[संगीत ] पिछले व्याख्यान में हमने सम्मिश्र संख्या के संयुग्मन और एक सम्मिश्र संख्या के मापांक पर भी चर्चा की , मुझे किसी भी सामान्य सम्मिश्र संख्या को याद करने दें a प्लस ib संयुग्मन जो कि z बार है हमने इसे माइनस ib और z के मापांक के रूप में परिभाषित किया है जिसे हमने परिभाषित किया है इसे एक वर्ग और b वर्ग के वर्गमूल के रूप में अब हम मापांक के कुछ गुणधर्मों को देखते हैं,
इसलिए इस चर्चा के दौरान हम यह मानेंगे कि z, x प्लस iy के रूप का है और आइए हम यह साबित करें कि z का यह वास्तविक भाग हमेशा कम होता है।
z के मापांक से या उसके बराबर और साथ ही यह mod z के ऋण के बराबर से अधिक है
यह अच्छी असमानता है कि z का वास्तविक भाग या z के वास्तविक भाग का मापांक mod z से कम या बराबर है
इसलिए प्रमाण सरल है क्या हमारे पास z का वास्तविक भाग है जो x है और जब हम इसके वर्ग पर विचार करते हैं तो z का वास्तविक भाग इसके वर्ग पर विचार करते हैं जो कि x वर्ग है जो निश्चित रूप से x वर्ग प्लस y वर्ग से कम या बराबर है यानी हम अब कुछ गैर ऋणात्मक संख्या जोड़ रहे हैं तुरंत आप देखते हैं कि जब भी आपके पास a, b से कम या उसके बराबर होता है, b का वर्गमूल, b के वर्गमूल से कम या उसके बराबर होता है, तो इसका मतलब यह है कि z का वास्तविक भाग
x वर्ग और y वर्ग के वर्गमूल से कम या बराबर है।
यह मॉड जेड के अलावा और कुछ नहीं है और हम यहां जो देखते हैं वह वास्तव में जिस तरह से हमने इसे प्राप्त किया है वह पूर्ण अर्थ में भी है, यह मॉड जेड से कम या बराबर होगा ताकि पहले प्रस्ताव को समाप्त किया जा सके इसी तरह हम साबित कर सकते हैं कि z का काल्पनिक भाग माइनस mod z से बड़ा या बराबर है, mod z प्रस्ताव दो से कम या बराबर है, निश्चित रूप से यह सीधा आगे है जो कि mod z हमेशा जटिल संख्याओं में सभी z के लिए एक गैर ऋणात्मक संख्या है और हमें क्या निरीक्षण करने की आवश्यकता है जब भी z का मापांक शून्य होता है यदि केवल z शून्य है तो यह मूल रूप से फिर से जैसा है जिसे देखना आसान है क्योंकि एक बार जब आप mod z को शून्य के बराबर मानते हैं तो इसका मतलब है कि इसका वर्ग शून्य है
इसलिए इसका अर्थ है कि x वर्ग प्लस y वर्ग यह शून्य है और कौन पर हम कह रहे हैं कि दो गैर-ऋणात्मक संख्याओं का योग शून्य है जिसका अर्थ है कि मूल रूप से प्रत्येक गैर-ऋणात्मक तत्व शून्य होना चाहिए अर्थात x वर्ग शून्य होना चाहिए और साथ ही y वर्ग शून्य होना चाहिए जो यह निष्कर्ष निकालता है कि x शून्य के बराबर y के बराबर है शून्य तो यह और कुछ नहीं बल्कि यह कहने के समान है कि z एक शून्य तत्व है और z एक शून्य तत्व है जो मूल रूप से इसके अनुसरण की तरह है और अन्य सरल अवलोकन क्या हैं जब आप z के मापांक पर विचार करते हैं जो कि माइनस z मापांक के समान है।
मॉड जेड के समान जो एक तुच्छ है, शायद मैं इसमें जोड़ दूंगा जो मूल रूप से इसका संयुग्मन है और साथ ही एक ही मापांक है,
इसलिए हम मूल रूप से कह रहे हैं कि जब आप एज़ लेते हैं तो माइनस जेड आपके पास है तो हम कहते हैं कि यह मूल रूप से एक्स प्लस आई है फिर माइनस z आपके पास माइनस x माइनस iy है,
इसलिए यह दूरी इस दूरी के समान है, इसी तरह आप x अक्ष के बारे में इसका प्रतिबिंब लेते हैं जो कि z बार मॉडल भी वही है अब चौथा है जब आप z बार के साथ z गुणा करते हैं तो हमें मॉड मिलता है z वर्ग
इसलिए परिभाषा के अनुसार यह स्पष्ट है
इसलिए मैं मूल रूप से इस पर चर्चा नहीं कर रहा हूं, आइए हम z एक के पांचवें एक मापांक पर जाएं z दो में यह mod z के समान होगा जो mod z के साथ गुणा किया जाता है दो प्रमाण को mod z एक z माना जाता है उपरोक्त प्रस्ताव से पूरा वर्ग हम z एक z दो को z एक से z के साथ पूरे बार में गुणा कर रहे हैं और फिर से हम संयुग्मन के बारे में जानते हैं
इसलिए z एक z दो के लिए संयुग्मन z एक बार z दो से गुणा किया जाता है बार और कम्यूटेटिव कानून का उपयोग करके हम अंत में मुझे बस लिखने दे सकते हैं,
इसलिए हमारे पास यहां z1 बार z2 बार के साथ उत्पाद है और हमें मूल रूप से सहयोगी कानून मिलता है जिसका आप उपयोग कर सकते हैं और फिर आगे कम्यूटिव कानून का उपयोग कर सकते हैं ताकि आप मॉड जेड प्राप्त कर सकें एक वर्ग mod z दो वर्ग ठीक है तो यह निष्कर्ष देता है कि z एक z दो का मापांक यह mod z एक को mod z दो से गुणा करता है, आप पहले उत्पाद को उसका मापांक लेते हैं जो पहले जैसा है प्रत्येक जटिल संख्या के लिए मापांक लें फिर मु यह ठीक है और छठा प्रस्ताव जो आह प्रसिद्ध या अच्छी असमानता है जिसका बार-बार उपयोग किया जाएगा जिसे त्रिभुज असमानता कहा जाता है,
इसलिए असमानता बताती है कि यदि हम z एक प्लस z दो के मापांक पर विचार करते हैं तो यह mod z एक से कम या बराबर है जटिल संख्याओं में प्रत्येक z एक z दो के लिए प्लस मॉड जेड दो आइए हम इस असमानता को समझने की कोशिश करें कि यह क्या कहता है
इसलिए हमारे पास दो बिंदु हैं आइए हम कहते हैं कि यह z एक है और हम कहते हैं कि यह z दो है और फिर हम स्वाभाविक रूप से संबद्ध कर सकते हैं इसके लिए एक वेक्टर
इसलिए हम एक वेक्टर के रूप में z एक और दूसरे वेक्टर के रूप में z दो की कल्पना कर सकते हैं, तो योग हमें मूल रूप से मिलता है जो इस समांतर चतुर्भुज के लिए विकर्ण है जो कि z एक प्लस z दो है, जैसा कि मैंने पिछले में उल्लेख किया है व्याख्यान मापांक इसका मतलब है कि यह जटिल संख्या और मूल के बीच की दूरी है
इसलिए z एक प्लस z दो का मापांक इस संख्या के बीच की दूरी को मूल ठीक बताता है
इसलिए दूरी t से कम या बराबर है o z 2 पर जाएं और फिर आगे आप
इस बिंदु तक पहुंचने के लिए वेक्टर z 1 का उपयोग करते हैं, तो इसका मतलब है कि एक दूरी लेना पहले z2 और फिर आगे z1 का उपयोग यहां तक पहुंचने के लिए करें जो हमेशा डिस से बड़ा होगा
इसलिए यह दूसरे में शब्द यह सबसे छोटी दूरी है जिसे हम देख रहे हैं ठीक है तो आइए हम इस परिणाम को साबित करने का प्रयास करें,
इसलिए बाएं हाथ की ओर और वर्ग के साथ शब्द पर विचार करें और यह मॉड जेड द्वारा लिखा गया है अगर मुझे याद है कि संपत्ति मॉड

जेड स्क्वायर जेड द्वारा लिखा गया है z बार अब सीधे कहें कि संपत्ति को लागू करना जो हमें मिल रहा है वह है z एक बार प्लस z दो बार और आगे आप वितरण कानून लागू करते हैं तो हम पाते हैं कि z एक को z एक बार प्लस z एक z दो बार प्लस z से गुणा किया जाता है दो को z एक बार के साथ गुणा किया जाता है और दो को z दो बार से गुणा किया जाता है और हम जानते हैं कि यह मात्रा z एक वर्ग का मापांक है और यहाँ हम जो देखते हैं वह है z एक z दो बार इसे एक जटिल संख्या के रूप में मानते हैं तो अगला नंबर हम इसे सिर्फ इसके रूप में देख रहे हैं वास्तव में पिछले एक का संयुग्मन

इसलिए यदि आप अभी देखते हैं तो यदि मैं इस बार को लागू करता हूं तो यह एक बार में z से डबल बार में गुणा किया जाता है जो फिर से खुद को z देता है

इसलिए हम देखते हैं कि यह mod z2 वर्ग है और हम जानते हैं कि z प्लस z बार z का एक वास्तविक भाग दो से गुणा करता है,

इसलिए हम पाते हैं कि यह z एक z दो बार के वास्तविक भाग का दो गुना है और अब यह फिर से याद करने का प्रयास करें कि हम किस असमानता को ठीक साबित करने की कोशिश कर रहे हैं हम कोशिश कर रहे हैं z एक प्लस z का मापांक प्राप्त करें, mod z one plus mod z दो से कम या बराबर है, अब हम देख रहे हैं कि लगभग हम यहां पहुंच गए हैं यदि हम दाहिने हाथ की तरह कुछ प्राप्त करने में सक्षम हैं जैसे कि mod z one plus mod z पूरे वर्ग के लिए तो हम लगभग पूरा कर चुके हैं, लेकिन केवल हमें यह देखने की ज़रूरत है कि हम मॉड जेड वन और मॉड जेड टू को यहां कैसे लाते हैं, ठीक है,

इसलिए अगर मुझे उस प्रस्ताव को याद है जो मैंने लिखा था, वह पहला है जो बताता है कि असली z का भाग z का वास्तविक भाग ऋणात्मक mod z के बराबर से हमेशा बड़ा और साथ ही कम था n या mod z के बराबर है, तो हम यहाँ इस विशेष संबंध का उपयोग करने जा रहे हैं,

इसलिए हम जो जानते हैं वह वास्तविक भाग हमेशा से कम या बराबर होता है,

इसलिए जब हम इस संबंध का उपयोग कर रहे हैं तो हमें बहुत सावधान रहने की आवश्यकता है मैंने आपको चेतावनी दी थी कि सम्मिश्र संख्या के लिए ऐसा संबंध लागू नहीं होता है यदि आप एक से ऊपर की मात्रा देखते हैं तो यह पूरी तरह से वास्तविक संख्या है ठीक है अब जब हम यहां तुलना कर रहे हैं तो यह z1 z2 बार के मापांक का 2 गुना है फिर से यह एक गैर-ऋणात्मक संख्या है और मॉड जेड दो वर्ग और फिर आप जो देखते हैं वह यह है कि संपत्ति जेड एक मॉड जेड एक वर्ग प्लस दो गुना मॉड जेड एक गुणा करके जेड के मॉड्यूलस से गुणा किया जाता है जो मॉड्यूलस जेड दो प्लस मॉड जेड के समान होता है और हम पता है कि यह कुछ भी नहीं है, लेकिन यह पूरे वर्ग के लिए मॉड जेड वन प्लस मॉड जेड है ठीक है फिर से हमारे पास जो कुछ भी है वह बी वर्ग से कम या उसके बराबर है जिसका अर्थ है कि ए बी से कम या बराबर है, तो यह साबित होता है हमारी त्रिभुज असमानता

इसलिए मैं यह बताना चाहूंगा कि प्रश्न कोई यह पूछ सकता है कि यह समानता इस संबंध के लिए कब है, जब z एक प्लस z दो का मापांक z एक के मापांक के बराबर हो सकता है, तो मैं इसे यहां लिखूंगा ठीक है या अगला पृष्ठ

इसलिए हमने अभी-अभी mod z एक z दो प्राप्त किया है मॉड जेड वन प्लस मॉड जेड टू से कम या बराबर अब सवाल यह है कि मैं समानता कब देख सकता हूं

इसलिए अब यह कब होगा जब हम इस असमानता को प्राप्त करते हैं तो यह वह जगह है जहां हम असमानता संबंध का उपयोग करते हैं

इसलिए समानता प्रकट होती है और केवल अगर z एक z से बार का वास्तविक भाग z एक z दो बार के मापांक के बराबर है, तो समानता दिखाई देती है

इसलिए समानता दिखाई देती है मुझे इसे समीकरण एक के रूप में कॉल करने दें

, z एक z दो बार का वास्तविक भाग प्रदान करता है यह बराबर है mod z1 बार यह कहने के बराबर है कि z 1 z 2 के समय पर है जहां t एक गैर ऋणात्मक वास्तविक संख्या है , मुझे फिर से दोहराना चाहिए कि हमने यह त्रिभुज असमानता प्रश्न साबित किया है जब समानता प्रकट होती है तो हम देखते हैं कि समानता दिखाई देती है I f और केवल अगर z एक और z दो वे रैखिक रूप से निर्भर प्रकार की तरह हैं जो z दो के निरंतर समय की तरह है, तो आप z की तरह हैं, z दो का केवल एक स्थिर समय है, उस स्थिति में हमें समानता मिलती है आइए देखें आगे इस त्रिभुज असमानता के अन्य परिणामों के बारे में बताएं,

इसलिए हमने अभी उस मापांक को देखा है , मैं इसे दोहराता हूं, हमारा यह संबंध है और इससे हम यह प्राप्त कर सकते हैं कि हम यह प्राप्त कर सकते हैं कि mod z एक माइनस mod z दो इस प्रकार से कम या बराबर है।

हम इसे कैसे प्राप्त करते हैं, बस कहें कि हम इसे कॉल करते हैं क्योंकि यह एक है

इसलिए मॉड जेड एक पर विचार करें हम सिर्फ जेड दो जोड़ते हैं और घटाते हैं फिर एक को लागू करते हैं तो हमें मॉड जेड मिलता है जो मॉड जेड वन प्लस जेड टू से कम या बराबर होता है और आगे आपको माइनस जेड टू का मापांक मिलता है लेकिन हम जानते हैं कि माइनस जेड टू का मॉड्यूलस फिर से मॉड जेड टू के समान है,

इसलिए इससे हमें वह मॉड जेड वन माइनस मॉड जेड दो जेड वन प्लस जेड टू के मापांक से कम या बराबर मिलता है।

ठीक है इसी तरह हम z एक और z दो की भूमिका को इस प्रकार बदल सकते हैं यदि हम भूमिका को इंटरचेंज करते हैं तो हमें ऐसा मिलता है क्योंकि z एक और z दो मनमाना है

इसलिए आप इंटरचेंज z एक और z दो की भूमिका को इंटरचेंज कर सकते हैं तो हम देखते हैं कि यह z दो माइनस मॉड z एक है जो इससे कम या बराबर है जेड एक प्लस जेड दो के मॉड्यूलस के लिए और निष्कर्ष के रूप में हम जो देखते हैं वह यह है कि यह एक माइनस मॉड जेड 2 पर मॉड्स के मॉड्यूलस का तात्पर्य है जो जेड 1 प्लस जेड 2 के मॉड्यूलस से कम या बराबर है, अब कोई सवाल पूछ सकता है कि क्या यह प्लस है वास्तव में आवश्यक है ठीक है, क्या मेरे पास माइनस टू हो सकता है, आपके पास फिर से माइनस साइन हो सकता है,

इसलिए यह यहां प्लस या माइनस हो सकता है, फिर भी यह मॉड जेड के मापांक से अधिक या बराबर है, एक माइनस मॉड जेड दो इसी तरह से यह इससे कम या बराबर है z1 प्लस मॉड z2 का मापांक

इसलिए यहाँ मुझे त्रिभुज से कुछ अधिक सामान्य दिखाई देता है ,

इसलिए हमारे पास त्रिभुज असमानता है और अब हम जो देखते हैं वह इस जटिल संख्या के लिए बहुत अधिक सामान्य असमानता है,
इसलिए प्रस्ताव 7 मापांक z उलटा s mod z उलटा है जहाँ z एक है गैर शून्य सम्मिश्र संख्या ag ain यह संयुग्मन संपत्ति के समान है,
हम इस परिणाम को प्राप्त कर सकते हैं जो कि z व्युत्क्रम से शुरू होता है जो कि z व्युत्क्रम z द्वारा z व्युत्क्रम दिया जाता है, आपको पहचान मिलती है तो इसका मापांक फिर से एक का मापांक एक होता है और हमने पहले ही z के मापांक पर चर्चा की है जेड टू में एक मॉड जेड दो को मॉड जेड दो से गुणा करता है,
इसलिए आपको जो मिलता है वह है मॉड जेड गुणा एक के मापांक द्वारा जेड यह एक के बराबर है
इसलिए हम जो देखते हैं वह उलटा है
इसलिए मॉड जेड उलटा बिल्कुल जेड उलटा मोड है
इसलिए यह है निष्कर्ष तो जो हम देखते हैं वह यह है कि इसका तात्पर्य है कि मॉड जेड उलटा कुछ भी नहीं है, बल्कि जेड उलटा का मॉड्यूलस है जो कि जेड द्वारा एक है,
इसलिए यह हमारा प्रस्ताव और प्रस्ताव आठ है जो जेड एक से जेड दो का मॉड्यूलस है जो मॉड मॉड जेड एक देता है mod z दो आप मानते हैं कि z दो शून्य नहीं है , परिणाम फिर से सिर्फ c को दो जटिल संख्या के उत्पाद के रूप में कहते हैं जो कि z एक को z से व्युत्क्रम से गुणा किया जाता है, तो हम देखते हैं कि मापांक प्रत्येक कारक के लिए लागू होता है और पिछले प्रस्ताव हम सिर्फ साबित कर दिया कि z दो प्रतिलोम का मापांक mod z दो पूरे व्युत्क्रम के समान है और यह कुछ भी नहीं बल्कि mod z one by mod z दो ठीक है अब एक और दिलचस्प परिणाम है जिसे समांतर चतुर्भुज कानून कहा जाता है, यह बताता है कि z एक z का मापांक दो पूर्ण वर्ग प्लस का मापांक z एक z दो z एक ऋण z दो पूर्ण वर्ग जो mod z के दो गुणा के समान है एक वर्ग प्लस mod z2 वर्ग ठीक है वे इसे समांतर चतुर्भुज कानून के रूप में क्यों कहते हैं आइए हम इसे देखने का प्रयास करें तो आइए हम बिंदु को z एक कहते हैं और हम कहते हैं कि यह z दो है और हम जानते हैं कि z एक जमा z दो जो वास्तव में वेक्टर देता है जो इस समांतर चतुर्भुज का विकर्ण है जो कि z एक जमा z दो है और इसी तरह दूसरा विकर्ण z एक घटा z दो वेक्टर देता है अब यदि आप पहचान को देखते हैं तो यह कहता है कि
इस विकर्णों के परिमाण के वर्ग को इसका योग माना जाता
है जो समांतर चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज कानून के पक्षों के लिए वर्ग योग के दोगुने के बराबर है,
इसलिए यह बहुत ही रोचक संपत्ति है और
इसलिए f सरल है, आपको केवल बाईं ओर विस्तार करने की आवश्यकता है, फिर हम आसानी से प्राप्त कर सकते हैं कि आप दाहिने हाथ की ओर पहुंच सकते हैं lhs जो कि z एक प्लस z दो वर्ग प्लस z एक ऋण z का मापांक पूरे वर्ग में है,
इसलिए परिभाषा के अनुसार यह z एक जमा z दो गुणा है z एक जमा z दो बार जमा z एक घटा z दो गुणा z एक ऋण z से पूरे बार में
इसलिए हम जो मात्रा की गणना कर रहे हैं वह है z एक जमा z दो पूरा वर्ग जमा z एक माइनस z पूरे वर्ग में इस प्रकार हमने इसे z वन प्लस z टू गुणा किया z एक बार z दो बार प्लस z एक z दो को z एक बार माइनस z दो बार से गुणा करके इसे सरल करके हम देखते हैं कि यह z एक गुणा z है एक बार जो कि मॉड जेड एक वर्ग है और दूसरा शब्द जो मॉड जेड 2 वर्ग है और शेष शब्द जो हमारे पास है वह है जेड 1 जेड 2 बार प्लस जेड 1 बार जेड दो इस शब्द पर हमें फिर से शब्द मिलता है जो मॉड जेड एक वर्ग है और mod z दो वर्ग शेष गुणनखंड के विपरीत चिह्न के साथ आते हैं ये कारक जो माइनस जेड वन जेड टू बार माइनस जेड वन बार जेड दो हैं, कहते हैं कि ये शब्द एक-दूसरे को रद्द कर देते हैं तो हमें जो मिलता है वह मॉड जेड एक स्क्वायर प्लस मॉड जेड टू स्क्वायर का दोगुना है और आइए हम एक समस्या पर चर्चा करें जिसमें मॉड्यूलस साइन शामिल है साबित करें कि यदि z एक का मापांक एक के बराबर है और साथ ही z दो का मापांक भी एक के बराबर है और आगे उनका गुणनफल ऋण एक के बराबर नहीं है तो हम दिखा सकते हैं कि z एक जमा z दो को एक जोड़ z एक z दो से विभाजित किया जाता है एक वास्तविक संख्या है ठीक है तो आइए इस समस्या का निरीक्षण करने का प्रयास करें जो दिया गया है z एक z दो वे मूल रूप से मूल से इकाई दूरी पर हैं और उनका उत्पाद शून्य से एक के बराबर नहीं है तो हमने जो मात्रा परिभाषित की है वह एक है वास्तविक संख्या यह देखना वास्तव में अच्छा है कि अभिव्यक्ति जटिल दिखती है लेकिन अंत में हमें जो मिलता है वह एक वास्तविक संख्या है आइए देखें कि इसे कैसे दिखाना है जैसा कि मैंने पहले उल्लेख किया है कि एक जटिल संख्या एक वास्तविक संख्या है ताकि z और z बार यह बराबर है जो समान है यह कहते हुए कि काल्पनिक भाग शून्य है, तो आइए हम इसे ऐसे परिभाषित करें जैसे कि संख्या z एक प्लस z दो बटा एक प्लस z एक उत्पाद z दो के साथ है,
इसलिए हमारा दावा एक बार के बराबर है जो दर्शाता है कि काल्पनिक भाग अब शून्य है एक बार पर विचार करें, जो कुछ भी हमने अध्ययन किया है, उससे पहले हम इसे लागू करने जा रहे हैं,
इसलिए पुराने कारक के लिए संयुग्मन
इसलिए जब हम इसके लिए संयुग्मन कर रहे हैं जो कि z एक बार z दो बार प्लस z एक बार z दो बार ठीक है अब हम z एक बार को z से किसी तरह जोड़ने की आवश्यकता है, ठीक है, हमने z एक की स्थिति मापांक का उपयोग एक के बराबर z दो के बराबर मापांक के बराबर किया है,
इसलिए हमें इस स्थिति का उपयोग करने की आवश्यकता है,
इसलिए अब हम देखते हैं कि mod z बराबर एक के बाद से तो यह हमें दिया गया है जो इसके वर्ग के समान है, आइए हम इसे पहले नंबर z एक वर्ग के रूप में कहते हैं,
इसलिए यह वैसा ही है जैसा कि इसका मतलब है कि z बार z बार एक है और ठीक है हम प्राप्त करने में सक्षम हैं जो z बार है z बार z व्युत्क्रम है
इसलिए इस संबंध से हम केवल यह प्राप्त करते हैं कि z बार g .

है इवेन बाय 1 बाय जेड तो हम हैं हमने इस नोटेशन के साथ तय किया है कि हमने जेड वन को अपनी जटिल संख्या के रूप में माना है, इसलिए जेड वन बार इसी तरह जेड टू बार एस वन बाय जेड टू ठीक है अब हमें इस संबंध का उपयोग करने की आवश्यकता है एक बार में

इसलिए एक बार दिया जाता है, हमारे पास z एक बार होता है जिसे एक द्वारा z एक से बदल दिया जाता है और इसी तरह z दो बार को एक द्वारा z दो से बदल दिया जाता है और एक प्लस एक को z एक से गुणा करके एक को z दो से गुणा किया जाता है यह अभिव्यक्ति जिसे हम z एक प्लस z दो के रूप में समाप्त करते हैं, एक प्लस z एक से गुणा किया जाता है जो z दो से गुणा होता है जो कि कुछ भी नहीं है, लेकिन ठीक है इसका मतलब है कि एक वास्तविक संख्या है ठीक है तो आइए हम यहां अपनी टिप्पणी लिखें या एक टिप्पणी जो हमने देखी क्या mod z एक के बराबर है तो हम देखते हैं कि z गुणा z बार एक है और z बार को z द्वारा एक के रूप में लिखा जा सकता है और बस ध्यान दें कि फिर से z बार का मापांक mod z द्वारा एक जैसा है जो फिर से एक है तो आइए हम इस बारे में फिर से समझने की कोशिश करें , मान लें कि सभी z सम्मिश्र संख्याएँ जिनका मापांक एक है l हम इसे समझने की कोशिश करते हैं

इसलिए यूनिट सर्कल को सेट यू के रूप में मानें जिसे सभी जटिल संख्याओं के सेट के रूप में परिभाषित किया गया है, जिसका मॉड्यूलस एक है अब यह वर्णन करने का प्रयास करें कि सेट में मौजूद सभी तत्व क्या हैं,

इसलिए जब हम मॉड जेड के बराबर लिखते हैं एक यह ठीक है अगर हम z को x प्लस iy मानते हैं तो mod z जो x वर्ग प्लस y वर्ग का वर्गमूल है यदि हम इसे वर्ग मानते हैं तो यह x वर्ग प्लस y वर्ग है और यह दिया जाता है कि mod z एक के बराबर है तो यह क्या अब आप पूछते हैं कि xy के सभी युग्म कौन से हैं

जो इस समीकरण को संतुष्ट करते हैं और जो हम बहुत परिचित हैं कि यह केंद्र के साथ इकाई सर्कल को मूल के रूप में वर्णित करता है तो आइए हम चित्र बनाएं ताकि हमारे पास एक इकाई सर्कल हो,

इसलिए इस पर कोई भी बिंदु सर्कल पर जोड़ी xy जो इस समीकरण को संतुष्ट करती है और इसका मतलब है कि सेट यू वास्तव में इस यूनिट सर्कल का वर्णन करता है अब हम इस पर बिंदुओं को जानते हैं उदाहरण के लिए जो इस पर स्थित है और मैं जो इस पर स्थित है ऋण 1 और ऋण मैं वे झूठ बोलते हैं यह तुम पिछली समस्या को हल करें जिस पर हमने चर्चा की जहां mod z एक के बराबर है तो हमने निष्कर्ष निकाला है कि z बार कुछ भी नहीं है, लेकिन z बार एक है जो बहुत आसानी से देखा जा सकता है बस इस समीकरण का अर्थ है कि z गुणा z बार के बराबर एक z गुणा z बार के अलावा कुछ भी नहीं है मॉड जेड स्क्वायर एक के बराबर है जो कि छेद है क्योंकि मॉड जेड एक है तो आइए हम इस ग्राफ पर कल्पना करने का प्रयास करें जब हम लेते हैं कि इसका संयुग्मन शून्य से मैं है और यह समीकरण बताता है कि जेड उलटा बिल्कुल इसका संयुग्मन है जिसका अर्थ है कि मैं सम्मान के साथ उलटा हूं जटिल उत्पाद के अलावा कुछ भी नहीं है, लेकिन इसका संयुग्मन शून्य है I यदि आप इस सर्कल पर इस रेखा पर कोई तत्व लेते हैं तो इसकी दर्पण छवि पर विचार करें जो कि वास्तव में संयुग्मन है , सर्कल पर किसी भी बिंदु पर विचार करें z इसकी दर्पण छवि पर विचार करें जो कि वह बार है वास्तव में z का चालान जो वृत्त पर भी होता है,

इसलिए यदि आप इसकी दर्पण छवि को स्वयं लेते हैं तो प्रतिलोम एक ही होता है और यदि आप माइनस एक लेते हैं तो इसकी दर्पण छवि फिर से स्वयं ही हो जाती है,

इसलिए व्युत्क्रम जू होता है जटिल उत्पाद के संबंध में सेंट माइनस वन तो हमने यहां क्या अवलोकन किए हैं जब भी हम यूनिट सर्कल पर दो जटिल संख्याएं लेते हैं तो

उनके उत्पाद को फिर से यूनिट सर्कल में यह सिर्फ साधारण संपत्ति है कि जेड एक जेड दो का मॉड्यूल मॉड जेड एक मॉड है z दो और प्रत्येक मापांक एक है,

इसलिए उनका उत्पाद एक और दूसरा महत्वपूर्ण गुण है जिसे हमने देखा जब भी z में uz उलटा भी u में होता है और इतना ही नहीं यह z एक z उलटा सिर्फ z का संयुग्मन है

इसलिए इस अवलोकन के साथ आइए हम एक अच्छी पहचान साबित करें चार जटिल संख्याओं पर विचार करें z एक z दो z तीन z चार या जटिल संख्याएं तो यह निम्नलिखित समीकरण को संतुष्ट करती है z एक घटा z दो उत्पाद z तीन घटा z चार प्लस z एक घटा z चार उत्पाद z दो घटा z तीन के साथ यह बराबर है z एक घटा z तीन उत्पाद z दो घटा z चार के साथ इस पहचान का निरीक्षण करें यह कोई भी चार जटिल संख्या हो सकती है तो निम्न समीकरण संतुष्ट प्रमाण सरल है बस विस्तार करें बाएं हाथ की ओर और दाहिने हाथ की ओर तो आप देखेंगे कि दोनों भाव समान हैं आइए हम बाएं हाथ की ओर पर विचार करें कि बाएं हाथ की ओर वह अभिव्यक्ति है जो z एक घटा z दो z तीन घटा z चार जमा z एक घटा z चार से गुणा किया जाता है z दो माइनस z तीन अब इसे विस्तृत करें z एक z तीन घटा z एक z चार घटा z दो z तीन जमा z दो z चार और आगे प्लस z एक z 2 घटा z 1 z 3 घटा z 4 z 2 जमा z 4 z तीन ठीक है अब हम देखते हैं कि कुछ सामान्य शब्द हैं जिनके साथ वे एक दूसरे को रद्द करते हैं जो कि z दो z चार ठीक है शायद हम दाहिने हाथ की ओर चलते हैं जो कि z एक है आइए हम इस z एक z दो घटा z एक z चार का विस्तार करें घटा z तीन z दो जमा z तीन z चार तो हम इन दो तत्वों की पहचान करते हैं और इसी तरह z तीन और यह हमने पहचाना और z एक z चार हमने पहचाना कि एक z दो की पहचान की गई है और इन दोनों को रद्द कर दिया गया है

इसलिए हमने बाईं ओर सत्यापित किया हाथ की तरफ दाहिने हाथ के बराबर है

इसलिए यह वी है दिलचस्प बात यह है कि यह एक गैर-तुच्छ पहचान है, आप किसी भी चार जटिल संख्या पर विचार करते हैं जो इस विशेष पहचान को संतुष्ट करती है अब हम एक साधारण समस्या देख सकते हैं जो प्रदर्शित करती है कि यह पहचान कितनी अच्छी समस्या है मान लीजिए कि हमें एक विमान में चार अंक दिए गए हैं तो दिखाएं कि यदि एबीसीडी या एक विमान में अंक तो निम्नलिखित असमानता संतुष्ट करती है कि विज्ञापन को बीसी से कम या बीडी के बराबर गुणा करके सीए प्लस सीडी प्लस गुणा एबी ओके के साथ गुणा किया जाता है , तो आइए हम इस विशेष असमानता को समझने की कोशिश करें तो आइए एक आकर्षित करने का प्रयास करें आरेख हालांकि बिंदुओं को किसी भी तरह से वितरित किया जा सकता है,

इसलिए सादगी के लिए मैं कुछ ऐसा मानने की कोशिश कर रहा हूं जैसे वे वास्तव में एक पंक्ति में झूठ नहीं बोल रहे हैं, वास्तव में हम कहते हैं कि यह मूल रूप से किसी प्रकार का आकार देता है तो चलिए इसे कहते हैं एबीसीडी है
तो यह असमानता कहती है कि आप लंबाई के विज्ञापन को लंबाई बीसी से गुणा करने पर विचार करते हैं, यह हमेशा विकर्ण के साथ बीडी से कम या बराबर होगा आप जिस एसी को गुणा करते हैं और सीडी को एबी ओके से गुणा करते हैं, वह सबूत है जो पिछली पहचान का उपयोग करके सरल है , मुझे केवल पहचान लिखने दें,
इसलिए हमारे पास क्या है, हम क्या कर सकते हैं एक बार इन बिंदुओं को विमान में रखा जाता है तो हम एक सम्मिश्र संख्या के प्रत्येक कोने या अंत बिंदु की पहचान कर सकते हैं, तो हम कहते हैं कि यह एक z एक के साथ जुड़ा हुआ है और यह मूल रूप से z दो से जुड़ा है और c बिंदु z तीन से जुड़ा है और हम कहते हैं कि यह इसके साथ जुड़ा हुआ है z चार तो पिछली पहचान कहती है कि z एक माइनस z चार z दो माइनस z तीन जो z के बराबर है एक माइनस z तीन z दो माइनस z चार माइनस z एक माइनस z दो को z तीन माइनस z चार से गुणा किया जाता है
इसलिए मैंने अभी फिर से लिखा है इस तरह से कि मुझे शब्द a से d मिलता है जो कि z एक से z चार और b से c है जो z 2 से z 3 है जब मैं इस पहचान के लिए निरपेक्ष मान लेता हूं तो z 1 माइनस z 4 का मापांक जो देता है इस वेक्टर का परिमाण जो लंबाई देता है जो है विज्ञापन तो अब इस पहचान के लिए मापांक चिह्न लें, फिर z एक घटा z चार उत्पाद का मापांक z दो ऋण z तीन के मापांक के साथ और अब आपके पास पूरे पद का मापांक है और त्रिभुज असमानता को लागू करते हैं जो हमें मिलता है z एक z तीन z दो माइनस जेड फोर प्लस जेड जेड का एक मॉड्यूलस एक माइनस जेड जेड थ्री माइनस जेड फोर का दो मॉड्यूलस अब हम देखते हैं कि यह विज्ञापन की लंबाई को जेड टू माइनस जेड थ्री से गुणा करता है जो कि बीसी की लंबाई है जो इससे कम या बराबर है z एक माइनस z तीन जो कि ac की लंबाई
z दो घटा z चार से गुणा किया जाता है जो कि bd plus z एक घटा z दो है जिसे ab cd से गुणा किया जाता है ठीक है
इसलिए हम इस पहचान का उपयोग करके वांछित असमानता प्राप्त करने में सक्षम हैं अब आइए हम करते हैं एक और समस्या
इसलिए समस्या पर जाने से पहले मुझे केवल यह उल्लेख करना चाहिए कि z को एकतरफा कहा जाता है z को यूनिमॉड्यूलर कहा जाता है यदि mod z एक सिर्फ एक शब्दावली है तो हम कहते हैं कि एक जटिल संख्या यूनिमॉड्यूलर है यदि z का मापांक एक है जो मतलब z ly .
है यूनिट सर्कल की समस्या पर तो z एक z को जटिल संख्या होने दें और मान लें कि संख्या z एक माइनस z2 को 2 घटा z1 z2 बार से विभाजित किया गया है और z दो एकरूप नहीं है, तो हमें निम्नलिखित में से एक विकल्प चुनने की आवश्यकता है: बिंदु z1 a पर स्थित है यह
x अक्ष के समानांतर एक सीधी रेखा पर स्थित है विकल्प b सीधी रेखा y अक्ष के समानांतर है विकल्प c चाहे वह त्रिज्या दो के एक वृत्त पर स्थित हो
तो zs के इस एक मापांक का अर्थ क्या z एक दो है d क्या त्रिज्या का वृत्त मूल दो ठीक है, तो हमें दिया गया है कि z एक घटा दो बार z दो से विभाजित दो घटा z एक गुणा z दो बार एकतरफा है जिसका अर्थ है कि इस संख्या का मापांक एक है और z दो का मापांक नहीं है यूनिमॉड्यूलर तो हमें यह पता लगाने की जरूरत है कि क्या z एक सीधी रेखा में स्थित है या एक निश्चित विकल्प के साथ एक वृत्त है कि क्या त्रिज्या दो है या जड़ दो यदि एक वृत्त में बिल्कुल भी स्थित है तो आइए हम यह जानने का प्रयास करें कि z एक की शर्तों के साथ क्या होता है
इसलिए आइए हम यह देखने का प्रयास करें कि दिया गया बिंदु z का मापांक है एक घटा दो z दो दो गुणा के दो गुणा से विभाजित दो घटा z एक z दो बार मापांक एक है और z दो का मापांक एक के बराबर नहीं है ये दी गई धारणाएं हैं और पहली धारणा के साथ हम देख सकते हैं कि z का मापांक z एक घटा z दो वर्ग का दो गुना है जो दो घटा z एक z दो बार वर्ग के मापांक के समान है और हम जानते हैं कि mod z वर्ग z के समान है z बार हम बस नीचे लिखें कि इसका अर्थ है z एक घटा दो z दो गुणा z एक घटा दो z बार में यह दो घटा के समान है z एक z दो बार दो शून्य से गुणा किया गया z एक z दो बार पूरी बार तो इसका मतलब है कि z एक माइनस zz एक माइनस दो z दो और z के साथ गुणा किया गया एक बार दो बार z दो बार यह दो माइनस z एक z दो बार दो माइनस z एक बार और z दो के समान है और अब बस साधारण गणना करें हम देखते हैं कि यह मॉड है z एक वर्ग और दूसरा कारक mod z दो वर्ग का चार गुना है और शेष f अभिनेता माइनस जेड वन है जो हमारे साथ दो गुना जेड एक जेड दो बार और माइनस दो गुना जेड एक बार गुणा करता है जेड दो दाहिने हाथ की ओर यह चार प्लस इसके मॉड स्क्वायर के बराबर है जो एक मॉड जेड दो बार में मॉड है वर्ग कोई फर्क नहीं पड़ता क्योंकि z बार का मापांक फिर से z का मापांक होता है , शेष कारक शून्य से दो गुना z एक बार z दो घटा दो बार z एक z दो बार हम देखते हैं कि ये दो कारक आमतौर पर प्रकट होते हैं
इसलिए हम रद्द करते हैं निम्नलिखित समीकरण प्राप्त करें कि मॉड जेड एक वर्ग प्लस मॉड चार गुना मॉड जेड दो वर्ग माइनस चार माइनस जेड एक जेड पूरे वर्ग को बार करने के लिए यह शून्य के बराबर है अब हम देखते हैं कि इससे हम केवल इस शब्द को मॉड जेड 1 गुणा के रूप में विभाजित कर सकते हैं mod z1 वर्ग mod z2 वर्ग द्वारा फिर [संगीत] सामान्य कारक यदि हम mod z वर्ग z1 वर्ग एक माइनस mod z2 वर्ग और शेष अवधि को बाहर लाने का प्रयास करते हैं, तो यह है कि यदि हम माइनस 4 कॉमन निकालते हैं तो 1 माइनस मॉड z2 स्क्वेयर यह शून्य के बराबर है अब हम c इसे एक उत्पाद शब्द के रूप में लिखें ठीक है जो आसानी से देखा जा सकता है कि यह आता है कि एक माइनस मॉड z2 स्क्वायर को मॉड z से गुणा किया जाता है एक वर्ग माइनस चार शून्य के बराबर होता है और दी गई धारणा mod z दो एक के बराबर नहीं है यह तुरंत बताता है कि यह है एक गैर शून्य शब्द यह एक गैर शून्य शब्द है
इसलिए तुरंत निष्कर्ष निकाला है कि मॉड जेड एक वर्ग चार है और मॉड जेड एक दो है यह तुरंत कहता है कि विकल्प सी सही है जो कि मॉड जेड एक त्रिज्या दो के सर्कल पर स्थित है ठीक है तो अगर मैं संक्षेप में हम सम्मिश्र संख्याओं के मापांक के बारे में अधिक गुणों पर चर्चा करते हैं और सम्मिश्र संख्या के संयुग्मन के गुणों का उपयोग करते हुए सम्मिश्र संख्या के मापांक के साथ हमने कुछ समस्याओं को

व्युत्पन्न किया है और अगले व्याख्यान में हम जटिल संख्याओं के लिए आर्गन तल और ध्रुवीय प्रतिनिधित्व के बारे में चर्चा करते हैं।
धन्यवाद