്തപക്ഷം അത് മൈനസ് പൈയ്ക്ക് താഴെ പോകാം, അതിനാൽ പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റ് ലഭിക്കുന്നതിന് നമ്മൾ കുറച്ച് ക്രമീകരണം നടത്തേണ്ടതുണ്ട്, ആ ക്രമീകരണം എന്താണെന്ന് നോക്കാം, അതിനാൽ z ഒന്ന് z രണ്ട് എന്ന ആർഗ്യുമെന്റ് ഗുണിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് തത്ത്വ വാദത്തിന്റെ ആകെത്തുക ലഭിക്കും. z രണ്ട് ന്റെ z വൺ ആർഗ്യുമെന്റ് ഞങ്ങൾ ഒരു ക്രമീകരണം നടത്തേണ്ടതുണ്ട്, അത് k പ്ലസ് ഇരട്ടി π ആണ്, അവിടെ k പ്ലസ് നൽകുന്നത് മൂല്യങ്ങളാൽ നൽകപ്പെടുന്നുവെങ്കിൽ, z ഒന്നിന്റെ ആർഗ്യുമെന്റും z ന്റെ ആർഗ്യുമെന്റും പ്രധാന ആർഗ്യുമെന്റിനുള്ളിൽ ആണെന്ന് കരുതുക. ശ്രേണി പിന്നെ ഒന്നും മാറ്റേണ്ടതില്ല, പക്ഷേ മൈനസ് പൈയേക്കാൾ കൂടുതലോ കുറവോ ആണെങ്കിൽ മൈനസ് പൈ എന്നതിനേക്കാൾ കുറവാണെന്ന് പറയുക, അതായത് k പ്ലസ് ഒന്നാണ്, അത് പരിധി കടന്നാൽ നമ്മൾ ചേർക്കേണ്ടതുണ്ട് രണ്ട് പൈ കൊണ്ട് കുറയ്ക്കുന്നത് പൈയേക്കാൾ മൈനസ് പൈയേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ ഉദാഹരണം ചെയ്യാം z ഒന്ന് ഒന്ന് പ്ലസ് i z രണ്ട് 3 പ്ലസ് i ആയി കണക്കാക്കാം, അതിനാൽ ധ്രുവ കോർഡിനേറ്റുകളിലേക്ക് പരിവർത്തനം ചെയ്യുകൊണ്ട് നമ്മൾ ചെയ്യുന്ന ഗുണനം എന്താണെന്ന് നമുക്കറിയാം 2 ആയ r ആണ് കൂടാതെ ആംഗിൾ പൈ 4 ആണ്, ഇവിടെ മോഡ്യൂലസ് 2 ആണ്, നമുക്ക് അതിന്റെ ആംഗിൾ കണക്കാക്കാം, അത് പൈ ആണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പരിശോധിച്ചുറപ്പിക്കാൻ കഴിയും, തുടർന്ന് അവയുടെ ഉൽപ്പന്നം മോഡ്യൂലസ് സിൻ സ്കെയിലും തുകയും മാത്രമായി മാറുന്നു. ഈ കോണുകൾ നാല് പൈ ബൈ പന്ത്രണ്ട് ഡി മോറിസ് ഫോർമുലയിൽ പറയുന്നു, z r $\cos \theta$ പ്ലസ് $i \sin \theta$ ആണെങ്കിൽ, z പവർ n പോലെ ലളിതമായി $r^n \cos n \theta$ പ്ലസ് $i \sin n$ തീറ്റയാണ്, n ഒന്നിന് തുല്യമായതിനാൽ ഉദാഹരണത്തിന് നമ്മൾ നിരീക്ഷിച്ച ഗുണനത്തിൽ നിന്ന് ഫോർമുല വളരെ എളുപ്പത്തിൽ ഉരുത്തിരിഞ്ഞതാണ്, അതായത് n ന് തുല്യമായ z ചതുരം, അതായത് n ന് തുല്യമാണ്, അതായത് z ലേക്ക് z ആണ്, അതായത് r ചതുരമായ മോഡ്യൂലസ് ഫാക്ടർ സ്കെയിൽ ചെയ്ത് നമുക്ക് $\cos$ ആയി ലഭിക്കുന്ന ആർഗ്യുമെന്റുകൾ സംഗ്രഹിക്കുക. രണ്ട് തീറ്റയും ഐ സൈൻ 2 തീറ്റയും ഇൻഡക്ഷൻ വഴി നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം, z പവർ

n എന്നത് r പവർ n എന്നത് cis n തീറ്റ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മറ്റൊന്നുമല്ല, അതിനാൽ നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ ഉദാഹരണം ചെയ്യാം, അതായത് z^5 ഒന്ന് പ്ലസ് ഞാൻ z എന്ന് പവർ എന്ന് പറയുക. ഡയറക്ട് ഗുണനം ചെയ്താൽ ഇത് കണക്കാക്കാൻ ഞങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, കണക്കുകൂട്ടൽ എളുപ്പമായിരിക്കില്ല, പക്ഷേ നിങ്ങൾ ധ്രുവ പ്രതിനിധാനത്തിലേക്ക് പോയാൽ അത് വളരെ എളുപ്പമാണ്. 2×10^3 cis $\pi/4$ ഉം 2×10^3 cis $\pi/4$ ഉം ആണ്, ഇപ്പോൾ ഡിമോറിസ് ഫോർമുല പറയുന്നത് അത് എടുക്കുമെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു 2×10^3 പവർ 500 ആയും പിന്നെ cis 1000 മടങ്ങ് പൈ പൈ 4 ആയും ലഭിക്കുന്നത് r എന്ന പവറാണ്, അതായത് രണ്ട് ഫിഫ്റ്റി പൈ എന്ന് പറയുന്നു, ഇത് നിങ്ങൾക്ക് ഒരു ലളിതമായ വ്യായാമം മാത്രമാണെന്ന് ഞങ്ങൾക്കറിയാം, ഇനിപ്പറയുന്ന ഐഡൻറിറ്റി സൈൻ 5 തെളിയിക്കാം തീറ്റ തുല്യമായ 16 സൈൻ പവർ 5 തീറ്റ മൈനസ് 20 സൈൻ ക്യൂബ് തീറ്റ പ്ലസ് 5 സൈൻ തീറ്റയും കോസ് ഫൈവ് തീറ്റയും പതിനാറ് കോസ് പവർ അഞ്ച് തീറ്റ മൈനസ് ഇരുപത് കോസ് ക്യൂബ് തീറ്റ പ്ലസ് അഞ്ച് കോസ് തീറ്റ ഹിന്റസ് നൽകിയത് സിൻ ഫൈ തീറ്റയുടെ തീറ്റ പവർ ഫൈ ഇൻ ഉപയോഗിക്കുക ഈ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ധ്രുവ പ്രതിനിധ്യം ചർച്ച ചെയ്യുന്നു, ഞങ്ങൾ ധ്രുവ പ്രതിനിധ്യം ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഗുണനം ലളിതമാകുമെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, അടുത്ത പ്രഭാഷണത്തിൽ ഇതിനെക്കുറിച്ചുള്ള കൂടുതൽ ഫലങ്ങൾ ഞങ്ങൾ വീണ്ടും ചർച്ച ചെയ്യും