[ମ୍ୟୁଜିକ୍] ଶେଷ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ଜଟିଳ ନମ୍ବରର କଞ୍ଜୁଗେଟ୍ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲୁ ଏବଂ ଏକ ଜଟିଳ ନମ୍ବରର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ମଧ୍ୟ ମୋତେ ଯେକ any ଣସି ସାଧାରଣ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମନେ ପକାଇବାକୁ ଦିଅ ଏହା ଏକ ବର୍ଗର ପ୍ଲସ୍ b ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଭାବରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ର କିଛି ଗୁଣ ଗୁଣ ଦେଖିବା ତେଣୁ ଏହି ଆଲୋଚନା ପାଇଁ ଆମେ ଅନୁମାନ କରିବା ଯେ z x ପ୍ଲସ୍ iy ର ଅଟେ ଏବଂ z ର ଏହି ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ ସର୍ବଦା କମ୍ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିବା | z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଠାରୁ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବା ସହିତ ଏହା ମୋଡ୍ z ର ମାଇନସ୍ ଠାରୁ ସମାନ ଠାରୁ ଅଧିକ ଏହା ଅସମାନ ଅସମାନତା ଯେ z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ କିମ୍ବା z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶର ମୋଡ୍ୟୁଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ

ତେଣୁ ଏହାର ପ୍ରମାଣ ସରଳ କି? ଆମ ପାଖରେ z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ ଅଛି ଯାହାକି x ଅଟେ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହାର ବର୍ଗର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶକୁ ବିଚାର କରୁ ଏହାର ବର୍ଗକୁ ବିବେଚନା କର ଯାହା x ବର୍ଗ ଅଟେ ଯାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ y ବର୍ଗଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଯାହା ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ କିଛି ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡୁ | ତୁରନ୍ତ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ ଯେତେବେଳେ ବି ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ b ର ବର୍ଗ ରୁଟ୍ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ, b ର ବର୍ଗ ମୂଳରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ y ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଏହା ମୋଡ୍ z ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଏବଂ ଆମେ ଏଠାରେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ପ୍ରକୃତରେ ଏହା ହେଉଛି ଯେପରି ଆମେ ଏହାକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଅର୍ଥରେ ଏହା ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବ ଯାହା ଦ୍ the ାରା ପ୍ରଥମ ପ୍ରସ୍ତାବକୁ ସମାନ ଭାବରେ ସମାପ୍ତ କରି ଆମେ ଏହା ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା | z ର କଳ୍ପିତ ଅଂଶ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ, ମୋଡ୍ z ପ୍ରସ୍ତାବଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ, ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏହା ସିଧା ସଳଖ ଯାହାକି ମୋଡ୍ z ସର୍ବଦା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାରେ ସମସ୍ତ z ପାଇଁ ଏକ ନକାରାତ୍ମକ ନମ୍ବର ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଯାହା ପାଳନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ | ଯେତେବେଳେ ବି z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଯଦି z କେବଳ ଶୂନ୍ୟ ତେବେ ଏହା ମ bas ଳିକ ଭାବରେ ପୁନର୍ବାର ସମାନ ଅଟେ ଯାହାକୁ ଦେଖିବା ସହଜ ଅଟେ କାରଣ ଥରେ ଆପଣ ମୋଡ୍ z କୁ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ବୋଲି ଭାବିଲେ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହାର ବର୍ଗ ଶୂନ୍ୟ ତେଣୁ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ y ବର୍ଗ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ wh | ଆମେ କହୁଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଅଣ-ନକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଶୂନ୍ୟ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଣ ନକାରାତ୍ମକ ଉପାଦାନ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ଯାହା x ବର୍ଗ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ସହିତ y ବର୍ଗ ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ଯାହା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରେ ଯେ x ଶୂନ୍ୟ y ସହିତ ସମାନ | ଶୂନ୍ୟ

ତେଣୁ ଏହା କହିବା ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଯେ z ହେଉଛି ଏକ ଶୂନ୍ୟ ଉପାଦାନ ଏବଂ z ହେଉଛି ଏକ ଶୂନ୍ୟ ଉପାଦାନ ଯାହା ମ ically ଳିକ ଭାବରେ ଏହାର ଅନୁସରଣ ପରି ଅଟେ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବିବେଚନା କରନ୍ତି ସେତେବେଳେ ଅନ୍ୟ ସରଳ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକ କ ’ଣ ଯାହା ମଧ୍ୟ ମାଇନସ୍ z ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ | ମୋଡ୍ z ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଏକ ତ୍ରୁଟିପୂର୍ଣ୍ଣ ବୋଧହୁଏ ମୁଁ ଏଥିରେ ଯୋଗ କରିବି ଯାହା ମ ically ଳିକ ଭାବରେ ଏହାର କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ ଏବଂ ସମାନ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମେ ମ bas ଳିକ ଭାବରେ ଯାହା କହୁଛୁ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ଆଜ୍ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ମାଇନସ୍ z ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଏହା ମ bas ଳିକ ଭାବରେ x ପ୍ଲସ୍ iy ଅଟେ | ତାପରେ ମାଇନସ୍ z ଆପଣଙ୍କ ପାଖରେ ମାଇନସ୍ x ମାଇନସ୍ ଆଇ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହି ଦୂରତା ଏହି ଦୂରତା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଆପଣ x ଅକ୍ଷ ବିଷୟରେ ଏହାର ପ୍ରତିଫଳନ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ଯାହାକି z ବାର୍ ମଡେଲ୍ ମଧ୍ୟ ବର୍ତ୍ତମାନ ଚତୁର୍ଥ ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ z ବାର୍ ସହିତ z କୁ ଗୁଣନ କରନ୍ତି ଆମେ ମୋଡ୍ ପାଇଥାଉ | z ବର୍ଗ

ତେଣୁ ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ it ାରା ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଛି

ତେଣୁ ମୁଁ ଏହା ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରୁନାହିଁ, ଆସନ୍ତୁ z ର ପଞ୍ଚମ ଏକ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ କୁ z ଦୁଇରେ ଯିବା ଏହା ମୋଡ୍ z ସହିତ ସମାନ ହେବ ଏବଂ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ପ୍ରରୁଫ୍ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ z କୁ ବିବେଚନା କରିବ | ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦ୍ whole ାରା ପୁରା ବର୍ଗ, ଆମେ z ଗୋଟିଏ z କୁ z କୁ ଗୋଟିଏ ସହିତ z କୁ ପୁରା ବାର୍ କୁ ଗୁଣିତ କରୁ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଆମେ କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ ବିଷୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଜାଣୁ

ତେଣୁ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ପାଇଁ କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ ହେଉଛି z ଦୁଇଟି ସହିତ z ଦୁଇ ଗୁଣିତ | ବାର୍ ଏବଂ ଯାତାୟାତ ଆଇନ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଶେଷରେ ମୋତେ କେବଳ ଲେଖିବାକୁ ଦେଇପାରିବା ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମର ଏଠାରେ z1 ବାର୍ z2 ବାର୍ ସହିତ ଉତ୍ପାଦ ଅଛି ଏବଂ ଆମେ ମ ically ଳିକ ଭାବରେ ଆସୋସିଏଟିଭ୍ ନିୟମ ପାଇପାରିବା ଯାହାକୁ ଆପଣ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ ଏବଂ ତା’ପରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଯାତାୟାତ ଆଇନ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ ଯାହା ଦ୍ you ାରା ଆପଣ ମୋଡ୍ z ପାଇପାରିବେ | ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ଠିକ୍

ତେଣୁ ଏହା ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପ୍ରଦାନ କରେ ଯେ z ଏକ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଏହା ମୋଡ୍ z କୁ ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ସହିତ ଗୁଣିତ କରେ ତୁମେ ପ୍ରଥମେ ଉତ୍ପାଦକୁ ଏହାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ନିଅ ଯାହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ନେବା ସହିତ ସମାନ | ତାପରେ ମୁ ltiply ଏହା ଠିକ ଅଛି ଏବଂ ଷଷ୍ଠ ପ୍ରସ୍ତାବ ଯାହା ଆହା ପ୍ରସିଦ୍ଧ ବା ସୁନ୍ଦର ଅସମାନତା ଯାହା ବାରମ୍ବାର ବ୍ୟବହୃତ ହେବ ଯାହାକୁ ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଅସମାନତା କୁହାଯାଏ

ତେଣୁ ଅସମାନତା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଯଦି ଆମେ z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବିବେଚନା କରୁ ତେବେ ଏହା ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ପାଇଁ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଏହି ଅସମାନତାକୁ ବୁ understand ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହା ଦ୍ says ାରା ଆମର ଦୁଇଟି ପଏଣ୍ଟ ଅଛି ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ z ଗୋଟିଏ ବୋଲି କହିବା ଏବଂ ଏହା z ଦୁଇଟି ବୋଲି କହିବା ଏବଂ ତା’ପରେ ଆମେ ପ୍ରାକୃତିକ ଭାବରେ ଜଡିତ ହୋଇପାରିବା | ଏହା ପାଇଁ ଏକ ଭେକ୍ଟର

ତେଣୁ ଆମେ z କୁ ଏକ ଭେକ୍ଟର ଭାବରେ ଏବଂ z ଦୁଇଟିକୁ ଅନ୍ୟ ଭେକ୍ଟର ଭାବରେ ଭିଜୁଆଲାଇଜ୍ କରିପାରିବା ତା’ପରେ ରାଶି ଯାହା ଆମେ ମ bas ଳିକ ଭାବରେ ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ଏହି ସମାନ୍ତରାଳ ପାଇଁ ଡାଇଗୋନାଲ୍ ଯାହା z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ଅଟେ ଯେପରି ମୁଁ ପୂର୍ବରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିଲି | ଲେକ୍ଟର୍ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଉତ୍ପତ୍ତି ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଦୂରତା ଅଟେ

ତେଣୁ z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଉତ୍ପତ୍ତି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତାକୁ ସୂଚିତ କରେ

ତେଣୁ ଦୂରତା t ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | o z 2 କୁ ଯାଆନ୍ତୁ ଏବଂ ତାପରେ ଆପଣ ଏହି ପଏଣ୍ଟରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଭେକ୍ଟର z 1 ବ୍ୟବହାର କରି ଯାଆନ୍ତୁ ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି z2 କୁ ଦୂରତା ନେବା ଏବଂ ତା’ପରେ z1 କୁ ଏଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ ଯାହା ଡିସ୍ ଠାରୁ ସର୍ବଦା ବଡ ହେବ | ଶବ୍ଦଗୁଡିକ ଏହା ହେଉଛି ସବୁଠାରୁ କମ୍ ଦୂରତା ଯାହାକୁ ଆମେ ଠିକ୍ ଦେଖୁଛୁ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା

ତେଣୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଶବ୍ଦ ଏବଂ ବର୍ଗ ସହିତ ଶବ୍ଦକୁ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ଏବଂ ଏହା ମୋଡ୍ z ଦ୍ୱାରା ଲେଖା ହୋଇଛି ଯଦି ମୁଁ ପ୍ରପର୍ଟି ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ z ଦ୍ୱାରା ଲେଖା ହୋଇଛି | z ବାର୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ସିଧାସଳଖ ଭାବରେ କୁହନ୍ତୁ ଯେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଛୁ ତାହା ପ୍ରପର୍ଟି ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ହେଉଛି z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ଏବଂ ଆଗକୁ ଆପଣ ବିତରଣ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରନ୍ତୁ ତେବେ ଆମେ z କୁ ଗୋଟିଏ z z ବାର୍ ଏବଂ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ କରିବା | ଦୁଇଟି z z ବାର୍ ସହିତ ଗୁଣିତ ହୋଇଛି z z ଦୁଇଟି ବାର୍ ସହିତ ଗୁଣିତ ହୋଇଛି ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହାର ପରିମାଣ z ଏକ ବର୍ଗର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଅଟେ ଏବଂ ଏଠାରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରେ ତାପରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଆମେ ଏହାକୁ ଏହାର ପରି ଦେଖୁଛୁ | ଠିକ୍ ପୂର୍ବର ସଂଯୋଜନା

ତେଣୁ ଯଦି ତୁମେ କେବଳ ପାଳନ କର, ଯଦି ମୁଁ ଏହି ବାର୍ କୁ ପ୍ରୟୋଗ କରେ ତେବେ ଏହା ଗୋଟିଏ ବାର୍ ରେ z ସହିତ ଡବଲ୍ ବାର୍ କୁ ଗୁଣିତ କରେ ଯାହା ପୁଣି ନିଜକୁ z ଦେଇଥାଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ z plus z ବାର୍ z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶକୁ ଦୁଇଗୁଣ କରିଦିଏ

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ ଏହା ହେଉଛି z z z bar ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶର ଦୁଇଗୁଣ ଏବଂ ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ପୁନର୍ବାର ମନେରଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ଯାହା ଅସମାନତା ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛୁ ଯାହାକୁ ଆମେ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛୁ | z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପାଆନ୍ତୁ ମୋଡ୍ z ଏକ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ୱାନ୍ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଭଳି ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ଭଳି କିଛି ପାଇବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେଲେ ଆମେ ପ୍ରାୟ ଏଠାରେ ପହଞ୍ଚିଛୁ | ପୁରା ବର୍ଗକୁ ତାପରେ ଆମେ ପ୍ରାୟ ସରିଯାଇଛୁ କିନ୍ତୁ କେବଳ ଆମକୁ ଦେଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେ ଆମେ ମୋଡ୍ z ଶବ୍ଦ ଏବଂ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଶବ୍ଦକୁ ଏଠାରେ କିପରି ଆଣିବୁ ଠିକ୍ ଯଦି

ମୁଁ ସେହି ପ୍ରସ୍ତାବକୁ ମନେ ପକାଇବି ଯାହା ମୁଁ ଲେଖିଛି ଯାହା ପ୍ରଥମ ଅଟେ ଏହା ପ୍ରକୃତ ଅଟେ | z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ z ର ଅଂଶ ସର୍ବଦା ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z ଠାରୁ ସମାନ ଏବଂ କମ୍ ଥା ଠାରୁ ବଡ | n କିମ୍ବା mod z ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା କରୁ
ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମ୍ପର୍କକୁ ଏଠାରେ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମେ ଜାଣୁ ପ୍ରକୃତ ଅଂଶଟି ସର୍ବଦା କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହି ସମ୍ପର୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ ସେତେବେଳେ ଯତ୍ନବାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ | ମୁଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଚେତାବନୀ ଦେଉଛି ଯେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏହିପରି ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ନୁହେଁ ଯଦି ଆପଣ ଏକରୁ ଅଧିକ ପରିମାଣ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏଠାରେ ତୁଳନା କରୁ ଏହା z1 z2 ବାରର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ର 2 ଗୁଣ ଅଟେ ଏହା ପୁଣି ଏକ ନକାରାତ୍ମକ ନମ୍ବର | ଏବଂ ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଆପଣ ଯାହା ଦେଖୁଛନ୍ତି ତାହା ହେଉଛି ଯେ ପ୍ରପର୍ଟି z ଗୋଟିଏ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ଏବଂ ମୋଡ୍ z ର ଦୁଇଗୁଣ ମୋଡ୍ z କୁ ବାର୍ କୁ ଗୁଣିତ କରେ ଯାହା ମଡ୍ୟୁଲସ୍ z ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ସହିତ ସମଗ୍ର ବର୍ଗକୁ ସମାନ ଏବଂ ଆମେ | ଜାଣି ରଖନ୍ତୁ ଏହା କିଛି ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ୱାନ୍ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ପୁରା ବର୍ଗକୁ ଠିକ୍ ଅଛି ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି b ବର୍ଗଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଯାହା ଏକ b ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ ଯାହା ପ୍ରମାଣ କରେ | ଆମର ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଅସମାନତା
ତେଣୁ ମୁଁ ଏହାକୁ ସୂଚାଇବାକୁ ଚାହେଁ | ପ୍ରଶ୍ନଟି ପଚାରିପାରେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ସମାନତା ଏହି ସମ୍ପର୍କ ପାଇଁ ଧାରଣ କରେ ଯେତେବେଳେ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟିର z ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ ହୋଇପାରେ ମୁଁ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହୋଇପାରେ ଯେ ମୁଁ ଏହାକୁ ଏଠାରେ ଠିକ୍ କିମ୍ବା ପରବର୍ତ୍ତୀ ପୃଷ୍ଠା ଲେଖିବି
ତେଣୁ ଆମେ କେବଳ mod z one z ଦୁଇଟି ପାଇଲୁ | ମୋଡ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ସମାନ ଦୁଇଟି ପ୍ରଶ୍ନ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ମୁଁ କେବେ ସମାନତା ଦେଖିବି
ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଏହା ଘଟିବ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହି ଅସମାନତା ହାସଲ କରିବୁ ଏହା ହେଉଛି ସେହି ସ୍ଥାନ ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ଅସମାନତା ସମ୍ପର୍କ ବ୍ୟବହାର କରୁ
ତେଣୁ ସମାନତା ଦେଖାଯାଏ ଯଦି ଏବଂ କେବଳ ଯଦି z ର z ର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ z ରୁ ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ସମାନତା ଦୃଶ୍ୟମାନ ହୁଏ
ତେଣୁ ସମାନତା ମୋତେ ଏହାକୁ ସମୀକରଣ ଭାବରେ ଡାକିବାକୁ ଦିଅ , z z z ବାରର ପ୍ରକୃତ ଅଂଶ ପ୍ରଦାନ କରେ ଏହା ସମାନ | mod z1 ବାର୍ ଏହା କହିବା ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ଯେ z 1 ହେଉଛି z 2 ର ସମୟ ଯେଉଁଠାରେ t ହେଉଛି ଏକ ନକାରାତ୍ମକ ନକରାତ୍ମକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ମୋତେ ପୁନର୍ବାର ଦୋହରାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏହି ତ୍ରିକୋଣୀୟ ଅସମାନତା ପ୍ରଶ୍ନକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲୁ ଯେତେବେଳେ ସମାନତା ଦେଖାଯାଏ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ସମାନତା ଦେଖାଯାଏ | f ଏବଂ କେବଳ ଯଦି z ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ଦୁଇଟି ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଭାବରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ପ୍ରକାର ପରି, ଯାହାକି z ଦୁଇଟିର କ୍ରମାଗତ ସମୟ ପରି ତୁମେ z ଭଳି କରୁଛ, ଗୋଟିଏ ହେଉଛି z ଦୁଇଟିର ଏକ ସ୍ଥିର ସମୟ, ସେହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ସମାନତା ପାଇବା ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା | ଆହୁରି ମଧ୍ୟ କୁହନ୍ତୁ ଏହି ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଅସମାନତା ଠାରୁ ଅନ୍ୟ ପରିଣାମ

ତେଣୁ ଆମେ କେବଳ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଏହାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ମୋତେ ପୁନର୍ବାର ପୁନରାବୃତ୍ତି କରିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଆମର ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ଏବଂ ଏଥିରୁ ଆମେ ପାଇପାରିବା ଯେ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଏହାଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି ପାଇବୁ କେବଳ ଏହାକୁ କହିବା, ଏହାକୁ ଏକ ବୋଲି କହିବା
ତେଣୁ ମୋଡ୍ z କୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହାକୁ ଆମେ କେବଳ z ଯୋଡିବା ଏବଂ ବାହାର କରିବା ତାପରେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ପରେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଆମେ ମୋଡ୍ z ପାଇବା ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଏବଂ ଆଗକୁ ତୁମେ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପାଇବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପୁନର୍ବାର ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏଥିରୁ ଆମେ ସେହି ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z କୁ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | ଠିକ ଅଛି ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ z ରେ ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ଦୁଇଟିର ଭୂମିକା ବଦଳାଇ ପାରିବା | s କେସ୍ ଆମେ ପାଇଥାଉ ଯଦି ମୁଁ ଭୂମିକାକୁ ଅଦଳବଦଳ କରେ କାରଣ z ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ଦୁଇଟି ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଅଟେ
ତେଣୁ ତୁମେ କେବଳ z ଏବଂ z ଦୁଇଟିର ଇଣ୍ଟରଚେଞ୍ଜ୍ ର ଭୂମିକା ବଦଳାଇ ପାରିବ ତେବେ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଏହା ହେଉଛି z ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z ଯାହା କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ କୁ ଏବଂ ଏକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଭାବରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି ଏକ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z 2 ରେ ମୋଡ୍ସର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯାହା z 1 ପ୍ଲସ୍ z 2 ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ଅଟେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଜଣେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରି ପାରିବେ ଏହି ପ୍ଲସ୍ | ପ୍ରକୃତରେ ଆବଶ୍ୟକ ଠିକ ଅଛି ମୁଁ ଏଠାରେ ମାଇନସ୍ ଟ୍ରୁ ପାଇ ପାରିବି ତୁମର ମାଇନସ୍ ସାଇନ୍ ଥାଇପାରେ
ତେଣୁ ଏହା ଏଠାରେ ପ୍ଲସ୍ କିମ୍ବା ମାଇନସ୍ ହୋଇପାରେ ତଥାପି ଏହା ମୋଡ୍ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଠାରୁ ଏକ ବା ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ ଠାରୁ ସମାନ କିମ୍ବା ସମାନ ସମାନ ଏହା ଏହାଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | z1 ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z2 ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍
ତେଣୁ ଏଠାରେ ମୁଁ ତ୍ରିରଙ୍ଗାରୁ କିଛି ଅଧିକ ସାଧାରଣ ଦେଖୁଛି
ତେଣୁ ଆମର ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଅସମାନତା ଅଛି ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁଛୁ ଏହି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଅଧିକ ସାଧାରଣ ଅସମାନତା
ତେଣୁ z inverse s mod z inverse ର 7 ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯେଉଁଠାରେ z ହେଉଛି a ଶୂନ ନଥିବା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଏହା କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ ପ୍ରପର୍ଟି ସହିତ ସମାନ, ଆମେ ଏହି ଫଳାଫଳ ପାଇପାରିବା ଯାହା z ଓଲଟା ସହିତ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ଯାହା z ଓଲଟା z ଦ୍ z ାରା z ଇନଭର୍ସରେ ଦିଆଯାଏ ତୁମେ ପରିଚୟ ପାଇବ ତା’ ହେଲେ ଏହାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପୁନର୍ବାର ଗୋଟିଏ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିସାରିଛୁ | ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟିରେ ମୋଡ୍ z କୁ ଗୋଟିଏ ମୋଡ୍ z ଦ୍ multip ାରା ଗୁଣିତ କରେ
ତେଣୁ ତୁମେ ଯାହା ପାଇବ ତାହା ହେଉଛି ମୋଡ୍ z କୁ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଦ୍ୱାରା z ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ କରାଯାଏ ଏହା ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ବିପରୀତ ଅଟେ
ତେଣୁ ମୋଡ୍ z ଓଲଟା ଠିକ୍ z ଓଲଟା ମୋଡ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି | ସିଦ୍ଧାନ୍ତ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ମୋଡ୍ z ଓଲଟା z ଇନଭର୍ସ ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଯାହା ଦ୍ by ାରା z ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଯାହା ଦ୍ z ାରା ଆମର ପ୍ରସ୍ତାବ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତାବ ଆଠଟି ହେଉଛି z ଦ୍ by ାରା ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯାହା ମୋଡ୍ ମୋଡ୍ z କୁ ଗୋଟିଏ ଦେଇଥାଏ | ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ତୁମେ ଅନୁମାନ କର ଯେ z ଦୁଇଟି ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ଫଳାଫଳ ପୁନର୍ବାର କେବଳ ଦୁଇଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପାଦ ଭାବରେ କୁହ, ଯାହା z କୁ ଓଲଟା ଭାବରେ z ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ହୁଏ ତାପରେ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ ପାଇଁ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ଏବଂ ଆମେ କେବଳ ପୂର୍ବ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଇଥାଉ | ତାହା ପ୍ରମାଣ କଲା | z ଦୁଇଟି ଓଲଟା ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ସହିତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଓଲଟା ସମାନ ଏବଂ ଏହା ମୋଡ୍ z ଦ୍ by ାରା ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଠିକ୍ ଆଉ ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ଫଳାଫଳ ଯାହାକୁ ସମାନ୍ତରାଳ ଆଇନ କୁହାଯାଏ ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ z ଏକ z ଦୁଇଟି ପୁରା ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ | z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ପୁରା ବର୍ଗ ଯାହା ମୋଡ୍ z ର ଦୁଇ ଗୁଣ ସମାନ ଏବଂ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଠିକ ଅଛି କାହିଁକି ସେମାନେ ଏହାକୁ ସମାନ୍ତରାଳ ଆଇନ ଭାବରେ ଡାକନ୍ତି ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ପାଳନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ପଏଣ୍ଟକୁ z ଏକ ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଏହା z ଦୁଇଟି ଅଟେ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ଯାହା ଭେକ୍ଟରକୁ ଠିକ୍ ପ୍ରଦାନ କରେ ଯାହା ଏହି ସମାନ୍ତରାଳର ଡାଇଗୋନାଲ୍ ଅଟେ ଯାହାକି z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଅନ୍ୟ ଡାଇଗୋନାଲ୍ z କୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ଭେକ୍ଟର୍ ଦେଇଥାଏ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ପରିଚୟ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା କହିଥାଏ ଯେ ଏହି ତ୍ରିକୋଣୀୟତାର ବର୍ଗର ବର୍ଗ ଏହାର ରାଶି ବିବେଚନା କରେ ଯାହା ସମାନ୍ତରାଳ ସମାନ୍ତରାଳ ଆଇନର ପାର୍ଶ୍ୱ ପାଇଁ ଦୁଇଗୁଣ ବର୍ଗର ରାଶି ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସମ୍ପତ୍ତି ଅଟେ | f ସରଳ, ତୁମେ କେବଳ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ପାଇଁ ବିସ୍ତାର କରିବାକୁ ପଡିବ ତାପରେ ଆମେ ସହଜରେ ପାଇ ପାରିବା ଯାହାକୁ

ଆପଣ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବେ lhs ଯାହାକି z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z କୁ ସମଗ୍ର ବର୍ଗକୁ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଅଟେ
ତେଣୁ ସଂଜ୍ଞା ଅନୁଯାୟୀ | ଏହା ହେଉଛି z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି z ସହିତ ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତ ହୋଇଛି z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ସହିତ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ସହିତ ପୁରା ବାରକୁ ଗୁଣିତ ହୋଇଛି
ତେଣୁ ଆମେ ଗଣନା କରୁଥିବା ପରିମାଣ ହେଉଛି z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ପୁରା ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ | ମାଇନସ୍ z ପୁରା ବର୍ଗକୁ ଏହିପରି ଭାବରେ ଆମେ ଏହାକୁ z ଏକ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ଭାବରେ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ସହିତ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇ ଗୁଣିତ କରି z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ସହିତ ଏହାକୁ ସରଳ କରି ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା z ରେ z ଅଟେ | ଗୋଟିଏ ବାର୍ ଯାହା ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦଟି ହେଉଛି ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦଟି ଏଠାରେ ଅଛି ଯାହାକି z1 z2 ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z1 ବାର୍ z ଏହି ଶବ୍ଦରେ ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଶବ୍ଦ ପାଇଥାଉ ଯାହା ମୋଡ୍ z ଏକ ବର୍ଗ ଏବଂ mod z ଦୁଇଟି ବର୍ଗର ଅବଶିଷ୍ଟ କାରଣଗୁଡ଼ିକ ବିପରୀତ ସଙ୍କେତ ସହିତ ଆସିଥାଏ | ଏହି କାରଣଗୁଡିକ ଯାହା ମାଇନସ୍ z ଏକ z ରୁ ବାର୍ ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ z ଦୁଇଟି କୁହନ୍ତି ଏହି ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ପରସ୍ପରକୁ ବାତିଲ୍ କରନ୍ତି ତେବେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଏକ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗର ଦୁଇଗୁଣ ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସମସ୍ୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଯାହାକି ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଚିହ୍ନ ସହିତ ଜଡିତ | ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଯଦି z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆଗକୁ ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ ଆମେ ଦେଖାଇ ପାରିବା ଯେ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇଟି ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦ୍ by ାରା ବିଭକ୍ତ | ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଠିକ ଅଛି
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହାକି z z z ଦୁଇଟି ଅଟେ ସେମାନେ ମୂଳତ the ଉତ୍ପତ୍ତିଠାରୁ ୟୁନିଟ୍ ଦୂରତାରେ ଅଛନ୍ତି ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ତେବେ ପରିମାଣ ଯାହା ଆମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଛୁ ତାହା ହେଉଛି a ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଦେଖିବା ପ୍ରକୃତରେ ସୁନ୍ଦର ଅଟେ ଯେ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଜଟିଳ ଦେଖାଯାଏ କିନ୍ତୁ ଶେଷରେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା, ଏହାକୁ କିପରି ଦେଖାଇବି ଦେଖିବା ଯେପରି ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାଫଳରେ z ଏବଂ z ବାର୍ ଏହା ସମାନ ଯାହା ସହିତ ସମାନ | କଳ୍ପନା ଅଂଶ ଶୂନ୍ୟ ବୋଲି କହିବା
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ପରିଭାଷିତ କରିବା ପରି z କୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇରୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ପ୍ରଡକ୍ଟ z ଦୁଇଟି ସହିତ ବିବେଚନା କରିବା
ତେଣୁ ଆମର ଦାବି ଏକ ଦଣ୍ଡ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ କଳ୍ପନା ଅଂଶ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ | ଏକ ବାର୍ କୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ଯାହା ଆମେ ଏହାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଯାହା ପ studied ିଛୁ ତାହା ପୁରାତନ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ ପାଇଁ କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହା ପାଇଁ କଞ୍ଜୁଗେସନ୍ କରୁ ଯାହାକି z ଗୋଟିଏ ବାର୍ z ଦୁଇ ବାର୍ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ | z କୁ ଗୋଟିଏ ବାରକୁ z ସହିତ ଜଡିତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ କ ok ଣସି ପ୍ରକାରେ ଠିକ ଅଛି ଆମେ z ର କଣ୍ଡିଶନ୍ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବ୍ୟବହାର କରିନାହୁଁ, z ର ସମାନ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଆମକୁ ଏହି କଣ୍ଡିଶନ୍ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପଡିବ
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଯେହେତୁ mod z ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ |
ତେଣୁ ଏହା ଆମକୁ ଦିଆଗଲା ଯାହା ଏହାର ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ଏହାକୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ପ୍ରଥମ ନମ୍ବର z ଏକ ବର୍ଗ ଭାବରେ ଡାକିବା | z ବାର୍ z ଓଲଟା ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଦ୍ୱାରା ଆମେ z ବାର୍ g ପାଇଥାଉ | iven by 1 by z
ତେଣୁ ଆମେ ନୋଟେସନ୍ ସହିତ ସ୍ଥିର ହୋଇଛୁ ଯେ z କୁ ଆମର ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବିବେଚନା କରିଛୁ
ତେଣୁ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ସମାନ ଭାବରେ z କୁ ବାର୍ ଦ୍ z ାରା z ଦୁଇଟି ଠିକ ଅଛି
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏହି ସମ୍ପର୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ | ଏକ ବାର୍ ରେ ଏକ ବାର୍ ଦିଆଯାଏ ଯାହା ଦ୍ z ାରା ଆମ ପାଖରେ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ଅଛି ଯାହାକି z ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଯାଏ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ଗୋଟିଏ ଦ୍ z ାରା ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା z ଦ୍ one ାରା ଗୋଟିଏକୁ z ଦ୍ by ାରା ଗୁଣିତ ହୁଏ | ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଯାହାକୁ ଆମେ z ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଭାବରେ ଶେଷ କରୁ, ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ z ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ, z ଦୁଇଟି ସହିତ ଗୁଣିତ ଯାହାକି z ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ, ଠିକ୍ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଠିକ ଅଛି
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏଠାରେ କେବଳ ଆପଣଙ୍କ ମନ୍ତବ୍ୟ ଲେଖିବା କିମ୍ବା ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ଏକ ମନ୍ତବ୍ୟ ଦେବା | ମୋଡ୍ z ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି z z ରେ z ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ବାରକୁ z ok ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଏବଂ କେବଳ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ z ବାର୍ ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ମୋଡ୍ z ଦ୍ one ାରା ସମାନ ଯାହା ପୁନର୍ବାର ଗୋଟିଏ |
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ବିଷୟରେ ପୁନର୍ବାର ବୁ to ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ସେହି ସମସ୍ତ z ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା କୁହନ୍ତୁ ଯାହାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଲେଟ୍ | ଆମେ ଏହାକୁ ବୁ to ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ
ତେଣୁ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲ୍କୁ ସେଟ୍ u ଭାବରେ ବିବେଚନା କର ଯାହାକି ସମସ୍ତ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥାଏ ଯେପରି ଯାହାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ସେଟ୍ ରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଉପାଦାନଗୁଡିକ କ’ଣ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ
ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ମୋଡ୍ z ସହିତ ସମାନ ଲେଖିବା | ଗୋଟିଏ ଏହା ଠିକ୍ ଯଦି ଆମେ z କୁ x ପ୍ଲସ୍ iy ଭାବରେ ବିବେଚନା କରୁ ତେବେ ମୋଡ୍ z ଯାହାକି x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ y ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ଅଟେ ଯଦି ଆମେ ଏହାକୁ ବର୍ଗ ବୋଲି ବିବେଚନା କରୁ ତେବେ ଏହା x ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ y ବର୍ଗ ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ସେହି ମୋଡ୍ z କୁ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ତୁମେ ପଚାରୁଛ କି xy ର ସମସ୍ତ ଯୁଗଳ କଣ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଏବଂ ଯାହା ଆମେ ଅତି ପରିଚିତ ଯେ ଏହା ୟୁନିଟ୍ ସହିତ ସର୍କଲ୍କୁ ଉତ୍ପତ୍ତି ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମର ଏକ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲ୍ ଅଛି
ତେଣୁ ଏହି ନିଆଯିବା ଉପରେ ଯେକ point ଣସି ବିନ୍ଦୁ ଅଛି | ବୃତ୍ତରେ xy ଯୁଗଳ ଯାହା ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ଏବଂ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ସେଟ୍ u ଏହି ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲ୍କୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏହା ଉପରେ ପଏଣ୍ଟଗୁଡିକ ଜାଣୁ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏହା ଉପରେ ଏବଂ ମୁଁ ଏହି ମାଇନସ୍ 1 ଏବଂ ମାଇନସ୍ ଉପରେ ପଡ଼ିଛି | ଏହି u ପୂର୍ବ ସମସ୍ୟାକୁ ନାଇଟ ସର୍କଲ ଯାହା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲୁ ଯେଉଁଠାରେ mod z ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ତାପରେ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନେଇଥିଲୁ ଯେ z ବାରଟି z ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ ଯାହା ଅତି ସହଜରେ ଦେଖାଯାଏ କେବଳ ଏହି ସମୀକରଣର ଅର୍ଥ ହେଉଛି z z ରେ z z ରେ z ସହିତ ସମାନ z କିଛି ନୁହେଁ | ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ ଏକ ଛିଦ୍ର ସହିତ ସମାନ କାରଣ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଗ୍ରାଫରେ ଭିଜୁଆଲ୍ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହାକୁ ନେଇଯିବା ଏହାର ମାଇନସ୍ i ଅଟେ ଏବଂ ଏହି ସମୀକରଣଟି କହିଥାଏ ଯେ z ଓଲଟା ଏହାର ସଂଯୋଗ ଅଟେ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ମୁଁ ସମ୍ମାନ ସହିତ ବିପରୀତ ଅଟେ | ଜଟିଳ ଉତ୍ପାଦକୁ ଏହାର ସଂଯୋଗ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କିଛି ନୁହେଁ ଯାହା ମାଇନସ୍ ଅଟେ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ବୃତ୍ତରେ ଏହି ଧାଡିରେ କ element ଣସି ଉପାଦାନ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ଏହାର ଦର୍ପଣ ପ୍ରତିଛବିକୁ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ଯାହା ସର୍କୁଲାର z ର ଯେକ point ଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ଏହାର ଦର୍ପଣ ପ୍ରତିଛବିକୁ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ଯାହା ସେହି ଦଣ୍ଡ ଅଟେ | z ର ଠିକ୍ ଇନଭର୍ସ ଯାହା ବୃତ୍ତ ଉପରେ ମଧ୍ୟ ରହିଥାଏ
ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏହାର ଦର୍ପଣ ପ୍ରତିଛବିକୁ ନିଜେ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ଏହାର ବିପରୀତ ହେଉଛି ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଏହାର ଦର୍ପଣ ପ୍ରତିଛବିକୁ ପୁନର୍ବାର ମାଇନସ୍ ନିଅନ୍ତି ତେବେ ଏହାର ଓଲଟା ଜୁ ଅଟେ | ଜଟିଳ ଉତ୍ପାଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ st ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ,
ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ଦୁଇଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ନେଇଥାଉ, ଯେତେବେଳେ ଆମେ ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲରେ ସେମାନଙ୍କ ଉତ୍ପାଦକୁ ପୁନର୍ବାର ଗ୍ରହଣ କରୁ, ଏହା କେବଳ ସରଳ ସମ୍ପତ୍ତି ଯାହା z one z two ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ମୋଡ୍ | z ଦୁଇଟି ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ
ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସମ୍ପତ୍ତି ଯାହାକୁ ଆମେ ଯେତେବେଳେ z in uz inverse ରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିଥାଉ ଏବଂ କେବଳ ଯେ z z z ଓଲଟା କେବଳ z ର ସଂଯୋଗ ଅଟେ
ତେଣୁ ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସହିତ ଆସନ୍ତୁ | ଏକ ସୁନ୍ଦର ପରିଚୟ ପ୍ରମାଣ କରନ୍ତୁ ଚାରୋଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇ z ତିନି z ଚାରି କିମ୍ବା ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ତାପରେ ଏହା ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ଉତ୍ପାଦକୁ z ତିନୋଟି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଚାରି ଉତ୍ପାଦ ସହିତ z ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ସହିତ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ | ଏହା z ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ଉତ୍ପାଦ ସହିତ z ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ସହିତ ସମାନ, ଏହି ପରିଚୟକୁ ପାଳନ

କର ଏହା ଯେକ any ଣସି ଚାରୋଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ ତାପରେ ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ ପ୍ରମାଣ କେବଳ ବିସ୍ତାର କର | ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ତାପରେ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ ଉଭୟ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ସମାନ, ଆସନ୍ତୁ ବାମ ହାତର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ବୋଲି ବିଚାର କରିବା ଯାହାକି z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇ z ତିନୋଟି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଚାରି ଗୁଣିତ | z ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାକୁ ବିସ୍ତାର କର z z z ତିନି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଚାରି ମାଇନସ୍ z ଦୁଇ z ତିନି ପ୍ଲସ୍ z ଦୁଇ z ଚାରି ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ z 2 ମାଇନସ୍ z 1 z 3 ମାଇନସ୍ z 4 z 2 ପ୍ଲସ୍ z 4 z ତିନି ଠିକ ଅଛି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ବାତିଲ୍ କରିବା ସହିତ କିଛି ସାଧାରଣ ଶବ୍ଦ ଅଛି ଯାହାକି z ଦୁଇ z ଚାରିଟି ଭଲ ହୋଇପାରେ ବୋଧହୁଏ ଆମକୁ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯିବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଯାହା z ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଏହି z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଚାରିକୁ ବିସ୍ତାର କରିବା | ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି z ଦୁଇ ପ୍ଲସ୍ z ତିନି z ଚାରି ତାପରେ ଆମେ ଏହି ଦୁଇଟି ଉପାଦାନକୁ ଚିହ୍ନଟ କରୁ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ z ତିନୋଟି ଏବଂ ଏହାକୁ ଆମେ ଚିହ୍ନିଲୁ ଏବଂ z ଗୋଟିଏ z ଚାରିଟି ଚିହ୍ନଟ କଲୁ ଯେ ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ଚିହ୍ନଟ ହୋଇଛି ଏବଂ ଏହି ଦୁଇଟି ବାତିଲ୍ ହୋଇଛି ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମେ ବାମ ଭାବରେ ଯାଞ୍ଚ କରିଛୁ | ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ଡାହାଣ ହାତ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଏହା ve ଅଟେ | କ interesting ତୁହଳପ୍ରଦ ଯେ ଏହା ଏକ ଅଣ-ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିଚୟ ଯାହାକୁ ଆପଣ ଯେକ any ଣସି ଚାରୋଟି ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରନ୍ତି ଏହା ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିଚୟକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟା ଦେଖିପାରିବା ଯାହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଏହି ପରିଚୟଟି କେତେ ସୁନ୍ଦର ବୋଲି ମନେକରନ୍ତୁ ଆମକୁ ଏକ ବିମାନରେ ଚାରୋଟି ପଏଣ୍ଟ ଦିଆଯାଇଛି

ତେଣୁ ଦେଖାନ୍ତୁ ଯଦି ଏକ ବିମାନରେ abcd କିମ୍ବା ପଏଣ୍ଟ ତାପରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅସମାନତା ସନ୍ତୁଷ୍ଟ ହୁଏ ଯାହାକି ବିଜ୍ଞାପନ ସହିତ bc ସହିତ ଗୁଣିତ ହୁଏ କିମ୍ବା bd ସହିତ ସମାନ ହୋଇ c plus cd ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ab ଗୁଣିତ ହୁଏ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅସମାନତାକୁ ବୁ understand ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | ଚିତ୍ର ଯଦିଓ ପଏଣ୍ଟଗୁଡିକ ଏହାକୁ ଯେକ manner ଣସି ପ୍ରକାରେ ବଣ୍ଟନ କରାଯାଇପାରିବ ଠିକ ଅଛି

ତେଣୁ ସରଳତା ପାଇଁ ମୁଁ କିଛି ଅନୁମାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛି ଯେପରି ସେମାନେ ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ଧାଡିରେ ପଡ଼ି ନାହାଁନ୍ତି ପ୍ରକୃତରେ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଏହା ମ ically ଳିକ ଭାବରେ ଏକ ପ୍ରକାର ଆକୃତି ଦେଇଥାଏ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏହାକୁ ଏହିପରି ଡାକିବା | is abcd ତେବେ ଏହି ଅସମାନତା କହେ ଯେ ଆପଣ ଦ length ର୍ଘ୍ୟ ବିଜ୍ଞାପନକୁ ଦ length ର୍ଘ୍ୟ bc ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ବୋଲି ବିଚାର କରନ୍ତି ଏହା ସର୍ବଦା ଡାଇଗୋନାଲ୍ ସହିତ bd ଠାରୁ କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ ହେବ | ac ତୁମେ ଗୁଣନ ପ୍ଲସ୍ cd କୁ ab ok ସହିତ ଗୁଣିତ କର,

ତେଣୁ ପ୍ରମାଣ ହେଉଛି ଯାହା କେବଳ ପୂର୍ବ ପରିଚୟ ବ୍ୟବହାର କରି ସରଳ , ମୋତେ କେବଳ ପରିଚୟ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ, ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମେ ଯାହା କରିପାରିବା ତାହା ଥରେ ଏହି ପଏଣ୍ଟଗୁଡ଼ିକ ବିମାନରେ ରଖାଯିବା ପରେ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭର୍ଟିକ୍ସ କିମ୍ବା ଶେଷ ପଏଣ୍ଟଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଏହା z ସହିତ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ଏହା ମ z ଳିକ ଭାବରେ z ଦୁଇଟି ସହିତ ଜଡିତ ଏବଂ c z ପଏଣ୍ଟ ସହିତ ଜଡିତ ଏବଂ ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଯେ ଏହା ସହିତ ଜଡିତ | z ଚାରି ତାପରେ ପୂର୍ବ ପରିଚୟ କହେ ଯେ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଚାରି z ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ଯାହା z ସହିତ ସମାନ, ଗୋଟିଏ z ମାଇନସ୍ z ତିନି z ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଚାରି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି z ତିନୋଟି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ଗୁଣିତ

ତେଣୁ ମୁଁ କେବଳ ପୁନ r ଲିଖନ କଲି | ଏକ ଉପାୟରେ ଯାହା ମୁଁ a ରୁ d ଶବ୍ଦ ପାଇଥାଏ ଯାହାକି z ରୁ z ଚାରି ଏବଂ b ରୁ c ଯାହାକି z 2 ରୁ z 3 ଅଟେ ଯେତେବେଳେ ମୁଁ ଏହି ପରିଚୟ ପାଇଁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟ ନେବି ତେବେ z 1 ମାଇନସ୍ z 4 ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯାହା ଦିଏ | ଏହି ଭେକ୍ଟରର ପରିମାଣ ଯାହା ଦ length ର୍ଘ୍ୟ ଦେଇଥାଏ | ବିଜ୍ ad ାପନ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ପ୍ଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ମଡ୍ୟୁଲସ୍ z ତିନି ମାଇନସ୍ z ଚାରି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହା ବିଜ୍ଞାପନର ଦ length ର୍ଘ୍ୟକୁ z ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ସହିତ ଗୁଣିତ କରେ ଯାହା bc ର ଲମ୍ବ ଯାହା କମ୍ କିମ୍ବା ସମାନ | z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ତିନୋଟି ଯାହାକି z ର ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଚାରି ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ହୋଇଥିବା ac ର ଲମ୍ବ ଯାହାକି bd plus z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ z ଦୁଇଟି ଯାହାକି cd ok ସହିତ ଗୁଣିତ ହୋଇଛି

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ପରିଚୟ ବ୍ୟବହାର କରି ଇଚ୍ଛିତ ଅସମାନତା ହାସଲ କରିବାକୁ ସମର୍ଥ | ଆଉ ଏକ ସମସ୍ୟା

ତେଣୁ ସମସ୍ୟାକୁ ଯିବା ପୂର୍ବରୁ ମୋତେ କେବଳ ଉଲ୍ଲେଖ କର ଯେ z କୁ unimodular z କୁହାଯାଏ ଯଦି unimodular z କୁହାଯାଏ ଯଦି mod z କେବଳ ଗୋଟିଏ ଶବ୍ଦ ଅଟେ ତେବେ ଆମେ କହିଥାଉ ଯେ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଯଦି ଏକ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ଅଣମୋଡୁଲାର ଅଟେ | ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି z ହେଉଛି ly | ୟୁନିଟ୍ ସର୍କଲ୍ ସମସ୍ୟା ଉପରେ,

ତେଣୁ z ଗୋଟିଏ z କୁ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ହେବାକୁ ଦିଅନ୍ତୁ ଏବଂ ଧରାଯାଉ z ଏକ ମାଇନସ୍ z2 ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ମାଇନସ୍ z1 z2 ଦ୍ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଅଣମୋଡୁଲାର୍ ଏବଂ z ଦୁଇଟି ଅଣମୋଡୁଲାର୍ ନୁହେଁ ତେବେ ଆମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପସନ୍ଦ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବାଛିବା ଆବଶ୍ୟକ | ପଏଣ୍ଟ z1 ଏହା ଉପରେ ଅଛି, ଏହା x ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଏକ ସିଧା ଧାଡିରେ ଅଛି, b ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ y ଅକ୍ଷ ବିକଳ୍ପ c ସହିତ ଏହା ସମାନ ଅଟେ , ଏହା zs ର ଗୋଟିଏ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି z ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି d କି ନାହିଁ | ରେଡିଓ ମୂଳର ବୃତ୍ତ ଦୁଇ ଠିକ ଅଛି କି ନାହିଁ

ତେଣୁ ଆମକୁ ଦିଆଗଲା ଯେ z ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇଥର z ଦୁଇଟି ଦ୍ two ାରା ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଦ୍ multip ାରା ବିଭାଜିତ ହୋଇଛି z ଦୁଇ ଦଣ୍ଡଟି ଅଣମୋଡୁଲାର୍ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ନୁହେଁ | unimodular ତାପରେ ଆମକୁ ଖୋଜିବାକୁ ପଡିବ ଯେ z ଗୋଟିଏ ସିଧା ଲାଇନରେ ଅଛି କିମ୍ବା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିକଳ୍ପ ସହିତ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଛି କି ଯଦି ରେଡିଓ ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ମୂଳ ଦୁଇଟି ଅଟେ ଯଦି ଏକ ବୃତ୍ତରେ ରହିଥାଏ ତେବେ ଆସନ୍ତୁ z ର ଅବସ୍ଥା ସହିତ କ’ଣ ଘଟେ ତାହା ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା |

ତେଣୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯେ ପ୍ରଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଦୁଇ z ଦୁଇଥର ଦୁଇଥର ଦୁଇଗୁଣ ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ z ଦୁଇଟିର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ, ଏହା ହେଉଛି ଦିଆଯାଇଥିବା ଅନୁମାନ | ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଅନୁମାନ ସହିତ ଆମେ ଦେଖିପାରୁ ଯେ z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗର ଦୁଇଗୁଣ ଯାହା ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ବର୍ଗର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ z ରେ z ସହିତ ସମାନ | ଲେଖନ୍ତୁ ଯେ ଏହା z କୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ z କୁ ବୁ z ାଏ, z କୁ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ z କୁ ବାର୍ କୁ ଗୁଣିତ କରେ ଏହା ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ କୁ ଦୁଇ ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇ ବାର୍ କୁ ପୁରା ବାର୍ କୁ ଗୁଣିତ କରେ

ତେଣୁ ଏହା z କୁ ଦର୍ଶାଏ | ମାଇନସ୍ zz ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ z ଦୁଇ ଏବଂ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ସହିତ ଦୁଇଗୁଣ z ଦୁଇ ଦଣ୍ଡ ସହିତ ଗୁଣିତ ହୁଏ ଏହା ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ ବାର୍ ଏବଂ z ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ କେବଳ ସରଳ ଗଣନା କର ଯେ ଏହା ମୋଡ୍ ଅଟେ | z ଗୋଟିଏ ବର୍ଗ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗର ଚାରି ଗୁଣ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ f | ଅଭିନେତା ହେଉଛି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ ଆମ ସହିତ ଦୁଇ ଗୁଣ z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇ ବାର୍ ଏବଂ ମାଇନସ୍ ଦୁଇଥର z ଗୋଟିଏ ବାରକୁ z ଦୁଇ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଗୁଣିତ କରାଗଲେ ଏହା ଚାରି ପ୍ଲସ୍ ସହିତ ଏହାର ମୋଡ୍ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଗୋଟିଏ ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ବାରରେ ମୋଡ୍ ଅଟେ | ବର୍ଗର କ matter ଣସି ଫରକ ପଡ଼େ ନାହିଁ କାରଣ z ବାରର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ପୁନର୍ବାର z ର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ଅଟେ , ଅବଶିଷ୍ଟ କାରଣଗୁଡ଼ିକ z ର ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇଥର z ଗୋଟିଏ ବାର୍ z ଦୁଇ ମାଇନସ୍ ଦୁଇଥର z ଗୋଟିଏ z ଦୁଇଟି ବାର୍ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି କାରଣ ସାଧାରଣତ appears ଦେଖାଯାଏ ସେମାନେ ବାତିଲ୍ କରନ୍ତି

ତେଣୁ ଆମେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ପାଆନ୍ତୁ ଯେ ମୋଡ୍ z ଏକ ବର୍ଗ ପ୍ଲସ୍ ମୋଡ୍ ଚାରିଥର ମୋଡ୍ z ଦୁଇ ବର୍ଗ ମାଇନସ୍ ଚାରି ମାଇନସ୍ z ଗୋଟିଏ z ସମଗ୍ର ବର୍ଗକୁ ବାର୍ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ ଏଥିରୁ ଆମେ ଏହି ଶବ୍ଦକୁ ମୋଡ୍ z1 ଗୁଣିତ ଭାବରେ ବିଭାଜନ କରିପାରିବା | ମୋଡ୍ z1 ବର୍ଗ ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଦ୍ then ାରା [ମ୍ୟୁଜିକ୍] ସାଧାରଣ ଫ୍ୟାକ୍ଟର୍ ଯଦି ଆମେ ମୋଡ୍ z ବର୍ଗ z1 ବର୍ଗ ଏକ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦ ବାହାର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଯଦି ଆମେ ମାଇନସ୍ 4 ସାଧାରଣ, ତେବେ 1 ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ଏହାକୁ ବାହାର କରିବା | ବର୍ତ୍ତମାନ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | ଏହାକୁ ଏକ ପ୍ରଡକ୍ଟ ଟର୍ମ ଭାବରେ ଲେଖନ୍ତୁ ଯାହା ସହଜରେ ଦେଖାଯାଏ ଯେ ଏହା ଆସେ ଯେ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ମୋଡ୍ z2 ବର୍ଗ ମୋଡ୍ z ସହିତ ଏକ ବର୍ଗ ମାଇନସ୍

ଚାରି ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ଗୁଣିତ ହୁଏ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ଧାରଣା ହେଉଛି ମୋଡ୍ z ଦୁଇଟି ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଏହା ତୁରନ୍ତ ଏହା କହିଥାଏ | ଏକ ଶୂନ ନଥିବା ଶବ୍ଦ ଏହା ଏକ ଶୂନ୍ୟ ଶବ୍ଦ
ତେଣୁ ତୁରନ୍ତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରେ ଯେ ମୋଡ୍ z ଏକ ବର୍ଗ ଚାରି ଏବଂ ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ଏହା ତୁରନ୍ତ କହିଥାଏ ଯେ ବିକଳ୍ପ c ସଠିକ୍ ଅଟେ ଯାହା ମୋଡ୍ z ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାଡ୍ୟୁସର ବୃତ୍ତ ଉପରେ ରହିଥାଏ
ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଆମେ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଗୁଣ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏବଂ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ମଡ୍ୟୁଲସ୍ ସହିତ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣ ବ୍ୟବହାର କରିବା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ଆର୍ଗନ୍ ପ୍ଲେନ ଏବଂ ଜଟିଳ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପୋଲାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା |