

হ্যালো ছাত্ররা শেষ বক্তৃতায় আমরা জটিল সংখ্যার মডুলাস এবং কিছু মৌলিক অসমতা নিয়ে আলোচনা করেছি এই বক্তৃতায় আমরা জটিল সংখ্যার মেরু উপস্থাপনা নিয়ে আলোচনা করব

তাই আসুন জটিল সংখ্যা z এর সমান x প্লাস iy দিয়ে শুরু করি যেখানে x এবং y বাস্তব থেকে সংখ্যাগুলি একবার আমাদেরকে একটি জটিল সংখ্যার সাথে দেওয়া হলে আমরা জানি যে আমরা এটিকে একটি অর্ডারযুক্ত জোড়া x কমা y এর সাথে যুক্ত করতে পারি এর মানে হল যে আমরা এই বিন্দুটিকে সমতলে সংযুক্ত করতে পারি আসুন এটিকে বিন্দু z হিসাবে বলি যা x প্লাস iy যেখানে x যাচ্ছে যখন আমরা এই বিন্দুটিকে x অক্ষ প্রজেক্ট করি তখন x অক্ষের মাত্রা কী তা বোঝাতে এবং একইভাবে উল্লম্ব দিক থেকে এটির মাত্রা যা y এখন আমরা এখানে যা পর্যবেক্ষণ করি তাকে যে কোনো জটিল সংখ্যা দেওয়া হয় যা আমরা কার্টেসিয়ান সমতলে একটি বিন্দুকে সংযুক্ত করি।

এবং এটি আদর্শভাবে x অক্ষ হিসাবে নেওয়া হয় তবে সমতলে জটিল সংখ্যার ব্যাখ্যায় আমরা এটিকে বাস্তব অক্ষ হিসাবে বিবেচনা করতে পারি এবং এখানে এটি কাল্পনিক অক্ষ এবং এখন প্রতিটি বিন্দুর জন্য এই সমতলে আমরা একটি জটিল সংখ্যা যুক্ত করেছি এবং এই ধরনের একটি জটিল সংখ্যা সমতলকে বলা হয় আর্গন প্লেন বা জটিল সমতল এখন সমতলে যেকোন বিন্দু দেওয়া

হলে আমরা এই বিন্দুটিও নির্ধারণ করতে পারি যদি আমরা উৎপত্তি থেকে দূরত্ব জানি তাহলে

এটিকে r এবং থিটা বলি যা কোণ।

ধনাত্মক x অক্ষ তৈরি করা হয়েছে

তাই আসুন এটিকে বলি যে এটি উৎপত্তি শূন্য কমা শূন্য বা জটিল সংখ্যা শূন্য এবং আসুন এটিকে বিন্দু p হিসাবে বলি এখন আমরা যা বলছি তা হল r উৎপত্তি থেকে দূরত্ব বোঝায় যাকে আমরা o বিন্দুকে কল করছি বিন্দু p এবং থিটা হল

যোগদান রেখার যোগদানকারী অংশ op এবং ধনাত্মক x অক্ষ বা বাস্তব অক্ষের মধ্যবর্তী কোণকে বোঝায়

তাই যদি আমাদের সেই r এবং θ দেওয়া হয় তাহলে আমরা নির্ধারণ করতে পারি এই x টি কী যা কেবলমাত্র সম্পর্কটি লিখতে হবে ইস কোস থিটা হাইপোটেনাস দ্বারা সংলগ্ন দ্বারা দেওয়া হয়

তাই আমরা $r \cos \theta$ থিটা হিসাবে x পাই একইভাবে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে y হল $r \sin \theta$ থিটা

তাই আমরা কী পর্যবেক্ষণ করছি যদি দূরত্ব এবং কোণ r দেওয়া হয় তবে x লেখা হয় xr দ্বারা $\cos \theta$ এবং y $r \sin \theta$ দ্বারা দেওয়া হয়েছে

তাই এর মানে হল যে আমাদের জটিল সংখ্যা z কে $r \cos \theta$ প্লাস $ir \sin \theta$ এর সমান z হিসাবে লেখা যেতে পারে যেখানে r হল উৎপত্তি থেকে z বিন্দুর দূরত্ব

তাই যা নেতিবাচক নয় এবং থিটাকে

শূন্য থেকে দুই পাই পর্যন্ত নেওয়া যেতে পারে এবং আরও এটিকে $r \cos \theta + i r \sin \theta$

হিসাবে লেখা যেতে পারে এবং এই ধরনের উপস্থাপনাকে বলা হয় পোলার রিপ্রেজেন্টেশন এই রিপ্রেজেন্টেশনকে বলা হয় z -এর পোলার রিপ্রেজেন্টেশন

তাই আবার মনে করি যদি আপনি জানেন যে উপাদানগুলি x কমা y আমরা সমতলে একটি বিন্দুকে সংযুক্ত করছি এবং আরও এই বিন্দুটি

উৎপত্তি থেকে দূরত্ব এবং কোণ থিটা দ্বারা সমতুল্যভাবে নির্ধারণ করা যেতে পারে

তাই এখানে আমরা r এবং থিটা ফ্যাক্টর পাই যাকে পোলার স্থানাঙ্ক বলা হয় সিস্টেম যা উৎপত্তি এবং কোণ থেকে শুধু দূরত্ব এবং আমরা যা পরিচিত তা হল কার্টেসিয়ান স্থানাঙ্ক সিস্টেম যা x কমা y ধরুন r এবং থিটা দেওয়া হয়েছে

তাই আমরা su দিয়ে শুরু করি $r \cos \theta$ দেওয়া r এবং θ তাহলে আমরা দেখতে পাই যে আমরা কার্টেসিয়ান স্থানাঙ্ক সিস্টেমের বিন্দুটিকে $r \cos \theta$ হিসাবে এবং y কে $r \sin \theta$ হিসাবে যুক্ত করতে পারি বিপরীতভাবে

ধরুন আমাদেরকে x কমা y দিয়ে দেওয়া হয়েছে এখন প্রশ্ন হল আমরা এই r এবং থিটা কিভাবে পেতে পারি আবার পিথাগোরাস উপপাদ্য দ্বারা এই ছবিতে ফিরে যেতে পারি আমরা অবিলম্বে বুঝতে পারি r হল x বর্গ এবং y বর্গক্ষেত্রের

বর্গমূল ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই xy দিলে উৎপত্তি থেকে দূরত্ব সোজা এগিয়ে r দেওয়া হয় x বর্গ প্লাস y বর্গ এর বর্গমূল দ্বারা এবং থিটা যা আমরা পর্যবেক্ষণ করি তা হল $\cos \theta$ হল x হিসাবে r এবং $\sin \theta$ থিটা y দ্বারা r

তাই আমরা দেখতে পাই যে থিটা একই সাথে এই দুটি সমীকরণকে সন্তুষ্ট করবে

তাই এই দুটি সমীকরণকে একত্রিত করে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে থিটা অবশ্যই এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করবে যা ট্যান থিটা x এবং y দিয়ে y এর সমান এখন এই নির্দিষ্ট বিন্দুর মত এখনও স্পষ্ট নয় যে অবিলম্বে আমরা কিভাবে থিটার মান গণনা করব যদি x এবং y দেওয়া হয়

তাই আমি কিছু সহজ মন্তব্য করব

তাই t গণনা করার জন্য হে থিটা

তাই সেখানে যাওয়ার আগে আমাকে কিছু স্বরলিপি পরিচয় করিয়ে দেই আমরা মেরু প্রতিনিধিত্বে জটিল সংখ্যা লিখি যেটি হল $r \cos \theta$ প্লাস $ri \sin \theta$ যা এইভাবে এবং আমরা এটিকে $r \cos \theta + i r \sin \theta$ হিসাবে লিখতে পারি যেখানে $\cos \theta$ প্লাস $i \sin \theta$ এবং θ কে z এবং জটিল সংখ্যার যুক্তি

দ্বারা চিহ্নিত করা হয়

এবং আমরা এটাও লক্ষ্য করি যে r শুধুমাত্র z -এর মডুলাস ছাড়া আর কিছুই নয় যা পর্যবেক্ষণ এখন কিছু সহজ মন্তব্য যা আমরা পর্যবেক্ষণ করি তা হল পোলার দিয়ে শুরু করার পরে উপস্থাপনা $\cos \theta + i \sin \theta$ এবং θ এবং $\sin \theta$ ফাংশনের পর্যায়ক্রমিকতা দ্বারা আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল এটিকে থিটা প্লাস টু কে পাই প্লাস আই টাইম থিটা

প্লাস টু কে পি হিসাবে লেখা যেতে পারে যেখানে k পূর্ণসংখ্যার মধ্যে থাকে এর মানে হল যখন আমি r থিটা নিই অথবা যদি আমি থিটা প্লাস টু কে পাই নিই তারা একটি উপাদানে ম্যাপ করে যা $xr \cos \theta$ এবং y হিসাবে $r \sin \theta$ অন্য কথায় আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল যদি থিটা দুই পাই দ্বারা পৃথক হয় তবুও তারা স্টেম পয়েন্টে ম্যাপ করে যা জ্যামিতিকভাবে আমরা কীভাবে এটি বুঝতে পারি

তাই আমাদের কাছে একটি বিন্দু রয়েছে যা

ধনাত্মক x অক্ষ থেকে থিটা কোণ দেয় এখন একই রেখাটি পরিমাপ করা যেতে পারে যখন আপনি একটি চক্রকে দুই পাই দিয়ে যান এবং তারপরে এই থিটাটি আরও এগিয়ে যান যার মানে এটি থিটা প্লাস দুই পাই আবার এটি থিটা প্লাস টু পাই এর কোণ হিসাবে একই রেখাকে বোঝায় একইভাবে আপনি যদি k ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সাথে দুই পাই-এর যেকোন k গুণিতক নেন তাহলে আমরা দেখতে পাব যে আমরা দুই পাই গুণিতক দ্বারা ঘুরতে পারি যার মানে আমরা আবার এই প্রাথমিক লাইনে আসি।

তারপরে আমরা এই কোণ থিটা যোগ করি

তাই জ্যামিতিকভাবে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল একই রেখাকে প্রতিনিধিত্ব করে যদি আমরা থিটা প্লাস $2k$ পাই নিই এখন প্রশ্ন হল k এর নেতিবাচক মানগুলি কীভাবে দেখা যাক

তাই আমাদের কাছে একটি রেখা আছে যা কোণ থিটা তৈরি করে এখন পর্যবেক্ষণে যে এটি এমন কিছু যা পোলার কোঅর্ডিনেট সিস্টেমে r কমা থিটা যা আমরা বলছি এটি হল r থিটা বিয়োগ দুই পাই এর মতো আমি শুধু নেতিবাচক মান k কে বিবেচনা করছি যা কে মিনু হিসাবে s একটি এখন এটি দেখা যেতে পারে যখন আমি

অন্য দিকে কোণ পরিমাপ করি যা ঘড়ির কাঁটার দিকের দিক যা এটিকে মাইনাস টু পাই করে এবং তারপর আমি একটি কোণ যোগ করি যা থিটা

তাই অন্য কথায় আমরা এখানে একটি কনভেনশন তৈরি করছি যখন আমরা দুটি লাইনের মধ্যে একটি কোণ পরিমাপ করি আমরা আমাদের x অক্ষকে থিটা হিসাবে শূন্যের সমান স্থির করি এবং আপনি যদি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে পরিমাপ করেন তবে থিটাকে ধনাত্মক রেডিয়ান হিসাবে গণ্য করা হবে এবং যদি আমরা অন্য দিকে পরিমাপ করি যা ঘড়ির কাঁটার দিকের দিক, তাহলে কোণটি পরিমাপ করা হয় নেতিবাচক তেজস্ক্রিয়তায় দেখা যাক এটি আমাদের উপস্থাপনার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ কিনা

ধরুন আমি শুরু করি একটি বিন্দু বলি যেটি এক যোগ, আমি গণনা করি কোণ কী এবং দূরত্বের দূরত্ব হল 1 যোগ 1 এর বর্গমূল যা 2 এবং থিটা যে সম্পর্কের দ্বারা ট্যান থিটা হল y দ্বারা x এখানে y হল এক এবং x হল একক

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে থিটা $s \pi/4$ দ্বারা এবং এখন আমরা বিয়োগ থিটা দ্বারা যা বোঝাচ্ছি তা বিপরীত দিকে রয়েছে $i\pi/4$ এর অর্থ হল বিয়োগ পাই 4 দ্বারা যদি আপনি অন্য দিক থেকে পরিমাপ করেন যা বিয়োগ পাই বাই চারের মত যা বাস্তব অক্ষের সাপেক্ষে এই রেখার প্রতিফলন ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই যদি আমরা প্রতিফলন করি তবে এটি আমাদের z বার ছাড়া কিছুই দেবে না যা একটি বিয়োগ i কিন্তু দেখা যাক এটি পোলার উপস্থাপনার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ কিনা i শুরু করেছে z এভাবে 1 প্লাস i যদি আমি লিখি পোলার উপস্থাপনা r হল $\sqrt{2}$ এবং কোণটি যেটি $\pi/4$ এখন চার দ্বারা একটি বিন্দু বিবেচনা করা যাক।

বিয়োগ থিটা পয়েন্ট বিবেচনা করুন যেটি $\sqrt{2} \cos$ এর বিয়োগ $\pi/4$ বাই চার যোগ $i \sin \pi/4$ বাই চার \cos একটি জোড় ফাংশন এবং সাইন একটি বিজোড় ফাংশন হিসাবে আমরা কী পাব যা $\sqrt{2}$ দুই গুণ যা $\cos \pi/4$ বাই চার বিয়োগ $i \sin \pi/4$ চার দ্বারা $\pi/4$ যা আমরা z বার ঠিক আছে ছাড়া কিছুই পাই না

তাই এই উদাহরণটি দেখায় যে যদি আমরা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোণ পরিমাপ করি তবে আমরা ধনাত্মক রেডিয়ানে পরিমাপ করি এবং যদি আমরা ঘড়ির কাঁটার দিকে কোণটি পরিমাপ করি তবে আমরা ঋণাত্মক রেডিয়ানে পরিমাপ করি যা ছব্ব কনজুগেশনের মতো উপস্থাপন করে যা আমরা পোলার উপস্থাপনের সাথে দেখতে পাচ্ছি সেইসাথে আমরা এই উদাহরণটিকে সাধারণীকরণ করি

তাই ধরুন আমাদের জটিল সমতল z -এ একটি বিন্দু আছে যা কোণ থিটা সহ এখন আমরা এটির ঠিক প্রতিফলন নিই যা z বার এখন আমরা জানি যে এটি কোণ s থিটা কিন্তু আমাদের কনভেনশন আমরা এটিকে বিয়োগ থিটা হিসাবে পরিমাপ করি চলুন দেখি যে পোলার উপস্থাপনা আমরা এখানে পাই এটি হল $r \cos \theta$ প্লাস $i \sin \theta$ সংজ্ঞা অনুসারে এটিকে একটি কোণ হিসাবে নিলে আমরা পাই এমন কিছু যা z প্রাইম এর মত যা কোণ বিয়োগ থিটা দ্বারা প্রদত্ত একটি জটিল সংখ্যা যা বিয়োগ থিটা এর $r \cos$ প্লাস আই সাইন অফ মাইনাস থিটা তাহলে অবিলম্বে আমরা লক্ষ্য করি যে এটি z বার ছাড়া আর কিছুই নয়

তাই এই বিন্দুটি ব্যাখ্যা করে যে এর অর্থ কী

r প্লাস থিটা প্লাস $2k\pi$ এর সাথে k পূর্ণসংখ্যার পরিবর্তিত এমনকি ঋণাত্মক সংখ্যার সাথে আমরা দেখতে পাই যে এটি কার্টেসিয়ান স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি সংখ্যার সাথে মানচিত্র করে যা $r \cos \theta$ a এবং y হিসাবে $r \sin \theta$ এখন আবার আমরা যা করার চেষ্টা করছি তা হল জটিল সমতলের প্রতিটি বিন্দুর জন্য আমরা r এবং θ এর পরিপ্রেক্ষিতে একটি ভিন্ন উপস্থাপনা দিতে চাই এখন আমরা লক্ষ্য করছি যে থিটাকে থিটা প্লাস হিসাবে নেওয়া যেতে পারে দুই কে পাই যা একই সময়ে একই বিন্দুর প্রতিনিধিত্ব করে

এই পুরো প্লেনটিকে কভার করার জন্য আমাদের যা করতে হবে তা হল

দুই পাই ব্যবধানের দৈর্ঘ্যের জন্য থিটা পরিবর্তন করতে হবে এর মানে হল আপনি থিটা নট টু থিটা নট প্লাস টু পাই সহ একটি থিটা নিন যেখানে থিটা কোন বাস্তব সংখ্যা হতে পারে যদি আমরা এই অঞ্চলে আমাদের থিটা পরিবর্তিত করি তবে এটি পুরো সমতলকে কভার করে

তাই গুরুত্বপূর্ণ হল যুক্তিটি 2 পাই ব্যবধানে পরিবর্তিত হতে হবে

তাই প্রচলিত একটি হল আপনি থিটাকে 0 হিসাবে বিবেচনা করবেন না যা আমরা পাই এটি 0 থেকে 2 পাই হিসাবে যদি আমরা আবার মনে করি তবে এর অর্থ হল আমরা প্রাথমিক সেগমেন্টটি ধনাত্মক x অক্ষ হিসাবে শুরু করি যেখানে থিটা শূন্য এবং তারপরে আপনি ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘূর্ণন সহ ধনাত্মক অভিযোজনে পরিমাপ করেন দুই পাই

তাই যা পুরো সমতলকে কভার করে এবং আরেকটি স্ট্যান্ডার্ড হল মাইনাস পাই 2 প্লাস পাই

তাই এখন এখানে পুরো আলোচনায় ধনাত্মক x অক্ষ সর্বদা থিটা শূন্য এই নির্দিষ্ট রেখাটি সর্বদা x অক্ষ সর্বদা থিটা শূন্য বিবেচনা করি এখন আমরা ধনাত্মক রেডিয়ানগুলির অর্থ কী তা জানুন যার অর্থ আপনি শূন্য থেকে শুরু করুন এবং তারপরে এই চক্রটি আসবেন যা এখানে এই লাইনটি পাই হিসাবে থিটা

এবং অন্যান্য অঞ্চল যা আমরা

ঘড়ির কাঁটার দিক দিয়ে কভার করি

তাই এখানে এই নির্দিষ্ট রেখাটি যদি আমরা পরিমাপ করি তবে এটি হবে থিটা এস বিয়োগ পাই

তাই আমরা লক্ষ্য করি যে ব্যবধানের দৈর্ঘ্য দুই পাই এবং যদি আমরা এই ব্যবধানে আমাদের থিটা পরিবর্তিত করি তবে আমরা এই সমগ্র সমতলে এবং এই অঞ্চলের কোণ বিবেচনা করে যাকে প্রধান কোণ বা নীতি যুক্তি বলা হয় এবং z এর যা একটি থিটা যা ব্যবধান বিয়োগ পাই টু প্লাস পাই এর মধ্যে রয়েছে আমরা জিজ্ঞাসা করতে চাই যে বিন্দু উৎপত্তির জন্য মেরু উপস্থাপনা কি আপনি এখন মূল বিবেচনা করছেন যেমন আমরা আলোচনা করেছি আমরা যা করি তা হল আমরা একটি লাইন নিই যা 0 থেকে শুরু হয় এবং বিন্দুর মধ্য দিয়ে যায় ঠিক আছে

তাই আপনি যদি কোনো লাইন নেন তাহলে 0 থেকে শুরু হয় এবং যাইহোক এটি 0 এর মধ্য দিয়েও যায় যার মানে আমরা শূন্য এবং r থেকে শুরু হওয়া যেকোনো লাইন নিতে পারি।

উৎপত্তি

থেকে বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব যা নিজেই যার অর্থ হল r শূন্য কিন্তু আমি যদি থিটা

নিই যে কোন রেখা শূন্যের মধ্য দিয়ে যায় যাকে আমরা কোণ হিসাবে গ্রহণ করতে যাচ্ছি যার মানে যেহেতু সমস্ত লাইন মূলত শূন্য থেকে যেটি পাস এর মাধ্যমে শূন্য থাকে যার মানে থিটা নির্বিচারে হতে পারে এখানে থিটা যেকোনও হতে পারে এর মানে হল যদি আমি r নিই শূন্যের সমান এবং থিটা যেকোন মান হতে পারে মূলের প্রতিনিধিত্ব করে এর মানে হল আমাদের কাছে উৎপত্তির জন্য সঠিকভাবে সংজ্ঞায়িত পোলার উপস্থাপনা নেই

তাই মূল বিন্দুর বিষয়ে আমাদের সতর্ক

হওয়া দরকার মেরু স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার ক্ষেত্রে আমাদের কাছে একটি সুনির্দিষ্ট উপস্থাপনা নেই ue মান এর জন্য আমরা মূল যুক্তিতে আমাদের নিজেকে সীমাবদ্ধ করে রেখেছি যেটি হল বিয়োগ পাই থেকে পাই হিসাবে থিটা এখন আরও একটি সমস্যা রয়েছে যা ট্যান পিরিয়ড পাই এর সাথে পর্যায়ক্রমিক হয়

তাই এই গণনাটি পেতে আমাদের চতুর্ভুজগুলির ক্ষেত্রে কিছু সমন্বয় করতে হবে যেখানে x এবং y z প্রথম পর্যবেক্ষণের প্রধান যুক্তির সূত্রের মধ্যে রয়েছে তা হল \tan হল একটি পর্যায়ক্রমিক ফাংশন যার সাথে পিরিয়ড পাই যা সহজেই যাচাই করা যায় বা সাধারণভাবে আমাদের কাছে x প্লাস $k\pi$ এর \tan আছে যা পূর্ণসংখ্যায় k এর জন্য $\tan x$ হয় যদি আমরা খুঁজে বের করার চেষ্টা করুন

তাই আমাদের আগ্রহ হল মূল যুক্তিটি খুঁজে বের করা যেমন

x দ্বারা থিটা sy -এর ট্যান কিন্তু উপরের সম্পর্ক দ্বারা আমরা দেখতে পাচ্ছি যে থিটাকে x দ্বারা y -এর ট্যান ইনভার্স হিসাবে দেওয়া হবে যা কোণ যোগ $k\pi$ এর সাথে জড়িত হবে।

যেখানে পূর্ণসংখ্যার মধ্যে ks

তাই এই মাল্টিভ্যালুড এড়াতে আবার আমরা ট্যান ইনভার্সের মানকে সীমাবদ্ধ করি ব্যবধান বিয়োগ পাই 2 থেকে পাই 2 দ্বারা তাই ব্যবধানে

y -এর ট্যান ইনভার্সকে x দ্বারা সীমিত করে বিয়োগ পাই দুই থেকে প্লাস পাই দুই ডাবলু দ্বারা এটিকে আমরা x এর y এর \arctan বলি যেটি আমাদের \tan ফাংশন মানে এটি ট্যানের বিপরীত ফাংশন যাতে মানটি ব্যবধান বিয়োগ পাই দুই দ্বারা প্লাস পাই দুই দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে

তাই থিটা হল

y এর চাপ ট্যান x দ্বারা এবং আমাদেরকে π - এর কিছু মাল্টিপল দ্বারা একটি সঠিক সমন্বয় করতে হবে

তাই আমরা এখন আলোচনা করব কিভাবে k প্লাসের কিছু মান সামঞ্জস্য করা যায় যাতে আমরা প্রদত্ত জটিল সংখ্যা z - এর আমাদের প্রধান যুক্তি পেতে পারি

তাই আমাদের প্রধান আর্গুমেন্ট সূত্র যা zz -এর আর্গুমেন্ট।

y এর \arctan দ্বারা x প্লাস k প্লাস পাই যেখানে k প্লাস যা সঠিক সামঞ্জস্য যা আমাদের xy কোথায় থাকে তার উপর নির্ভর করে

তাই k প্লাস 0 যদি xy প্রথম এবং চতুর্থ চতুর্ভুজে থাকে যা x দ্বারা দেওয়া হয় ধনাত্মক বা ys এবং ys ধনাত্মক r একই চতুর্থ চতুর্ভুজ y শূন্যের চেয়ে কম বা সমান

তাই উভয় ক্ষেত্রেই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে k প্লাসের মান এখানে সামঞ্জস্য করার দরকার নেই কারণ চাপ ট্যান ইনভার্সটি মাইনাস পাই এর মধ্যে মান দিতে যাচ্ছে দুই থেকে প্লাস π দ্বারা দুটি যা প্রথম এবং চতুর্থ চতুর্ভুজটি প্রথম চতুর্ভুজকে

কভার করে এবং এটি চতুর্থ চতুর্ভুজ এবং যদি xy দ্বিতীয় চতুর্ভুজটির মধ্যে থাকে যা x ঋণাত্মক এবং y অ-ঋণাত্মক হয় তবে আমরা পাই প্রাপ্ত মানের সাথে y এর $r \tan$ এর সাথে x দ্বারা যোগ করি এবং বিয়োগ এক যদি xy তৃতীয় চতুর্ভুজে থাকে

তাই আমরা এখানে যা অনুপস্থিত করছি তা হল x সমান শূন্য যদি x শূন্যের সমান হয় তবে এটি y অক্ষ এবং আমরা জানি যে x যদি শূন্যের সমান হয় তাহলে x সমান হলে আমরা এই সূত্রটি পাই শূন্যে তারপর z এর আর্গুমেন্ট 2 দ্বারা π হয় যদি y ধনাত্মক ঋণাত্মক হয় আমরা বিয়োগ পাই 2 দ্বারা নিই একটি সহজ উদাহরণ দেখা যাক, ধরুন আমাদের বলা হয়েছে বিয়োগ এক আমি এখন rs বলি zs বিয়োগ 1 যোগ i তারপর r বর্গমূল দ্বারা দেওয়া হয়েছে একটি প্লাস ওয়ানের একটি যা রুট দুই এবং প্রধান আর্গুমেন্ট থিটা দেওয়া হয়েছে

y এর \arctan দ্বারা x যোগ করে k প্লাস পাই যেখানে বিন্দুটি দ্বিতীয় চতুর্ভুজে থাকে

তাই আমরা k মানটিকে এক হিসাবে নিই

তাই এটি বিয়োগ পাই বাই চার যোগ π আমরা পাই যে তিন পাই বাই চার

তাই একইভাবে আপনি করতে পারেন অন্যান্য জটিল সংখ্যার জন্য গণনা করুন যা z ড্যাশ রুট 2 প্লাস 2 রুট 3 আমি r এবং থিটা গণনা করে এটির মেরু উপস্থাপনা কী তা গণনা করি, আমাদের z -এর প্রধান যুক্তির সূত্রটি সংক্ষিপ্ত করতে দিন, ধরুন বিন্দুটি প্রথম এবং চতুর্থ চতুর্ভুজে থাকে তারপর শুধু r x দ্বারা y এর \tan এবং যদি x এর সাথে y এর দ্বিতীয় চতুর্ভুজ চাপ \tan এর x প্লাস পাই যদি এটি x বিয়োগ π দ্বারা y এর তৃতীয় চতুর্ভুজ চাপের ট্যানে থাকে তাহলে আরো একটি উদাহরণ করা যাক ধরুন আমাদের একটি জটিল সংখ্যা z দেওয়া হয়েছে 1 প্লাস কস a প্লাস আই সাইন a যেখানে একটি ব্যবধান 2 পাই এখন আমরা এই জটিল সংখ্যাগুলির জন্য মেরু প্রতিনিধিত্ব গণনা করতে বা খুঁজে পেতে চাই

তাই আসুন আমরা শুধু লক্ষ্য করি যে এটি মেরু প্রতিনিধিত্ব ফর্মে নেই

তাই রূপান্তর করতে প্রথমে rr হিসাব করুন x বর্গ প্লাস ওয়াই বর্গ এর বর্গমূল দিয়ে যা এক যোগ $\cos a$ পুরো বর্গ প্লাস \sin বর্গ a যা \cos বর্গ a প্লাস \sin বর্গ a আমাদের এখানে আছে

তাই আমরা দুই গুণ দুই $\cos a$ পাই যা দুই t imes one plus $\cos a$ যা ত্রিকোণমিতিক সূত্র দ্বারা আমরা দেখি যে এটি \cos বর্গ a এর দুই গুণ এবং আমরা r পাই

$\cos a$ বাই দুই r এর দুই গুণ মডুলাস $\cos a$ এর দুই গুণ মডুলাস এবং আর্গুমেন্ট থিটা আমরা সূত্র অনুসারে গণনা করব

তাই a এর জন্য শূন্য থেকে পাই ব্যবধানে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে z প্রথম চতুর্ভুজে রয়েছে যার অর্থ হল থিটা সরাসরি x দ্বারা y এর চাপ ট্যানকে x সাইন দ্বারা গণনা করা যাক a by 1 plus $\cos a$ যা আমরা পাই কারণ এটি দুই গুণ সাইন a বাই দুই $\cos a$ বাই দুই গুণ $\cos a$ বাই দুই এটা আর কিছুই নয় এখন a এর \tan এর \arctan বাই 2 এখন লক্ষ্য করুন যেহেতু a আছে ব্যবধান শূন্য থেকে পাই এ বাই টু ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই ব্যবধানে

তাই আর্ক ট্যান দেয় ঠিক যেমন এটি একটি বাই টু আপনার জন্য অন্যান্য সহজ ব্যায়াম যদি একটি ব্যবধান পাই 2π এর মধ্যে থাকে তাহলে শুধু দেখান বা প্রাপ্ত করুন যে থিটা সা বাই 2 মাইনাস পাই যাচাই করুন যে থিটা সা বাই দুই মাইনাস পাই

তাই $z \cos a$ এর দুই গুণ মডুলাস দ্বারা দুই দ্বারা লিখিত হয় যার সাথে পরিবর্তিত হতে চলেছে এঞ্জুলাসটি বলে a বাই দুই বলে যদি একটি শূন্য থেকে পাই এবং অন্যান্য অঞ্চলের জন্য a বাই দুই বিয়োগ পাই এর মধ্যে থাকে

তাই পাই এর সমান মানের জন্য আমরা লক্ষ্য করতে পারেন যে z হল 1 প্লাস $\cos \pi$ প্লাস $i \sin \pi$ যা শূন্য এবং শূন্যের কোন অনন্য মেরু প্রতিনিধিত্ব নেই

তাই এই উদাহরণগুলির সাহায্যে আসুন আমরা পোলার উপস্থাপনা ব্যবহার করে জটিল সংখ্যার গুণের দিকে এগিয়ে যাই ধরুন আমাদের পোলার সহ দুটি জটিল সংখ্যা z এক z দুই আছে উপস্থাপনা $r \text{ cis } \theta$ এবং $z \text{ two } r \text{ two } \theta$ 2 এখন যদি আমরা এই 2 কে সাধারণ জটিল সংখ্যার গুণ দ্বারা গুণ করি তবে আমরা লক্ষ্য করতে পারি যে এটি $r \text{ one } r$ দুই এখানে আমাদের $\cos i \sin \theta$ আছে এবং একইভাবে এখানে ফ্যাক্টর \cos থিটা 2 প্লাস আই সিন থিটা 2 তাদের পণ্যটি থিটার 1 \cos হিসাবে আসে থিটা 2 বিয়োগ \sin থিটা 1 সাইন থিটা 2 প্লাস i বার \cos থিটা 1 সাইন থিটা 2 প্লাস সাইন থিটা 1 \cos থিটা টু এবং ত্রিকোণমিতিক সূত্র দ্বারা আমরা দেখতে পারি যে এই ফ্যাক্টরটি থিটা ওয়ান প্লাস থিটা 2 প্লাস আই টাইম সাইন অফ থিটা 1 প্লাস থিটা 2 এটি আমাদের নোটেশন cis থিটা 1 প্লাস থিটা 2 এ লেখা যেতে পারে।

তাই আমরা একটি গুরুত্বপূর্ণ পর্যবেক্ষণ করেছি যে দুটি জটিল সংখ্যার গুণন সহজ হয়ে যায় আমরা যদি পোলার রিপ্রেজেন্টেশনে করি, যখন আমরা z 1 কে z 2 এর উপর গুণ করি তখন আমরা z 2 কে ফ্যাক্টর r 1 দিয়ে স্কেল করি এবং আমরা একটি কোণ দিয়ে ঘুরি যা থিটা 1 হয় উৎপত্তির সাপেক্ষে

তাই আমরা এখানে মডুলাসের মত দেখতে পারি মেরু প্রতিনিধিত্ব দ্বারা দুটি জটিল সংখ্যার গুণফলের আমরা দেখতে পাই যে মডুলাসটি r এক r দুই ছাড়া আর কিছুই নয় এবং আবার r এক কিছুই নয় কিন্তু $\text{mod } z$ একটি অন্য ফ্যাক্টর হল $\text{mod } z$ দুই

তাই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে পরিচয়টি খুব সহজেই আমরা করতে পারি উপলব্ধি করুন $z \text{ one } z \text{ two}$ এর মডুলাসটি $z \text{ one}$ এর মডুলাস ছাড়া আর কিছুই নয় যা $\text{mod } z$ দুই দ্বারা গুণিত এবং $z \text{ one } z$ দুই এর যুক্তি

তাই যেহেতু আমরা প্রধান যুক্তিটি বিবেচনা করার চেষ্টা করি

তাই এটি ঘটতে পারে যখন আমরা দুটি কোণের যোগফল করি পাই বা এর চেয়ে বেশি যেতে পারে অন্যথায় এটি বিয়োগ পাই

এর নীচে যেতে পারে

তাই প্রধান যুক্তি পেতে আমাদের কিছু সমন্বয় করতে হবে আসুন দেখি সেই সামঞ্জস্যটি কী করতে হবে

তাই $z = \text{one} + z = \text{two}$ এর আর্গুমেন্ট যখন আমরা গুণ করি তখন আমরা মূল যুক্তির যোগফল পাই z -এর z -এর একটি যুক্তি z দুই এবং আমাদের একটি সমন্বয় করতে হবে যা k প্লাস গুণ দুই পাই যেখানে k প্লাস মান দ্বারা দেওয়া হয় যদি ধরুন $z = \text{one}$ এর যুক্তি এবং z এর যুক্তি যোগ করলে ধরুন তারা প্রধান যুক্তির মধ্যে রয়েছে রেঞ্জ তাহলে কিছু পরিবর্তন করার দরকার নেই কিন্তু যদি এটি মাইনাস পাই-এর থেকে বেশি বা কম হয় বলুন এটা মাইনাস পাই-এর চেয়ে কম হয় তাহলে আমাদের যোগ করতে হবে যার মানে k প্লাস এক এবং যদি এটি রেঞ্জ অতিক্রম করে তাহলে আমাদের করতে হবে।

দুই পাই দ্বারা বিয়োগ করলে পাই থেকে বড় বিয়োগ পাই এর থেকে কম বা সমান হয়, আসুন একটি সহজ উদাহরণ বিবেচনা করি z এককে এক যোগ iz দুইকে রুট 3 প্লাস i হিসাবে বিবেচনা করি

তাই আমরা এখানে পোলার স্থানাঙ্কে রূপান্তর করে যে গুণটি করি তা আমরা জানি কী? r যা রুট 2 এবং কোণটি পাই বাই 4 যা আমরা ইতিমধ্যেই গণনা করেছি এবং এখানে মডুলাসটি 2 এবং আমরা এর কোণটি গণনা করতে পারি যা আমরা যাচাই করতে পারি যে এটি ছয় দ্বারা পাই এবং তারপর তাদের গুণফলটি কেবলমাত্র মডুলাস cis এবং যোগফলের স্কেল হয়ে যায় এই কোণ যা চার পাই বাই বারো d মরিস সূত্র যা বলে যে z যদি $r \cos \theta$ প্লাস $i \sin \theta$ করে তাহলে z শক্তি n হিসাবে সহজভাবে $r^n \cos n \theta$ প্লাস $i \sin n \theta$ কারণ n সমান একের থেকে বড়

তাই সূত্রটি খুব সহজে গুণন থেকে পাওয়া যায় যা আমরা পর্যবেক্ষণ করেছি উদাহরণ স্বরূপ যদি আপনি z বর্গকে নেন যার অর্থ n এর সমান 2 যা z হয় z যা বলে যে মডুলাস ফ্যাক্টরকে স্কেল করুন যা r বর্গ এবং আর্গুমেন্টের যোগফল যা আমরা এটিকে \cos হিসাবে পাই।

দুই থিটা প্লাস আমি দুই থিটা সাইন করি

তাই ইন্ডাকশনের মাধ্যমে আমরা যাচাই করতে পারি যে z পাওয়ার n আর কিছুই নয় কিন্তু r পাওয়ার $n \text{cis } n \theta$ থিটা দ্বারা গুণিত

তাই আসুন একটি সহজ উদাহরণ করি যা হল $z = 5$ ওয়ান প্লাস আমি z গণনা করি পাওয়ার হাজার তারপর বলতে গেলে আমরা এটি গণনা করতে চাই যদি আমরা সরাসরি গুণ করি তবে গণনা করা সহজ নাও হতে পারে তবে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আপনি যদি পোলার উপস্থাপনায় যান যা রুট 2 এবং $\text{cis } \pi/4$ এবং এখন শুধু d মরিস সূত্র বলছে যে নিন r করার ক্ষমতা যা আমরা 2 পাওয়ার 500 হিসাবে পাই এবং তারপরে শুধুমাত্র $\text{cis } 1000 \theta$ গুণ $\pi/4$ যা বলে দুই পঞ্চাশ পাই এবং যা আমরা জানি যে এটি আপনার জন্য শুধুমাত্র একটি সহজ ব্যায়াম, আসুন আমরা নিম্নলিখিত পরিচয় সাইন 5 প্রমাণ করি থিটা সমান 16 সাইন পাওয়ার 5 থিটা মাইনাস 20 সাইন কিউব থিটা প্লাস 5 সাইন থিটা এবং কস ফাইভ থিটা দেওয়া হয়েছে ষোল \cos পাওয়ার ফাইভ থিটা মাইনাস 20 \cos কিউব থিটা প্লাস ফাইভ $\cos \theta$ hintus শুধু যে $\text{cis } \phi = \text{theta} + i \sin \theta$ ব্যবহার করুন এই বক্তৃতায় আমরা জটিল সংখ্যার মেরু উপস্থাপনা নিয়ে আলোচনা করি এবং আমরা লক্ষ্য করি যে যদি আমরা মেরু প্রতিনিধিত্ব ব্যবহার করি তাহলে গুণটি সহজ হয়ে যায় এবং পরবর্তী লেকচারে আমরা এর উপর আরও ফলাফল নিয়ে আলোচনা করব।