

[ਸੰਗੀਤ] ਪਿਛਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੰਜੋਗ ਅਤੇ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਬਾਰੇ ਵੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ, ਮੈਨੂੰ ਹੁਣੇ ਹੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਜਨਰਲ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ a ਪਲੱਸ ib ਨੂੰ ਯਾਦ ਕਰਨ ਦਿਓ, ਜੋ ਕਿ z ਬਾਰ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਮਾਇਨਸ ib ਅਤੇ z ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਇਹ ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ b ਵਰਗ ਦੇ ਵਰਗ ਰੂਪ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਚਰਚਾ ਦੌਰਾਨ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਾਂਗੇ ਕਿ z ਦਾ ਰੂਪ x ਪਲੱਸ iy ਹੈ ਅਤੇ ਆਓ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕਰੀਏ ਕਿ z ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। z ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਨਾਲੋਂ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਇਹ ਮਾਡ z ਦੇ ਘਟਾਓ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ, ਇਹ ਚੰਗੀ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਕਿ z ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ ਜਾਂ z ਦੇ ਅਸਲ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲ ਮਾਡ z ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸਬੂਤ ਸਪਾਰਨ ਹੈ ਕੀ ਸਾਡੇ ਕੋਲ z ਦਾ ਅਸਲੀ ਹਿੱਸਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ x ਹੈ ਅਤੇ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਵਰਗ ਨੂੰ z ਦੇ ਅਸਲ ਹਿੱਸੇ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਵਰਗ x ਵਰਗ ਹੈ ਜੋ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤੌਰ 'ਤੇ x ਵਰਗ ਅਤੇ y ਵਰਗ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਕੁਝ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਨੰਬਰ ਜੋੜ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਤੁਰੰਤ $1y$ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਕਿ ਜਦੋਂ ਵੀ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ a b ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ z ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ x ਵਰਗ ਅਤੇ y ਵਰਗ ਦੇ ਵਰਗ ਮੂਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਹ $\text{mod } z$ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਉਹ ਤਰੀਕਾ ਹੈ ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਲਿਆ ਹੈ, ਬਿਲਕੁਲ ਸਹੀ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹ $\text{mod } z$ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਜੋ ਪਹਿਲੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਸਾਬਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਦਾ ਕਾਲਪਨਿਕ ਹਿੱਸਾ ਮਾਡ z ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਮਾਡ z ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਦੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇਹ ਸਿੱਧਾ ਅੱਗੇ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\text{mod } z$ ਹਮੇਸ਼ਾ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ z ਲਈ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਨੰਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਕੀ ਦੇਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਵੀ z ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕੇਵਲ z ਜ਼ੀਰੋ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੁਬਾਰਾ ਵਰਗਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਆਸਾਨ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਕ ਵਾਰ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ $\text{mod } z$ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਸਮਝਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਇਸਦਾ ਵਰਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ x ਵਰਗ ਜੋੜ y ਵਰਗ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਅਤੇ wh ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੇ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਤੱਤ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ x ਵਰਗ ਹੈ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ y ਵਰਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦਾ ਹੈ ਕਿ x ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ y ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਤਾਂ ਇਹ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਐਲੀਮੈਂਟ ਹੈ ਅਤੇ z ਇੱਕ ਜ਼ੀਰੋ ਐਲੀਮੈਂਟ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਰਗਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹੋਰ ਸਪਾਰਨ ਨਿਰੀਖਣ ਕੀ ਹਨ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ z ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ ਮਾਇਨਸ z ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੇ ਵਿਰੁੱਧ ਵੀ ਸਮਾਨ ਹੈ। $\text{mod } z$ ਵਰਗਾ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਮਾਮੂਲੀ ਹੈ, ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜਾਂਗਾ ਜੋ ਕਿ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਸੰਜੋਗ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ ਉਹੀ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਹਿ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ az ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਮਾਇਨਸ z ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ ਇਹ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ x ਪਲੱਸ iy ਹੈ। ਫਿਰ ਮਾਇਨਸ z ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਮਾਇਨਸ x ਮਾਇਨਸ iy ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਦੂਰੀ ਇਸ ਦੂਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ x ਪੁਰੇ ਬਾਰੇ ਇਸਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਜੋ ਕਿ z ਬਾਰ ਦਾ ਮਾਡਲ ਵੀ ਉਹੀ ਹੈ ਹੁਣ ਚੌਥਾ ਇੱਕ ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ z ਬਾਰ ਨਾਲ z ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਮੋਡ ਮਿਲਦਾ ਹੈ। z ਵਰਗ ਇਸ ਲਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਨਹੀਂ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ, ਆਓ ਅਸੀਂ z one ਵਿੱਚ z ਦੇ ਦੋ ਪੰਜਵੇਂ ਇੱਕ ਮਾਡਿਊਲਸ 'ਤੇ ਚੱਲੀਏ ਇਹ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $\text{mod } z$ one ਨੂੰ $\text{mod } z$ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, $\text{mod } z$ one z ਨੂੰ ਮੰਨਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਅਸੀਂ z ਇੱਕ z ਦੇ ਨੂੰ z ਇੱਕ ਤੋਂ z ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਬਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਦੁਬਾਰਾ ਅਸੀਂ ਸੰਜੋਗ ਦੇ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ z ਇੱਕ z ਦੇ ਦਾ ਸੰਜੋਗ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਬਾਰ ਅਤੇ ਕਮਿਊਟੇਟਿਵ ਕਨੂੰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਮੈਨੂੰ ਲਿਖਣ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ $z1$ ਬਾਰ $z2$ ਬਾਰ ਵਾਲਾ ਉਤਪਾਦ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਐਸੋਸੀਏਟਿਵ ਕਨੂੰਨ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਗਲੇ ਕਮਿਊਟੇਟਿਵ ਕਨੂੰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਮਾਡ z ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕੋ। ਇੱਕ ਵਰਗ ਮਾਡ z ਦੇ ਵਰਗ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦਾ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇਹ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਨੂੰ ਮਾਡ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਉਤਪਾਦ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਇਸਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਜੋ ਹਰੇਕ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਮਾਡਿਊਲਸ ਲੈਣ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ। ਫਿਰ μ multiply ਇਹ ਠੀਕ ਹੈ ਅਤੇ ਛੇਵਾਂ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਜੋ ਕਿ ah ਮਸ਼ਹੂਰ ਜਾਂ ਵਧੀਆ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਜੋ ਵਾਰ-ਵਾਰ ਵਰਤਿਆ ਜਾਵੇਗਾ ਜਿਸ ਨੂੰ ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਦੋ ਮਾਡਿਊਲਸ ਨੂੰ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। plus $\text{mod } z$ two for every z one z two in complex numbers ਆਓ ਆਪਾਂ ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇਹ ਕੀ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਬਿੰਦੂ ਹਨ, ਆਓ ਅਸੀਂ ਕਹੀਏ ਕਿ ਇਹ z ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਆਓ ਇਹ ਕਹੀਏ ਕਿ ਇਹ z ਦੇ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਕੁਦਰਤੀ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ z ਇੱਕ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ z ਦੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵੈਕਟਰ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਲਪਨਾ ਕਰ ਸਕੀਏ, ਫਿਰ ਜੋੜ ਉਹ ਚੀਜ਼ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇਸ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਲਈ z one ਪਲੱਸ z ਦੇ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ ਪਿਛਲੇ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਹੈ ਲੈਕਚਰ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਮੂਲ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਦੂਰੀ ਹੈ ਇਸਲਈ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਮੂਲ ਤੱਕ ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਦੂਰੀ ਦੂਰੀ t ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ 0 z 'ਤੇ ਜਾਓ ਅਤੇ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ ਵੈਕਟਰ z 1 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਦੂਰੀ ਲੈ ਕੇ ਪਹਿਲਾਂ $z2$ 'ਤੇ ਜਾਓ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇੱਥੇ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ $z1$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ ਜੋ ਹਮੇਸ਼ਾ ਡਿਸ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਹੋਰ ਵਿੱਚ ਸ਼ਬਦ ਇਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਦੂਰੀ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ ਵਰਗ ਦੇ ਨਾਲ ਸ਼ਬਦ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਇਹ $\text{mod } z$ ਦੁਆਰਾ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ ਮੈਨੂੰ ਯਾਦ ਹੈ ਕਿ ਸੰਪੱਤੀ $\text{mod } z$ ਵਰਗ z ਦੁਆਰਾ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ ਹੈ z ਬਾਰ ਹੁਣ ਸਿਰਫ਼ ਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਕਹੋ ਕਿ ਸੰਪੱਤੀ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਨਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਬਾਰ ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਤੁਸੀਂ ਵੰਡਣ ਵਾਲੇ ਕਾਨੂੰਨ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਇੱਕ ਨੂੰ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਅਤੇ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਨਾਲ z ਦੇ ਨਾਲ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਮਾਤਰਾ z ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਵਜੋਂ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਗਲਾ ਨੰਬਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਇਸਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਬਿਲਕੁਲ ਪਿਛਲੇ ਦਾ ਸੰਜੋਗ ਇਸਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਹੁਣੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਇਸ ਪੱਟੀ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਬਾਰ 'ਤੇ z ਨਾਲ ਡਬਲ ਬਾਰ ਗੁਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ z ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਮਾਡ $z2$ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਪਲੱਸ z ਬਾਰ z ਦਾ ਇੱਕ ਅਸਲੀ ਹਿੱਸਾ ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਥੇ ਇਹ z one z ਦੇ ਬਾਰ ਦੇ ਅਸਲ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੈ ਪਲੱਸ ਇਹ ਹੁਣ ਦੁਬਾਰਾ ਯਾਦ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਠੀਕ ਸਾਬਤ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸਮਾਨਤਾ ਕੀ ਹੈ। z one plus z two ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ $\text{mod } z$ one plus $\text{mod } z$ ਟੂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਰਹੇ ਹਾਂ ਕਿ ਲਗਭਗ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਪਹੁੰਚ ਗਏ ਹਾਂ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਪਲੱਸ ਮਾਡ z ਵਰਗਾ ਕੁਝ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਲਗਭਗ ਪੂਰਾ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ ਪਰ ਸਿਰਫ਼ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਮੋਡ z ਇੱਕ ਅਤੇ ਮਾਡ z ਦੇ ਸ਼ਬਦ ਕਿਵੇਂ ਲਿਆਉਂਦੇ ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਮੈਨੂੰ ਉਹ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਯਾਦ ਹੈ ਜੋ ਮੈਂ ਲਿਖਿਆ ਸੀ ਉਹ ਪਹਿਲਾਂ ਹੈ ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸਲ z ਦਾ ਹਿੱਸਾ z ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਮਾਇਨਸ ਮੋਡ z ਦੇ ਨਾਲ ਨਾਲ ਘੱਟ z ਤੋਂ ਵੀ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। n ਜਾਂ $\text{mod } z$ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸਬੰਧ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਜਾ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਵਰਤ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਬਹੁਤ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਮੈਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੇਤਾਵਨੀ ਦਿੱਤੀ ਸੀ ਕਿ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਅਜਿਹਾ ਸਬੰਧ ਲਾਗੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਮਾਤਰਾ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ $z1$ $z2$ ਬਾਰ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦਾ 2 ਗੁਣਾ ਹੈ ਦੁਬਾਰਾ ਇਹ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਨੰਬਰ ਹੈ। ਅਤੇ $\text{mod } z$ ਦੇ ਵਰਗ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹੋ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ z ਇੱਕ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ z ਤੋਂ ਬਾਰ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੁਆਰਾ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਲਈ ਮਾਡਿਊਲਸ z ਦੇ ਪਲੱਸ ਮਾਡ z ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣੇ ਕਿ ਇਹ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਲਈ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਪਲੱਸ $\text{mod } z$ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਫਿਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਲਿਆ ਹੈ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘੱਟ ਜਾਂ b ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ a ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ b ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਇਹ ਸਾਬਤ ਹੋਵੇ ਸਾਡੀ

ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਇਹ ਦੱਸਣਾ ਚਾਹਾਂਗਾ ਸਵਾਲ ਕੋਈ ਪੁੱਛ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਇਹ ਸਮਾਨਤਾ ਇਸ ਸਬੰਧ ਲਈ ਰੱਖੀ ਹੈ ਜੇ ਕਿ ਜਦੋਂ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ $z \equiv 1$ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਇੱਥੇ ਠੀਕ ਜਾਂ ਅਗਲੇ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਲਿਖਾਂਗਾ ਤਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਹੁਣੇ ਹੀ $\text{mod } z \equiv 1 \pmod{z}$ ਲਿਆਏ। $\text{mod } z \equiv 1 \pmod{z}$ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁਣ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਬਰਾਬਰੀ ਨੂੰ ਕਦੋਂ ਦੇਖਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਕਦੋਂ ਹੋਵੇਗਾ ਹੁਣ ਵਾਪਸ ਜਾਓ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਉਹ ਥਾਂ ਹੈ ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨਤਾ ਸਬੰਧ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਜੇ ਸਮਾਨਤਾ ਦਿਖਾਈ ਦੇਵੇ ਜੇਕਰ ਅਤੇ ਕੇਵਲ ਤਾਂ ਹੀ ਜੇਕਰ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਤੋਂ ਬਾਰ ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਦੇ ਬਾਰ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਮਾਨਤਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਸਮਾਨਤਾ ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਆਓ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂ, ਬਸਰਤੇ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਦੇ ਬਾਰ ਦਾ ਅਸਲ ਹਿੱਸਾ ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। $\text{mod } z \equiv 1 \pmod{z}$ ਬਾਰ ਇਹ ਇਹ ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਿ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਦੇ ਸਮਿਆਂ 'ਤੇ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿੱਥੇ t ਇੱਕ ਗੈਰ-ਨੈਗੇਟਿਵ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਆਓ ਮੈਂ ਦੁਬਾਰਾ ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ ਸਵਾਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜਦੋਂ ਸਮਾਨਤਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ $1 \pmod{z}$ ਅਤੇ ਕੇਵਲ ਜੇਕਰ z ਇੱਕ ਅਤੇ z ਦੇ ਉਹ ਰੇਖਿਕ ਤੌਰ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਿਸਮ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਜੇ ਕਿ z ਦੇ ਨਿਰੰਤਰ ਸਮੇਂ ਵਾਂਗ ਹਨ, ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ z ਇੱਕ z ਦੇ ਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਸਮਾਨਤਾ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦੇ ਹੋਰ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਕਰੋ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੁਣੇ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ so of ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਮੈਂ ਇਸਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਂਦਾ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਡਾ ਇਹ ਸਬੰਧ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਮਾਡ z ਦੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਬਸ ਕਹੋ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਮਾਡ z ਇੱਕ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ z ਦੇ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਫਿਰ ਇੱਕ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਫਿਰ ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਸਾਨੂੰ $\text{mod } z$ ਇੱਕ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡਿਊਲ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲ ਦੁਬਾਰਾ ਮਾਡ ਜੋੜ ਦੇ ਦਾ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਇਸਲਈ ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਮਾਇਨਸ ਮਾਡ z ਦੇ, z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਠੀਕ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਅਤੇ z ਦੇ ਦੀ ਭੂਮਿਕਾ ਨੂੰ ਥੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹਾਂ s ਕੇਸ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਮੈਂ ਰੋਲ ਨੂੰ ਇੰਟਰਚੇਂਜ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਕਿਉਂਕਿ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਅਤੇ z ਦੇ ਆਪਹੁਦਰੇ ਹਨ ਇਸਲਈ ਤੁਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਅਤੇ z ਦੇ ਦੀ ਭੂਮਿਕਾ ਨੂੰ ਬਦਲ ਸਕਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ z ਦੇ ਮਾਇਨਸ ਮੋਡ z ਇੱਕ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਟੂ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸਿੱਟੇ ਵਜੋਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਮਾਡ $z \equiv 2 \pmod{z}$ 'ਤੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਪਲੱਸ $z \equiv 2 \pmod{z}$ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਕੋਈ ਸਵਾਲ ਪੁੱਛ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਪਲੱਸ ਕੀ ਹੈ? ਕੀ ਸੱਚਮੁੱਚ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਕੀ ਮੇਰੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ਘਟਾਓ ਸਹੀ ਠੀਕ ਹੈ, ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਦੁਬਾਰਾ ਘਟਾਓ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਥੇ ਪਲੱਸ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਅਜੇ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਹ ਮੋਡ z ਇੱਕ ਮਾਇਨਸ ਮਾਡ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਹ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਪਲੱਸ ਮੋਡ $z \equiv 2 \pmod{z}$ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ

ਇਸ ਲਈ ਇੱਥੇ ਮੈਂ ਤਿਕੋਣ ਤੋਂ ਕੁਝ ਹੋਰ ਆਮ ਦੇਖਦਾ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਸ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਮ ਅਸਮਾਨਤਾ ਹੈ ਇਸਲਈ z ਦੇ ਉਲਟ $s \pmod{z}$ ਉਲਟ ਦਾ ਪ੍ਰਸਤਾਵ 7 ਮਾਡਿਊਲਸ ਜਿੱਥੇ $z \equiv a \pmod{z}$ ਹੈ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ag ain ਇਹ ਸੰਜੋਗ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਤੀਜਾ ਕੱਢ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੇ ਕਿ z ਉਲਟ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੇ ਕਿ z ਉਲਟ ਹੈ, z ਦੁਆਰਾ z ਉਲਟਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਛਾਣ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਾਡੁਲਸ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ z ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇੱਕ ਵਿੱਚ z ਦੇ ਵਿੱਚ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਨੂੰ ਮਾਡ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ ਉਹ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੁਆਰਾ z ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਜੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਉਲਟ ਹੈ ਇਸਲਈ $\text{mod } z$ ਉਲਟ ਹੈ ਬਿਲਕੁਲ z ਉਲਟ ਮੋਡ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਹੈ ਸਿੱਟਾ ਤਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਇਹ ਹੈ ਕਿ $\text{mod } z$ ਉਲਟ, z ਉਲਟ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਜੇ ਕਿ z ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਾਡਾ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਅਤੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਅੱਠ ਹੈ ਜੇ z ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਜੇ ਮੋਡ z ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ z ਦਿੰਦਾ ਹੈ। $\text{mod } z$ ਦੇ ਤੁਸੀਂ ਮੰਨਦੇ ਹੋ ਕਿ z ਦੇ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਨਤੀਜਾ ਦੁਬਾਰਾ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਿਰਫ਼ c ਨੂੰ ਦੇ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਵਜੋਂ ਕਹੋ ਜੇ ਕਿ z ਇੱਕ ਨੂੰ z ਨਾਲ ਉਲਟਾ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹਰੇਕ ਗੁਣਕ ਲਈ ਲਾਗੂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਪਿਛਲੇ ਪ੍ਰਸਤਾਵ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਇਹ ਸਾਬਤ ਕੀਤਾ z ਦੇ ਇਨਵਰਸ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ $\text{mod } z$ ਦੇ ਪੂਰਨ ਉਲਟ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਤੋਂ ਮਾਡ z ਦੇ OK ਹੈ, ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਦਿਲਚਸਪ ਨਤੀਜਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਕਾਨੂੰਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਇਹ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ z ਦੇ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਪਲੱਸ ਮੋਡਿਊਲਸ z ਇੱਕ z ਦੇ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਜੇ ਕਿ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਮਾਡ $z \equiv 2 \pmod{z}$ ਵਰਗ ਦੇ ਦਾ ਗੁਣਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਉਹ ਇਸਨੂੰ ਪੈਰੇਲਲੋਗ੍ਰਾਮ ਕਾਨੂੰਨ ਕਿਉਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਆਉ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਵੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਆਓ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ z ਇੱਕ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਕਾਲ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਚਲੇ ਅਸੀਂ ਕਰੀਏ ਕਿ ਇਹ z ਦੇ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਜੇ ਬਿਲਕੁਲ ਵੈਕਟਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਜੇ ਕਿ ਇਸ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਦਾ ਵਿਕਰਣ ਹੈ ਜੇ ਕਿ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਜਾ ਵਿਕਰਣ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਵੈਕਟਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਪਛਾਣ ਵੇਖਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਹ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਵਿਕਰਣ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਦੇ ਵਰਗ ਨੇ ਇਸਦਾ ਜੋੜ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਜੇ ਕਿ ਸਮਾਨਾਂਤਰਚੇਜ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਕਾਨੂੰਨ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਲਈ ਮੈਗਨੀਟਿਊਡ ਵਰਗ ਜੋੜ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਬਹੁਤ ਦਿਲਚਸਪ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਅਤੇ ਪ੍ਰਮਾਣ f ਸਪਾਰਨ ਹੈ ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਲਈ ਵਿਸਤਾਰ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ $1hs$ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚ ਸਕਦੇ ਹੋ ਜੇ ਕਿ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਵਰਗ ਪਲੱਸ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਤੱਕ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਹੈ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਪੱਟੀ ਵਿੱਚ

ਇਸ ਲਈ ਜੇ ਮਾਤਰਾ ਅਸੀਂ ਗਿਣ ਰਹੇ ਹਾਂ ਉਹ ਹੈ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਜੋੜ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਨੂੰ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਲਈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਲਿਖਿਆ ਹੈ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ z ਇੱਕ z ਦੇ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ ਇਸ ਨੂੰ ਸਰਲ ਬਣਾ ਕੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ z ਇੱਕ ਵਿੱਚ z ਹੈ। ਇੱਕ ਬਾਰ ਜੋ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਪਦ ਜੋ $\text{mod } z \equiv 2 \pmod{z}$ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬਚਿਆ ਸ਼ਬਦ ਜੋ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਥੇ ਹੈ ਉਹ ਹੈ $z \equiv 1 \pmod{z}$ $z \equiv 2 \pmod{z}$ ਬਾਰ ਪਲੱਸ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਬਾਰ z ਟੂ ਇਸ ਮਿਆਦ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਮਿਲਦਾ ਹੈ ਜੋ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ $\text{mod } z$ ਦੇ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੇ ਕਾਰਕ ਹਨ, ਦੇ ਉਲਟ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਨਾਲ ਆਉਂਦੇ ਹਨ ਇਹ ਕਾਰਕ ਜੋ ਮਾਇਨਸ z ਇੱਕ z ਤੋਂ ਬਾਰ ਮਾਇਨਸ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਹਨ, ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਕਿ ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਵਰਗ ਪਲੱਸ ਮਾਡ z ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਦੇ ਗੁਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਆਓ ਇੱਕ ਸਮੱਸਿਆ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰੀਏ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮਾਡੁਲਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਜੇਕਰ z ਇੱਕ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਵੀ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿਖਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਇੱਕ ਜੋੜ z ਦੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਜੋੜ z ਇੱਕ z ਦੇ ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕੀ ਇੱਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਆਉ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਦੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਜੇ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ $z \equiv 1 \pmod{z}$ ਦੇ ਕੀ ਉਹ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਤੋਂ ਇਕਾਈ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਫਿਰ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤੀ ਹੈ a ਹੈ। ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਇਹ ਦੇਖਣਾ ਬਹੁਤ ਵਧੀਆ ਹੈ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਲੱਗ ਰਿਹਾ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਅਸੀਂ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਆਓ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਿਖਾਉਣਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੈਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਹਾ ਸੀ ਕਿ ਇੱਕ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ਇੱਕ ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ z ਅਤੇ z bar ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇ ਸਮਾਨ ਹੈ ਇਹ ਕਹਿੰਦੇ ਹੋਏ ਕਿ ਕਾਲਪਨਿਕ ਹਿੱਸਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਆਓ ਅਸੀਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇੱਕ ਨੰਬਰ z ਇੱਕ ਪਲੱਸ z ਦੇ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਜੋੜ z ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ z ਦੇ ਨਾਲ ਸਮਝੋ ਤਾਂ ਸਾਡਾ ਦਾਅਵਾ ਇੱਕ ਬਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੇ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਾਲਪਨਿਕ ਹਿੱਸਾ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਇੱਕ ਬਾਰ ਨੂੰ ਹੁਣ ਸੰਪੱਤੀ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੇ ਵੀ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਨ ਤੋਂ

ਪਹਿਲਾਂ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਪੁਰਾਣੇ ਕਾਰਕ ਲਈ ਸੰਜੋਗ
ਇਸ ਲਈ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ

ਇਸ ਲਈ ਸੰਜੋਗ ਕਰ ਰਹੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਬਾਰ ਅਤੇ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਬਾਰ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਨੂੰ z ਨਾਲ ਜੋੜਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿਸੇ
ਤਰ੍ਹਾਂ ਠੀਕ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ z ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੀ z ਦੇ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਸ਼ਰਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖੀਏ ਕਿ ਕਿਉਂਕਿ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਇਸਲਈ ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਇਸਦੇ ਵਰਗ ਇੱਕ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਆਓ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ
ਪਹਿਲੇ ਨੰਬਰ z ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਹੀਏ ਤਾਂ ਇਹ ਉਹੀ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ z ਵਿੱਚ z ਬਾਰ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ ਠੀਕ ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ
ਹਾਂ ਕਿ z ਬਾਰ ਕੀ ਹੈ z ਬਾਰ z ਉਲਟ ਹੈ ਇਸਲਈ ਇਸ ਸਬੰਧ ਦੁਆਰਾ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਇਹ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਬਾਰ g ਹੈ 1 ਦੁਆਰਾ z ਦੁਆਰਾ ive ਨ
ਇਸਲਈ ਅਸੀਂ ਨੋਟੇਸ਼ਨ ਦੇ ਨਾਲ ਫਿਕਸ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ z ਇੱਕ ਨੂੰ ਆਪਣੀ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਮੰਨ ਲਿਆ ਹੈ ਤਾਂ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ z ਤੋਂ
ਬਾਰ s ਇੱਕ ਬਾਇ z ਦੇ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਸਾਨੂੰ ਇਸ ਸਬੰਧ ਨੂੰ ਵਰਤਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਇੱਕ ਪੱਟੀ ਵਿੱਚ

ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਪੱਟੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਨੂੰ z ਇੱਕ ਨਾਲ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ z ਦੇ ਬਾਰ ਇੱਕ ਨੂੰ z ਦੇ ਨਾਲ ਅਤੇ
ਇੱਕ ਜੋੜ ਇੱਕ ਨੂੰ z ਇੱਕ ਨਾਲ ਇੱਕ ਨੂੰ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਸਰਲੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋ ਅਸੀਂ z one plus z two
ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਖਤਮ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਇੱਕ ਜੋੜ z ਇੱਕ ਨੂੰ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਠੀਕ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਇਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ a ਇੱਕ
ਅਸਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਆਪਣੀ ਟਿੱਪਣੀ ਜਾਂ ਟਿੱਪਣੀ ਲਿਖੀਏ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ। ਕੀ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਉਹ ਇਹ ਹੈ
ਕਿ z ਵਿੱਚ z ਬਾਰ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ z ਬਾਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੁਆਰਾ z OK ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜ਼ਰਾ ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ z ਬਾਰ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲ ਇੱਕ
ਮਾਡ z ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਦੁਬਾਰਾ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ ਉਹ ਸਾਰੇ z ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲ ਇੱਕ let ਹੈ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ
ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਇਸਲਈ ਯੂਨਿਟ ਸਰਕਲ ਨੂੰ ਸੈਂਟ u ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਮਝੋ ਜੋ ਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੈਂਟ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ
ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਜਿਸਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਹੁਣ ਇਹ ਵਰਣਨ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ ਕਿ ਸੈਂਟ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੇ ਤੱਤ ਹਨ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ mod z ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਇੱਕ ਇਹ
ਬਿਲਕੁਲ ਸਹੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ z ਨੂੰ x plus iy ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ mod z ਜੋ ਕਿ x ਵਰਗ ਜੋੜ y ਵਰਗ ਦਾ ਵਰਗ ਮੂਲ ਹੈ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਵਰਗ ਮੰਨਦੇ
ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ x ਵਰਗ ਜੋੜ y ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮਾਡ z ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਪੁੱਛਦੇ ਹੋ ਕਿ xy ਦੇ ਸਾਰੇ ਤੱਤ ਕੀ ਹਨ ਜੋ ਇਸ
ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਜਾਣੂ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਇਕਾਈ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਮੂਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ
ਤਸਵੀਰ ਖਿੱਚੀਏ ਤਾਂ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਚੱਕਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਸ 'ਤੇ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇ। ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਜੋੜ xy ਜੋ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ
ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਸੈਂਟ u ਇਸ ਇਕਾਈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਬਿਲਕੁਲ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਸ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਜੋ ਇਸ 'ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ i ਜੋ
ਇਸ ਮਾਇਨਸ 1 'ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਮਾਇਨਸ i 'ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਯੂ nit ਪਿਛਲੀ ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਓ ਜਿਸ ਬਾਰੇ ਅਸੀਂ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਹੈ ਜਿੱਥੇ mod
 z ਬਰਾਬਰ ਇੱਕ ਹੈ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਿਆ ਕਿ z ਬਾਰ ਇੱਕ z ਤੋਂ ਇੱਕ z ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ ਜੋ ਬਹੁਤ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਬਸ ਇਸ
ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ z ਵਿੱਚ z ਬਾਰ ਇੱਕ z ਵਿੱਚ z ਬਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕੁਝ ਨਹੀਂ ਹੈ। mod z ਵਰਗ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਛੇਕ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ mod
 z ਇੱਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਗੁਰੂ 'ਤੇ ਕਲਪਨਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ i ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਇਸਦਾ ਸੰਜੋਗ ਮਾਇਨਸ i ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਦੱਸਦਾ
ਹੈ ਕਿ z ਉਲਟਾ ਇਸਦਾ ਸੰਜੋਗ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ ਕਿ ਮੈਂ ਸਤਿਕਾਰ ਨਾਲ ਉਲਟਾ ਕਰਦਾ ਹਾਂ। ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਉਤਪਾਦ ਲਈ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਪਰ ਇਸਦਾ ਸੰਜੋਗ ਜੋ
ਮਾਇਨਸ i ਹੈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਇਸ ਲਾਈਨ 'ਤੇ ਕੋਈ ਤੱਤ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਸਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿਲਕੁਲ ਸੰਜੋਗ ਹੈ ਸਰਕਲ z ਦੇ
ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਇਸਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ ਬਾਰ ਹੈ। ਬਿਲਕੁਲ z ਦਾ ਇਨਵੇਰਸ ਜੋ ਕਿ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਵੀ ਪਿਆ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਉਲਟਾ ਖੁਦ ਇੱਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਨੂੰ ਲੈਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਦੁਬਾਰਾ ਖੁਦ ਹੁੰਦਾ ਹੈ,
ਇਸ ਲਈ ਉਲਟਾ ਜੁ ਹੈ। ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਉਤਪਾਦ ਦੇ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਸੈਂਟ ਘਟਾਓ ਇੱਕ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਕੀ ਨਿਰੀਖਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਵੀ ਅਸੀਂ ਇਕਾਈ ਸਰਕਲ ਉੱਤੇ ਦੇ ਮਿਸ਼ਰਿਤ
ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਰਕਲ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਸਿਰਫ ਸਧਾਰਨ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਕਿ z one z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ mod z ਇੱਕ ਮੋਡ
ਹੈ। z ਦੇ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਹੈ ਜਦੋਂ ਵੀ uz ਵਿੱਚ z
ਉਲਟਾ ਜੁ ਵਿੱਚ ਵੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਸਿਰਫ ਇਹ ਕਿ ਇਹ z ਇੱਕ z ਉਲਟਾ ਸਿਰਫ ਇਸਦਾ z ਦਾ ਸੰਜੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸ ਨਿਰੀਖਣ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚੰਗੀ ਪਛਾਣ
ਸਾਬਤ ਕਰੋ ਚਾਰ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ z ਇੱਕ z ਦੇ z ਤਿੰਨ z ਚਾਰ ਜਾਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਫਿਰ ਇਹ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ
ਹੈ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਗੁਣਾ z ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਨਾਲ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਗੁਣਾ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਨਾਲ ਇਹ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਦੇ
ਬਰਾਬਰ ਹੈ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਨਾਲ ਇਸ ਪਛਾਣ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਇਹ ਕੋਈ ਵੀ ਚਾਰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਨਿਮਨਲਿਖਤ ਸਮੀਕਰਨ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਸਬੂਤ ਸਧਾਰਨ
ਹੈ ਬਸ ਫੈਲਾਓ ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਦੀ ਸਾਈਡ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਦੀ ਸਾਈਡ ਫਿਰ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਆਉ ਅਸੀਂ ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਦੀ ਸਾਈਡ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ
ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਦੀ ਸਾਈਡ ਉਹ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜੋ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ z ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਅਤੇ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। z ਦੇ ਘਟਾਓ
 z ਤਿੰਨ ਹੁਣੇ ਇਸਨੂੰ ਫੈਲਾਓ z ਇੱਕ z ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਚਾਰ ਘਟਾਓ z ਦੇ z ਤਿੰਨ ਪਲੱਸ z ਦੇ z ਚਾਰ ਅਤੇ ਅੱਗੇ ਪਲੱਸ z ਇੱਕ z 2 ਘਟਾਓ z
1 z 3 ਘਟਾਓ z 4 z 2 ਪਲੱਸ z 4 z ਤਿੰਨ ਠੀਕ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕੁਝ ਆਮ ਸ਼ਬਦ ਹਨ ਜੋ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਰੱਦ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੋ ਕਿ
 z ਦੇ z ਚਾਰ ਜੁਰਮਾਨਾ ਹੈ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਚੱਲੀਏ ਜੋ ਕਿ z ਇੱਕ ਹੈ ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ z ਇੱਕ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਚਾਰ ਦਾ ਵਿਸਤਾਰ
ਕਰੀਏ। ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ z ਦੇ ਪਲੱਸ z ਤਿੰਨ z ਚਾਰ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਤੱਤਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ z ਤਿੰਨ ਅਤੇ ਇਹ ਅਸੀਂ ਪਛਾਣੇ ਹਨ ਅਤੇ z
ਇੱਕ z ਚਾਰ ਅਸੀਂ ਪਛਾਣੇ ਹਨ ਕਿ ਇੱਕ z ਦੇ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਦੇ ਰੱਦ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਜੋ ਅਸੀਂ ਖੱਬੇ ਵਜੋਂ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕੀਤੀ ਹੱਥ ਸਾਈਡ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ
ਬਰਾਬਰ ਹੈ

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ve ਹੈ ਇਹ ਦਿਲਚਸਪ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਗੈਰ ਮਾਮੂਲੀ ਪਛਾਣ ਹੈ ਜਿਸ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਚਾਰ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹੋ ਇਹ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇਸ਼
ਪਛਾਣ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਇਹ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਪਛਾਣ ਕਿੰਨੀ ਚੰਗੀ ਸਮੱਸਿਆ ਹੈ ਮੈਨ ਲਓ ਕਿ ਸਾਨੂੰ
ਇੱਕ ਜਗਾਜ਼ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਪੁਆਇੰਟ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਜੇਕਰ $abcd$ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ ਫਿਰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਅਸਮਾਨਤਾ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ
ਕਿ ਵਿਗਿਆਪਨ ਨੂੰ bc ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ bd ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ca ਨਾਲ cd ਅਤੇ ab ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਿਸ਼ੇਸ਼
ਅਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਖਿੱਚਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ। ਡਾਇਗ੍ਰਾਮ ਹਾਲਾਂਕਿ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ
ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਇਸਲਈ ਸਰਲਤਾ ਲਈ ਮੈਂ ਕੁਝ ਅਜਿਹਾ ਮੰਨਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਹ ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਲਾਈਨ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਪਏ ਹੋਏ ਹਨ, ਆਓ ਅਸੀਂ
ਕਹੀਏ ਕਿ ਇਹ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਕਿਸਮ ਦਾ ਆਕਾਰ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰੀਏ। $abcd$ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਲੰਬਾਈ ਦੇ
ਵਿਗਿਆਪਨ ਨੂੰ ਲੰਬਾਈ bc ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਮੰਨਦੇ ਹੋ ਇਹ ਹਮੇਸ਼ਾ bd ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ AC ਤੁਸੀਂ ਗੁਣਾ ਪਲੱਸ cd ab ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋ ਠੀਕ
ਹੈ ਤਾਂ ਸਬੂਤ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਪਿਛਲੀ ਪਛਾਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਜੋ ਸਧਾਰਨ ਹੈ, ਮੈਨੂੰ ਸਿਰਫ ਪਛਾਣ ਲਿਖਣ ਦਿਓ ਤਾਂ ਜੋ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਇਹ
ਬਿੰਦੂ ਜਗਾਜ਼ ਵਿੱਚ ਰੱਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਹਰੇਕ ਸਿਰਲੇਖ ਜਾਂ ਅੰਤਲੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਨਾਲ ਪਛਾਣ ਸਕਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੱਸੀਏ ਕਿ
ਇਹ a z one ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ z ਦੇ ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ c ਬਿੰਦੂ z ਤਿੰਨ ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਦੱਸ
ਦੇਈਏ ਕਿ ਇਹ ਇਸ ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। z ਚਾਰ ਫਿਰ ਪਿਛਲੀ ਪਛਾਣ ਕਹਿੰਦੀ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਜੋ ਕਿ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ
 z ਤਿੰਨ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਨੂੰ z ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਇਸਲਈ ਮੈਂ ਦੁਬਾਰਾ ਲਿਖਿਆ ਇਸ ਤਰੀਕੇ

ਨਾਲ ਕਿ ਮੈਂ a ਤੋਂ d ਸ਼ਬਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਜੋ z ਇੱਕ ਤੋਂ z ਚਾਰ ਹੈ ਅਤੇ b ਤੋਂ c ਜੋ ਕਿ z 2 ਤੋਂ z 3 ਹੈ ਜਦੋਂ ਮੈਂ ਇਸ ਪਛਾਣ ਲਈ ਪੂਰਨ ਮੁੱਲ ਲੈਂਦਾ ਹਾਂ ਤਾਂ z 1 ਘਟਾਓ z 4 ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਜੋ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਇਸ ਵੈਕਟਰ ਦੀ ਤੀਬਰਤਾ ਜੋ ਕਿ ਲੰਬਾਈ ਦਿੰਦੀ ਹੈ ad ਇਸਲਈ ਹੁਣ ਮਾਡਿਊਲਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਇਸ ਪਛਾਣ 'ਤੇ ਲਓ, ਫਿਰ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਉਤਪਾਦ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਨਾਲ ਅਤੇ ਹੁਣ ਤੁਹਾਡੇ ਕੋਲ ਪੂਰੇ ਸ਼ਬਦ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਅਤੇ ਤਿਕੋਣ ਅਸਮਾਨਤਾ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰੋ ਸਾਨੂੰ ਉਹ z ਇੱਕ z ਤਿੰਨ z ਮਿਲਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਪਲੱਸ z ਇੱਕ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦਾ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦਾ ਦੋ ਮਾਡਿਊਲਸ z ਤਿੰਨ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤੇ ਵਿਗਿਆਪਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਵਰਣਨ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਬੀ ਸੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਤਿੰਨ ਜੋ ac ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਚਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ bd ਪਲੱਸ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ cd OK ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪਛਾਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲੋੜੀਂਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਾਂ, ਆਓ ਹੁਣ ਕਰੀਏ। ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਮੱਸਿਆ

ਇਸ ਲਈ ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਜਾਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਂ ਸਿਰਫ ਇਹ ਦੱਸਾਂ ਕਿ z ਨੂੰ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ z ਨੂੰ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਹੈ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸ਼ਬਦਾਵਲੀ ਅਸੀਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਹੈ ਜੇਕਰ z ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਮਤਲਬ z $1y$ ਹੈ ਇਕਾਈ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹੋਏ, z ਇੱਕ z ਨੂੰ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ ਦਿਓ ਅਤੇ ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਨੰਬਰ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਨੂੰ z ਘਟਾਓ z 1 z 2 ਨਾਲ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਬਾਰ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਹੈ ਅਤੇ z ਦੇ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਕਲਪਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਨੂੰ ਚੁਣਨ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਬਿੰਦੂ z 1 a ' ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ ਇਹ x ਪੂਰੇ ਵਿਕਲਪ b ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ y ਪੂਰੀ ਵਿਕਲਪ c 'ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ ਕੀ ਇਹ ਰੇਡੀਅਸ ਦੇ ਦੋ ਇੱਕ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ ਤਾਂ z s ਦੇ ਇਸ ਇੱਕ ਮਾਡੂਲਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਕੀ z ਇੱਕ ਦੇ d ਹੈ। ਕੀ ਰੇਡੀਅਸ ਰੂਟ ਦਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਠੀਕ ਹੈ,

ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ z ਦੇ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਭਾਗ ਦੇ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ ਗੁਣਾ z ਦੇ ਬਾਰ ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਹੈ ਭਾਵ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਯੂਨੀਮੋਡਿਊਲਰ ਫਿਰ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ ਕਿ ਕੀ z ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਖਾਸ ਵਿਕਲਪ ਹੈ ਕਿ ਕੀ ਰੇਡੀਅਸ ਦੇ ਹੈ ਜਾਂ ਰੂਟ ਦੇ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਹੈ ਤਾਂ ਆਓ ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ z ਇੱਕ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਨਾਲ ਕੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਆਉ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ ਕਿ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਬਿੰਦੂ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਦੇ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਦੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਦੋ ਗੁਣਾ ਦੇ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਹੈ ਅਤੇ z ਦੇ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਹ ਦਿੱਤੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਹਨ। ਅਤੇ ਪਹਿਲੀ ਧਾਰਨਾ ਦੇ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ z ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਹੈ ਜੋ ਦੋ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਬਾਰ ਵਰਗ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਾਡ z ਵਰਗ z ਵਿੱਚ z ਬਾਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕਿ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਦੇ z ਦੇ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਦੇ z ਬਾਰ ਨਾਲ ਇਹ ਦੋ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਨੂੰ ਦੋ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪੂਰੀ ਪੱਟੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ z ਇੱਕ ਘਟਾਓ ਜ਼ੈਡ ਇਕ ਘਟਾਓ ਦੇ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਅਤੇ ਜ਼ੈਡ ਇਕ ਬਾਰ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ ਦੋ ਗੁਣਾ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਬਾਰ ਇਹ ਦੋ ਘਟਾਓ ਜ਼ੈਡ ਇਕ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਬਾਰ ਦੇ ਘਟਾਓ ਜ਼ੈਡ ਇਕ ਬਾਰ ਅਤੇ ਜ਼ੈਡ ਦੇ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਹੁਣ ਸਿਰਫ ਸਧਾਰਨ ਗਣਨਾ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਮਾਡ ਹੈ। z ਇੱਕ ਵਰਗ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਕਾਰਕ $\text{mod } z$ ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ f ਐਕਟਰ ਹੈ ਮਾਇਨਸ z ਇੱਕ ਸਾਡੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਦਾ ਦੋ ਗੁਣਾ ਅਤੇ z ਇੱਕ ਬਾਰ ਦਾ ਘਟਾਓ ਦੋ ਗੁਣਾ z ਦੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇਹ ਚਾਰ ਪਲੱਸ ਇਸਦਾ ਮਾਡ ਵਰਗ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਮਾਡ z ਦੇ ਬਾਰ 'ਤੇ ਮਾਡਸ ਹੈ ਵਰਗ ਕੋਈ ਮਾਇਨ ਨਹੀਂ ਰੱਖਦਾ ਕਿਉਂਕਿ z ਬਾਰ ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੁਬਾਰਾ z ਦਾ ਮਾਡਿਊਲਸ ਹੈ, ਬਾਕੀ ਦੇ ਕਾਰਕ z ਇੱਕ ਬਾਰ z ਦੇ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਦੇ ਬਾਰ ਦੇ ਦੋ ਗੁਣਾ ਘਟਾਓ ਹਨ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਦੋ ਕਾਰਕ ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਪ੍ਰਗਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਉਹ ਰੱਦ ਕਰਦੇ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੇ ਕਿ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਵਰਗ ਜੋੜ $\text{mod } z$ ਚਾਰ ਗੁਣਾ $\text{mod } z$ ਦੇ ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਚਾਰ ਘਟਾਓ z ਇੱਕ z ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਨੂੰ ਬਾਰ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਸ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸ਼ਬਦ ਨੂੰ ਵੰਡੇ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $\text{mod } z$ 1 ਗੁਣਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮਾਡ z 1 ਵਰਗ ਮਾਡ z 2 ਵਰਗ ਦੁਆਰਾ ਫਿਰ [ਸੰਗੀਤ] ਆਮ ਫੈਕਟਰ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਮਾਡ z ਵਰਗ z 1 ਵਰਗ ਇਕ ਮਾਇਨਸ ਮੋਡ z 2 ਵਰਗ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਸ਼ਬਦ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਲਿਆਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਘਟਾਓ 4 ਕਾਮਨ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ 1 ਘਟਾਓ ਮਾਡ z 2 ਵਰਗ ਇਸ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ c ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ ਸ਼ਬਦ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਲਿਖੇ ਠੀਕ ਹੈ ਜੋ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਵੇਖਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਮਾਡ z 2 ਵਰਗ ਮਾਡ z ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਇੱਕ ਵਰਗ ਘਟਾਓ ਚਾਰ ਬਰਾਬਰ ਜ਼ੀਰੋ ਅਤੇ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਮੰਨਣਾ ਹੈ $\text{mod } z$ ਦੇ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਇਹ ਤੁਰੰਤ ਦੱਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹ ਹੈ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸ਼ਬਦ ਇਹ ਇੱਕ ਗੈਰ-ਜ਼ੀਰੋ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਇਸਲਈ ਤੁਰੰਤ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦਾ ਹੈ ਕਿ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਵਰਗ ਚਾਰ ਹੈ ਅਤੇ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਦੇ ਹੈ ਇਹ ਤੁਰੰਤ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਵਿਕਲਪ c ਸਹੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\text{mod } z$ ਇੱਕ ਰੇਡੀਅਸ ਦੇ ਦੋ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ ਠੀਕ ਹੈ ਤਾਂ ਜੇਕਰ i ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਬਾਰੇ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਮਾਡਿਊਲਸ ਦੇ ਨਾਲ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੰਜੋਗ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀਆਂ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਲੈਕਚਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕੰਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰਾਂ ਲਈ ਆਰਗਨ ਪਲੇਨ ਅਤੇ ਧਰੁਵੀ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ ਧੰਨਵਾਦ