

[இசை ] கடந்த விரிவுரையில் , கலப்பு எண்ணின் இணைவு மற்றும் ஒரு கலப்பு எண்ணின் மாடுலஸ் ஆகியவற்றைப் பற்றி விவாதித்தோம் இது ஒரு சதுரம் மற்றும் b சதுரத்தின் வர்க்கமூலமாக இப்போது மாடுலஸின் சில பண்புக்கூறுகளைப் பார்ப்போம், எனவே இந்த விவாதம் முழுவதும் z என்பது x பிளஸ் iy வடிவத்தில் இருப்பதாகக் கருதுவோம், மேலும் z இன் உண்மையான பகுதி எப்போதும் குறைவாக இருப்பதை நிரூபிப்போம்.

z இன் மாடுலஸை விட அல்லது சமமாக உள்ளது, அதே போல் இது mod z இன் மைனஸை விட அதிகமாக உள்ளது , z இன் உண்மையான பகுதி அல்லது z இன் உண்மையான பகுதியின் மாடுலஸ் mod z ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருப்பது நல்ல சமத்துவமின்மை, எனவே ஆதாரம் எளிமையானது என்ன எங்களிடம் z இன் உண்மையான பகுதி உள்ளது, அது x இன் உண்மையான பகுதியைக் கருத்தில் கொள்ளும்போது, அதன் x சூரத்தை x சதுரமாகக் கருதுகிறோம், அது நிச்சயமாக x சதுரம் மற்றும் y சதுரத்தை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும், அ

ாவது இப்போது சில எதிர்மறை எண்ணைச் சர்க்கிறோம்.

உ உங்களிடம் இருக்கும் போதெல்லாம், b இன் வர்க்கமூலத்திற்குக் குறைவான அல்லது சமமான b வர்க்கமூலத்தை விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருப்பதை நீங்கள் காண்கிறீர்கள், எனவே z இன் உண்மையான பகுதியானது x சதுரம் கூட்டல் y சதுரத்தின் வர்க்க மூலத்தை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருப்பதைக் குறிக்கிறது.

இது mod z ஐத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை,

நாம் இங்கு பார்ப்பது உண்மையில் நாம் பெறப்பட்ட விதம் தான், முழுமையான அர்த்தத்தில் இது mod z ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும், எனவே முதல் முன்மொழிவை இதேபோல் நாங்கள் நிரூபிக்க முடியும் z இன் கற்பனைப் பகுதியானது mod z முன்மொழிவு இரண்டைக் காட்டிலும் மைனஸ் mod z ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் z இன் மாடுலஸ் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் போதெல்லாம் ஒன்று z பூஜ்ஜியமாக இருந்தால் மட்டும் சரி இது அடிப்படையில் மீண்டும் போன்றது, இது கவனிக்க எளிதானது, ஏனென்றால் நீங்கள் mod z ஐ பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக கருதினால் அது அதன் சதுரம் பூஜ்ஜியமாகும், எனவே இது x சதுரம் கூட்டல் y என்பதைக் குறிக்கிறது சதுரம் இது பூஜ்யம் மற்றும் w எதிர்மறை அல்லாத இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியமாகும் , அதாவது ஒவ்வொரு எதிர்மறையான உறுப்பும் பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும் , அதாவது x சதுரம் பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும், அதே போல் y சதுரம் பூஜ்ஜியமாக இருக்க வேண்டும், இது x பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் y சமமாக இருக்கும்.

பூஜ்ஜியம் எனவே இது z என்பது பூஜ்ஜிய உறுப்பு என்றும் z என்பது பூஜ்ஜிய உறுப்பு என்றும் கூறுவதைத் தவிர வேறொன்றுமில்லை, இது அடிப்படையில் பின்வருவனவற்றைப் போன்றது மற்றும் z இன் மாடுலஸை நீங்கள் கருத்தில் கொள்ளும்போது மற்ற எளிய அவதானிப்புகள் என்ன, இது z இன் மைனஸ் மாடுலஸைப் போன்றது.

அதே மாதிரி mod z என்பது அற்பமான ஒன்று, ஒருவேளை நான் இதனுடன் சேர்க்கலாம் , இது அடிப்படையில் அதன் இணைப்பாகவும் அதே மாடுலஸாகவும் இருக்கலாம், எனவே நாங்கள் அடிப்படையில் சொல்வது என்னவென்றால் , நீங்கள் az ஐ எடுக்கும்போது, உங்களிடம் மைனஸ் z உள்ளது, எ வே இது அடிப்படையில் x பிளஸ் iy என்று சல்லலாம்.

பின்னர் மைனஸ் z உங்களிடம் மைனஸ் x கழித்தல் iy உள்ளது, எனவே இந்த தூரம் இந்த தூரத்தைப் போலவே உள்ளது, அதேபோல்

x அச்சு பற்றிய பிரதிபலிப்பையும் நீங்கள் எடுத்துக்கொள்கிறீர்கள், அதாவது z பார் மாதிரியும் இப்போது நான்காவது ஒன்றாகும் , நீங்கள் z பட்டியுடன் z ஐப் பெருக்கும்போது நமக்கு மோட் கிடைக்கும்.

z சதுரம் , வரையறையின்படி தெளிவாக உள்ளது, எனவே நான் இதைப் பற்றி

விவாதிக்கவில்லை , z ஒன்றின் ஐந்தாவது ஒரு மாடுலஸுக்கு z இரண்டாகச் செல்வோம், இது mod z ஒன்று mod z இரண்டால் பெருக்கப்படுவது போலவே இருக்கும் .

மேற்கூறிய முன்மொழிவின் மூலம் முழு சதுரமும் z ஒன்று z இரண்டை z ஒன்று முதல் z வரை பெருக்குகிறோம் , மீண்டும் இணைதல் பற்றிய தொடர்பை நாம் அறிவோம், எனவே z ஒரு z இரண்டுக்கான இணைப்பானது z இரண்டுடன் பெருக்கப்படும் z ஒரு பட்டியாகும்.

பட்டி மற்றும் பரிமாற்றச் சட்டத்தைப் பயன்படுத்தி இறுதியாக நான் எழுத அனுமதிக்கலாம், எனவே எங்களிடம் இருப்பது z1 பார் z2 பட்டியுடன் கூடிய தயாரிப்பு ஆகும், மேலும் நாங்கள் அடிப்படையில் நீங்கள் பயன்படுத்தக்கூடிய துணைச் சட்டத்தைப் பெறுகிறோம், பின்னர் மேலும் மாற்றியமைக்கும் சட்டத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம், எனவே நீங்கள் மோட் z ஐப்

பெறலாம்.

ஒரு சதுர மோட்  $z$  இரண்டு சதுரம் சரி, எனவே இது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ்  $\text{mod } z$  க்கு ஒன்று  $\text{mod } z$  இரண்டால் பெருக்கப்படும் என்ற முடிவை அளிக்கிறது பின்னர் மு  $\text{tiply it okay}$  மற்றும் ஆறாவது முன்மொழிவான பிரபலமான அல்லது நல்ல சமத்துவமின்மை மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்தப்படும் இது முக்கோண சமத்துவமின்மை என்று அழைக்கப்படுகிறது, எனவே சமத்துவமின்மை  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டின் மாடுலஸைக் கருத்தில் கொண்டால் இது  $\text{mod } z$  ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.

கலப்பு எண்களில் உள்ள ஒவ்வொரு  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டுக்கும்  $\text{mod } z$  two, இந்த சமத்துவமின்மையை அது என்ன சொல்கிறது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள முயற்சிப்போம், அதனால் நமக்கு இரண்டு புள்ளிகள் உள்ளன, இதை  $z$  ஒன்று என்று சொல்லலாம், இதை  $z$  இரண்டு என்று சொல்லலாம், பிறகு நாம் இயல்பாகப் பழகலாம்.

இதற்கு ஒரு திசையன் எனவே நாம்  $z$  ஒன்றை ஒரு திசையனாகவும்,  $z$  இரண்டை மற்றொரு திசையனாகவும் காட்சிப்படுத்தலாம், பின்னர் கூட்டுத்தொகை நாம் அடிப்படையில் எதைப் பெறுகிறோமோ அதுதான் இந்த இணையான வரைபடத்தின் மூலைவிட்டம்  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு ஆகும், எனவே நான் முன்பு குறிப்பிட்டது போல விரிவுரை மாடுலஸ் என்பது இது கலப்பு எண் மற்றும் தோற்றத்திற்கு இடையே உள்ள தூரம் என்று அர்த்தம் எனவே  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ் இந்த எண்ணிற்கும் தோற்றத்திற்கும் இடையே உள்ள தூரத்தைக் குறிக்கிறது சரி எனவே தூரம்  $t$  ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்  $0 < z < 2$  க்குச் சென்று, பின்னர் நீங்கள் திசையன்  $z$  1 ஐப் பயன்படுத்தி இந்த புள்ளியை அடையுங்கள், இதன் பொருள் என்னவென்றால், முதலில்  $z^2$  செல்லவும், பின்னர்  $z^1$  ஐப் பயன்படுத்தி இங்கு அடையவும், அது எப்போதும் டிஸ் ஐ விட பெரியதாக இருக்கும்.

சொற்கள் இது நாம் கவனிக்கும் மிகக் குறுகிய தூரம் சரி, எனவே இந்த முடிவை நிரூபிக்க முயற்சிப்போம், எனவே இடது புறம் மற்றும் சதுரம் என்ற சொல்லைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், இது  $\text{mod } z$  ஆல் எழுதப்பட்டது.

$z$  பார் இப்போது நேரடியாகச் சொல்லுங்கள், சொத்தைப் பயன்படுத்துவதை நாங்கள் பெறுவது  $z$  ஒரு பார் மற்றும்  $z$  இரண்டு பட்டை என்று சொல்லுங்கள், மேலும் நீங்கள் விநியோகச் சட்டத்தைப் பயன்படுத்துகிறீர்கள், பின்னர்  $z$  ஒன்றை  $z$  ஒரு பட்டி மற்றும்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பார் கூட்டல்  $z$  ஆல் பெருக்குவோம்.

இரண்டு  $z$  ஒரு பட்டியில் பெருக்கப்பட்டது மற்றும்  $z$  இரண்டு  $z$  இரண்டு பட்டியில் பெருக்கப்படுகிறது, மேலும்

இது  $z$  ஒரு சதுரத்தின் மாடுலஸ் என்பதை நாங்கள் அறிவோம், மேலும் இங்கே நாம் கவனிப்பது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டியை ஒரு கலப்பு எண்ணாகக் கருதுங்கள்.

அடுத்த எண்ணை அதன் எண்ணாகவே பார்க்கிறோம் முந்தைய ஒன்றின் இணைவு சரியாக உள்ளது, எனவே நீங்கள் கவனித்தால், நான் இந்த பட்டியைப் பயன்படுத்தினால், அது ஒரு பட்டியில்  $z$  உடன் பெருக்கப்பட்டு இரட்டைப் பட்டியில் உள்ளது, அது மீண்டும்  $z$  ஐத் தருகிறது, எனவே இது மோட்  $z^2$  சதுரம் என்பதைக் காண்கிறோம், மேலும் அது  $z$  பிளஸ் என்பதை நாங்கள் அறிவோம்.

$z$  பட்டி  $z$  இன் உண்மையான பகுதியை இரண்டால் பெருக்குகிறது, எனவே இங்கே அது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டியின் உண்மையான பகுதியின் இரண்டு மடங்கு என்பதை நாங்கள் பெறுகிறோம், மேலும் இது சரி என்பதை நிரூபிக்க முயற்சிக்கும் சமத்துவமின்மை என்ன என்பதை மீண்டும் நினைவுபடுத்த முயற்சிக்கவும்.

$z$  one plus  $z$  இன் மாடுலஸை  $\text{mod } z$  one plus  $\text{mod } z$  twoக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ

பெறவும் முழு சதுரத்திற்கும் பிறகு நாம் கிட்டத்தட்ட முடித்துவிட்டோம், ஆனால்  $\text{mod } z$  one மற்றும்  $\text{mod } z$  two என்ற சொல்லை எப்படி இங்கு கொண்டு வருவது என்பதை மட்டும் பார்க்க வேண்டும், எனவே நான் எழுதிய கருத்தை நினைவுபடுத்தினால் அதுதான் உண்மையானது என்று கூறுகிறது  $z$  இன் உண்மையான பகுதி  $z$  இன் மைனஸ் மோட்  $z$  க்கு சமமானதை விட பெரியதாகவும் அதே போல்  $z$  குறைவாகவும் இருக்கும்  $n$  அல்லது  $\text{mod } z$  க்கு சமம் எனவே நாம் இந்த குறிப்பிட்ட உறவை இங்கே பயன்படுத்தப் போகிறோம், எனவே உண்மையான பகுதி எப்பொழுதும் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும், எனவே நாம் இந்த உறவைப் பயன்படுத்தும் போது மிகவும் கவனமாக இருக்க வேண்டும்.

ஒன்றுக்கு மேல் உள்ள அளவை நீங்கள் பார்த்தால், கலப்பு எண்ணுக்கு அத்தகைய தொடர்பு பொருந்தாது என்று நான் எச்சரித்தேன்,

இப்போது நாம் இங்கே ஒப்பிடும் போது இது முற்றிலும் உண்மையான எண்கள் சரி , இது  $z_1 \ z_2$  பட்டியின் மாடுலஸின் 2 மடங்கு ஆகும், இது எதிர்மறை எண் அல்ல.

மற்றும்  $\text{mod } z$  இரண்டு சதுரம் மற்றும் மீண்டும் நீங்கள் பார்ப்பது என்னவென்றால், சொத்து  $z$  ஒரு  $\text{mod } z$  ஒரு சதுரம் மற்றும்  $\text{mod } z$  ஒன்றின் இரண்டு மடங்குகள்  $z$  க்கு பட்டியின் மாடுலஸால் பெருக்கப்படும், அது மாடுலஸ்  $z$  two plus  $\text{mod } z$  முழு சதுரத்திற்கும் சமமாக இருக்கும்.

இது ஒன்றும் இல்லை என்பதை அறிந்து கொள்ளுங்கள் , இது முழு சதுரத்திற்கும் மோட்  $z$  ஒன் பிளஸ் மோட்  $z$  ஆகும்.

எங்கள் முக்கோண சமத்துவமின்மை எனவே நான் அதை சுட்டிக்காட்ட விரும்புகிறேன்  $z$  ஒன் கூட்டல்  $z$  இரண்டு மாடுலஸுக்கு சமமான  $z$  ஒன் மாடுலஸுக்கு இந்த சமத்துவம் எப்போது இருக்கும் என்று ஒருவர் கேட்கலாம், நான் அதை இங்கே சரி அல்லது அடுத்த பக்கத்தில் எழுதுகிறேன், எனவே நாங்கள்  $\text{mod } z$  one  $z$  two ஐப் பெற்றோம்.

$\text{mod } z$  one plus  $\text{mod } z$  two ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இப்போது சமத்துவத்தை நான் எப்போது பார்க்கிறேன் என்பது தான் இப்போது கேள்வி , இது எப்போது நடக்கும், இந்த சமத்துவமின்மையை நாம் பெறும்போது, இந்த சமத்துவமின்மை உறவைப் பயன்படுத்தும் இடமாகும், எனவே சமத்துவம் தோன்றும்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டையின் மாடுலஸுக்குச் சமமான  $z$  ஒரு  $z$  க்கு பட்டியின் உண்மையான பகுதி இருந்தால் மட்டுமே சமத்துவம் தோன்றும் எனவே சமத்துவம் தோன்றும் சமன்பாடு ஒன்று  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டியின் உண்மையான பகுதியை ஒன்று வழங்கியது சமன்பாடு என்று அழைக்கிறேன்.

$\text{mod } z_1 \ \text{bar}$ , இது  $z_1$  என்பது  $z_2$  இன் சமயங்களில் உள்ளது என்று கூறுவதற்குச் சமமானதாகும், அங்கு  $t$  என்பது எதிர்மறை அல்லாத உண்மையான எண் என்று மீண்டும் சொல்கிறேன், இந்த முக்கோண சமத்துவமின்மை கேள்வியை நிரூபித்தோம், சமத்துவம் தோன்றும் போது சமத்துவம் தோன்றுவதை நாம் கவனிக்கிறோம்.

$f$  மற்றும்  $z$  ஒன்று மற்றும்  $z$  இரண்டு என்றால் மட்டுமே அவை நேரியல் சார்பு வகையைப் போல இருந்தால் , அது  $z$  இரண்டின் நிலையான நேரங்களைப் போன்றது என்று நீங்கள் வைத்திருக்கிறீர்கள்,  $z$  ஒன்று என்பது  $z$  இரண்டின் நிலையான நேரங்கள் போன்றது அப்படியானால் நாம் சமத்துவத்தைப் பெறுகிறோம் பார்ப்போம் மேலும் இந்த முக்கோண சமத்துவமின்மையின் பிற விளைவுகளைச் சொல்லுங்கள் , எனவே மாடுலஸின் மாடுலஸை நாங்கள் கவனித்தோம், எனவே இதை மீண்டும் சொல்கிறேன், நமக்கு இந்த தொடர்பு உள்ளது , இதிலிருந்து நாம்  $\text{mod } z$  ஒன்று கழித்தல்  $\text{mod } z$  இரண்டு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருப்பதைப் பெறலாம்.

இதை எப்படிப் பெறுவது, இது ஒன்று என அழைப்போம், எனவே  $\text{mod } z$  ஒன்றைக் கருத்தில் கொண்டு  $z$  இரண்டைக் கூட்டி கழித்துவிட்டு, ஒன்றைப் பயன்படுத்தினால் ,  $\text{mod } z$  ஒன்று  $\text{mod } z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டுக்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ கிடைக்கும் மேலும் நீங்கள் மைனஸ்  $z$  டீவின் மாடுலஸைப் பெறுவீர்கள், ஆனால் மைனஸ்  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ் மீண்டும் மோட்  $z$  டீ போலவே இருக்கும் என்பதை நாங்கள் அறிவோம், எனவே இதிலிருந்து அந்த மோட்  $z$  ஒரு மைனஸ் மோட்  $z$  இரண்டு  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டின் மாடுலஸுக்கு இரண்டு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ கிடைக்கும்.

சரி இதேபோல் நாம்  $z$  ஒன்று மற்றும்  $z$  இரண்டு பங்குகளை  $thi$  இல் மாற்றிக் கொள்ளலாம்  $z$

ஒன்று மற்றும்  $z$  இரண்டு தன்னிச்சையாக இருப்பதால்,  $z$  ஒன்று மற்றும்  $z$  இரண்டின் பாத்திரத்தை நீங்கள் மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

$z$  ஒன் பிளஸ்  $z$  டீவின் மாடுலஸுக்கு மற்றும் முடிவாக நாம் கவனிப்பது என்னவென்றால், இது ஒரு மைனஸ் மோட்  $z$  2 இல் உள்ள மோட்களின் மாடுலஸைக் குறிக்கிறது, இது  $z$  1 கூட்டல்  $z$  2 இன் மாடுலஸுக்குக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கிறது, இப்போது ஒருவர் இந்தக் கேள்வியைக் கேட்கலாம், இது என்ன? மிகவும் அவசியமானதா சரி சரி, நான் இங்கே மைனஸ் சரி சரி, நீங்கள் மீண்டும் மைனஸ் அடையாளத்தை வைத்திருக்க முடியுமா, அது இங்கே கூட்டல் அல்லது கழித்தல் இன்னும் இருக்கலாம், இது  $\text{mod } z$  ஒரு கழித்தல்  $\text{mod } z$  இரண்டின் மாடுலஸை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ உள்ளது.

$z_1$  plus  $\text{mod } z_2$  மாடுலஸ் எனவே இங்கு முக்கோணத்தில் இருந்து பொதுவான ஒன்றைக் காண்கிறேன் , எனவே நாம் முக்கோண சமத்துவமின்மையைக் கொண்டுள்ளோம், இப்போது நாம் பார்ப்பது இந்த சிக்கலான எண்களுக்கு மிகவும் பொதுவான சமத்துவமின்மையாகும், எனவே முன்மொழிவு 7 இன்  $z$  தலைகீழ்  $s \ \text{mod } z$  தலைகீழ் 7 மாடுலஸ் எங்கே  $z$  a

பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பு எண்  $ag$  இது  $z$  தலைகீழ் என்று தொடங்கும் இந்த முடிவைப் பெறலாம்.

ஒன்று  $z$  இரண்டில் ஒன்று  $mod\ z$  ஐ  $mod\ z$  இரண்டால் பெருக்குகிறது, எனவே நீங்கள் பெறுவது  $mod\ z$  ஐ  $z$  ஆல் மாடுலஸால் பெருக்கினால் ஒன்றுக்கு சமம் எனவே நாம் கவனிப்பது தலைகீழ் எனவே  $mod\ z$  தலைகீழ் சரியாக  $z$  தலைகீழ் மோட் எனவே இது முடிவில் நாம் பார்ப்பது என்னவென்றால்,  $mod\ z$  தலைகீழ் என்பது  $z$  இன்வெர்ஸின் மாடுலஸைத் தவிர வேறொன்றுமில்லை, அது  $z$  மூலம் ஒன்று ஆகும், எனவே இது எங்கள் முன்மொழிவு மற்றும் முன்மொழிவு எட்டு, இது  $z$  ஒன்றுக்கு  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ் ஆகும், இது மோட் மோட்  $z$  ஐக் கொடுக்கும்.

$mod\ z$  two என்றால்,  $z$  two என்பது பூஜ்ஜியமல்ல என்று நீங்கள் கருதினால், இதன் விளைவாக மீண்டும்  $c$  என்று இரண்டு கலப்பு எண்ணின் பெருக்கல் என்று  $z$  ஒன்றை  $z$  ஆல் பெருக்கினால் தலைகீழாகப் பெருக்கினால் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் முந்தைய முன்மொழிவுக்கும் மாடுலஸ் பயன்படுத்தப்படுவதைக் காண்கிறோம்.

என்பதை நிரூபித்தார்  $z$  இரண்டு தலைகீழ் மாடுலஸ்  $mod\ z$  இரண்டு முழு தலைகீழ் அதே தான் மற்றும் இது  $mod\ z$  ஒன்று  $mod\ z$  இரண்டு சரி இப்போது மற்றொரு சுவாரசியமான முடிவு இணை வரைபடம் சட்டம் என்று அது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு முழு சதுர கூட்டல் மாடுலஸ் என்று கூறுகிறது  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு  $z$  ஒரு கழித்தல்  $z$  இரண்டு முழு சதுரம் இது இரண்டு மடங்கு  $mod\ z$  ஒரு சதுரம் மற்றும்  $mod\ z^2$  சதுரம் சரி, இதை ஏன் அவர்கள் இணையான வரைபடம் என்று அழைக்கிறார்கள், இதை நாம் கவனிக்க முயற்சிப்போம், எனவே  $z$  one என சொல்லும் புள்ளியை அழைப்போம்.

இது  $z$  இரண்டு என்று கூறுவோம்,  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு என்பது இந்த இணையான வரைபடத்தின் மூலவிட்டமான திசையனைக் கொடுக்கிறது என்பதை நாம் அறிவோம், அது  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு ஆகும்.

இப்போது நீங்கள் அடையாளத்தைப் பார்த்தால்,

இந்த மூலவிட்டங்களின் அளவு சதுரமானது அதன் கூட்டுத்தொகையாகக் கருதப்படுகிறது, இது இணையான இணை வரைபடம் சட்டத்தின் பக்கங்களுக்கு இரண்டு மடங்கு சதுரத் தொகைக்கு சமமாக இருக்கும், எனவே இது மிகவும் சுவாரஸ்யமான சொத்து.

$f$  என்பது எளிமையானது, நீங்கள் இடது பக்கமாக விரிவுபடுத்த வேண்டும், பின்னர் நீங்கள் வலது புறம்  $lhs$  க்கு வரலாம் என்பதை நாங்கள் எளிதாகப் பெறலாம், இது  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு சதுரம் கூட்டல்  $z$  ஒரு கழித்தல்  $z$  மாடுலஸ் முழு சதுரத்திற்கும் ஆகும்.

இது  $z$  ஒன் பிளஸ்  $z$  இரண்டை  $z$  ஒன் பிளஸ்  $z$  டூ பார் பிளஸ்  $z$  ஒரு மைனஸ்  $z$  இரண்டு பெருக்கினால்  $z$  ஒரு மைனஸ்  $z$  முழு பட்டியில் பெருக்கப்படுகிறது எனவே நாம் கணக்கிடும் அளவு  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு முழு சதுரம் கூட்டல்  $z$  ஒன்று மைனஸ்  $z$  முழு சதுரத்திற்கும் இவ்வாறு எழுதினோம்  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டு பெருக்கல்  $z$  ஒரு பட்டி  $z$  இரண்டு பட்டை பிளஸ்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பெருக்கல்  $z$  ஒரு பட்டை கழித்தல்  $z$  இரண்டு பட்டை அதை எளிதாக்குவதன் மூலம் இது  $z$  ஒரு  $z$  என்று நாம் பார்க்கிறோம் ஒரு பட்டியில்  $mod\ z$  ஒரு சதுரம் மற்றும் மற்றொரு சொல்  $mod\ z^2$  சதுரம் மற்றும் மீதமுள்ள சொல் இங்கே உள்ளது  $z^1\ z^2$  பார் மற்றும்  $z^1\ bar\ z$  இரண்டு இந்த வார்த்தையின் மீது நாம் மீண்டும்  $mod\ z$  ஒரு சதுரம் மற்றும்  $mod\ z$  இரண்டு சதுர மீதமுள்ள காரணிகள் எதிர் குறியுடன் வருகிறது இந்த காரணிகள் மைனஸ்  $z$  ஒரு  $z$  முதல் பார் மைனஸ்  $z$  ஒரு பார்  $z$  இரண்டு வரை இந்த விதிமுறைகள் ஒன்றையொன்று ரத்து செய்வதாகக் கூறுகின்றன, பின்னர் நமக்குக் கிடைப்பது இரண்டு மடங்கு மோட்  $z$  ஒரு சதுரம் மற்றும் மோட்  $z$  இரண்டு சதுரம் மற்றும் மாடுலஸ் அடையாளத்தை உள்ளடக்கிய ஒரு சிக்கலைப் பற்றி விவாதிப்போம்.

$z$  ஒன்றின் மாடுலஸ் ஒன்றுக்கு சமம் அதே போல்  $z^2$  இன் மாடுலஸ் ஒன்றுக்கு சமமாக இருந்தால், மேலும் அவற்றின் தயாரிப்பு மைனஸ் ஒன்றுக்கு சமமாக இல்லை என்றால்,  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டை ஒன்று கூட்டல்  $z$  ஒன்று  $z$  இரண்டால் வகுக்கப்படுவதைக் காட்டலாம்.

உண்மையான எண்ணாக இருந்தாலும் சரி, இந்தச் சிக்கலைக் கவனிக்க முயற்சிப்போம், கொடுக்கப்பட்டிருப்பது  $z$  ஒன்று  $z$  இரண்டு, அவை அடிப்படையில் தோற்றத்திலிருந்து அலகு தூரத்தில் உள்ளன, அவற்றின் தயாரிப்பு மைனஸ் ஒன்றுக்கு சமமாக இல்லை, பின்னர் நாம் வரையறுத்த அளவு ஒரு உண்மையான எண் வெளிப்பாடு சிக்கலானதாக இருப்பதைப் பார்ப்பது மிகவும் மகிழ்ச்சியாக இருக்கிறது, ஆனால் இறுதியில் நமக்குக் கிடைப்பது உண்மையான எண் இது ஒரு கலப்பு எண்ணை உண்மையான எண் என்று சொல்ல நான் முன்பு

குறிப்பிட்டது போல் இதை எவ்வாறு காட்டுவது என்று பார்ப்போம்  $z$  மற்றும்  $z$  பட்டை அது சமம், அது சமம் கற்பனைப் பகுதி பூஜ்ஜியம் என்று சொல்லி, ஒரு எண்ணை  $z$  ஒன் பிளஸ்  $z$  டீவை ஒன்று கூட்டல்  $z$  ஒரு தயாரிப்புடன்  $z$  இரண்டு என்று கருதுவது போல் வரையறுப்போம், எனவே கற்பனைப் பகுதி பூஜ்ஜியமாக இருப்பதைக் காட்டும் ஒரு பட்டிக்கு சமமானதாக நமது கூற்று உள்ளது.

ஒரு பட்டியை இப்போது நாம் பயன்படுத்துவதற்கு முன்பு படித்த சொத்தை கருத்தில் கொள்ளுங்கள், எனவே பழைய காரணிக்கான இணைவு, எனவே இதற்கு இணையாக இருக்கும்போது  $z$  ஒரு பார்  $z$  இரண்டு பட்டை மற்றும்  $z$  ஒரு பார்  $z$  இரண்டு பார் சரி இப்போது நாம்  $z$  ஒரு பட்டியை  $z$  க்கு எப்படியாவது தொடர்புபடுத்த வேண்டும் சரி, நாம்  $z$  ஒன்றின் நிபந்தனை மாடுலஸை ஒன்றுக்கு சமமான  $z$  இரண்டுக்கு சமமான மாடுலஸைப் பயன்படுத்தவில்லை, எனவே நாம் இந்த நிலையைப் பயன்படுத்த வேண்டும், எனவே இப்போது

$\text{mod } z$  ஒன்றுக்கு சமம் என்பதால் பார்ப்போம் எனவே இது நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, அதன் சதுரம் ஒன்றானது, அதை முதல் எண்  $z$  ஒரு சதுரம் என்று அழைப்போம், எனவே இது  $z$  பட்டியில்  $z$  ஐக் குறிக்கிறது மற்றும் சரி  $z$  பட்டி என்ன என்பதைப் பெற முடியும்.

$z$  பார் என்பது  $z$  தலைகீழ் எனவே இந்த உறவின் மூலம் நாம்  $z$  பார்  $g$  என்று பெறுகிறோம்  $1$  ஆல்  $z$  ஆல், எனவே நாம்  $z$  ஒன்றை நமது கலப்பு எண்ணாகக் கருதுகிறோம் என்ற குறிப்புடன் சரி செய்துள்ளோம்,

எனவே  $z$  ஒரு பட்டியும் இதேபோல்  $z$  க்கு பார்  $s$  க்கு ஒன்று  $z$  இரண்டு சரி, இப்போது நாம் இந்த உறவைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

ஒரு பட்டியில் ஒரு பார் கொடுக்கப்பட்டால்,  $z$  one பட்டியை ஒன்று  $z$  ஒன் ஆல் மாற்றியமைத்துள்ளோம், அதேபோல்  $z$  two bar க்கு பதிலாக  $z$  two மற்றும் one plus one by  $z$  one ஐப் பெருக்கினால் ஒன்று  $z$  இரண்டாகப் பெருக்கப்படுகிறது.

இந்த வெளிப்பாடு  $z$  ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டை ஒன்று கூட்டல்  $z$  இரண்டால் வகுக்கப்படுவது  $z$  இரண்டால் பெருக்கப்படுகிறது, இது ஒன்றும் இல்லை, இது ஒரு உண்மையான எண் சரி, எனவே உங்கள் கருத்தை இங்கே எழுதுவோம் அல்லது நாங்கள் கவனித்த கருத்தை எழுதுவோம்  $\text{mod } z$  என்பது ஒன்றுக்கு சமம் என்றால் நாம் பார்ப்பது என்னவென்றால்,  $z$  இன்  $z$  பட்டி ஒன்று மற்றும்  $z$  பட்டியை  $z$  ok என ஒன்று எழுதலாம்.

மீண்டும் அந்த  $z$  பட்டியின் மாடுலஸ்  $\text{mod } z$  ல் ஒன்று போல் இருப்பதைக் கவனியுங்கள்.

எனவே இதைப் பற்றி மீண்டும் புரிந்து கொள்ள முயற்சிப்போம், அனைத்து  $z$  கலப்பு எண்களின் மாடுலஸ் ஒரு லெட்டாக இருக்கும் இதைப் புரிந்து கொள்ள முயற்சிக்கிறோம், எனவே யூனிட் வட்டத்தை

அனைத்து சிக்கலான எண்களின் தொகுப்பாக வரையறுக்கப்பட்ட யூனிட் வட்டமாகக் கருதுங்கள், அதன் மாடுலஸ் ஒன்று இப்போது தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து கூறுகளும் என்ன என்பதை விவரிக்க முயற்சிக்கவும்,

எனவே நாம்  $\text{mod } z$  ஐ எழுதும்போது  $z$  ஐ  $x$  பிளஸ்  $iy$  என்று நாம் கருதினால்,

இது  $x$  சதுரம் மற்றும்  $y$  சதுரத்தின் வர்க்க மூலமான  $\text{mod } z$  ஐ நாம் சதுரமாகக் கருதினால், அது  $x$  சதுரம் கூட்டல்  $y$  சதுரம் மற்றும்  $\text{mod } z$  என்பது ஒன்றுக்கு சமம் என்று கொடுக்கப்பட்டால் அது  $xy$  இந்தச் சமன்பாட்டை திருப்திபடுத்தும் அனைத்து ஜோடி உறுப்புகளும் எவை என்று இப்போது நீங்கள் கேட்கிறீர்கள்,

மேலும் இது யூனிட் வட்டத்தை மையமாகக் கொண்டு விவரிக்கிறது என்பது எங்களுக்கு மிகவும் பரிச்சயமானது, எனவே நமக்கு ஒரு அலகு வட்டம் உள்ளது, எனவே படத்தை வரைவோம், எனவே இதைப் பற்றி எந்தப் புள்ளியும் எடுக்கலாம் இந்த சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் வட்டத்தில் உள்ள  $xy$  ஜோடி

இந்த யூனிட் வட்டத்தை சரியாக விவரிக்கிறது

என்று அர்த்தம் இந்த யூ  $n+it$  வட்டம் முந்தைய பிரச்சனையில்  $\text{mod } z$  ஒன்றுக்கு சமமாக இருக்கும் இடத்தில் நாங்கள் விவாதித்தோம்,  $z$  bar என்பது  $z$  மூலம் ஒன்று என்பதைத் தவிர வேறு ஒன்றும் இல்லை என்று முடிவு செய்தோம், இது மிகவும் எளிதாகக் காணக்கூடியதாக உள்ளது.

$\text{mod } z$  சதுரம் துளைகளுக்குச் சமம், ஏனெனில்  $\text{mod } z$  என்பது ஒன்று, எனவே இந்த வரைபடத்தில்  $i$  ஐ எடுத்துக் கொள்ளும்போது அதன் இணைப்பானது கழித்தல்  $i$  என்பதை இந்தச் சமன்பாடு சொல்கிறது.

சிக்கலான தயாரிப்புக்கு அதன் இணைப்பே தவிர வேறொன்றுமில்லை

, இந்த வட்டத்தில் உள்ள இந்த வரியில் ஏதேனும் ஒரு உறுப்பை நீங்கள் எடுத்துக் கொண்டால்,

அதன் கண்ணாடிப் படத்தைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.

z இன் விலைப்பட்டியல் சரியாக வட்டத்தில் உள்ளது, எனவே நீங்கள் ஒன்றை எடுத்தால் அதன் கண்ணாடிப் பிம்பமே தலைகீழாக இருக்கும், மேலும் நீங்கள் ஒன்றைக் கழித்தால் அதன் கண்ணாடிப் படத்தை மீண்டும் தானே

அதனால் தலைகீழ் ஜூ ஆகும் சிக்கலான தயாரிப்பைப் பொறுத்தமட்டில் ஸ்டம் மைனஸ் ஒன்று, எனவே நாம் இங்கு இரண்டு கலப்பு எண்களை யூனிட் வட்டத்தில் எடுக்கும் போதெல்லாம்

அவற்றின் தயாரிப்புகளை மீண்டும் அலகு வட்டத்தில் எடுக்கும் போது நாம் இங்கே செய்த அவதானிப்புகள் என்ன?

z இரண்டு மற்றும் ஒவ்வொரு மாடுலஸும் ஒன்று எனவே அவற்றின் தயாரிப்பு ஒன்று மற்றும் இரண்டாவது முக்கியமான சொத்து ஆகும், இது uz இன் தலைகீழ் u இல் இருக்கும் போதெல்லாம் நாம் கவனித்தோம், மேலும் இந்த z ஒரு z தலைகீழ் என்பது z இன் இணைப்பாக மட்டுமே உள்ளது, எனவே இந்த கவனிப்புடன் நாம் பார்ப்போம் ஒரு நல்ல அடையாளத்தை நிரூபிக்கவும்

இது z ஒரு மைனஸ் z மூன்று தயாரிப்புக்கு சமம் z இரண்டு கழித்தல் z நான்கு இந்த அடையாளத்தைக் கவனியுங்கள் அது ஏதேனும் நான்கு கலப்பு எண்ணாக இருக்கலாம், பின்னர் பின்வரும் சமன்பாடு திருப்திகரமான ஆதாரம் எளிமையாக இருக்கும் .

இடது புறம் மற்றும் வலது புறம் இரண்டு வெளிப்பாடுகளும் சமமாக இருப்பதைக் காண்பீர்கள் , இடது புறம் இடது புறம் என்பதை கருத்தில் கொள்வோம் , இது z ஒரு கழித்தல் z இரண்டு z மூன்று கழித்தல் z நான்கு கூட்டல் z ஒன்று கழித்தல் z நான்கு பெருக்கல் z இரண்டு மைனஸ் z மூன்று இப்போது அதை விரிவாக்கு

சரி, அவைகள் ஒன்றையொன்று ரத்துசெய்வதில் சில பொதுவான விதிமுறைகள் இருப்பதைக் காண்கிறோம், அது z two z நான்கு நன்றாக இருக்கலாம் ஒருவேளை நாம் வலது பக்கம் செல்லலாம், அதாவது

z ஒன்று , இந்த z ஒன்று z இரண்டு கழித்தல் z ஒரு z நான்கு என்பதை விரிவாக்குவோம் கழித்தல் z மூன்று z இரண்டு கூட்டல் z மூன்று z நான்கு பின்னர் நாம் இந்த இரண்டு கூறுகளையும் அதே போல் z மூன்று மற்றும் இதை அடையாளம் கண்டு z ஒரு z நான்கு அடையாளம் காணப்பட்டது மற்றும் z ஒரு z நான்கு அடையாளம் காணப்பட்டது மற்றும் ஒரு z இரண்டு அடையாளம் காணப்பட்டது மற்றும் இவை இரண்டும் ரத்து செய்யப்படுகின்றன, எனவே நாம் இடதுபுறமாக சரிபார்க்கப்பட்டது வலது பக்கத்திற்கு சமமான கை பக்கம் எனவே அது ve

எந்த நான்கு கலப்பு எண்ணையும் நீங்கள் கருதுவது அற்பமான அடையாளமல்ல என்பது சுவாரஸ்யமாக உள்ளது.

abcd அல்லது ஒரு விமானத்தில் உள்ள புள்ளிகள், பின்னர் பின்வரும் சமத்துவமின்மையானது bc ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ பெருக்கப்படும் விளம்பரத்தை ca plus cd உடன் பெருக்கி AB உடன் பெருக்கப்படுகிறது சரி, எனவே இந்த குறிப்பிட்ட

சமத்துவமின்மையை புரிந்து கொள்ள முயற்சிப்போம், எனவே ஒரு வரைய முயற்சிப்போம் வரைபடமாக இருந்தாலும், புள்ளிகளை எந்த வகையிலும் விநியோகிக்க முடியும், எனவே எளிமைக்காக நான் உண்மையில் ஒரு வரியில் பொய் இல்லை என்று கருதுகிறேன்

, உண்மையில் அது ஒருவித வடிவத்தை அளிக்கிறது என்று சொல்லலாம் , எனவே அதை இப்படி அழைப்போம் abcd

என்றால், இந்த சமத்துவமின்மை விளம்பரத்தின் நீளத்தை bc நீளத்தால் பெருக்குவதாக நீங்கள் கருதுகிறீர்கள் என்று கூறுகிறது, இது எப்போதும் குறுக்காக இருக்கும் bd ஐ விட

குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ

இருக்கும் நீங்கள் பெருக்கும் ஏசி மற்றும் சிடியை AB உடன் பெருக்கினால் சரி, எனவே ஆதாரம் முந்தைய அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தி எளிமையானது, நான் அடையாளத்தை எழுதுகிறேன், எனவே நம்மிடம் என்ன இருக்கிறது, இந்த புள்ளிகளை விமானத்தில் வைத்தவுடன் நாம் என்ன செய்ய முடியும் ஒவ்வொரு முனைகளையும் அல்லது இறுதிப் புள்ளிகளையும் ஒரு கலப்பு எண்ணுடன் அடையாளம் காண முடியும், எனவே இது a z ஒன் உடன் தொடர்புடையது என்றும், இது அடிப்படையில் z இரண்டு மற்றும் c என்பது புள்ளி z மூன்றுடன் தொடர்புடையது என்றும் கூறலாம் .

z நான்கு பின்னர் முந்தைய அடையாளம் z ஒரு கழித்தல் z நான்கு z இரண்டு கழித்தல் z மூன்று என்று கூறுகிறது, அது z ஒரு கழித்தல் z மூன்று z இரண்டு கழித்தல் z நான்கு கழித்தல் z ஒரு கழித்தல் z இரண்டு z மூன்று கழித்தல் z நான்கு கொண்டு பெருக்கப்படுகிறது

அதனால் நான் மீண்டும் எழுதினேன் இந்த அடையாளத்திற்கான முழுமையான மதிப்பை நான் எடுக்கும்போது,  
 $z$  1 முதல்  $z$  நான்கு வரையிலான  $a$  முதல்  $d$  வரையிலும்,  $b$  முதல்  $c$  வரையிலும்,  $z$  2 முதல்  $z$  3 வரையிலும்  
 கிடைக்கும்.

இந்த வெக்டரின் அளவு நீளத்தைக் கொடுக்கும் விளம்பரம் எனவே இப்போது இந்த அடையாளத்திற்கு மாடுலஸ் அடையாளத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், பின்னர்  $z$  இரண்டு மைனஸ்  $z$  மூன்று மாடுலஸ் கொண்ட  $z$  ஒரு மைனஸ்  $z$  நான்கு தயாரிப்புகளின் மாடுலஸ், இப்போது உங்களிடம் முழு காலத்தின் மாடுலஸ் உள்ளது மற்றும் முக்கோண சமத்துவமின்மையைப் பயன்படுத்தினால், அது  $z$  ஒரு  $z$  மூன்று  $z$  ஐப் பெறுகிறோம்.

இரண்டு கழித்தல்  $z$  நான்கு கூட்டல்  $z$  ஒரு மாடுலஸ்  $z$  ஒரு கழித்தல்  $z$  இரண்டு மாடுலஸ்  $z$  மூன்று கழித்தல்  $z$  நான்கு இப்போது இது விளம்பரத்தின் நீளத்தை  $z$  இரண்டு கழித்தல்  $z$  மூன்றால் பெருக்குவதை விவரிக்கிறது, இது  $bc$  இன் நீளம் அல்லது அதற்கு சமம்  $z$  ஒன் மைனஸ்  $z$  மூன்று என்பது ஏசியின் நீளத்தை  $z$  டீ மைனஸ்  $z$  ஃபோர் ஆல் பெருக்கப்படுகிறது, இது  $pi$ .

$pi$  பிளஸ்  $z$  ஒரு மைனஸ்  $z$  இரண்டு, இது சிடி ஒகே உடன் பெருக்கப்படுகிறது, எனவே இந்த அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் விரும்பிய சமத்துவமின்மையை இப்போது செய்யலாம்.

இன்னும் ஒரு பிரச்சனை எனவே பிரச்சனைக்கு செல்லும் முன்  $z$  unimodular  $z$  என்று கூறப்படுவதை மட்டும் குறிப்பிடுகிறேன்  $z$  என்பது mod  $z$  என்பது ஒரு கலைச்சொல்.

$z$  என்பது  $ly$  ஆகும் யூனிட் வட்ட சிக்கலில்  $ing$  எனவே  $z$  ஒரு  $z$  சிக்கலான எண்களாக இருக்கட்டும் மற்றும்  $z$  ஒரு மைனஸ்  $z^2$  என்ற எண்ணை 2 மைனஸ்  $z^1$   $z^2$  பட்டியால் வகுத்தால் unimodular மற்றும்  $z$  two ஒரே மாதிரி இல்லை என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

புள்ளி  $z^1$   $a$  இல் உள்ளது, அது  $x$  அச்சுக்கு இணையாக ஒரு நேர் கோட்டில் உள்ளது  $b$  நேர் கோடு  $y$  அச்சுக்கு இணையான விருப்பம்  $c$  இது ஆரம் இரண்டு வட்டத்தில் உள்ளதா, எனவே  $zs$  இன் இந்த ஒரு மாடுலஸின் பொருள்  $z$  ஒன்று இரண்டு  $d$  ஆரம் ரூட் இரண்டின் வட்டம் சரி, எனவே  $z$  ஒரு மைனஸ் இரண்டு மடங்கு  $z$  இரண்டை இரண்டால் வகுத்தால்  $z$  ஒன்று பெருக்கப்படும்  $z$  இரண்டு பட்டை என்பது ஒரே மாதிரியான பொருள், இந்த எண்ணின் மாடுலஸ் ஒன்று மற்றும்  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ் அல்ல.

unimodular பின் நாம்  $z$  ஒரு நேர் கோட்டில் உள்ளதா அல்லது ஒரு வட்டத்தில் ஆரம் இரண்டாக உள்ளதா அல்லது ஒரு வட்டத்தில் இருந்தால் ரூட் இரண்டா என்பதை குறிப்பிட்ட விருப்பத்துடன் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

அதனால் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியானது  $z$  ஒன்று கழித்தல் இரண்டு  $z$  இரண்டின் மாடுலஸ் என்பதை பார்க்க முயற்சிப்போம்.

மற்றும் முதல் அனுமானத்தின் மூலம்  $z$  ஒரு மைனஸ் இரண்டு மடங்கு  $z$  இரண்டு சதுரத்தின் மாடுலஸ் இரண்டு மைனஸ்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பார் சதுரத்தின் மாடுலஸைப் போலவே இருப்பதைக் காணலாம், மேலும் மோட்  $z$  சதுரம்  $z$  க்கு  $z$  பட்டியில்  $z$  என்பதும் நமக்குத் தெரியும்.

இது  $z$  ஒன்று கழித்தல் இரண்டு  $z$  இரண்டை  $z$  ஒரு கழித்தல் இரண்டு  $z$  ஆல் பெருக்கப்படுகிறது என்பதை எழுதுங்கள் கழித்தல்  $z^2$  ஒன்று கழித்தல் இரண்டு  $z$  இரண்டு மற்றும்  $z$  ஒரு பட்டை இரண்டு முறை  $z$  இரண்டு பட்டை கொண்டு பெருக்கப்பட்டது இது இரண்டு மைனஸ்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பார் இரண்டு மைனஸ்  $z$  ஒரு பார் மற்றும்  $z$  இரண்டு அதே தான் இப்போது நாம் பார்க்க இது மோட் என்று பார்க்க எளிய கணக்கீடு  $z$  ஒரு சதுரம் மற்றும் மற்ற காரணி mod  $z$  இரண்டு சதுரத்தின் நான்கு மடங்கு மற்றும் மீதமுள்ள  $f$  நடிகர் மைனஸ்  $z$  ஒன்று எங்களுடன்  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டியில் இரண்டு மடங்கு பெருக்கப்படுகிறது மற்றும்  $z$  ஒரு பட்டியின் மைனஸ் இரண்டு மடங்கு  $z$  இரண்டு வலது பக்கம் பெருக்கப்படுகிறது இது நான்கு மற்றும் அதன் மோட் சதுரம் ஒரு மோட்  $z$  இரண்டு பட்டியில் மோட்ஸ் ஆகும் சதுரம் ஒரு பொருட்டல்ல, ஏனென்றால்  $z$  பட்டியின் மாடுலஸ் மீண்டும்  $z$  இன் மாடுலஸ் மீதமுள்ள காரணிகள்  $z$  ஒரு பார்  $z$  இன் இரண்டு மைனஸ் இரண்டு முறை  $z$  ஒரு  $z$  இரண்டு பட்டியின் இரண்டு மைனஸ் ஆகும், இந்த இரண்டு காரணிகளும் பொதுவாகத் தோன்றுவதைப் பார்க்கிறோம், எனவே அவை ரத்து செய்யப்படுகின்றன.

mod  $z$  ஒரு சதுரம் கூட்டல் mod நான்கு மடங்கு mod  $z$  இரண்டு சதுரம் கழித்தல் நான்கு கழித்தல்  $z$  ஒரு  $z$  என்று பின்வரும் சமன்பாட்டைப் பெறவும், முழு சதுரத்தையும் பட்டியலிட இது பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமம் என்பதை இப்போது பார்க்கிறோம் மோட்  $z^1$  ஸ்கொயர் மோட்  $z^2$

சதுரம் பின்னர் [இசை] பொதுவான காரணியாக நாம்  $\text{mod } z$  சதுரம்  $z_1$  சதுரம் ஒன்று கழித்தல்  $\text{mod } z_2$  சதுரம் மற்றும் மீதமுள்ள காலமானது  
மைனஸ் 4 பொது என்பதை எடுத்துக் கொண்டால் 1 கழித்தல்  $\text{mod } z_2$  சதுரம் இது  
பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் இப்போது நாம்  $c$  ஒரு தயாரிப்புச் சொல்லாக எழுதவும் சரி, இது ஒரு  
கழித்தல் மோட்  $z_2$  சதுரத்தை  $\text{mod } z$  உடன் பெருக்கினால் ஒரு சதுரம் கழித்தல் நான்கு  
பூஜ்ஜியத்திற்கு சமம் என்பதை எளிதாகக் காணலாம் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட அனுமானம்  $\text{mod } z$   
 $z$  இரண்டு ஒன்றுக்கு சமம் இல்லை இது உடனடியாக சொல்கிறது.  
பூஜ்ஜியமற்ற சொல் இது பூஜ்ஜியமற்ற சொல் எனவே  $\text{mod } z$  ஒரு சதுரம் நான்கு மற்றும்  $\text{mod } z$   
ஒன்று இரண்டு என்று உடனடியாக முடிவடைகிறது, இது உடனடியாக விருப்பம்  $c$  சரியானது  
என்று கூறுகிறது, அது  $\text{mod } z$  ஒன்று ஆரம் இரண்டு வட்டத்தில் உள்ளது சரி என்றால் நான்  
சிக்கலான எண்களின் மாடுலஸ் மற்றும் கலப்பு எண்ணின் மாடுலஸ் மற்றும் சிக்கலான  
எண்ணின் மாடுலஸ் பற்றிய கூடுதல் பண்புகளை  
நாங்கள் விவாதிக்கிறோம், சில சிக்கல்களைப் பெறுகிறோம், அடுத்த விரிவுரையில் ஆர்கான்  
விமானம் மற்றும் சிக்கலான எண்களுக்கான துருவ பிரதிநிதித்துவம் பற்றி விவாதிக்கிறோம்  
நன்றி