

[സംഗീതം] കഴിഞ്ഞ പ്രഭാഷണത്തിൽ ഞങ്ങൾ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ സംയോജനവും ഒരു കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ മോഡുലസും ചർച്ചചെയ്തു. ഏതെങ്കിലും പൊതു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയും കൂടാതെ z ബാർ എന്ന സംയോജനവും ഞങ്ങൾ അതിനെ ഒരു മൈനസ് ib ആയും z ന്റെ മോഡുലസ് ആയും ഞങ്ങൾ നിർവചിച്ചു. ഇത് ഒരു സ്കെയർ പ്ലസ് ബി സ്കെയറിന്റെ വർഗ്ഗമൂലമായി ഇപ്പോൾ നമുക്ക് മോഡുലസിന്റെ ചില പ്രോപ്പർട്ടി പ്രോപ്പർട്ടികൾ നോക്കാം, അതിനാൽ ഈ ചർച്ചയിലുടനീളം z എന്നത് x പ്ലസ് iy രൂപമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ അനുമാനിക്കും, കൂടാതെ z ന്റെ ഈ യഥാർത്ഥ ഭാഗം എല്ലായ്പ്പോഴും കുറവാണെന്ന് തെളിയിക്കാം. z ന്റെ മോഡുലസിനേക്കാൾ അല്ലെങ്കിൽ തുല്യമാണ്, അത് $\text{mod } z$ ന്റെ മൈനസിന് തുല്യമായതിനേക്കാൾ വലുതാണ്, z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം അല്ലെങ്കിൽ z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗത്തിന്റെ മോഡുലസ് $\text{mod } z$ -നേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് നല്ല അസമത്വമാണ്, അതിനാൽ തെളിവ് ലളിതമാണ് നമുക്ക് z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗമുണ്ട്, അത് x ആണ്, അതിന്റെ ചതുരം z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം പരിഗണിക്കുമ്പോൾ, അതിന്റെ ചതുരം പരിഗണിക്കുക, അത് തീർച്ചയായും x ചതുരത്തേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആയ x ചതുരവും y ചതുരവും, അതായത് ഞങ്ങൾ കുറച്ച് നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത സംഖ്യകൾ ചേർക്കുന്നു. ഉടനെ നിങ്ങൾക്ക് a ഉള്ളപ്പോഴെല്ലാം, b യുടെ വർഗ്ഗമൂലത്തിന് കുറവോ തുല്യമോ ആയ b വർഗ്ഗമൂലത്തിന്റെ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് നിങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം x ചതുരത്തിന്റെയും y ചതുരത്തിന്റെയും വർഗ്ഗമൂലത്തേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നു ഇത് $\text{mod } z$ അല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല, നമ്മൾ ഇവിടെ കാണുന്നത് യഥാർത്ഥത്തിൽ നമ്മൾ അത് ഉരുത്തിരിഞ്ഞ രീതിയാണ്, സമ്പൂർണ്ണ അർത്ഥത്തിൽ ഇത് $\text{mod } z$ -നേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആയിരിക്കും, അതിനാൽ ആദ്യ നിർദ്ദേശം സമാപിക്കുന്നത് സമാനമായി നമുക്ക് തെളിയിക്കാനാകും z ന്റെ സാങ്കല്പിക ഭാഗം മൈനസ് മോഡ് z - നേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ്, $\text{mod } z$ പ്രൊപ്പോസിഷൻ രണ്ടിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, തീർച്ചയായും അത് സ്ടെയിറ്റ് ഫോർവേഡ് ഒന്നാണ്, അത് $\text{mod } z$ എല്ലായ്പ്പോഴും സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളിലെ എല്ലാ z - നും നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത സംഖ്യയാണ്, നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കേണ്ടത് z ന്റെ മോഡുലസ് പൂജ്യമാകുമ്പോഴെല്ലാം, ഒന്ന് z പൂജ്യമാണെങ്കിൽ മാത്രം ശരിയാണ്, ഇത് അടിസ്ഥാനപരമായി വീണ്ടും പോലെയാണ്, ഇത് നിരീക്ഷിക്കാൻ എളുപ്പമാണ്, കാരണം നിങ്ങൾ മോഡ് z പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായി കണക്കാക്കിയാൽ അത് അതിന്റെ ചതുരം പൂജ്യമാണ്, അതിനാൽ ഇത് x ചതുരവും y യും സൂചിപ്പിക്കുന്നു ചതുരം ഇത് പൂജ്യമാണ്, w രണ്ട് നോൺ-നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ ആകെത്തുക പൂജ്യമാണ്, അതായത് അടിസ്ഥാനപരമായി ഓരോ നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത മൂലകവും പൂജ്യമായിരിക്കണം, അതായത് x ചതുരം പൂജ്യമായിരിക്കണം, അതുപോലെ y ചതുരം പൂജ്യവും ആയിരിക്കണം, അത് x പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായ പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്. പൂജ്യം അതിനാൽ ഇത് z ഒരു പൂജ്യം മൂലകമാണെന്നും z ഒരു പൂജ്യം മൂലകമാണെന്നും പറയുന്നതുപോലെ മറ്റൊന്നുമല്ല, അത് അടിസ്ഥാനപരമായി താഴെ പറയുന്നതു പോലെയാണ്, കൂടാതെ z ന്റെ മൊഡ്യൂളുകൾ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ മറ്റ് ലളിതമായ നിരീക്ഷണങ്ങൾ എന്താക്കേയാണ്, ഇത് മൈനസ് z മോഡുലസിന് തുല്യമാണ്. $\text{mod } z$ പോലെ തന്നെ നിസ്സാരമായ ഒരു സംയോജനവും അതേ മോഡുലസും ആയിരിക്കും, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ അടിസ്ഥാനപരമായി പറയുന്നത് നിങ്ങൾ az എടുക്കുമ്പോൾ മൈനസ് z ആണ്, അതിനാൽ ഇത് അടിസ്ഥാനപരമായി x പ്ലസ് iy ആണെന്ന് പറയാം അപ്പോൾ മൈനസ് z നിങ്ങൾക്ക് മൈനസ് x മൈനസ് iy ഉണ്ട്, അതിനാൽ ഈ ദൂരം ഈ ദൂരത്തിന് തുല്യമാണ്, അതുപോലെ തന്നെ നിങ്ങൾ x അച്ചുതണ്ടിനെക്കുറിച്ചുള്ള അതിന്റെ പ്രതിഫലനം എടുക്കുന്നു, അതായത് z ബാർ മോഡലും ഇപ്പോൾ സമാനമാണ്, നിങ്ങൾ z ബാർ ഉപയോഗിച്ച് z ഗുണിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് മോഡ് ലഭിക്കും z സ്കെയർ അതിനാൽ നിർവചനം അനുസരിച്ച് ഇത് വ്യക്തമാണ്, അതിനാൽ ഞാൻ ഇത് അടിസ്ഥാനപരമായി ചർച്ച ചെയ്യുന്നില്ല, നമുക്ക് z ഒന്നിന്റെ അഞ്ചാമത്തെ ഒരു മോഡുലസിലേക്ക് പോകാം z രണ്ട്, ഇത് മോഡ് z ഒന്ന് $\text{mod } z$ രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $\text{mod } z$ ഒന്ന് z ലേക്ക് പരിഗണിക്കും. മേൽപ്പറഞ്ഞ നിർദ്ദേശമനുസരിച്ച് ചതുരം മുഴുവനും നമുക്ക് z ഒന്ന് മുതൽ z വരെ ഗുണിച്ചാൽ z ഒന്നു മുതൽ z വരെ പൂർണ്ണ ബാറിലേക്ക് ഗുണിക്കപ്പെടുന്നു, വീണ്ടും നമുക്ക് സംയോജനത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ബന്ധം അറിയാം, അതിനാൽ z one z two എന്നതിന്റെ സംയോജനം z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z one bar ആണ്. ബാർ, കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് നിയമം ഉപയോഗിച്ച് ഒടുവിൽ എന്നെ എഴുതാൻ അനുവദിക്കാം, അതിനാൽ ഞങ്ങൾക്ക് ഇവിടെയുള്ളത് $z1$ ബാർ $z2$ ബാർ ഉള്ള ഉൽപ്പന്നമാണ്, അടിസ്ഥാനപരമായി നിങ്ങൾക്ക് ഉപയോഗിക്കാനാകുന്ന അനുബന്ധ നിയമം ഞങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നു, തുടർന്ന് കൂടുതൽ കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് നിയമം ഉപയോഗിക്കുന്നതിലൂടെ നിങ്ങൾക്ക് മോഡ് z ലഭിക്കും. ഒരു സ്കെയർ മോഡ് z രണ്ട് ചതുരം ശരി, അതിനാൽ ഇത് z ഒന്ന് z രണ്ടിന്റെ മോഡുലസ് നൽകുന്നു എന്ന നിഗമനം നൽകുന്നു, ഇത് മോഡ് z ഒന്ന് മോഡ് z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ നിങ്ങൾ ആദ്യം ഉൽപ്പന്നം എടുക്കുക, അതിന്റെ മോഡുലസ് എടുക്കുക, അത് ആദ്യം ഓരോ കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയ്ക്കും മോഡുലസ് എടുക്കുന്നതിന് തുല്യമാണ്. പിന്നെ മൂ tiply it okay, ah പ്രസിദ്ധമായ അല്ലെങ്കിൽ നല്ല അസമത്വമായ ആറാമത്തെ നിർദ്ദേശം ആവർത്തിച്ച് ഉപയോഗിക്കും, അതിനെ ത്രികോണ അസമത്വം എന്ന് വിളിക്കുന്നു, അതിനാൽ അസമത്വം പ്രസ്താവിക്കുന്നു, നമ്മൾ z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് മോഡുലസ് പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഇത് $\text{mod } z$ one-നേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ് സങ്കീർണ്ണമായ സംഖ്യകളിലെ ഓരോ z one z two നും $\text{mod } z$ two ഈ അസമത്വം എന്താണ് പറയുന്നതെന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് രണ്ട് പോയിന്റുകൾ ഉണ്ട്, ഇത് z ഒന്ന് എന്ന് പറയാം, ഇത് z രണ്ട് എന്ന് പറയാം, തുടർന്ന് നമുക്ക് സ്വാഭാവികമായും സഹകരിക്കാം ഇതിനുള്ള ഒരു വെക്ടർ, അങ്ങനെ നമുക്ക് z ഒന്നിനെ വെക്ടറായും z രണ്ട് മറ്റൊരു വെക്ടറായും ദൃശ്യവൽക്കരിക്കാൻ കഴിയും, അപ്പോൾ തുക അടിസ്ഥാനപരമായി നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് നൽകുന്നു, ഈ സമാന്തരചലനത്തിന്റെ ഡയഗണൽ ഏതാണ്, അത് z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് ആണ്, അതിനാൽ ഞാൻ മുമ്പ് സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ ലെക്ചർ മോഡുലസ് അർത്ഥമാക്കുന്നത് കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയും ഉത്ഭവവും തമ്മിലുള്ള ദൂരമാണ്, അതിനാൽ

z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ടിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ഈ സംഖ്യയും ഉത്ഭവവും തമ്മിലുള്ള ദൂരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു ശരി അതിനാൽ ദൂരം t ദൂരത്തേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ് $0 \leq z \leq 2$ ലേക്ക് പോകുക, തുടർന്ന് നിങ്ങൾ വെക്ടർ $z = 1$ ഉപയോഗിച്ച് ഈ പോയിന്റിനെത്തുക, അതിനർത്ഥം ഒരു ദൂരം എടുക്കുന്നത് പോലെയാണ് ആദ്യം $z=2$ പോകുക, തുടർന്ന് ഇവിടെ എത്താൻ $z=1$ ഉപയോഗിക്കുക, അത് എല്ലായ്പ്പോഴും ഡിസിനേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും. നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ ദൂരം ഇതാണ് ശരി, അതിനാൽ നമുക്ക് ഈ ഫലം തെളിയിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതിനാൽ ഇടത് വശവും ചതുരവും ഉപയോഗിച്ച് ഈ പദം പരിഗണിക്കുക, ഇത് മോഡ് z എഴുതിയതാണ്, ഞാൻ പ്രോപ്പർട്ടി ഓർക്കുകയാണെങ്കിൽ മോഡ് z സ്ക്വയർ z എഴുതിയതാണ് z ബാർ ഇപ്പോൾ നേരിട്ട് പറയൂ, ഞങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്ന പ്രോപ്പർട്ടി പ്രയോഗിക്കുന്നത് z വൺ ബാറും z ടു ബാറും ആണെന്ന് പറയൂ, തുടർന്ന് നിങ്ങൾ വിതരണ നിയമം പ്രയോഗിക്കുന്നു, തുടർന്ന് z ഒന്ന് z ഒന്ന് ബാറും z ഒന്ന് z രണ്ട് ബാറും പ്ലസ് z കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ നമുക്ക് ലഭിക്കും രണ്ടിനെ z ഒന്ന് ബാർ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z രണ്ട് z രണ്ട് ബാർ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ, ഇത് z ഒരു ചതുരത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ആണെന്ന് ഞങ്ങൾക്കറിയാം, ഇവിടെ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് z ഒന്ന് z രണ്ട് ബാർ ആണ്, അതിനെ ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയായി കണക്കാക്കുക. അടുത്ത സംഖ്യയാണ് നമ്മൾ കാണുന്നത് മുമ്പത്തേതിന്റെ കൃത്യമായ സംയോജനം, അതിനാൽ നിങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചാൽ, ഞാൻ ഈ ബാർ പ്രയോഗിച്ചാൽ, അത് ഒരു ബാറിൽ z കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഇരട്ട ബാറിന്റേക്ക് വീണ്ടും z നൽകുന്നു, അതിനാൽ ഇത് മോഡ് z^2 സ്ക്വയർ ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുകയും z പ്ലസ് ആണെന്ന് ഞങ്ങൾക്കറിയാം.

z ബാർ z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം രണ്ടായി ഗുണിച്ചാൽ ഇവിടെ അത് z one z two bar ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് ആണെന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു കൂടാതെ ഇത് ശരിയാണെന്ന് തെളിയിക്കാൻ ഞങ്ങൾ ശ്രമിക്കുന്ന അസമത്വം എന്താണെന്ന് വീണ്ടും ഓർക്കാൻ ശ്രമിക്കുക $\text{mod } z \text{ one plus mod } z \text{ two}$ ന്റെ മോഡ്യൂലസ് $\text{mod } z \text{ one plus mod } z \text{ two}$ -നേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ നേടുക, വലതുവശത്ത് $\text{mod } z \text{ one plus mod } z$ ആയി ലഭിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഞങ്ങൾ മിക്കവാറും ഇവിടെ എത്തിയതായി കാണുന്നു. മുഴുവൻ സ്ക്വയറിന്റേയ്ക്ക് ഞങ്ങൾ ഏകദേശം പൂർത്തിയാക്കി, പക്ഷേ $\text{mod } z \text{ one}$, $\text{mod } z \text{ two}$ എന്ന പദം എങ്ങനെ ഇവിടെ കൊണ്ടുവരും എന്ന് നോക്കേണ്ടതുണ്ട്, അതിനാൽ ഞാൻ എഴുതിയ നിർദ്ദേശം ഞാൻ ഓർക്കുകയാണെങ്കിൽ, അത് ആദ്യം എഴുതിയതാണ് യഥാർത്ഥമെന്ന് അത് പ്രസ്താവിക്കുന്നു z ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം z ന്റെ ഭാഗം എപ്പോഴും മൈനസ് $\text{mod } z$ ന് തുല്യമായതിനേക്കാൾ വലുതാണ്, അതുപോലെ tha കുറവാണ് n അല്ലെങ്കിൽ $\text{mod } z$ ന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഈ പ്രത്യേക ബന്ധം ഇവിടെ ഉപയോഗിക്കാൻ പോകുന്നു, അതിനാൽ യഥാർത്ഥ ഭാഗം എല്ലായ്പ്പോഴും കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, അതിനാൽ നമ്മൾ ഈ ബന്ധം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ വളരെ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതുണ്ട്. കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയ്ക്ക് അത്തരം ഒരു ബന്ധം ബാധകമല്ലെന്ന് ഞാൻ മുന്നറിയിപ്പ് നൽകി, ഒന്നിന് മുകളിലുള്ള അളവ് നിങ്ങൾ കാണുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് പൂർണ്ണമായും യഥാർത്ഥ സംഖ്യകളാണ്, ഞങ്ങൾ ഇവിടെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ഇത് z_1 z_2 ബാറിന്റെ 2 മടങ്ങ് മോഡ്യൂലസ് ആണ്, ഇത് വീണ്ടും നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത സംഖ്യയാണ് കൂടാതെ $\text{mod } z$ രണ്ട് സ്ക്വയർ, പിന്നെയും നിങ്ങൾ കാണുന്നത് $z \text{ one mod } z \text{ one square}$ എന്ന പ്രോപ്പർട്ടി പ്ലസ് $\text{mod } z$ ഒന്ന് എന്നതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് z -ന്റെ മോഡ്യൂലസ് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $z \text{ to bar}$ മൊഡ്യൂളുകൾ z രണ്ട് പ്ലസ് $\text{mod } z$ എന്നതിന് തുല്യമാണ്. ഇത് മറ്റൊന്നുമല്ലെന്ന് അറിയുക, ഇത് മൊത്തത്തിലുള്ള ചതുരത്തിലേക്കുള്ള മോഡ് ഇസഡ് വൺ പ്ലസ് മോഡ് z ആണ്, ശരി വീണ്ടും നമുക്ക് ലഭിച്ചത് നമുക്ക് ലഭിച്ചത് b സ്ക്വയറിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആയ ഒരു സ്ക്വയർ ആണ്, അത് ബി യെക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു, അങ്ങനെ അത് തെളിയിക്കുന്നു ഞങ്ങളുടെ ത്രികോണ അസമത്വം അതിനാൽ ഞാൻ അത് ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു ഈ ബന്ധത്തിന് ഈ സമത്വം എപ്പോഴാണെന്ന് ഒരാൾക്ക് ചോദിക്കാം, അതായത് z വണ്ണിന്റെ മോഡ്യൂലസിന് തുല്യമായ z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് എന്നതിന്റെ മൊഡ്യൂളായിരിക്കാം ഞാൻ ഇത് ഇവിടെ എഴുതാം അല്ലെങ്കിൽ അടുത്ത പേജിൽ എഴുതാം, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ മോഡ് $z \text{ one } z \text{ two}$ എന്ന് ഉരുത്തിരിഞ്ഞു. $\text{mod } z \text{ one plus mod } z \text{ two}$ എന്നതിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ് ഇപ്പോൾ ചോദ്യം ഞാൻ എപ്പോഴാണ് സമത്വം കാണുന്നത്, അതിനാൽ ഇത് എപ്പോൾ സംഭവിക്കും, ഈ അസമത്വം നമുക്ക് ലഭിക്കുമ്പോൾ തിരികെ പോകൂ, ഈ അസമത്വ ബന്ധം നമ്മൾ ഉപയോഗിക്കുന്ന സ്ഥലമാണിത്, അതിനാൽ സമത്വം ദൃശ്യമാകും $z \text{ one } z \text{ to bar}$ ന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം $z \text{ one } z \text{ two bar}$ ന്റെ മോഡ്യൂലസിന് തുല്യമായാൽ മാത്രമേ സമത്വം ദൃശ്യമാകൂ, അതിനാൽ സമത്വം ദൃശ്യമാകുമ്പോൾ ഞാൻ അതിനെ സമവാക്യമായി വിളിക്കട്ടെ, z ഒന്ന് z രണ്ട് ബാറിന്റെ യഥാർത്ഥ ഭാഗം ഒന്ന് നൽകിയാൽ ഇത് തുല്യമാണ് $\text{mod } z_1$ ബാർ, ഇത് $z = 1$ എന്നത് $z = 2$ ന്റെ സമയത്താണ് എന്ന് പറയുന്നതിന് തുല്യമാണ്, അവിടെ t ഒരു നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ്, ഞാൻ വീണ്ടും ആവർത്തിക്കട്ടെ, ഈ ത്രികോണ അസമത്വ ചോദ്യം ഞങ്ങൾ തെളിയിച്ചു, സമത്വം ദൃശ്യമാകുമ്പോൾ, തുല്യത ദൃശ്യമാകുന്നത് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു i f കൂടാതെ $z \text{ one}$ ഉം $z \text{ two}$ ഉം രേഖീയ ആശ്രിത തരം പോലെയാണെങ്കിൽ മാത്രം, z രണ്ടിന്റെ സ്ഥിരം സമയങ്ങൾ പോലെയാണ് നിങ്ങൾക്ക് ഉണ്ടാകുന്നത്, $z \text{ one}$ എന്നത് z രണ്ടിന്റെ സ്ഥിരമായ സമയമാണ്, അങ്ങനെയെങ്കിൽ നമുക്ക് തുല്യത ലഭിക്കുന്നു നമുക്ക് നോക്കാം ഈ ത്രികോണ അസമത്വത്തിൽ നിന്നുള്ള മറ്റ് അനന്തരഫലങ്ങൾ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു, അതിനാൽ ഞാൻ ഇത് ആവർത്തിക്കട്ടെ, ഞങ്ങൾക്ക് ഈ ബന്ധമുണ്ടെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു, ഇതിൽ നിന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം, മോഡ് z ഒന്ന് മൈനസ് മോഡ് z രണ്ട് ഇതിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണെന്ന്. നമുക്ക് ഇത് എങ്ങനെ ലഭിക്കും, ഇത് ഒന്നായതിനാൽ നമുക്ക് ഇതിനെ വിളിക്കാം, അതിനാൽ $\text{mod } z$ ഒന്ന് പരിഗണിക്കുക, ഞങ്ങൾ z രണ്ട് ചേർക്കുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യുക, തുടർന്ന് ഒന്ന് പ്രയോഗിക്കുക, തുടർന്ന് നമുക്ക് $\text{mod } z$ ഒന്ന് $\text{mod } z$ ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ടിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്. തുടർന്ന് നിങ്ങൾക്ക് മൈനസ് ഇസഡ് രണ്ടിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ലഭിക്കും, പക്ഷേ മൈനസ് ഇസഡ് രണ്ടിന്റെ മോഡ്യൂലസ് വീണ്ടും മോഡ് z രണ്ട് പോലെയാണെന്ന്

ഞങ്ങൾക്കറിയാം, അതിനാൽ ഇതിൽ നിന്ന് നമുക്ക് ആ മോഡ് z ഒന്ന് മൈനസ് മോഡ് z രണ്ട് z വൺ പ്ലസ് ഇസഡ് രണ്ടിന്റെ മൊഡ്യൂളിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ലഭിക്കും. ശരി സമാനമായി നമുക്ക് z one, z two എന്നിവയുടെ പങ്ക് മാറ്റാം z one ഉം z two ഉം ഏകപക്ഷീയമായതിനാൽ നിങ്ങൾക്ക് z one, z two എന്നിവയുടെ റോൾ പരസ്പരം മാറ്റാൻ കഴിയും എന്നതിനാൽ ഞങ്ങൾ റോൾ പരസ്പരം മാറ്റുകയാണെങ്കിൽ, ഇത് z രണ്ട് മൈനസ് $mod\ z$ ഒന്ന് ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നു, അത് അതിൽ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്. z വൺ പ്ലസ് z 2 ന്റെ മോഡ്യൂലസിലേക്ക്, ഒരു നിഗമനമെന്ന നിലയിൽ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത്, ഇത് ഒരു മൈനസ് മോഡ് z 2 ലെ മോഡ്യൂളുകളുടെ മോഡ്യൂലസിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അത് z 1 പ്ലസ് z 2 ന്റെ മോഡ്യൂലസിനേക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ ആണ്, ഇപ്പോൾ ഒരാൾക്ക് ചോദ്യം ചോദിക്കാം ഇതാണ് പ്ലസ് ശരിക്കും ആവശ്യമാണോ ശരി, മൈനസ് ശരി ശരി നിങ്ങൾക്ക് മൈനസ് ചിഹ്നം വീണ്ടും നൽകാമോ, അതിനാൽ ഇത് ഇവിടെ പ്ലസ് അല്ലെങ്കിൽ മൈനസ് ആയിരിക്കാം എന്നിട്ടും ഇത് മോഡ് z ഒന്ന് മൈനസ് മോഡ് z രണ്ടിന്റെ മൊഡ്യൂളിനേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ്. $z1$ പ്ലസ് മോഡ് $z2$ ന്റെ മോഡ്യൂലസ് അതിനാൽ ഇവിടെ ഞാൻ ത്രികോണത്തിൽ നിന്ന് കൂടുതൽ പൊതുവായ ചിലത് കാണുന്നു, അതിനാൽ നമുക്ക് ത്രികോണ അസമത്വമുണ്ട്, ഇപ്പോൾ നമ്മൾ കാണുന്നത് ഈ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾക്ക് കൂടുതൽ പൊതുവായ അസമത്വമാണ്, അതിനാൽ z വിപരീത $s\ mod\ z$ വിപരീതത്തിന്റെ 7 മോഡ്യൂലസ് നിർദ്ദേശിക്കുക. പുഷ്യമല്ലാത്ത സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ag ഇത് സംയോജന പ്രോപ്പർട്ടിക്ക് സമാനമാണ്, ഇത് z വിപരീതമായി ആരംഭിക്കുന്ന ഈ ഫലം നമുക്ക് ലഭിക്കും, അത് z വിപരീതമായി z നൽകുന്നു, z വിപരീതമായി z നൽകുന്നു, നിങ്ങൾക്ക് ഐഡൻറിറ്റി ലഭിക്കും, തുടർന്ന് അതിന്റെ മോഡ്യൂലസ് വീണ്ടും ഒന്നിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ഒന്നാണ്, ഞങ്ങൾ ഇതിനകം z ന്റെ മോഡ്യൂലസ് ചർച്ച ചെയ്തു ഒന്ന് z രണ്ട് എന്നത് $mod\ z$ ഒന്ന് ഗുണിച്ചാൽ $mod\ z$ രണ്ട് നൽകുന്നു, അതിനാൽ നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നത് $mod\ z$ നെ ഒന്ന് കൊണ്ട് z കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ നമ്മൾ നിരീക്ഷിക്കുന്നത് വിപരീതമാണ്, അതിനാൽ $mod\ z$ വിപരീതം കൃത്യമായി z വിപരീത മോഡാണ്, അതിനാൽ ഇതാണ് $mod\ z$ വിപരീതം z ന്റെ ഒരു മോഡ്യൂലസ് അല്ലാത്ത മറ്റൊന്നുമല്ല, അതായത് z ന്റെ ഒന്ന് z രണ്ട് എന്നതിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ആണ് $mod\ z$ ഒന്ന് എന്നതിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ആയ എട്ട് ആണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് എന്നാണ് നിഗമനം. $mod\ z$ two, z two പുഷ്യമല്ലെന്ന് നിങ്ങൾ അനുമാനിക്കുന്നു, ഫലം വീണ്ടും രണ്ട് കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ ഗുണനമായി c എന്ന് പറയുക, അത് z ഒന്ന് കൊണ്ട് വിപരീതമായി ഗുണിച്ചാൽ ഓരോ ഘടകത്തിനും മുമ്പത്തെ നിർദ്ദേശത്തിനും മോഡ്യൂലസ് പ്രയോഗിക്കുന്നത് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു. എന്ന് തെളിയിച്ചു z രണ്ട് വിപരീതത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ് മോഡ് z രണ്ട് മുഴുവൻ വിപരീതവും സമാനമാണ്, ഇത് മോഡ് z ഒന്ന്, മോഡ് z രണ്ട് എന്നതല്ലാത്ത മറ്റൊന്നുമല്ല, ഇപ്പോൾ സമാന്തരചലന നിയമം എന്ന് വിളിക്കപ്പെടുന്ന മറ്റൊരു രസകരമായ ഫലം, z ഒന്ന് z രണ്ട് സമ്പൂർണ്ണ സ്ക്വയർ പ്ലസ് മോഡ്യൂലസ് z one z two z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് മുഴുവൻ ചതുരം, ഇത് $mod\ z$ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് തുല്യമാണ്, കൂടാതെ $mod\ z2$ ചതുരം ശരി, എന്തുകൊണ്ടാണ് അവർ ഇതിനെ സമാന്തരചലന നിയമം എന്ന് വിളിക്കുന്നത്, നമുക്ക് ഇത് നിരീക്ഷിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് പോയിന്റ് എന്ന് z ഒന്ന് എന്ന് വിളിക്കാം. ഇത് z രണ്ട് ആണെന്ന് നമുക്ക് പറയാം, ഈ സമാന്തരരേഖയുടെ ഡയഗ്രാമിൽ ആയ z വൺ പ്ലസ് z ടു വെക്ടറിനെ കൃത്യമായി നൽകുന്നു, അത് z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് ആണ്, അതുപോലെ തന്നെ മറ്റേ ഡയഗ്രാമിൽ z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് വെക്ടറും നൽകുന്നു ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ ഐഡൻറിറ്റി കാണുകയാണെങ്കിൽ, ഈ ഡയഗ്രാമുകളുടെ കാന്തിമാനത്തിന്റെ ചതുരം അതിന്റെ ആകെത്തുകയായി കണക്കാക്കുന്നു, അത് സമാന്തരചലന സമാന്തരചലന നിയമത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ കാന്തിമാനത്തിന്റെ ഇരട്ടി തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇത് വളരെ രസകരമായ പ്രോപ്പർട്ടിയാണ്. എഫ് എന്നത് ലളിതമാണ്, നിങ്ങൾ ഇടതുവശത്തേക്ക് വിപുലീകരിക്കേണ്ടതുണ്ട്, തുടർന്ന് നിങ്ങൾക്ക് വലതുവശത്ത് എത്താൻ കഴിയും $1hs$, അതായത് z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് സ്ക്വയർ പ്ലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z എന്ന മോഡ്യൂലസ് മുഴുവൻ സമചതുരത്തിലേക്കും. ഇത് z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് ബാർ പ്ലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് കൊണ്ട് z ഒന്ന് മൈനസ് z കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മുഴുവൻ ബാറിനിലേക്കും ഞങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്ന അളവ് z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് മുഴുവൻ ചതുരവും z ഒന്ന് ആണ് മൈനസ് z മുഴുവനായും സമചതുരത്തിലേക്ക് ഇസഡ് ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് എന്ന് എഴുതി z ഒരു ബാർ z രണ്ട് ബാർ പ്ലസ് z ഒന്ന് z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z ഒന്ന് ബാർ മൈനസ് z രണ്ട് ബാർ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഇത് z ഒന്ന് ആയി z ആണെന്ന് നമുക്ക് കാണാം. ഒരു ബാർ $mod\ z$ ഒരു ചതുരവും മറ്റേ പദം $mod\ z2$ സ്ക്വയറുമാണ്, ശേഷിക്കുന്ന പദം ഇവിടെ നമുക്കുള്ളത് $z1\ z2$ ബാർ പ്ലസ് $z1$ ബാർ z രണ്ട് ആണ്, ഈ പദത്തിൽ നമുക്ക് വീണ്ടും $mod\ z$ വൺ സ്ക്വയർ എന്ന പദം ലഭിക്കും. $mod\ z$ രണ്ട് സ്ക്വയർ ശേഷിക്കുന്ന ഘടകങ്ങൾ വിപരീത ചിഹ്നത്തോടൊപ്പം വരുന്നു മൈനസ് z ഒരു z മുതൽ ബാർ മൈനസ് z ഒരു ബാർ z രണ്ട് വരെയുള്ള ഈ ഘടകങ്ങൾ ഈ നിബന്ധനകൾ പരസ്പരം റദ്ദാക്കുന്നുവെന്ന് പറയുന്നു, അപ്പോൾ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് $mod\ z$ ഒരു സ്ക്വയർ പ്ലസ് മോഡ് z രണ്ട് ചതുരത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്, കൂടാതെ മോഡ്യൂലസ് ചിഹ്നം ഉൾപ്പെടുന്ന ഒരു പ്രശ്നം ചർച്ച ചെയ്യാം ഒന്നിന് തുല്യമായ z ഒന്നിന്റെ മൊഡ്യൂളും അതുപോലെ z രണ്ടിന്റെ മോഡ്യൂലസും ഒന്നിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ അവയുടെ ഉൽപ്പന്നം മൈനസ് ഒന്നിന് തുല്യമല്ലെങ്കിൽ, z ഒന്ന് പ്ലസ് z രണ്ടിനെ ഒന്ന് പ്ലസ് z ഒന്ന് z രണ്ട് കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ നമുക്ക് കാണിക്കാം ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് ഈ പ്രശ്നം നിരീക്ഷിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, നൽകിയിരിക്കുന്നത് z one z two ആണ്, അവ അടിസ്ഥാനപരമായി ഉത്ഭവത്തിൽ നിന്നുള്ള യൂണിറ്റ് ദൂരത്തിലാണ്, അവയുടെ ഉൽപ്പന്നം മൈനസ് ഒന്നിന് തുല്യമല്ല, തുടർന്ന് ഞങ്ങൾ നിർവ്വചിച്ച അളവ് a യഥാർത്ഥ സംഖ്യ പദപ്രയോഗം സങ്കീർണ്ണമാണെന്ന് കാണുന്നത് വളരെ സന്തോഷകരമാണ്, പക്ഷേ അവസാനം നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ്, സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യ ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണെന്ന് പറയാൻ ഞാൻ നേരത്തെ സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ ഇത് എങ്ങനെ കാണിക്കാമെന്ന് നോക്കാം, അങ്ങനെ z ഉം z ഉം ബാർ അത് തുല്യമാണ് സാങ്കല്പിക ഭാഗം പുഷ്യമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക്

നിർവചിക്കാം a എന്നത് z one പ്ലസ് z ടു എന്ന സംഖ്യയായി കണക്കാക്കാം ഇപ്പോൾ ഒരു ബാർ പരിഗണിക്കുക, ഞങ്ങൾ അത് പ്രയോഗിക്കാൻ പോകുന്നതിനു മുമ്പ് നമ്മൾ പഠിച്ച എല്ലാ പ്രോപ്പർട്ടികളും പരിഗണിക്കുക, അതിനാൽ പഴയ ഘടകത്തിനായുള്ള സംയോജനം, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഇതിന് സംയോജനം നടത്തുമ്പോൾ z ഒരു ബാർ z രണ്ട് ബാർ പ്ലസ് z ഒരു ബാർ z രണ്ട് ബാർ ശരിയാണ് ഇപ്പോൾ ഞങ്ങൾ z വൺ ബാർ z ലേക്ക് എങ്ങനെയെങ്കിലും ബന്ധപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്, ഞങ്ങൾ z ഒന്ന് എന്ന അവസ്ഥ മോഡുലസ് ഉപയോഗിച്ചില്ല അതിനാൽ ഇത് നമുക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്നത് അതിന്റെ ചതുരം ഒന്ന് എന്നതിന് തുല്യമാണ്, നമുക്ക് ഇതിനെ ഒരു ആദ്യ നമ്പർ z വൺ സ്ക്വയർ എന്ന് വിളിക്കാം, അതിനാൽ ഇത് z ലേക്ക് z എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് സമാനമാണ്, ശരിയാണ് z ബാർ എന്താണ് എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും z ബാർ z വിപരീതമാണ്, അതിനാൽ ഈ ബന്ധത്തിലൂടെ നമുക്ക് z ബാർ g ആണെന്ന് ലഭിക്കും 1 ന്റെ z ആണ്, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ z ഒന്ന് നമ്മുടെ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയായി കണക്കാക്കുന്നു എന്ന നൊട്ടേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് ഞങ്ങൾ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു, അതിനാൽ z ഒന്ന് ബാർ അതുപോലെ തന്നെ z മുതൽ ബാർ s ബൈ z രണ്ട് വരെ ശരിയാണ്, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഈ ബന്ധം ഉപയോഗിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഒരു ബാറിൽ ഒരു ബാർ നൽകിയാൽ നമുക്ക് z വൺ ബാർ ഉണ്ട്, അത് z ഒന്ന് കൊണ്ട് മാറ്റിസ്ഥാപിക്കുന്നു, അതുപോലെ z two ബാറിന് പകരം z രണ്ട്, ഒന്ന് പ്ലസ് വൺ z ഒന്ന് എന്നിവ ലളിതമാക്കി z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു ഈ പദപ്രയോഗം നമ്മൾ അവസാനിക്കുന്നതിനെ z one പ്ലസ് z two കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒന്ന് പ്ലസ് z ഒന്ന് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z two കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മറ്റൊന്നുമല്ല, ഒരു ശരിയല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല ഇത് ഒരു യഥാർത്ഥ സംഖ്യയാണ് ശരി, അതിനാൽ നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായമോ ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ച അഭിപ്രായമോ ഇവിടെ എഴുതാം $\text{mod } z$ ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, അപ്പോൾ നമ്മൾ കാണുന്നത് z -ലേക്ക് z ബാർ ഒന്നാണ്, z ബാർ z ok-ൽ ഒന്നായി എഴുതാം, z ബാറിന്റെ മോഡുലസ് $\text{mod } z$ -ൽ ഒന്ന് എന്നതിന് തുല്യമാണെന്ന് വീണ്ടും ശ്രദ്ധിക്കുക. അതിനാൽ നമുക്ക് ഇതിനെക്കുറിച്ച് വീണ്ടും മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, മോഡുലസ് വൺ ലെറ്റുള്ള എല്ലാ z കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യകളും പറയാം ഞങ്ങൾ ഇത് മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കുക, അതിനാൽ യൂണിറ്റ് സർക്കിളിനെ സെറ്റ് u ആയി കണക്കാക്കുക, ഇത് എല്ലാ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെയും സെറ്റായി നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു, അതായത് മോഡുലസ് ഒന്നാണ്, ഇപ്പോൾ $\text{mod } z$ എന്ന് എഴുതുമ്പോൾ സെറ്റിലുള്ള എല്ലാ ഘടകങ്ങളും എന്താണെന്ന് വിവരിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക. നമ്മൾ z -നെ x പ്ലസ് iy ആയി കണക്കാക്കുകയാണെങ്കിൽ, $\text{mod } z$ എന്നത് x ചതുരത്തിന്റെ വർഗ്ഗമുലമായ y ചതുരവും y ചതുരവും ആയി കണക്കാക്കിയാൽ, അത് x ചതുരവും y ചതുരവും ആണ്, കൂടാതെ $\text{mod } z$ എന്നത് ഒന്നിന് തുല്യമാണ് എന്ന് നൽകിയിരിക്കുന്നു. xy ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്ന എല്ലാ ജോഡി മൂലകങ്ങളും എന്താണെന്ന് നിങ്ങൾ ഇപ്പോൾ ചോദിക്കുന്നു, അത് യൂണിറ്റ് സർക്കിളിനെ കേന്ദ്രമായി വിശേഷിപ്പിക്കുന്നത് നമുക്ക് വളരെ പരിചിതമാണ്, അതിനാൽ നമുക്ക് ചിത്രം വരയ്ക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ഒരു യൂണിറ്റ് സർക്കിൾ ഉണ്ട്, അതിനാൽ ഇതിൽ ഏത് പോയിന്റും എടുക്കാം സർക്കിളിലെ xy ജോടി ഈ സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അതിനർത്ഥം സെറ്റ് y ഈ യൂണിറ്റ് സർക്കിളിനെ കൃത്യമായി വിവരിക്കുന്നു എന്നാണ് ഇതിനർത്ഥം ഇപ്പോൾ ഇതിലെ പോയിന്റുകൾ നമുക്കറിയാം, ഉദാഹരണത്തിന് ഇതിൽ കിടക്കുന്ന ഒന്ന്, ഈ മൈനസ് 1 , മൈനസ് i എന്നിവയിൽ കിടക്കുന്ന ഒന്ന് ഈ y സർക്കിൾ മുമ്പത്തെ പ്രശ്നം ഞങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്തത് $\text{mod } z$ എന്നത് ഒന്നിന് തുല്യമാണ്, തുടർന്ന് z ബാർ ഒന്ന് z എന്നതല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ നിഗമനം ചെയ്തു, അത് വളരെ എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ കഴിയും, ഈ സമവാക്യം അർത്ഥമാക്കുന്നത് z -ലേക്ക് z ബാറിന് തുല്യമായ z -ലേക്ക് z ബാറിന് തുല്യമായത് മറ്റൊന്നുമല്ല എന്നാണ്. $\text{mod } z$ ചതുരം ദ്വാരങ്ങൾക്ക് തുല്യമാണ്, കാരണം $\text{mod } z$ ഒന്നാണ്, അതിനാൽ i എടുക്കുമ്പോൾ ഈ ഗ്രാഫിൽ നമുക്ക് ദൃശ്യവൽക്കരിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം അതിന്റെ സംയോജനം മൈനസ് i ആണ്, ഈ സമവാക്യം പറയുന്നു z വിപരീതം അതിന്റെ സംയോജനമാണ്, അതായത് ഞാൻ ബഹുമാനത്തോടെ വിപരീതമാണ് എന്നാണ്. സങ്കീർണ്ണമായ ഉൽപ്പന്നത്തിന് അതിന്റെ സംയോജനമല്ലാതെ മറ്റൊന്നുമല്ല. കൃത്യമായി z ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് സർക്കിളിലും ഉണ്ട്, അതിനാൽ നിങ്ങൾ ഒന്നെടുത്താൽ അതിന്റെ മിറർ ഇമേജ് തന്നെ വിപരീതമാണ്, നിങ്ങൾ ഒന്ന് മൈനസ് എടുത്താൽ അതിന്റെ മിറർ ഇമേജ് വീണ്ടും അങ്ങനെ വിപരീതം ju ആണ് സങ്കീർണ്ണമായ ഉൽപ്പന്നവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് st മൈനസ് ഒന്ന്, അതിനാൽ യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ രണ്ട് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾ എടുക്കുമ്പോഴെല്ലാം ഞങ്ങൾ ഇവിടെ നടത്തിയ നിരീക്ഷണങ്ങൾ എന്താക്കെയാണ്, യൂണിറ്റ് സർക്കിളിൽ അവയുടെ ഉൽപ്പന്നം വീണ്ടും z one z two ന്റെ മോഡുലസ് $\text{mod } z$ one $\text{mod } z$ ആണ്. z രണ്ട്, ഓരോ മോഡുലസും ഒന്നാണ്, അതിനാൽ അവയുടെ ഉൽപ്പന്നം ഒന്ന്, രണ്ടാമത്തേത് പ്രധാനപ്പെട്ട പ്രോപ്പർട്ടിയാണ്, അത് uz വിപരീതമായി u - ലും ഉള്ളപ്പോഴെല്ലാം ഞങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ചു, മാത്രമല്ല ഈ z ഒന്ന് z വിപരീതം z ന്റെ സംയോജനം മാത്രമാണ്, അതിനാൽ ഈ നിരീക്ഷണത്തിലൂടെ നമുക്ക് നോക്കാം ഒരു നല്ല ഐഡൻറിറ്റി തെളിയിക്കുക നാല് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾ z ഒന്ന് z രണ്ട് z മൂന്ന് z നാല് അല്ലെങ്കിൽ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക, തുടർന്ന് അത് ഇനിപ്പറയുന്ന സമവാക്യത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് ഉൽപ്പന്നം z മൂന്ന് മൈനസ് z നാല് പ്ലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z നാല് ഉൽപ്പന്നം z രണ്ട് മൈനസ് z മൂന്ന് ഇത് z ഒന്ന് മൈനസ് z മൂന്ന് ഉൽപ്പന്നത്തിന് തുല്യമാണ് z രണ്ട് മൈനസ് z നാല് ഈ ഐഡൻറിറ്റി നിരീക്ഷിക്കുക, ഇത് ഏതെങ്കിലും നാല് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയാകാം, തുടർന്ന് ഇനിപ്പറയുന്ന സമവാക്യം തൃപ്തികരമായ തെളിവ് ലളിതമാണ്. ഇടത് വശവും വലത് വശവും അപ്പോൾ രണ്ട് പദപ്രയോഗങ്ങളും തുല്യമാണെന്ന് നിങ്ങൾ കാണും, നമുക്ക് ഇടത് വശം ഇടത് വശം പരിഗണിക്കാം, ഇത് z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് z മൂന്ന് മൈനസ് z നാല് പ്ലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z നാല് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ് z രണ്ട് മൈനസ് z മൂന്ന് ഇപ്പോൾ അത് വികസിപ്പിക്കുക z ഒന്ന് z മൂന്ന് മൈനസ് z ഒന്ന് z നാല് മൈനസ് z രണ്ട് z മൂന്ന് പ്ലസ് z രണ്ട് ഇസഡ് നാല്, കൂടുതൽ പ്ലസ് z ഒന്ന് z 2 മൈനസ് z 1 z 3 മൈനസ് z 4 z 2 പ്ലസ് z 4 z മൂന്ന് ശരി, അവ പരസ്പരം റദ്ദാക്കുന്ന ചില പൊതുവായ നിബന്ധനകൾ ഉണ്ടെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, അത് z രണ്ട് ഇസഡ്

നാല് കൊള്ളാം ഒരുപക്ഷേ നമുക്ക് വലതുവശത്തേക്ക് പോകാം, അത് z ഒന്ന് നമുക്ക് ഇത് z one z രണ്ട് മൈനസ് z ഒരു z നാല് വികസിപ്പിക്കാം മൈനസ് z മൂന്ന് ഇസഡ് രണ്ട് പ്ലസ് z മൂന്ന് ഇസഡ് നാല് തുടർന്ന് ഞങ്ങൾ ഈ രണ്ട് ഘടകങ്ങളും അതുപോലെ തന്നെ z ത്രീയും ഇത് ഞങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞു, z വൺ ഇസഡ് നാല് ഒരു ഇസഡ് രണ്ട് തിരിച്ചറിഞ്ഞുവെന്ന് തിരിച്ചറിഞ്ഞു, ഇവ രണ്ടും റദ്ദാക്കപ്പെടുന്നു, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ ഇടത് എന്ന് പരിശോധിച്ചുറപ്പിച്ചു കൈ വശം വലതു വശത്തിന് തുല്യമായതിനാൽ അത് ve ആണ് ഇത് നിസ്സാരമല്ലാത്ത ഒരു ഐഡൻറിറ്റി ആണെന്നത് രസകരമാണ്, ഏത് നാല് സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയും ഇത് ഈ പ്രത്യേക ഐഡൻറിറ്റിയെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഒരു ലളിതമായ പ്രശ്നം കാണാൻ കഴിയും, ഈ ഐഡൻറിറ്റി എത്ര നല്ലതാണെന്ന് തെളിയിക്കുന്ന ഒരു പ്രശ്നം നമുക്ക് ഒരു വിമാനത്തിൽ നാല് പോയിന്റുകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ടെന്ന് പറയുക. $abcd$ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു വിമാനത്തിലെ പോയിന്റുകൾ, അപ്പോൾ താഴെ പറയുന്ന അസമത്വം തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു, അത് $bc -$ യെക്കാൾ കുറവോ തുല്യമോ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ, അത് $ca + cd +$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ab ok കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ, ഈ പ്രത്യേക അസമത്വം മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം, അതിനാൽ നമുക്ക് ഒരു വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കാം ഡയഗ്രാം ആണെങ്കിലും പോയിന്റുകൾ അത് ഏത് വിധത്തിലും വിതരണം ചെയ്യാൻ കഴിയും, അതിനാൽ ലാളിത്യത്തിനായി ഞാൻ ഒരു വരിയിൽ കിടക്കുന്നത് പോലെയുള്ള എന്തെങ്കിലും അനുമാനിക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നു, വാസ്തവത്തിൽ ഇത് അടിസ്ഥാനപരമായി ഒരുതരം ആകൃതി നൽകുന്നു, അതിനാൽ നമുക്ക് ഇതിനെ ഇങ്ങനെ വിളിക്കാം $abcd$ ആണെങ്കിൽ, ഈ അസമത്വം പറയുന്നത് പരസ്യത്തിന്റെ ദൈർഘ്യം bc കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ നിങ്ങൾ കണക്കാക്കുന്നു എന്നാണ് നിങ്ങൾ ഗുണിക്കുന്ന എസിയും സിഡിയും എബി ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിച്ചാൽ ശരി, അതിനാൽ തെളിവ് മുമ്പത്തെ ഐഡൻറിറ്റി ഉപയോഗിച്ച് ഇത് വളരെ ലളിതമാണ്, അതിനാൽ ഐഡൻറിറ്റി എഴുതാൻ ഞാൻ അനുവദിക്കു, അതിനാൽ നമുക്ക് എന്താണ് ചെയ്യാനാകുക, ഈ പോയിന്റുകൾ വിമാനത്തിൽ സൂക്ഷിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ നമുക്ക് എന്താണ് ചെയ്യാൻ കഴിയുക ഓരോ ശീർഷകങ്ങളും അല്ലെങ്കിൽ അവസാന പോയിന്റുകളും ഒരു സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയിലേക്ക് തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയും, അതിനാൽ ഇത് ഒരു z ഒന്നുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്നും ഇത് അടിസ്ഥാനപരമായി z രണ്ടുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്നും c പോയിന്റ് z ത്രീയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്നും നമുക്ക് പറയാം. z നാല് അപ്പോൾ മുമ്പത്തെ ഐഡൻറിറ്റി പറയുന്നു z ഒന്ന് മൈനസ് z നാല് z രണ്ട് മൈനസ് z മൂന്ന് അത് z ഒന്ന് മൈനസ് z മൂന്ന് z രണ്ട് മൈനസ് z നാല് മൈനസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് z മൂന്ന് മൈനസ് z നാല് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഞാൻ ഇപ്പോൾ മാറ്റിയെഴുതി ഈ ഐഡൻറിറ്റിയുടെ കേവല മൂല്യം എടുക്കുമ്പോൾ, z ഒന്ന് മുതൽ z നാല് വരെയും b മുതൽ c വരെയും a to d വരെയും z 2 മുതൽ z 3 വരെയും എനിക്ക് ലഭിക്കുന്ന വിധത്തിൽ z 1 മൈനസ് z 4 ന്റെ മോഡ്യൂലസ് നൽകുന്നു നീളം നൽകുന്ന ഈ വെക്ടറിന്റെ വ്യാപ്തി ഇപ്പോൾ ഈ ഐഡൻറിറ്റിയിലേക്ക് മോഡ്യൂലസ് ചിഹ്നം എടുക്കുക, തുടർന്ന് z രണ്ട് മൈനസ് z മൂന്ന് മോഡ്യൂലസുള്ള z വൺ മൈനസ് z നാല് ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ് എടുക്കുക, ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് മുഴുവൻ പദത്തിന്റെയും മോഡ്യൂലസ് ഉണ്ട്, ത്രികോണ അസമത്വം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് z one z three z ലഭിക്കും രണ്ട് മൈനസ് z നാല് പ്ലസ് z ഒരു മോഡ്യൂലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട് മോഡ്യൂലസ് z മൂന്ന് മൈനസ് z നാല്, ഇത് പരസ്യത്തിന്റെ ദൈർഘ്യത്തെ z രണ്ട് മൈനസ് z ത്രീ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതായി വിവരിക്കുന്നു, അത് bc യുടെ നീളം അല്ലെങ്കിൽ തുല്യമാണ് z ഒന്ന് മൈനസ് z മൂന്ന്, അതായത് z രണ്ട് മൈനസ് z നാല് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z രണ്ട് മൈനസ് z നാല്, അത് bd പ്ലസ് z ഒന്ന് മൈനസ് z രണ്ട്, ഇത് cd ok കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ ഈ ഐഡൻറിറ്റി ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് ആവശ്യമുള്ള അസമത്വം നേടാനാകും. ഒരു പ്രശ്നം കൂടി, അതിനാൽ പ്രശ്നത്തിലേക്ക് പോകുന്നതിന് മുമ്പ് ഞാൻ സൂചിപ്പിക്കട്ടെ, z യൂണിമോഡ്യൂലാർ ആണെന്ന് പറയപ്പെടുന്നു, $\text{mod } z$ ഒന്നാണെങ്കിൽ, z എന്നത് ഒരു പദാവലി മാത്രമാണ്. z $1y$ ആണ് എന്നാണ് അർത്ഥമാക്കുന്നത് യൂണിറ്റ് സർക്കിൾ പ്രശ്നത്തിൽ, അതിനാൽ z ഒന്ന് z സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളായിരിക്കട്ടെ, കൂടാതെ z ഒന്ന് മൈനസ് z 2 എന്ന സംഖ്യയെ 2 മൈനസ് z 1 z 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ അത് യൂണിമോഡ്യൂലാർ ആണെന്നും z രണ്ട് യൂണിമോഡ്യൂലാർ അല്ലെന്നും കരുതുക, തുടർന്ന് ഇനിപ്പറയുന്ന ചോയ്സിൽ ഒന്ന് തിരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതുണ്ട്. പോയിന്റ് z 1 a യിൽ കിടക്കുന്നു, അത് x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി ഒരു നേർരേഖയിൽ കിടക്കുന്നു റേഡിയസ് റൂട്ട് രണ്ടിന്റെ സർക്കിൾ ശരിയാണെങ്കിൽ, z ഒന്ന് മൈനസ് രണ്ട് തവണ z രണ്ടിനെ രണ്ട് മൈനസ് z ഒന്ന് ഗുണിച്ച z രണ്ട് ബാർ എന്നത് യൂണിമോഡ്യൂലാർ അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഈ സംഖ്യയുടെ മോഡ്യൂലസ് ഒന്നാണ്, z രണ്ട് മോഡ്യൂലസ് അല്ല unimodular അപ്പോൾ z ഒന്ന് നേർരേഖയിലാണോ അതോ ആരം രണ്ടാണോ അതോ ഒരു വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ റൂട്ട് രണ്ട് ആണോ എന്ന പ്രത്യേക ഓപ്ഷനുള്ള ഒരു വൃത്തമാണോ എന്ന് കണ്ടെത്തേണ്ടതുണ്ട്.

അങ്ങനെ തന്നിരിക്കുന്ന പോയിന്റ് z ഒന്ന് മൈനസ് രണ്ട് z രണ്ട് എന്നതിന്റെ മോഡ്യൂലസ് ആണെന്ന് നമുക്ക് നോക്കാം കൂടാതെ ആദ്യത്തെ അനുമാനത്തിൽ, z ഒന്ന് മൈനസ് രണ്ട് തവണ z രണ്ട് ചതുരത്തിന്റെ മോഡ്യൂലസ് രണ്ട് മൈനസ് z ഒരു z രണ്ട് ബാർ സ്ക്വയറിന്റെ മോഡ്യൂലസിന് തുല്യമാണെന്ന് നമുക്ക് കാണാൻ കഴിയും, കൂടാതെ മോഡ് z സ്ക്വയർ z ലേക്ക് z ബാറിലേക്ക് തുല്യമാണെന്ന് ഞങ്ങൾക്കറിയാം. ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് z ഒന്ന് മൈനസ് രണ്ട് z രണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ z ഒന്ന് മൈനസ് രണ്ട് z ബാറിലേക്ക് ഇത് രണ്ട് മൈനസ് z ഒരു z രണ്ട് ബാർ രണ്ട് മൈനസ് z ഒരു z രണ്ട് ബാർ മുഴുവൻ ബാർ ഗുണിച്ചതിന് തുല്യമാണ്, അതിനാൽ ഇത് z ഒന്ന് എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു മൈനസ് z 2 ഒന്ന് മൈനസ് z 2 z രണ്ട്, z ഒന്ന് ബാർ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ രണ്ട് തവണ z രണ്ട് ബാർ ഇത് രണ്ട് മൈനസ് z ഒന്ന് z രണ്ട് ബാർ രണ്ട് മൈനസ് z ഒരു ബാറും z രണ്ട് എന്നതിന് തുല്യമാണ്, ഇപ്പോൾ ഇത് മോഡ് ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്ന ലളിതമായ കണക്കുകൂട്ടൽ നടത്തുക z ഒരു ചതുരവും മറ്റേ ഘടകം $\text{mod } z$ രണ്ട് ചതുരവും ബാക്കിയുള്ള f ന്റെ നാല് മടങ്ങും ആണ് നടൻ മൈനസ് z ഒന്ന് ഞങ്ങളോടൊപ്പം z ഒന്ന് z രണ്ട് ബാറിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങും മൈനസ് z ഒരു ബാറിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങും z രണ്ട് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

വലതുവശത്ത് ഗുണിച്ചാൽ ഇത് നാലിന് തുല്യമാണ്, അതിന്റെ മോഡ് സ്ക്വയർ ഒരു മോഡ് z രണ്ട് ബാറിൽ മോഡ് ആണ് ചതുരം പ്രശ്നമല്ല, കാരണം z ബാറിന്റെ മോഡ്യൂലസ് വീണ്ടും z ന്റെ മോഡ്യൂലസ് ആയതിനാൽ ശേഷിക്കുന്ന ഘടകങ്ങൾ z ഒരു ബാറിന്റെ z രണ്ട് മൈനസ് രണ്ട് തവണ z ഒരു z രണ്ട് ബാറിന്റെ രണ്ട് മൈനസ് ആണ്, ഈ രണ്ട് ഘടകങ്ങളും സാധാരണയായി കാണപ്പെടുന്നതായി ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ ഞങ്ങൾ അത് റദ്ദാക്കുന്നു ഇനിപ്പറയുന്ന സമവാക്യം നേടുക, $\text{mod } z$ ഒരു സ്ക്വയർ പ്ലസ് mod നാല് മടങ്ങ് $\text{mod } z$ രണ്ട് സ്ക്വയർ മൈനസ് നാല് മൈനസ് z ഒരു z , മുഴുവൻ ചതുരവും ബാർ ചെയ്യുന്നതിന് ഇത് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണ്, ഇതിൽ നിന്ന് ഈ പദത്തെ $\text{mod } z1$ ഗുണിച്ചാൽ വിഭജിക്കുക എന്ന് നമുക്ക് പറയാം മോഡ് $z1$ സ്ക്വയർ മോഡ് $z2$ സ്ക്വയർ ഉപയോഗിച്ച് പിന്നീട് നമ്മൾ $\text{mod } z$ സ്ക്വയർ $z1$ സ്ക്വയർ ഒന്ന് മൈനസ് മോഡ് $z2$ സ്ക്വയർ കൊണ്ടുവരാൻ ശ്രമിക്കുകയാണെങ്കിൽ, ബാക്കിയുള്ള പദമായ മൈനസ് 4 കോമൺ എടുത്താൽ 1 മൈനസ് മോഡ് $z2$ സ്ക്വയർ ഇതാണ് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമാണ് ഇപ്പോൾ നമ്മൾ സി ഒരു ഉൽപ്പന്ന പദമായി എഴുതുക ശരി, ഒരു മൈനസ് മോഡ് $z2$ സ്ക്വയർ മോഡ് z ഒരു സ്ക്വയർ മൈനസ് നാല് പൂജ്യത്തിന് തുല്യമായി ഗുണിച്ചാൽ അത് വരുന്നതായി എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാം, കൂടാതെ അനുമാനം നൽകിയാൽ മോഡ് z രണ്ട് ഒന്നിന് തുല്യമല്ലെന്ന് ഇത് ഉടൻടി പറയുന്നു പൂജ്യമല്ലാത്ത പദം ഇതൊരു പൂജ്യമല്ലാത്ത പദമാണ്, അതിനാൽ $\text{mod } z$ ഒരു ചതുരം നാല് ആണെന്നും $\text{mod } z$ ഒന്ന് രണ്ട് ആണെന്നും ഉടൻടി നിഗമനം ചെയ്യുന്നു, ഇത് ഉടൻ തന്നെ പറയുന്നു c എന്ന ഓപ്ഷൻ ശരിയാണ്, അത് $\text{mod } z$ ഒന്ന് റേഡിയസ് രണ്ട് വൃത്തത്തിൽ കിടക്കുന്നതാണ് ശരി എങ്കിൽ ഞാൻ സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ മോഡ്യൂലസിനെ കുറിച്ചുള്ള കൂടുതൽ പ്രൊപ്പർട്ടികൾ ഞങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു, സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യയുടെ മോഡ്യൂലസുമായി കോംപ്ലക്സ് സംഖ്യയുടെ സംയോജന ഗുണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഞങ്ങൾ ചില പ്രശ്നങ്ങൾ ഉരുത്തിരിഞ്ഞു, അടുത്ത പ്രഭാഷണത്തിൽ ആർഗോൺ തലം, സങ്കീർണ്ണ സംഖ്യകൾക്കുള്ള ധ്രുവ പ്രാതിനിധ്യം എന്നിവയെക്കുറിച്ച് ഞങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു നന്ദി