

નમસ્તે વિદ્યાર્થીઓ, છેલ્લા લેક્ચરમાં આપણે જટિલ સંખ્યાઓના મોડ્યુલસ અને કેટલીક મૂળભૂત અસમાનતાઓની ચર્ચા કરી હતી આ વ્યાખ્યાનમાં આપણે જટિલ સંખ્યાના ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વની ચર્ચા કરીશું

તેથી ચાલો જટિલ સંખ્યા z બરાબર x વત્તા iy સાથે શરૂ કરીએ જ્યાં x અને y વાસ્તવિકમાંથી એકવાર આપણને જટિલ સંખ્યા સાથે નંબરો આપવામાં આવે તો આપણે જાણીએ છીએ કે આપણે આને કમ્પ્લેક્સ જોડી x અલ્પવિરામ સાથે સાંકળી શકીએ છીએ તેનો અર્થ એ છે કે આપણે પ્લેનમાં આ બિંદુને સાંકળી શકીએ છીએ, ચાલો તેને બિંદુ z તરીકે કહીએ જે x વત્તા iy છે જ્યાં x જાય છે જ્યારે આપણે આ બિંદુને x અક્ષમાં પ્રક્ષેપિત કરીએ છીએ ત્યારે x અક્ષમાં તીવ્રતા શું છે તે દર્શાવવા માટે અને તે જ રીતે ઊભી દિશામાં આની તીવ્રતા જે y છે જે હવે આપણે અહીં અવલોકન કરીએ છીએ તે કોઈપણ જટિલ સંખ્યા આપવામાં આવે છે જે આપણે કાર્ટેશિયન સમતલમાં બિંદુને સાંકળીએ છીએ અને આ પ્રમાણભૂત રીતે x અક્ષ તરીકે લેવામાં આવે છે પરંતુ સમતલમાં જટિલ સંખ્યાઓના અર્થઘટનમાં આપણે તેને વાસ્તવિક ધરી તરીકે ગણી શકીએ અને અહીં આ કાલ્પનિક ધરી છે અને હવે દરેક બિંદુ માટે આ સમતલમાં આપણે એક જટિલ સંખ્યાને જોડીએ છીએ અને આવા જટિલ સંખ્યાના પ્લેનને આર્ગોન પ્લેન અથવા જટિલ પ્લેન કહેવામાં આવે છે, હવે પ્લેનમાં કોઈપણ બિંદુ આપવામાં આવે તો આપણે આ બિંદુ પણ નક્કી કરી શકીએ છીએ જો આપણે મૂળથી અંતર જાણીએ તો ચાલો તેને આર અને થીટા કહીએ જે કોણ છે.

ધન x અક્ષ પર બનાવેલ છે

તેથી ચાલો આપણે તેને કહીએ કારણ કે આ મૂળ શૂન્ય અલ્પવિરામ શૂન્ય છે અથવા જટિલ સંખ્યા શૂન્ય છે અને ચાલો તેને બિંદુ p તરીકે કહીએ હવે આપણે જે કહીએ છીએ તે r એ મૂળથી અંતર સૂચવે છે જેને આપણે બિંદુ o ને કહીએ છીએ બિંદુ p અને થીટા એ

જોડાવાની રેખા જોડતી સેગમેન્ટ op અને ધન x અક્ષ અથવા વાસ્તવિક અક્ષ વચ્ચેનો કોણ સૂચવે છે

તેથી જો આપણને તે r અને થીટા આપવામાં આવે તો આપણે નિર્ધારિત કરી શકીએ કે આ x શું છે જે ફક્ત સંબંધને લખી શકે છે કોસ થીટા એ કાર્ટેશિયન દ્વારા અડીને આપેલ છે

તેથી આપણને $r \cos \theta$ થીટા તરીકે x મળે છે તે

જ રીતે આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે y એ $r \sin \theta$ થીટા છે

તેથી આપણે શું અવલોકન કરીએ છીએ જો અંતર અને કોણ r આપવામાં આવે તો x એ $r \cos \theta$ દ્વારા લખવામાં આવે છે $\cos \theta$ થીટા અને y એ $r \sin \theta$ દ્વારા આપવામાં આવે છે

તેથી તેનો અર્થ એ છે કે આપણી જટિલ સંખ્યા z ને

$r \cos \theta + ir \sin \theta$ ની બરાબર z તરીકે લખી શકાય છે જ્યાં r એ મૂળથી બિંદુ z સુધીનું અંતર છે

જેથી જે બિન-નેગેટિવ હોય અને થીટાને શૂન્યથી બે પાઈ સુધી લઈ શકાય છે અને આગળ આને આર ટાઇમ્સ કોસ થીટા પ્લસ i સિન થીટા તરીકે લખી શકાય છે અને આવા પ્રતિનિધિત્વને ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ

કહેવામાં આવે છે આ રજૂઆતને z નું ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ કહેવામાં આવે છે

તેથી મને ફરીથી યાદ કરવા દો તમે x અલ્પવિરામ y ઘટકોને જાણો છો કે અમે સમતલમાં એક બિંદુને સાંકળી રહ્યા છીએ અને આગળ આ બિંદુ

મૂળથી અંતર અને કોણ થીટા દ્વારા સમાનરૂપે નિર્ધારિત કરી શકાય છે

તેથી અહીં આપણને પરિબલ મળે છે જે r અને થીટા છે જેને ધ્રુવીય સંકલન કહેવામાં આવે છે.

સિસ્ટમ કે જે મૂળ અને કોણથી માત્ર અંતર છે અને આપણે જે જાણીએ છીએ તે કાર્ટેશિયન કોઓર્ડિનેટ સિસ્ટમ છે જે x અલ્પવિરામ છે y ધારો કે r અને થીટા આપેલ છે

તેથી આપણે z થી શરૂ કરીએ છીએ જો r અને થીટા આપવામાં આવે તો આપણે જોઈએ છીએ કે આપણે કાર્ટેશિયન કોઓર્ડિનેટ સિસ્ટમમાં બિંદુને $r \cos \theta$ તરીકે અને y ને $r \sin \theta$ તરીકે સાંકળી શકીએ છીએ તેનાથી વિપરીત ધારો કે આપણને x અલ્પવિરામ y સાથે આપવામાં આવે છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે આપણે આ r અને થીટા કેવી રીતે મેળવી શકીએ પાયથાગોરસ પ્રમેય દ્વારા આ ચિત્ર પર ફરી પાછા જઈ શકીએ છીએ, અમે તરત જ સમજી શકીએ છીએ કે r એ x ચોરસ વત્તા y વર્ગનું વર્ગમૂળ સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી જો xy મૂળથી અંતર સીધું આગળ છે r એ x વર્ગ વત્તા y વર્ગના વર્ગમૂળ દ્વારા આપવામાં આવે છે.

અને થીટા જે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ તે કોસ થીટા x બાય r અને સિન થીટા y બાય r છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે થીટાએ આ બે સમીકરણો એકસાથે સંતોષવા જોઈએ

તેથી આ બે સમીકરણને જોડીને આપણે જોઈએ છીએ કે થીટાએ આ સમીકરણને સંતોષવું જોઈએ જે ટેન થીટા છે x દ્વારા y ની બરાબર હવે પણ આ ચોક્કસ બિંદુની જેમ સ્પષ્ટ નથી કે તરત જ આપણે થીટાની કિંમત કેવી રીતે ગણીશું જો x અને y આપવામાં આવે તો હું કેટલીક સરળ ટીકા કરીશ જેથી ટીની ગણતરી કરવા માટે θ થીટા

તેથી તેના પર જતા પહેલા ચાલો મને કેટલાક સંકેતો રજૂ કરીએ આપણે ધ્રુવીય રજૂઆતમાં જટિલ સંખ્યા લખીએ છીએ જે $r \cos \theta + ir \sin \theta$ છે જે આમ છે અને આપણે તેને $r \text{ times } \text{cis } \theta$ તરીકે લખી શકીએ છીએ

જ્યાં $\text{cis } \theta = \cos \theta + i \sin \theta$ અને θ છે

જટિલ સંખ્યા z અને ની દલીલ દ્વારા સૂચવવામાં આવે છે અને અમે એ પણ અવલોકન કરીએ છીએ કે r એ બીજું કંઈ નથી પણ માત્ર

z ના મોડ્યુલસ છે જે અવલોકન છે હવે કેટલીક સરળ ટિપ્પણીઓ જે આપણે અવલોકન કરીએ છીએ તે છે એકવાર આપણે ધ્રુવીય સાથે પ્રારંભ કરીએ $\cos \theta$ થીટા વત્તા $i \sin \theta$ \cos અને sine ફંક્શનની સામયિકતા દ્વારા અમે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે આને થીટા વત્તા $k \pi$ વત્તા i ટાઇમ્સ થીટા વત્તા $k \pi$ તરીકે લખી શકાય છે જ્યાં k પૂર્ણાંકોમાં છે તેનો અર્થ એ છે કે જ્યારે હું r થીટા લઉં છું અથવા જો હું થીટા વત્તા $k \pi$ લઉં તો તેઓ એક તત્વ સાથે નક્કા કરે છે જે $r \cos \theta$

અને y તરીકે $r \sin \theta$ છે બીજા શબ્દોમાં આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે જો થીટા બે પાઈથી અલગ હોય તો પણ તેઓ સ્ટેમ પોઈન્ટ પર મેપ કરે છે જે xy છે આપણે આને ભૌમિતિક રીતે કેવી રીતે સમજી શકીએ

તેથી આપણી પાસે એક બિંદુ છે જે

ધન x અક્ષમાંથી થીટા કોણ આપે છે હવે તે જ રેખાને માપી શકાય છે કારણ કે તમે એક ચક્રમાં બે π દ્વારા આગળ વધો છો અને પછી આ થીટાનો અર્થ થાય છે કે આ થીટા વત્તા છે બે પાઈ ફરીથી તે થિટા વત્તા બે પાઈ જેવો કોણ સમાન રેખા દર્શાવે છે તે જ રીતે જો તમે બે પાઈના કોઈપણ k ગુણાંકને k ધન પૂર્ણાંક સાથે લો તો આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આપણે બે પાઈ ગુણાંકથી આસપાસ જઈએ છીએ જેનો અર્થ છે કે આપણે ફરીથી આ પ્રારંભિક રેખા પર આવીએ છીએ પછી આપણે આ કોણ થીટા ઉમેરીએ છીએ તેથી ભૌમિતિક રીતે આપણે જે અવલોકન કરીએ છીએ તે સમાન રેખા રજૂ કરે છે જો આપણે થીટા વત્તા $2k\pi$ લઈએ તો હવે પ્રશ્ન એ છે કે k ના નકારાત્મક મૂલ્યો વિશે કેવી રીતે ચાલો જોઈએ તે જોઈએ તો આપણી પાસે એક રેખા છે જે કોણ થીટા બનાવે છે હવે અવલોકન માં કે આ એવી વસ્તુ છે જે ધ્રુવીય સંકલન પ્રણાલીમાં r અલ્પવિરામ થીટા છે જે આપણે કહી રહ્યા છીએ કે આ r થીટા માઈનસ ટુ પાઈ સમાન છે હું માત્ર નેગેટિવ વેલ્યુ k સાથે વિચારી રહ્યો છું જે k છે મિનુ તરીકે s એક હવે આ જોઈ શકાય છે કારણ કે હું

ઘડિયાળની દિશામાં બીજી દિશામાં કોણ માપું છું જે તેને માઈનસ બે પાઈ બનાવે છે અને પછી હું એક કોણ ઉમેરું છું જે થિટા છે તેથી બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો આપણે અહીં જે સંમેલન બનાવી રહ્યા છીએ તે છે જ્યારે આપણે બે રેખાઓ વચ્ચેનો ખૂણો માપવા માટે આપણે આપણા x અક્ષને શૂન્યની બરાબર થીટા તરીકે નિશ્ચિત કરીએ છીએ અને જો તમે ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં માપો છો તો થીટાને હકારાત્મક રેડિયન તરીકે ગણવામાં આવે છે અને જો આપણે બીજી દિશામાં માપીએ છીએ જે ઘડિયાળની દિશામાં છે તો કોણ માપવામાં આવે છે.

નકારાત્મક તેજમાં ચાલો જોઈએ કે તે આપણી રજૂઆત સાથે સુસંગત છે કે કેમ, ધારો કે હું એક બિંદુથી શરૂ કરું છું જે એક વત્તા છે, ચાલો આપણે ગણતરી કરીએ કે કોણ શું છે અને અંતરનું અંતર 1 વત્તા 1 નું વર્ગમૂળ છે જે 2 છે અને થીટા જે સંબંધ દ્વારા \tan થીટા છે તે y દ્વારા x અહીં y એક છે અને x એકમ એક છે તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે થીટા $s\pi/4$ દ્વારા અને હવે આપણે માઈનસ થીટા દ્વારા જેનો અર્થ કરીએ છીએ તે વિરુદ્ધ દિશામાં છે wh ich એટલે કે માઈનસ પાઈ બાય 4 જો તમે બીજી બાજુથી માપો છો જે માઈનસ પાઈ બાય ફોર જેવું છે જે વાસ્તવિક ધરીના સંદર્ભમાં આ રેખાના પ્રતિબિંબ સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી જો આપણે પ્રતિબિંબ કરીશું તો આ આપણને z બાર સિવાય બીજું કંઈ જ આપશે નહીં.

જે એક બાદબાકી i છે પણ ચાલો જોઈએ કે તે ધ્રુવીય રજૂઆત સાથે સુસંગત છે કે નહીં માઈનસ થીટા પોઈન્ટને ધ્યાનમાં લો કે જે \cos છે માઈનસ π બાય ફોર પ્લસ i સાઈન π બાય ફોર \cos એ એક સમાન ફંક્શન છે અને સાઈન એ એક વિષમ ફંક્શન છે જે \cos બે ગણા છે જે $\cos \pi$ બાય ફોર માઈનસ i સાઈન છે તે આપણને શું મળશે ચાર વડે π જે આપણને z બાર ઓકે સિવાય કશું જ મળતું નથી

તેથી આ ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે જો આપણે ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં કોણ માપીએ છીએ તો આપણે ધન રેડિયનમાં માપીએ છીએ અને જો આપણે ઘડિયાળની દિશામાં કોણ માપીએ છીએ તો આપણે નકારાત્મક રેડિયનમાં માપીએ છીએ.

જે બરાબર એ જોડાણની જેમ રજૂ કરે છે જે આપણે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ સાથે જોઈ શકીએ છીએ તેમજ ચાલો આ ઉદાહરણને સામાન્ય બનાવીએ

તેથી ધારો કે આપણી પાસે જટિલ સમતલ z માં એક બિંદુ છે જે કોણ થીટા સાથે છે હવે આપણે તેનું બરાબર પ્રતિબિંબ લઈએ છીએ જે છે.

\bar{z} હવે આપણે જાણીએ છીએ કે તે એન્ગલ s થીટા છે પણ આપણું કન્વેન્શન આપણે તેને માઈનસ થીટા તરીકે માપીએ છીએ ચાલો જોઈએ કે આપણે અહીં ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ શું છે તે $r \cos \theta + i \sin \theta$ છે વ્યાખ્યા દ્વારા આને કોણ તરીકે લઈએ તો આપણને મળે છે.

કંઈક જે z પ્રાઇમ જેવું છે જે એન્ગલ માઈનસ થીટા દ્વારા આપવામાં આવેલ જટિલ સંખ્યા છે જે માઈનસ થીટાનો $r \cos$ પ્લસ i સાઈન છે તો તરત જ આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે આ z બાર સિવાય બીજું કંઈ નથી

તેથી આ બિંદુ સમજાવે છે કે તેનો અર્થ શું છે

r પ્લસ થીટા વત્તા $2k\pi$ ને k સાથે પૂર્ણાંકમાં ભિન્ન ઋણ સંખ્યાઓ સાથે આપણે જોઈએ છીએ કે તે કાર્ટેશિયન કોઓર્ડિનેટ સિસ્ટમમાં એક નંબર પર મેપ કરે છે જે $r \cos \theta$ છે a અને y ને $r \sin \theta$ તરીકે હવે ફરીથી અમે જે અમારી રુચિ લેવાનો પ્રયાસ કરી રહ્યા છીએ તે જટિલ સમતલના દરેક બિંદુ માટે અમે r અને થીટાના સંદર્ભમાં એક અલગ રજૂઆત આપવા માંગીએ છીએ હવે અમે અવલોકન કરીએ છીએ કે થીટા પ્લસ તરીકે લઈ શકાય છે $2k\pi$ જે આ સમગ્ર પ્લેનને આવરી લેવા માટે એક જ સમયે એક જ બિંદુનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે તે માટે આપણે શું કરવાની જરૂર છે તે છે કે આપણે

બે π અંતરાલની લંબાઈ માટે થીટામાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે તેનો અર્થ એ છે કે તમે થીટા નોટ ટુ થીટા નોટ વત્તા બે પાઈ સાથે થીટા લો જ્યાં થીટા નોટ કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોઈ શકે જો આપણે આ પ્રદેશમાં આપણી થીટાને બદલીએ તો તે આખા પ્લેનને આવરી લે છે

તેથી મહત્વની બાબત એ છે કે દલીલ 2π અંતરાલમાં બદલાતી હોવી જોઈએ

તેથી પરંપરાગત એક શું તમે થીટાને 0 તરીકે ન માનો જે આપણને મળે છે તે 0 થી 2π તરીકે જો આપણે ફરીથી યાદ કરીએ તો તેનો અર્થ એ છે કે આપણે પ્રારંભિક સેગમેન્ટથી ધન x અક્ષ તરીકે શરૂ કરીએ છીએ જ્યાં થીટા શૂન્ય છે અને પછી તમે ઘડિયાળની વિરુદ્ધ દિશામાં પરિભ્રમણ સાથે હકારાત્મક અભિગમમાં માપો છો બે પાઈ એટલે કે જે આખા પ્લેનને આવરી લે છે અને બીજો ધોરણ છે માઈનસ π 2 વત્તા π

તેથી હવે અહીં સમગ્ર ચર્ચામાં હકારાત્મક x અક્ષ હંમેશા થીટા શૂન્ય હોવાથી આ ચોક્કસ રેખા હંમેશા x અક્ષ હંમેશા થીટા શૂન્ય છે

તે ધ્યાનમાં લઈએ છીએ જાણી ધન રેડિયનનો અર્થ શું છે જેનો અર્થ થાય છે કે તમે શૂન્યથી શરૂ કરો અને પછી આ ચક્ર આવો જે અહીં આ રેખા છે જે π તરીકે થીટા છે અને અન્ય પ્રદેશને આપણે ઘડિયાળની દિશામાં જઈને આવરી લઈએ છીએ તેથી અહીં આ ચોક્કસ રેખા જો આપણે માપીશું તો આ હશે થીટા s માઈનસ પાઈ તેથી આપણે અવલોકન કરીએ છીએ કે અંતરાલની લંબાઈ બે પાઈ છે અને જો આપણે આ અંતરાલમાં આપણી થીટા બદલીએ તો આપણે આ સમગ્ર સમતલને આવરી લઈએ છીએ અને આ ક્ષેત્રના કોણને મુખ્ય કોણ અથવા સિદ્ધાંત દલીલ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે અને z જે એક થીટા છે જે અંતરાલ માઈનસ પાઈ ટુ વત્તા પાઈમાં આવેલું છે, અમે પૂછવા માંગીએ છીએ કે બિંદુના મૂળ માટે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ શું છે જે તમે હવે મૂળને ધ્યાનમાં લો છો કારણ કે અમે ચર્ચા કરી છે આપણે શું કરીએ છીએ કે આપણે એક લીટી લઈએ જે 0 થી શરૂ થાય છે અને પોઈન્ટમાંથી પસાર થાય છે બરાબર તેથી જો તમે કોઈ પણ લીટી લો છો તો 0 થી શરૂ થાય છે અને કોઈપણ રીતે તે 0 થી પણ પસાર થાય છે એટલે કે આપણે શૂન્ય અને r થી શરૂ થતી કોઈપણ લાઇન લઈ શકીએ છીએ

મૂળથી બિંદુ સુધીનું અંતર છે જે પોતે જ છે જેનો અર્થ છે r શૂન્ય છે પણ જો હું થીટા લઈશ તો શૂન્યમાંથી કોઈ પણ રેખા પસાર થાય છે જેને આપણે કોણ તરીકે લઈશું એટલે કે બધી રેખાઓ મૂળભૂત રીતે શૂન્યમાંથી જે પણ પસાર થાય તેના દ્વારા શૂન્ય સમાવિષ્ટ છે જેનો અર્થ છે કે થીટા મનસ્વી હોઈ શકે છે અહીં થીટા કોઈપણ હોઈ શકે છે તેનો અર્થ એ છે કે જો હું શૂન્યની બરાબર r લઉં અને થીટા કોઈપણ મૂલ્ય હોઈ શકે તે મૂળનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે તેનો અર્થ એ છે કે આપણી પાસે મૂળ માટે સારી રીતે વ્યાખ્યાયિત ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ નથી તેથી મૂળ બિંદુના સંદર્ભમાં સાવચેત રહેવાની જરૂર છે અમારી પાસે ધ્રુવીય સંકલન પ્રણાલીના સંદર્ભમાં સારી રીતે વ્યાખ્યાયિત રજૂઆત નથી ue મૂલ્ય આના માટે અમે મુખ્ય દલીલમાં અમારી જાતને મર્યાદિત કરી છે જે થિટા છે માઈનસ π થી π હવે ત્યાં એક વધુ મુદ્દો છે જે ટેન પીરિયડ પાઈ સાથે સામયિક છે તેથી આ ગણતરી મેળવવા માટે આપણે ચતુર્થાંશના સંદર્ભમાં થોડું ગોઠવણ કરવાની જરૂર છે.

જ્યાં x અને y એ z પ્રથમ અવલોકનની મુખ્ય દલીલ માટે સૂત્રમાં આવેલું છે તે છે \tan એ પીરિયડ π સાથેનું સામયિક કાર્ય છે જે સરળતાથી ચકાસી શકાય છે અથવા સામાન્ય રીતે આપણી પાસે x વત્તા $k\pi$ નું \tan છે જે પૂર્ણાંકોમાં k માટે $\tan x$ છે જો આપણે શોધવાનો પ્રયાસ કરો જેથી અમારી રુચિ મુખ્ય દલીલ શોધવામાં છે જેમ કે થીટા sy નું x દ્વારા \tan પરંતુ ઉપરોક્ત સંબંધ દ્વારા આપણે જોઈએ છીએ કે થીટા x દ્વારા y ના \tan વ્યુત્ક્રમ તરીકે આપવામાં આવશે જે કોણ વત્તા $k\pi$ સાથે કહે છે જ્યાં પૂર્ણાંકોમાં ks છે તેથી આ બહુમૂલ્યને ટાળવા માટે અમે ટેન વ્યુત્ક્રમની કિંમતને અંતરાલ માઈનસ π બાય 2 થી π બાય 2 સુધી મર્યાદિત કરીએ છીએ

તેથી અંતરાલમાં ટેન વ્યુત્ક્રમ y ની x બાય x સુધી મર્યાદિત કરીએ છીએ . તેને આપણે x દ્વારા y ના આર્ક ટેન તરીકે ઓળખીએ છીએ તે આપણું \tan ફંક્શન છે એટલે કે તે \tan નું વ્યસ્ત કાર્ય છે જેમ કે મૂલ્ય અંતરાલ માઈનસ π બાય બે થી વત્તા π બાય બે સુધી મર્યાદિત છે તેથી થીટા એ

y નો આર્ક ટેન છે x દ્વારા અને આપણે π ના કેટલાક ગુણાંક દ્વારા યોગ્ય ગોઠવણ કરવાની જરૂર છે તેથી આપણે હવે ચર્ચા કરીશું કે k પ્લસની કેટલીક કિંમત કેવી રીતે સમાયોજિત કરવી જેથી આપણને આપેલ જટિલ સંખ્યા z ની મુખ્ય દલીલ મળે તેથી આપણું મુખ્ય દલીલ સૂત્ર જે zz ની દલીલ છે x વત્તા k વત્તા π દ્વારા y ના આર્ક ટેન દ્વારા આપવામાં આવે છે જ્યાં k વત્તા જે યોગ્ય ગોઠવણ છે તેના આધારે આપણું xy ક્યાં છે તેથી k વત્તા 0 જો xy પ્રથમ અને ચોથા ચતુર્થાંશમાં આવેલું છે જે x દ્વારા આપવામાં આવે છે તે હકારાત્મક અથવા ys છે અને ys ધન r એ જ ચોથો ચતુર્થાંશ y શૂન્ય કરતાં ઓછો અથવા બરાબર છે તેથી બંને કિસ્સાઓમાં આપણે જોઈએ છીએ કે k વત્તા માટેનું મૂલ્ય આપણે અહીં સમાયોજિત કરવાની જરૂર નથી કારણ કે આર્ક ટેન વ્યુત્ક્રમ

માઈનસ પાઈ બાય બે વચ્ચે મૂલ્ય આપશે. વત્તા π દ્વારા બે જે પ્રથમ અને ચોથા ચતુર્થાંશને આવરી લે છે તે પ્રથમ ચતુર્થાંશ છે અને આ ચોથો ચતુર્થાંશ છે અને જો xy બીજા ચતુર્થાંશમાં આવેલું છે જે x ઋણ છે અને y બિન-નકારાત્મક છે તો આપણે લઈએ છીએ આપણે x દ્વારા y ના પ્રાપ્ત મૂલ્ય $r \tan$ માં π ઉમેરીએ છીએ અને એક બાદબાકી જો xy ત્રીજા ચતુર્થાંશમાં આવેલું હોય તો અહીં આપણે જે ખૂટે છે તે x બરાબર શૂન્ય છે જો x શૂન્ય બરાબર હોય તો તે y અક્ષ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે જો x બરાબર શૂન્ય ન હોય તો આ સૂત્ર મળે છે જો x બરાબર હોય શૂન્ય માટે તો z ની દલીલ π બાય 2 છે જો y ધન નકારાત્મક હોય તો આપણે માઈનસ π બાય 2 લઈએ, ચાલો આપણે એક સરળ ઉદાહરણો જોઈએ, ધારો કે આપણને માઈનસ વન આપવામાં આવે છે, હવે rs કહો zs ઓછા 1 વત્તા i પછી r વર્ગમૂળ દ્વારા આપવામાં આવે છે.

એક વત્તા એક નું જે મૂળ બે છે અને મુખ્ય દલીલ થીટા y ના આર્ક ટેન દ્વારા x વત્તા k વત્તા π દ્વારા આપવામાં આવે છે જ્યાં બિંદુ બીજા ચતુર્થાંશમાં આવેલું છે

તેથી આપણે k મૂલ્યને એક તરીકે લઈએ છીએ

તેથી આ માઈનસ π બાય ફોર વત્તા છે π આપણને તે ત્રણ π બાય ચાર મળે છે જેથી તમે તે જ રીતે કરી શકો અન્ય જટિલ સંખ્યાઓ માટે ગણતરી કરો જે z ડેશ રૂટ 2 વત્તા 2 મૂળ 3 છે હું r અને થીટાની ગણતરી કરીને તેની ધ્રુવીય રજૂઆત શું છે તેની ગણતરી કરું છું, ચાલો હું z ની મુખ્ય દલીલ માટે સૂત્રનો સારાંશ આપું, ધારો કે બિંદુ પ્રથમ અને ચોથા ચતુર્થાંશમાં આવેલું હોય તો માત્ર $r = y \tan x$ દ્વારા અને જો તે x વત્તા π દ્વારા y ના બીજા ચતુર્થાંશ ચાપ ટેન માં હોય તો x માઈનસ π દ્વારા y ના ત્રીજા ચતુર્થાંશ ચાપ ટેનમાં હોય તો ચાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ ધારો કે આપણને એક જટિલ સંખ્યા z આપવામાં આવી છે.

1 વત્તા $\cos a + i \sin a$ જ્યાં એ અંતરાલ 2π માં આવેલું છે હવે આપણે આ જટિલ સંખ્યાઓ માટે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વની ગણતરી કરવા અથવા શોધવા માંગીએ છીએ

તેથી ચાલો આપણે ફક્ત નોંધ લઈએ કે આ ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ સ્વરૂપમાં નથી

તેથી કન્વર્ટ કરવા માટે પ્રથમ ગણતરી કરો r એ x વર્ગ વત્તા y વર્ગના વર્ગમૂળ દ્વારા આપવામાં આવે છે જે એક વત્તા $\cos a$ સંપૂર્ણ ચોરસ વત્તા \sin વર્ગ a છે જે \cos ચોરસ છે વત્તા \sin ચોરસ a આપણી પાસે અહીં છે

તેથી આપણને બે ગુણ્યા બે $\cos a$ જે બે છે t times વન વત્તા $\cos a$ જે ત્રિકોણમિતિ સૂત્ર દ્વારા છે આપણે જોઈએ છીએ કે આ \cos ચોરસ a બાય બે ના બે ગુણ્યા છે અને આપણને

$\cos a$ બાય બે r ના બે ગણા મોડ્યુલસ સમાન $\cos a$ બાય બે અને દલીલ તરીકે r મળે છે થીટા આપણે સૂત્ર મુજબ ગણતરી કરીશું

તેથી a માટે શૂન્ય થી π ના અંતરાલમાં આપણે જોઈએ છીએ કે z એ પ્રથમ ચતુર્થાંશમાં છે જેનો અર્થ એ થાય છે કે થીટા સીધો y ની આર્ક ટેન x બાય x સાઈન દ્વારા y ના આર્ક ટેનની ગણતરી કરીએ.

a બાય 1 વત્તા $\cos a$ જે આપણને મળે છે કારણ કે આ બે વખત સાઈન a બાય બે $\cos a$ બાય બે ગુણ્યા \cos ચોરસ a બાય બે આ બીજું કંઈ નથી પરંતુ

a આર્ક ટેન ઓફ ટેન ઓફ 2 બાય 2 હવે ધ્યાન આપો કે ત્યારથી a છે ઈન્ટરવલ શૂન્ય થી π a બાય ટુ એ ઈન્ટરવલ શૂન્ય થી π બાય ટુ માં હોય છે

તેથી આર્ક ટેન આપે છે જેમ તે તમારા માટે એક બાય ટુ છે અન્ય સરળ કસરતો

જો ઈન્ટરવલ π 2 2 π માં આવેલું હોય તો ફક્ત તે બતાવો અથવા મેળવો તે થીટા સા બાય 2 માઈનસ પાઈ ચકાસો કે થીટા સા બાય બે માઈનસ પાઈ

તેથી z કોસ a બાય

ટુના બે ગણા મોડ્યુલસ દ્વારા લખવામાં આવે છે અને એંગ્યુલસ જે બદલાતું હોય છે તે કહે છે a બાય બે જો શૂન્ય થી π અને અન્ય પ્રદેશ માટે a બાય બે ઓછા π ની વચ્ચે આવે છે

તેથી π સમાન મૂલ્ય માટે આપણે નોંધ કરી શકી છી કે z એ 1 વત્તા $\cos \pi$ વત્તા $i \sin \pi$ છે જે શૂન્ય છે અને શૂન્યમાં કોઈ વિશિષ્ટ ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ નથી

તેથી આ ઉદાહરણો સાથે ચાલો આપણે ધ્રુવીય રજૂઆતનો ઉપયોગ કરીને જટિલ સંખ્યાના ગુણાકાર તરફ આગળ વધીએ ધારો કે આપણી પાસે ધ્રુવીય સાથે બે જટિલ સંખ્યા z એક z બે છે.

પ્રતિનિધિત્વ r એક cis થીટા વન અને z બે r બે થીટા 2 હવે જો આપણે આ 2 ને માત્ર સામાન્ય જટિલ સંખ્યાના ગુણાકાર દ્વારા ગુણાકાર કરીએ તો આપણે નોંધ કરી શકીએ કે આ r વન આર બે છે અહીં આપણી પાસે $\cos i \sin \theta$ one છે અને તે જ રીતે અહીં પરિબળ \cos થીટા 2 વત્તા $i \sin$ થીટા 2 તેમનું ઉત્પાદન થીટાના $\cos 1 \cos$ of θ 2 ઓછા $\sin \theta$ 1 $\sin \theta$ 2 plus i times $\cos \theta$ 1 $\sin \theta$ 2 plus $\sin \theta$ 1 $\cos \theta$ બે અને ત્રિકોણમિતિ સૂત્ર દ્વારા આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે આ પરિબળ થીટા વન વત્તા થીટા 2 વત્તા i વખત સાઈન ઓફ થીટા 1 વત્તા થીટા 2 છે આ આપણા સંકેત cis થીટા 1 વત્તા થીટા 2 માં લખી શકાય છે.

તેથી અમે એક મહત્વપૂર્ણ અવલોકન કર્યું કે બે જટિલ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર સરળ બને છે જો આપણે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વમાં કરીએ છીએ કે જ્યારે આપણે z 1 ને z 2 પર ગુણાકાર કરીએ છીએ ત્યારે આપણે z 2 ને પરિબળ r 1

વડે માપીએ છીએ અને આપણે મૂળના સંદર્ભમાં થિટા 1 હોય તેવા ખૂણાથી ફેરવીએ

છીએ તો આપણે અહીં મોડ્યુલસની જેમ શું અવલોકન કરીએ છીએ ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વ દ્વારા બે જટિલ સંખ્યાના ગુણાકારમાંથી આપણે જોઈએ છીએ કે મોડ્યુલસ બીજું કંઈ નથી પરંતુ r એક આર બે છે અને ફરીથી r એક કંઈ નથી પણ મોડ z એક અન્ય પરિબળ મોડ z બે છે

તેથી આપણે જોઈએ છીએ કે ઓળખ ખૂબ જ સરળતાથી આપણે કરી શકીએ છીએ.

સમજો કે z વન z બે નું મોડ્યુલસ એ બીજું કંઈ નથી પરંતુ z વનનો મોડ્યુલસ મોડ્યુલસ મોડ z બે દ્વારા ગુણાકાર કરવામાં આવે છે અને z વન z બેની દલીલ છે

તેથી આપણે મુખ્ય દલીલને ધ્યાનમાં લેવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ

તેથી એવું બની શકે કે જ્યારે આપણે બે ખૂણાઓનો સરવાળો કરીએ ત્યારે તે π અથવા કરતાં વધુ જઈ શકે છે અન્યથા તે માઈનસ π પછી નીચે જઈ શકે છે

તેથી મુખ્ય દલીલ મેળવવા માટે આપણે થોડું ગોઠવણ કરવાની જરૂર છે, ચાલો જોઈએ કે તે ગોઠવણ શું કરવાની જરૂર છે

તેથી જ્યારે આપણે ગુણાકાર કરીએ ત્યારે z one z બેની

દલીલ આપણને સિદ્ધાંત દલીલનો સરવાળો મળે છે.

z ની z એક દલીલ z બે અને આપણે એક ગોઠવણ કરવાની જરૂર છે જે k વતા ગુણ્યા બે πi છે જ્યાં k વતા મૂલ્યો દ્વારા આપવામાં આવે છે જો ધારો કે z એકની દલીલ અને z ની દલીલ સરવાળો ધારો કે તેઓ મુખ્ય દલીલમાં આવે છે શ્રેણી તો પછી કંઈપણ બદલવાની જરૂર નથી પણ જો તે માઈનસ πi કરતાં વધુ અથવા ઓછી હોય તો કહો કે તે માઈનસ πi કરતાં ઓછી છે તો આપણે ઉમેરવાની જરૂર છે જેનો અર્થ છે k પ્લસ એક છે અને જો તે શ્રેણીને પાર કરે છે તો આપણે ઉમેરવાની જરૂર છે.

બે πi વડે બાદબાકી એ πi કરતાં ઓછા πi કરતાં ઓછા અથવા બરાબર છે, ચાલો આપણે એક સાદા ઉદાહરણ તરીકે $z = 1$ એક વતા $i z$ બેને રુટ 3 વતા i તરીકે ધ્યાનમાં લઈએ તો આપણે અહીં ધ્રુવીય કોઓર્ડિનેટ્સમાં કન્વર્ટ કરીને જે ગુણાકાર કરીએ છીએ તે આપણે જાણીએ છીએ.

r છે જે રુટ 2 છે અને કોણ એ પાઇ બાય 4 છે જેની આપણે પહેલેથી જ ગણતરી કરી છે અને અહીં મોડ્યુલસ 2 છે અને આપણે તેના કોણની ગણતરી કરી શકીએ છીએ જેનાથી તમે ચકાસી શકો છો કે તે છે બાય પાઇ છે અને પછી તેનું ઉત્પાદન માત્ર મોડ્યુલસ સીઆઈએસ અને સરવાળોનું પ્રમાણ બની જાય છે.

આ ખૂણો જે ચાર πi બાય બાર ડી મોરિસ સૂત્ર છે જે જણાવે છે કે જો z એ $r \cos$ થિટા વતા $i \sin$ થિટા કરે છે તો z પાવર n તરીકે ફક્ત $r^n \cos n$ થિટા વતા $i \sin n$ થિટા n એક કરતાં વધુ હોવાથી અમે જે અવલોકન કર્યું છે તે ગુણાકારમાંથી ફોર્મ્યુલા ખૂબ જ સરળતાથી પ્રાપ્ત થાય છે ઉદાહરણ તરીકે જો તમે z ચોરસ લો જેનો અર્થ n બરાબર 2 જે z માં z થાય છે જે કહે છે કે મોડ્યુલસ પરિબળને સ્કેલ કરો જે r ચોરસ છે અને દલીલોનો સરવાળો કરો જે આપણને \cos તરીકે મળે છે.

બે થિટા વતા હું બે થિટા પર સહી કરું છું

તેથી ઇન્ડક્શન દ્વારા આપણે ચકાસી શકીએ છીએ કે z પાવર n એ બીજું કંઈ નથી પણ r પાવર n એ $\cos n$ થિટા દ્વારા ગુણાકાર કરવામાં આવે છે,

તેથી ચાલો એક સરળ ઉદાહરણ કરીએ જે કહે છે કે $z = 1$ વતા હું z ને પાવર કહ જાઓની ગણતરી કરું છું.

એમ કહીને આપણે આની ગણતરી કરવા માંગીએ છીએ જો આપણે સીધો ગુણાકાર કરીએ તો ગણતરીની રીતે કદાચ સરળ ન હોય પણ આપણે જોઈએ છીએ કે જો તમે ધ્રુવીય રજૂઆત પર જાઓ છો જે રુટ 2 અને $\cos \pi i$ બાય 4 છે અને હવે માત્ર d મોરિસ સૂત્ર કહે છે કે લો r ની શક્તિઓ જે આપણે તેને 2 પાવર 500 તરીકે મેળવીએ છીએ અને પછી ફક્ત $\cos 1000$ ગુણ્યા πi બાય 4 એટલે કે બે પચાસ પાઇ કહે છે અને જે આપણે જાણીએ છીએ કે તે તમારા માટે માત્ર એક સરળ ક્વાયટ છે, ચાલો આપણે નીચેની ઓળખ સાઈન 5 સાબિત કરીએ.

થિટા બરાબર 16 સાઈન પાવર 5 થિટા માઈનસ 20 સાઈન ક્યુબ થિટા વતા 5 સાઈન થિટા અને કોસ ફાઈવ થિટા એ સોળ કોસ પાવર દ્વારા આપવામાં આવે છે પાંચ થિટા માઈનસ વીસ કોસ ક્યુબ થિટા વતા પાંચ કોસ થિટા હિન્ડસ ફક્ત તે સીઆઈએસ ફી થિટા 5 થિટા પાવર ફીનો ઉપયોગ કરો આ લેક્ચરમાં આપણે જટિલ સંખ્યાના ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વની ચર્ચા કરીએ છીએ અને અમે અવલોકન કરીએ છીએ કે જો આપણે ધ્રુવીય પ્રતિનિધિત્વનો ઉપયોગ કરીએ તો ગુણાકાર સરળ બની જાય છે અને હવે પછીના લેક્ચરમાં અમે તેના પરના વધુ પરિણામોની ચર્ચા કરીશું.