[সঙ্গীত ] শেষ লেকচারে আমরা জটিল সংখ্যার কনজুগেট এবং একটি জটিল সংখ্যার মডুলাস নিয়েও আলোচনা করেছি, আমাকে শুধু যেকোন সাধারণ জটিল সংখ্যা a প্লাস ib স্মরণ করিয়ে দিই যে কনজুগেশনটি z বার আমরা এটিকে একটি বিয়োগ ib এবং z এর মডুলাস হিসাবে সংজ্ঞায়িত করেছি।
এটি একটি বর্গ প্লাস বি বর্গক্ষেত্রের বর্গমূল হিসাবে এখন আমরা মডুলাসের কিছু বৈশিষ্ট্যের বৈশিষ্ট্য দেখি
তাই এই আলোচনা জুড়ে আমরা ধরে নেব যে z টি x প্লাস iy আকারের এবং আসুন আমরা প্রমাণ করি যে z এর আসল অংশটি সর্বদা কম z এর মডুলাসের চেয়ে বা সমান পাশাপাশি এটি mod z-এর বিয়োগের সমান থেকে
বড় আমাদের কাছে z এর বাস্তব অংশ আছে যা x এবং যখন আমরা তার বর্গক্ষেত্র বিবেচনা করি z এর বাস্তব অংশটি বিবেচনা করি এটির বর্গ যা x বর্গ যা অবশ্যই x বর্গ প্লাস y বর্গ থেকে কম বা সমান যে আমরা এখন কিছু অ ঋণাত্মক সংখ্যা যোগ করছি
অবিলম্বে ly আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে যখনই আপনার কাছে a এর বর্গমূলের b এর থেকে কম বা সমান হয় b এর বর্গমূলের কম বা সমান
তাই এর থেকে বোঝা যায় যে z এর আসল অংশ
x বর্গ এবং y বর্গ এর বর্গমূলের কম বা সমান এটি mod z ছাড়া আর কিছুই নয় এবং আমরা এখানে যা দেখতে পাচ্ছি তা আসলে আমরা যেভাবে এটি অর্জন করেছি তা ঠিক এমনকি পরম অর্থে এটি mod z এর থেকে কম বা সমান হবে যাতে প্রথম প্রস্তাবটি একইভাবে আমরা প্রমাণ করতে পারি z-এর কাল্পনিক অংশ বিয়োগ মোড z-এর থেকে বড় বা সমান, মোড z-এর থেকে কম বা সমান, প্রস্তাবনা দুইটি অবশ্যই স্ট্রেট ফরোয়ার্ড একটি যা মোড z সবসময় জটিল সংখ্যার সমস্ত z-এর জন্য একটি অ-ঋণাত্মক সংখ্যা
এবং আমাদের যা পর্যবেক্ষণ করা দরকার যখনই z-এর মডুলাস শূন্য হয় যদি শুধুমাত্র একটি z শূন্য হয় ঠিক আছে তবে এটি মূলত আবার মত যা পর্যবেক্ষণ করা সহজ কারণ একবার আপনি mod z কে শূন্যের সমান বিবেচনা করলে এর অর্থ হল এটির বর্গ শূন্য
তাই এর অর্থ হল x বর্গ প্লাস y বর্গ এই শূন্য এবং w আমরা বলছি যে দুটি অ-ঋণাত্মক সংখ্যার যোগফল শূন্য যা মূলত বোঝায় প্রতিটি অ-ঋণাত্মক উপাদানকে শূন্য হতে হবে অর্থাৎ x বর্গকে অবশ্যই শূন্য হতে হবে পাশাপাশি y বর্গকে অবশ্যই শূন্য হতে হবে যা এই উপসংহারে আসে যে x শূন্যের সমান y এর সমান শূন্য
তাই এটি বলার মতো কিছুই নয় যে z একটি শূন্য উপাদান এবং z একটি শূন্য উপাদান যা মূলত তার অনুসরণের মতো এবং আপনি যখন z-এর মডুলাস বিবেচনা করেন তখন অন্যান্য সাধারণ পর্যবেক্ষণগুলি কী যা বিয়োগ z মডুলাসের বিপরীতে একই।
same as mod z যা একটি তুচ্ছ হয়তো আমি এতে যোগ করব যা মূলত এর সংযোজন এবং একই মডুলাস
তাই আমরা মূলত যা বলছি তা হল আপনি যখন az নেন তখন বিয়োগ z আপনার আছে
তাই আসুন আমরা বলি এটি মূলত x প্লাস iy তাহলে বিয়োগ z আপনার কাছে বিয়োগ x বিয়োগ iy আছে
তাই এই দূরত্বটি এই দূরত্বের সমান একইভাবে আপনি x অক্ষ সম্পর্কে এটির প্রতিফলন নিন যা z বারের মডেলটিও একই এখন চতুর্থটি যখন আপনি z বারের সাথে z গুণ করবেন তখন আমরা মোড পাই z বর্গ
তাই সংজ্ঞা অনুসারে এটি পরিষ্কার
তাই আমি মূলত এটি নিয়ে আলোচনা করছি না আসুন z ওয়ানের পঞ্চম এক মডুলাসে যাই z টুতে এটি একই হবে মোড z ওয়ানকে mod z দুই দিয়ে গুণ করলে mod z one z কে বিবেচনা করা হয়।
উপরের প্রস্তাবের দ্বারা পুরো বর্গক্ষেত্রটি আমরা z one z দুইকে z এক থেকে z দিয়ে গুন করে পুরো বারে পাচ্ছি এবং আবার আমরা কনজুগেশনের সম্পর্কটা জানি
তাই z one z two-এর জন্য conjugation হল z one বারকে z দুই দিয়ে গুণ করা বার এবং কমিউটেটিভ আইন ব্যবহার করে আমরা অবশেষে আমাকে শুধু লিখতে দিতে পারি
তাই আমাদের এখানে z1 বার z2 বার সহ পণ্য আছে এবং আমরা মূলত অ্যাসোসিয়েটিভ আইনটি পাই যা আপনি ব্যবহার করতে পারেন এবং তারপরে আরও কম্যুটেটিভ আইন ব্যবহার করুন যাতে আপনি মোড z পেতে পারেন এক বর্গক্ষেত্র মোড z দুই বর্গ ঠিক আছে
তাই এটি এই সিদ্ধান্তে উপনীত হয় যে z ওয়ান জেড দুই এর মডুলাস এটি দেয় mod z একেকে mod z দুই দিয়ে গুণ করে আপনি প্রথমে পণ্যটি নিন এর মডুলাস নিন যা প্রতিটি জটিল সংখ্যার জন্য প্রথমে মডুলাস নেওয়ার মতো তারপর mu ltiply এটা ঠিক আছে এবং ষষ্ঠ প্রস্তাবনা যা ah বিখ্যাত বা চমৎকার অসমতা যা বারবার ব্যবহার করা হবে যাকে ত্রিভুজ অসমতা বলে
তাই অসমতা বলে যে আমরা যদি z ওয়ান প্লাস z টু এর মডুলাস বিবেচনা করি তবে এটি মোড z ওয়ানের থেকে কম বা সমান প্লাস মোড z টু প্রতি z এক z দুই জটিল সংখ্যার জন্য আসুন আমরা এই অসমতা বোঝার চেষ্টা করি এটি কী বলে
তাই আমাদের দুটি পয়েন্ট আছে আসুন আমরা বলি এটি z এক এবং আমরা বলি এটি z দুই এবং তারপরে আমরা স্বাভাবিকভাবে সংযুক্ত করতে পারি এর জন্য একটি ভেক্টর যাতে আমরা z একটিকে একটি ভেক্টর এবং z দুটিকে অন্য একটি ভেক্টর হিসাবে কল্পনা করতে পারি তারপর যোগফলটি দেয় যা আমরা মূলত পাই তা হল এই সমান্তরালগ্রামের তির্যক যা z ওয়ান প্লাস z টু
তাই আমি পূর্বে উল্লেখ করেছি লেকচার মডুলাস এর মানে হল যে এটি জটিল সংখ্যা এবং উৎপত্তির মধ্যে একটি দূরত্ব
তাই z one প্লাস z টু এর মডুলাস এই সংখ্যা থেকে উৎপত্তি পর্যন্ত দূরত্ব নির্দেশ করে
তাই দূরত্বটি দূরত্ব t এর থেকে কম বা সমান o z 2 এ যান এবং তারপরে আপনি

এই বিন্দুতে পৌঁছানোর জন্য ভেক্টর z 1 ব্যবহার করে যান, এর মানে হল একটি দূরত্ব নিয়ে প্রথমে z2 যান এবং তারপরে এখানে পৌঁছানোর জন্য z1 ব্যবহার করুন যা সর্বদা ডিস-এর চেয়ে বড় হবে শব্দগুলি এটি হল সবচেয়ে কম দূরত্ব যা আমরা পর্যবেক্ষণ করছি ঠিক আছে

তাই আসুন এই ফলাফলটি প্রমাণ করার চেষ্টা করি

তাই বাম দিকে এবং বর্গাকার শব্দটি বিবেচনা করুন এবং এটি mod z দ্বারা লেখা হয়েছে যদি আমি মনে করি সম্পত্তি mod z বর্গক্ষেত্রটি z দ্বারা লেখা হয়েছে z বার এখন সরাসরি বলুন যে সম্পত্তি প্রয়োগ করে আমরা যা পাচ্ছি তা হল z ওয়ান বার প্লাস জেড টু বার এবং আরও আপনি ডিস্ট্রিবিউটিভ আইন প্রয়োগ করুন তাহলে আমরা z ওয়ানকে জেড ওয়ান বার প্লাস ওয়ান জেড টু বার প্লাস জেড দিয়ে গুন করে পাই।

z ওয়ান বারের সাথে দুই গুন করে z দুই বারের সাথে z দুই গুন করে এবং আমরা জানি যে এই পরিমাণটি z ওয়ান বর্গ প্লাসের মডুলাস এবং এখানে আমরা যা লক্ষ্য করি তা হল z ওয়ান জেড দুই বার এটিকে একটি জটিল সংখ্যা হিসাবে বিবেচনা করি তারপর পরবর্তী সংখ্যা আমরা শুধু এটি হিসাবে দেখছি ঠিক আগেরটির কনজুগেশন

তাই যদি আপনি শুধু লক্ষ্য করেন

তাই আমি যদি এই বারটি প্রয়োগ করি তবে এটি একটি বারে z থেকে দ্বিগুণ বারে গুণিত হয় যা আবার z দেয়

তাই আমরা দেখতে পাই যে এটি মোড z2 বর্গ এবং আমরা জানি যে z প্লাস z বার z-এর একটি বাস্তব অংশকে দুই দ্বারা গুণ করে

তাই আমরা পেয়েছি যে এখানে এটি z one z দুই বারের বাস্তব অংশের দুই গুণ প্লাস এখন আবার মনে করার চেষ্টা করুন যে অসমতা কী তা আমরা ঠিক প্রমাণ করার চেষ্টা করছি আমরা চেষ্টা করছি জেড ওয়ান প্লাস জেড টু এর মডুলাস পান মোড জেড ওয়ান প্লাস মোড জেড টু এর থেকে কম বা সমান পুরো বর্গক্ষেত্রে তখন আমরা প্রায় শেষ হয়ে এসেছি কিন্তু শুধুমাত্র আমাদের দেখতে হবে যে কীভাবে আমরা এখানে মোড জেড ওয়ান এবং মোড জেড টু শব্দটি আনতে পারি ঠিক আছে

তাই যদি আমি যে প্রস্তাবটি লিখেছিলাম তা মনে করি যেটি প্রথমটি এটি বলে যে আসল z-এর প্রকৃত অংশ z-এর অংশ সর্বদা বিয়োগ মোড z-এর সমান এবং কম থা-এর চেয়ে বড় n বা mod z এর সমান

তাই আমরা কি

তাই আমরা এখানে এই বিশেষ সম্পর্কটি ব্যবহার করতে যাচ্ছি

তাই আমরা যা

জানি আসল অংশটি সর্বদা এর থেকে কম বা সমান হয়

তাই আমরা যখন এই সম্পর্কটি ব্যবহার করছি তখন এই সম্পর্কে খুব সতর্ক হওয়া দরকার আমি আপনাকে সতর্ক করে দিয়েছিলাম যে জটিল সংখ্যার জন্য এই ধরনের সম্পর্ক প্রযোজ্য নয় যদি আপনি একের উপরে পরিমাণ দেখেন এটি সম্পূর্ণ বাস্তব সংখ্যা ঠিক আছে এখন যখন আমরা এখানে তুলনা করছি তখন এটি z1 z2 বারের মডুলাসের 2 গুণ আবার এটি একটি অ-ঋণাত্মক সংখ্যা এবং mod z দুই বর্গক্ষেত্র এবং আবার আপনি যা দেখছেন তা হল প্রপার্টি z one mod z one বর্গ প্লাস mod z one এর দুই গুণ z এর মডুলাস থেকে বার যা মডুলাস z টু প্লাস mod z পুরো বর্গক্ষেত্রের সমান এবং আমরা জেনে রাখুন যে এটি কিছুই নয় তবে এটি পুরো বর্গক্ষেত্রে মোড জেড ওয়ান প্লাস মোড জেড ঠিক আছে আবার আমরা যা বের করেছি তা হল একটি বর্গক্ষেত্রের কম বা সমান বি বর্গ যা বোঝায় a এর চেয়ে কম বা b এর সমান ঠিক

তাই এটি প্রমাণ করে আমাদের ত্রিভুজ অসমতা

তাই আমি তা নির্দেশ করতে চাই প্রশ্ন কেউ জিজ্ঞাসা করতে পারে যখন এই সমতা এই সম্পর্কের জন্য ধারণ করে যেটি যখন z one এর মডুলাস z one এর মডুলাস z one এর মডুলাস হতে পারে তখন আমি এটি এখানে লিখব ঠিক আছে বা পরের পৃষ্ঠায়

তাই আমরা শুধু mod z one z two প্রাপ্ত করেছি মোড জেড ওয়ান প্লাস মোড জেড টু-এর চেয়ে কম বা সমান শুধুমাত্র যদি z one z থেকে বারের বাস্তব অংশ z one z দুই বারের মডুলাসের সমান হয়

তাই সমতা দেখা যায়

তাই সমতা দেখা যায় তাহলে আমি এটাকে সমীকরণ হিসেবে বলি এক ওয়ান প্রদত্ত z ওয়ান জেড টু বারের প্রকৃত অংশ এটি সমান mod z1 বার এটা বলার সমতুল্য যে z 1 হয় z 2 এর সময়ে যেখানে t একটি অ-ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যা, আমাকে আবার পুনরাবৃত্তি করতে দিন আমরা এই ত্রিভুজ অসমতার প্রশ্নটি প্রমাণ করেছি যখন সমতা দেখা যায় তখন আমরা শুধু লক্ষ্য করি যে সমতা প্রদর্শিত হয় f এবং শুধুমাত্র যদি z এক এবং z দুই তারা ঠিক রৈখিকভাবে নির্ভরশীল টাইপের মত হয় যা z দুই এর ধ্রুবক সময়ের মত আপনি আপনার কাছে z একটি z দুই এর একটি ধ্রুবক গুণ আছে সেক্ষেত্রে আমরা সমতা পেতে পারি।

এই ত্রিভুজ অসমতা থেকে অন্যান্য পরিণতিগুলি আরও বলুন

তাই আমরা এইমাত্র দেখেছি যে মডুলাস

তাই আমি কেবল এটি পুনরাবৃত্তি করি আমাদের এই সম্পর্ক রয়েছে এবং এটি থেকে আমরা বের করতে পারি যে মোড z ওয়ান বিয়োগ মোড জেড টু এর থেকে কম বা সমান আমরা এটা কিভাবে আহরন করব শুধু বলুন এটাকে বলা যাক এটি একটি

তাই মোড z একটি বিবেচনা করুন আমরা শুধু z দুই যোগ এবং বিয়োগ করি তারপর একটি প্রয়োগ করি তারপর এক দ্বারা আমরা mod z একটি মোড z ওয়ান প্লাস জেড টু এর থেকে কম বা সমান এবং আরও আপনি বিয়োগ z টু-এর মডুলাস পাবেন কিন্তু আমরা জানি যে বিয়োগ z টু-এর মডুলাস আবার মোড জেড টু-এর সমান

তাই এখান থেকে আমরা পেয়েছি যে মোড জেড ওয়ান মাইনাস মোড জেড টু জেড ওয়ান প্লাস জেড টু-এর মডুলাসের কম

বা সমান ঠিক আছে একইভাবে আমরা থি-তে z one এবং z two এর ভূমিকা পরিবর্তন করতে পারি s ক্ষেত্রে আমরা পাই

তাই যদি আমি ভূমিকাটি বিনিময় করি কারণ z one এবং z দুইটি স্বেচ্ছাচারী

তাই আপনি শুধুমাত্র z one এবং z দুই বিনিময়ের ভূমিকা পরিবর্তন করতে পারেন তাহলে আমরা লক্ষ্য করি যে এটি z দুই বিয়োগ মোড z ওয়ান যা কম বা সমান জেড ওয়ান প্লাস জেড টু এর মডুলাসে এবং একটি উপসংহার হিসাবে আমরা যা পর্যবেক্ষণ করি তা হল

এক বিয়োগ মোড জেড 2 এ মোডের মডুলাস যা z 1 প্লাস z 2 এর মডুলাসের চেয়ে কম বা সমান ঠিক আছে এখন কেউ প্রশ্ন করতে পারে এই প্লাস কি সত্যিই প্রয়োজনীয় ঠিক আছে আমি কি এখানে বিয়োগ করতে পারি সত্য ঠিক আছে আপনার আবার বিয়োগ চিহ্ন থাকতে পারে

তাই এটি এখানে প্লাস বা বিয়োগ হতে পারে এখনও এটি মোড z ওয়ান বিয়োগ মোড জেড টু এর মডুলাসের চেয়ে বড় বা সমান একইভাবে এটি এর থেকে কম বা সমান z1 প্লাস mod z2 এর মডুলাস

তাই এখানে আমি ত্রিভুজ থেকে আরও সাধারণ কিছু দেখতে পাচ্ছি

তাই আমাদের ত্রিভুজ অসমতা রয়েছে এবং এখন আমরা যা দেখছি তা এই জটিল সংখ্যার জন্য অনেক বেশি সাধারণ অসমতা

তাই প্রস্তাবনা 7 মডুলাস z এর বিপরীত s mod z বিপরীত যেখানে z একটি অ শূন্য জটিল সংখ্যা ag ain এটা কনজুগেশন প্রোপার্টির অনুরূপ আমরা এই ফলাফলটি বের করতে পারি যেটি z ইনভার্স দিয়ে শুরু হয় যা z ইনভার্স দিয়ে z দেওয়া হয় z ইনভার্সে আপনি আইডেন্টিটি পাবেন তারপর এর মডুলাস আবার ওয়ানের মডুলাস এক এবং আমরা ইতিমধ্যে z এর মডুলাস নিয়ে আলোচনা করেছি।

একের মধ্যে z দুই দিয়ে mod z একেকে mod z দুই দ্বারা গুণ করলে আপনি যা পাবেন তা হল mod z একটি মডুলাস দ্বারা z দ্বারা গুণ করলে এটি একের সমান

তাই আমরা যা লক্ষ্য করি তা বিপরীত

তাই মোড z ইনভার্স ঠিক z ইনভার্স মোড

তাই এই হল উপসংহারটি

তাই আমরা যা দেখি তা হল যে এটি বোঝায় যে mod z বিপরীতটি z বিপরীতের মডুলাস ছাড়া আর কিছুই নয় যা z দ্বারা এক

তাই এটি আমাদের প্রস্তাব এবং প্রস্তাবনা আট যা z এক দ্বারা z দুই এর মডুলাস যা mod z এক দ্বারা একটি মোড z দুই আপনি ধরে নিচ্ছেন যে z দুইটি শূন্য নয় , ফলাফল আবার বলুন শুধু c দুটি জটিল সংখ্যার একটি গুণফল হিসাবে যা z একেকে z দ্বারা গুন করে বিপরীতে তারপর আমরা দেখতে পাচ্ছি যে মডুলাস প্রতিটি ফ্যাক্টরের জন্য প্রয়োগ করা হয়েছে এবং পূর্ববর্তী প্রস্তাবটি আমরা শুধু প্রমাণ করেছে যে z দুই ইনভার্সের মডুলাস মোড z দুই পুরো বিপরীতের মতো এবং এটি মোড z ওয়ান বাই মোড জেড টু ঠিক আছে এখন আর একটি আকর্ষণীয় ফলাফল যাকে সমান্তরালগ্রাম আইন বলা হয় এটি বলে যে z ওয়ান জেড দুই পুরো বর্গক্ষেত্রের মডুলাসের মডুলাস z এক z দুই z এক বিয়োগ z দুই পুরো বর্গক্ষেত্র যা mod z এক বর্গক্ষেত্র প্লাস mod z2 বর্গক্ষেত্রের দুই গুণের সমান, ঠিক আছে কেন তারা এটিকে সমান্তরাল বৃত্তের আইন বলে, আসুন আমরা এটি পর্যবেক্ষণ করার চেষ্টা করি

তাই আসুন বিন্দুকে z এক হিসাবে কল করি এবং আসুন আমরা বলি যে এটি z দুই এবং আমরা জানি যে z ওয়ান প্লাস z দুইটি ঠিক ভেক্টর দেয় যা এই সমান্তরালগ্রামের তির্যক যা z এক যোগ z দুই এবং একইভাবে অন্য তির্যকটি z এক বিয়োগ z দুই ভেক্টর দেয় এখন আপনি যদি পরিচয়টি দেখেন তবে এটি বলে যে

এই তির্যকগুলির মাত্রার বর্গক্ষেত্রটিকে তার সমষ্টি হিসাবে বিবেচনা করা হয়েছে

যা সমান্তরাল বৃত্তের সমান্তরাল বৃত্তের বাহুগুলির জন্য বর্গের যোগফলের দ্বিগুণের সমান

তাই এটি খুব আকর্ষণীয় সম্পত্তি

তাই এবং প্রমাণ f সহজ আপনাকে বাম দিকের জন্য প্রসারিত করতে হবে তাহলে আমরা সহজেই বের করতে পারি আপনি ডান দিকের

এলএইচএসে পৌঁছাতে পারবেন যা z ওয়ান প্লাস জেড টু বর্গ প্লাস জেড ওয়ান মাইনাস z পুরো বর্গক্ষেত্রের মডুলাস

তাই সংজ্ঞা অনুসারে এটা হল z ওয়ান প্লাস z টু গুনিত z ওয়ান প্লাস z দুই বার প্লাস z ওয়ান মাইনাস z টু গুনিত z ওয়ান মাইনাস z দিয়ে পুরো বারে

তাই আমরা যে পরিমাণ গণনা করছি তা হল z ওয়ান প্লাস জেড দুই পুরো বর্গ প্লাস জেড ওয়ান বিয়োগ z পুরো বর্গক্ষেত্রে এইভাবে আমরা এটিকে লিখেছি z ওয়ান প্লাস জেড টু গুন করে z ওয়ান বার z দুই বার প্লাস জেড ওয়ান জেড টু গুন করে z ওয়ান বার মাইনাস জেড টু বার দিয়ে সহজ করে আমরা দেখতে পাই এটি z ওয়ান ইন z একটি বার যা mod z এক বর্গক্ষেত্র এবং অন্য পদটি যা mod z2 বর্গক্ষেত্র এবং অবশিষ্ট পদটি আমাদের এখানে যা আছে তা হল z1 z2 বার প্লাস z1 বার z two এই টার্মে আমরা আবার শব্দটি পাই যা mod z এক বর্গক্ষেত্র এবং mod z দুটি বর্গক্ষেত্রের অবশিষ্ট গুণনীয়কগুলি বিপরীত চিহ্নের সাথে আসে এই ফ্যাক্টর যা মাইনাস z ওয়ান z থেকে বার মাইনাস z ওয়ান বার z দুই বলে এই পদগুলি একে অপরকে বাতিল করে তাহলে আমরা যা পাই তা হল mod z এক বর্গক্ষেত্র প্লাস mod z দুই বর্গক্ষেত্রের দ্বিগুণ এবং আসুন একটি সমস্যা নিয়ে আলোচনা করি যার মধ্যে মডুলাস চিহ্ন জড়িত প্রমাণ করুন যে যদি z এক-এর মডুলাস একের

সমান এবং z দুই-এর মডুলাসও একের সমান হয় এবং আরও তাদের গুণফল বিয়োগ একের সমান না হয় তবে আমরা

দেখাতে পারি যে z এক যোগ z দুই ভাগ করে এক যোগ z এক z দুই।

একটি বাস্তব সংখ্যা ঠিক আছে

তাই আসুন আমরা এই সমস্যাটি পর্যবেক্ষণ করার চেষ্টা করি যা দেওয়া হয়েছে তা হল z one z দুইটি তারা মূলত উৎপত্তি থেকে একক দূরত্বের উপর এবং তাদের গুণফল বিয়োগ একের সমান নয় তাহলে আমরা যে পরিমাণ সংজ্ঞায়িত করেছি তা হল a বাস্তব সংখ্যা এটা দেখতে খুব ভালো লাগছে যে অভিব্যক্তিটি জটিল দেখাচ্ছে কিন্তু আমরা শেষে যা পাই এটি একটি বাস্তব সংখ্যা তা দেখা যাক কীভাবে এটি দেখাতে হয় যেমনটি আমি আগেই বলেছি একটি জটিল সংখ্যা একটি বাস্তব সংখ্যা যাতে z এবং z বার এটি সমান যা সমান বলা হচ্ছে যে কাল্পনিক অংশটি শূন্য,

তাই আসুন আমরা সংজ্ঞায়িত করি যেমন a কে বিবেচনা করা সংখ্যা z এক প্লাস z দুই দ্বারা এক যোগ z ওয়ান পণ্য z দুই সহ

তাই আমাদের দাবি একটি বারের সমান যা দেখায় যে কাল্পনিক অংশটি শূন্য

তাই এখন একটি বার বিবেচনা করুন এখন সম্পত্তি যা আমরা আগে অধ্যয়ন করেছি আমরা এটি প্রয়োগ করতে যাচ্ছি

তাই পুরানো ফ্যাক্টরের জন্য কনজুগেশন

তাই যখন আমরা এটির জন্য কনজুগেশন করছি যা z এক বার z দুই বার প্লাস z ওয়ান বার z দুই বার ঠিক আছে এখন আমরা z-এর সঙ্গে z-এর এক বারকে z-এর সঙ্গে সম্পর্ক করতে হবে, ঠিক আছে, আমরা z one- এর কন্ডিশন মডুলাস ব্যবহার করিনি, একইভাবে z-এর মডুলাস দুই-এর সমান-এক,

তাই আমাদের এই শর্তটি ব্যবহার করতে হবে,

তাই এখন দেখা যাক , যেহেতু mod z-এর সমান।

তাই এটি আমাদের দেওয়া হয়েছে যা এর বর্গ এক এর সমান, আসুন আমরা এটিকে প্রথম সংখ্যা z এক বর্গ হিসাবে কল করি

তাই এটি একই হিসাবে এটি বোঝায় z এ z বার এক এবং ঠিক আছে আমরা z বার কী তা পেতে সক্ষম z বার হল z বিপরীত

তাই এই সম্পর্কের দ্বারা আমরা শুধু পাই যে z বার হল g 1 দ্বারা z দ্বারা ইভেন

তাই আমরা স্বরলিপি দিয়ে স্থির করেছি যে আমরা z এককে আমাদের জটিল সংখ্যা হিসাবে বিবেচনা করেছি

তাই z এক বার একইভাবে z থেকে বার s এক দ্বারা z দুই ঠিক আছে এখন আমাদের কেবল এই সম্পর্কটি ব্যবহার করতে হবে একটি বারে

তাই একটি বার দেওয়া হয়েছে আমাদের কাছে z একটি বার রয়েছে যা এক দ্বারা z এক দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় এবং একইভাবে z দুই বারকে এক দ্বারা z দুই দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয় এবং এক যোগ এক দ্বারা z এক দ্বারা এক দ্বারা z দুই দ্বারা গুণিত হয়।

এই অভিব্যক্তিটি আমরা z ওয়ান প্লাস জেড টু দিয়ে ভাগ করে এক প্লাস জেড ওয়ান দিয়ে z টু দিয়ে গুন করি যা একটি ঠিক আছে এটি বোঝায় a একটি বাস্তব সংখ্যা ঠিক আছে

তাই আসুন আমরা এখানে আপনার মন্তব্য বা একটি মন্তব্য লিখি যা আমরা পর্যবেক্ষণ করেছি মোড z কি একের সমান তাহলে আমরা যা দেখছি তা হল z এ z বার এক এবং z বারকে z ok দ্বারা এক হিসাবে লেখা যেতে পারে এবং শুধু লক্ষ্য করুন যে z বারের মডুলাসটি মোড z দ্বারা একের মতো যা আবার এক সুতরাং আসুন আমরা এই সম্পর্কে আবার বোঝার চেষ্টা করি সেই সমস্ত z জটিল সংখ্যা যার মডুলাস এক let আমরা এটি বোঝার চেষ্টা করি

তাই ইউনিট বৃত্তটিকে সেট u হিসাবে বিবেচনা করি যা সমস্ত জটিল সংখ্যার সেট হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় যেমন যার মডুলাস একটি এখন সেটটিতে থাকা সমস্ত উপাদানগুলি কী কী তা বর্ণনা করার চেষ্টা করুন

তাই যখন আমরা mod z এর সমান লিখি এক এটি সঠিকভাবে যদি আমরা z কে x প্লাস iy হিসাবে বিবেচনা করি তবে mod z যা x বর্গ প্লাস y বর্গ এর বর্গমূল যদি আমরা এটিকে বর্গ হিসাবে বিবেচনা করি তবে এটি x বর্গ প্লাস y বর্গ এবং এটি দেওয়া হয় যে মোড z একটি এর সমান তারপর এটি এখন আপনি জিজ্ঞাসা করুন xy এই সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে এবং যা আমরা খুব পরিচিত যে এটি কেন্দ্র সহ একক বৃত্তকে উত্স হিসাবে বর্ণনা করে

তাই আসুন আমরা ছবি আঁকতে পারি যাতে আমাদের একটি ইউনিট বৃত্ত থাকে

তাই এটিতে যে কোনও বিন্দু থাকে বৃত্তের জোড়া xy যা এই সমীকরণকে সন্তুষ্ট করে এবং এর মানে হল u সেটটি এই একক বৃত্তটিকে সঠিকভাবে বর্ণনা করে এখন আমরা এর পয়েন্টগুলি জানি উদাহরণ স্বরূপ যেটি এখানে রয়েছে এবং i যা এই বিয়োগ 1 এবং বিয়োগ i এর উপর রয়েছে এই ইউ nit বৃত্ত পূর্ববর্তী সমস্যা যা আমরা আলোচনা করেছি যেখানে mod z এক এর সমান তারপর আমরা উপসংহারে পৌঁছেছি যে z বার এক দ্বারা z ছাড়া আর কিছুই নয় যা খুব সহজে দেখা যায় শুধু এই সমীকরণটির অর্থ হল z থেকে z বার সমান এক z থেকে z বার ছাড়া আর কিছুই নয় mod z বর্গক্ষেত্রের সমান যেটি গর্ত কারণ mod z একটি

তাই আসুন আমরা এই গ্রাফটিতে কল্পনা করার চেষ্টা করি যখন আমরা i নিই এর কনজুগেশনটি মাইনাস i এবং এই সমীকরণটি বলে যে z ইনভার্স ঠিক এটির কনজুগেশন যার মানে আমি সম্মানের সাথে বিপরীত জটিল পণ্যের কাছে এর সংযোজন ছাড়া আর কিছুই নয় যা বিয়োগ i যদি আপনি এই বৃত্তের এই লাইনে কোনও উপাদান নেন তবে এটির মিরর ইমেজ বিবেচনা করুন যেটি ঠিক কনজুগেশন বৃত্তের যে কোনও বিন্দু বিবেচনা করুন z এর মিরর ইমেজটি বিবেচনা করুন যা সেই বারটি ঠিক z এর চালান যা বৃত্তের উপরও রয়েছে

তাই আপনি যদি একটি নেন তার আয়না প্রতিবিম্ব নিজেই

তাই বিপরীতটি নিজেই একটি এবং আপনি যদি বিয়োগ এক নেন তবে এর আয়না চিত্রটি আবার নিজেই
তাই বিপরীতটি জু জটিল পণ্যের সাপেক্ষে সেন্ট বিয়োগ ওয়ান
তাই আমরা এখানে কী পর্যবেক্ষণ করেছি যখনই আমরা ইউনিট বৃত্তে দুটি জটিল সংখ্যা নিই
তাদের গুণফলকে আবার ইউনিট বৃত্তে নিই এটি একটি সাধারণ সম্পত্তি যে z ওয়ান জেড টু এর মডুলাসটি মোড z ওয়ান মোড z দুই এবং প্রতিটি মডুলাস একটি
তাই তাদের গুণফল হল এক এবং দ্বিতীয় গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য যা আমরা পর্যবেক্ষণ করেছি যখনই
uz-এর বিপরীত z-এর মধ্যে z-এর বিপরীতটিও u-এর মধ্যে থাকে এবং শুধুমাত্র এই নয় যে এই z one z বিপরীতটি শুধুমাত্র z- এর সংযোজন
তাই এই পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে আসুন একটি সুন্দর পরিচয় প্রমাণ করুন চারটি জটিল সংখ্যা z এক z দুই z তিন z চার বা জটিল সংখ্যা বিবেচনা করুন তারপর এটি নিম্নলিখিত সমীকরণটি সন্তুষ্ট করে z এক বিয়োগ z দুই গুণফলের সঙ্গে z তিন বিয়োগ z চার প্লাস z এক বিয়োগ z চার গুণফল সঙ্গে z দুই বিয়োগ z তিন এটি সমান z এক বিয়োগ z তিন গুণফলের সঙ্গে z দুই বিয়োগ z চার এই পরিচয়টি পর্যবেক্ষণ করুন এটি যেকোনো চারটি জটিল সংখ্যা হতে পারে তাহলে নিম্নোক্ত সমীকরণটি সন্তুষ্ট প্রমাণটি সহজ শুধু প্রসারিত করুন বাম হাতের দিক এবং ডান হাতের দিকটি তারপর আপনি দেখতে পাবেন যে উভয় রাশি সমান, আসুন আমরা বাম হাতের দিকটি বিবেচনা করি বাম হাতের দিকটি হল রাশি যা z এক বিয়োগ z দুই z তিন বিয়োগ z চার প্লাস z এক বিয়োগ z চার দিয়ে গুণিত z দুই বিয়োগ z তিন এখন শুধু এটি প্রসারিত করুন z এক z তিন বিয়োগ z এক z চার বিয়োগ z দুই z তিন প্লাস z দুই z চার এবং আরও প্লাস z এক z 2 বিয়োগ z 1 z 3 বিয়োগ z 4 z 2 প্লাস z 4 z তিন ঠিক আছে এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে কিছু সাধারণ পদ আছে তারা একে অপরকে বাতিল করে যা z দুই জেড চার জরিমানা হয়ত আমাদের ডান দিকে যেতে দিন যা z ওয়ান আমাদের এই z ওয়ান জেড দুই বিয়োগ জেড ওয়ান জেড চারটি প্রসারিত করা যাক বিয়োগ জেড থ্রি জেড টু প্লাস জেড তিন জেড ফোর তারপর আমরা এই দুটি উপাদানকে শনাক্ত করি এবং একইভাবে জেড তিন এবং এটিকে আমরা শনাক্ত করেছি এবং জেড ওয়ান জেড চারটি আমরা শনাক্ত করেছি যে এক জেড দুটি চিহ্নিত করা হয়েছে এবং এই দুটি বাতিল হয়ে গেছে
তাই আমরা বাম হিসাবে যা যাচাই করেছি হাতের দিকটি ডান পাশের সমান
তাই এটি ve ry আকর্ষণীয় যে এটি একটি অ তুচ্ছ পরিচয় যা আপনি যে কোনও চারটি জটিল সংখ্যা বিবেচনা করেন এটি এই নির্দিষ্ট পরিচয়কে সন্তুষ্ট করে এখন আমরা একটি সাধারণ সমস্যা দেখতে পাচ্ছি যা প্রমাণ করে যে এই পরিচয়টি কতটা সুন্দর সমস্যা, ধরুন আমাদের একটি সমতলে চারটি পয়েন্ট দেওয়া হয়েছে
তাই দেখান যে যদি abcd বা একটি সমতলে বিন্দু তাহলে নিম্নোক্ত অসমতা সন্তুষ্ট করে যে বিজ্ঞাপনটি bc এর কম বা সমান দিয়ে গুন করে bd এর সাথে গুন করে ca প্লাস cd প্লাস এবি দিয়ে গুন করে ঠিক আছে
তাই আসুন এই বিশেষ অসমতা বোঝার চেষ্টা করি
তাই আসুন একটি আঁকার চেষ্টা করি ডায়াগ্রাম যদিও পয়েন্টগুলি এটি যে কোনও উপায়ে বিতরণ করা যেতে পারে ঠিক আছে
তাই সরলতার জন্য আমি এমন কিছু অনুমান করার চেষ্টা করছি যে তারা
আসলে একটি লাইনে মিথ্যা নয় আসলে আমাদের বলা যাক এটি মূলত এক ধরণের আকার দেয়
তাই আসুন এটিকে এই হিসাবে কল করি যদি abcd হয়
তাহলে এই অসমতা বলে যে আপনি দৈর্ঘ্যের বিজ্ঞাপনটিকে দৈর্ঘ্য দ্বারা গুণিত বিসি বিবেচনা করুন এটি সর্বদা bd এর সাথে কর্ণের চেয়ে কম বা সমান হবে এসি আপনি গুন করুন প্লাস সিডি এবি দিয়ে গুন করুন ঠিক আছে
তাই প্রমাণ হল যা সহজ পূর্বের পরিচয়টি ব্যবহার করে আমাকে শুধু পরিচয়টি লিখতে দিন
তাই আমাদের যা আছে
তাই আমরা যা করতে পারি তা হল একবার এই পয়েন্টগুলি সমতলে রাখা হলে আমরা প্রতিটি শীর্ষবিন্দু বা শেষ বিন্দুকে একটি জটিল সংখ্যা চিহ্নিত করতে পারে
তাই আসুন আমরা বলি যে এটি একটি z এর সাথে যুক্ত এবং এটি মূলত z দুই এর সাথে যুক্ত এবং c বিন্দু z তিন এর সাথে যুক্ত এবং আমরা বলি যে এটি এর সাথে যুক্ত z চার তারপর আগের পরিচয় বলে যে z এক বিয়োগ z চার z দুই বিয়োগ z তিন যে সমান z এক বিয়োগ z তিন z দুই বিয়োগ z চার বিয়োগ z এক বিয়োগ z দুই গুণিত z তিন বিয়োগ z চার
তাই আমি আবার লিখলাম এমনভাবে আমি a থেকে d শব্দটি পাই যা z এক থেকে z চার এবং b থেকে c যা z 2 থেকে z 3 যখন আমি এই পরিচয়ের জন্য পরম মান নিই তখন z 1 বিয়োগ z 4 এর মডুলাস যা দেয় এই ভেক্টরের মাত্রা যা দৈর্ঘ্য দেয় বিজ্ঞাপন
তাই এখন এই পরিচয়ে মডুলাস সাইন নিন তারপর z ওয়ান মাইনাস জেড ফোর প্রোডাক্টের মডুলাসটি z টু মাইনাস জেড থ্রির মডুলাসের সাথে এবং এখন আপনার কাছে পুরো টার্মের মডুলাস আছে এবং ত্রিভুজ অসমতা প্রয়োগ করুন আমরা z ওয়ান জেড থ্রি z পাই দুই বিয়োগ z চার প্লাস z এক মডুলাস z এক বিয়োগ z দুই মডুলাস z তিন বিয়োগ z চার এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি z দুই বিয়োগ z তিন দিয়ে গুণিত বিজ্ঞাপনের দৈর্ঘ্য বর্ণনা করে যা bc এর দৈর্ঘ্য যা এর থেকে কম বা সমান z এক বিয়োগ z থ্রি যা ac এর দৈর্ঘ্য
z দুই বিয়োগ z চার দ্বারা গুণিত যা bd প্লাস z এক বিয়োগ z দুই যা ab দিয়ে গুন করা হয় cd ঠিক আছে
তাই আমরা এই পরিচয়টি ব্যবহার করে কাঙ্খিত অসমতা অর্জন করতে সক্ষম হয়েছি এখন আসুন আমরা করি আরও একটি সমস্যা

তাই সমস্যাটিতে যাওয়ার আগে আমি শুধু উল্লেখ করি যে z কে ইউনিমডুলার বলা হয় z কে ইউনিমডুলার বলা হয় যদি mod z একটি হয় শুধুমাত্র একটি পরিভাষা আমরা বলি যে একটি জটিল সংখ্যা ইউনিমডুলার যদি z এর মডুলাস একটি হয় যা মানে z ly একক বৃত্তের সমস্যাটি
তাই z one z কে জটিল সংখ্যা হতে দিন এবং ধরুন সংখ্যা z এক বিয়োগ z2 কে 2 দ্বারা বিয়োগ করে z1 z2 বারটি ইউনিমডুলার এবং z দুইটি ইউনিমডুলার নয় তাহলে আমাদের নিম্নলিখিত পছন্দগুলির মধ্যে একটি বেছে নিতে হবে বিন্দু z1 a এর উপর রয়েছে এটি x অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখার উপর রয়েছে বিকল্প b সরলরেখার সমান্তরাল y অক্ষ বিকল্প c c এটি ব্যাসার্ধ দুটির একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত কিনা
তাই zs এর এই একটি মডুলাসটির অর্থ z একটি দুটি d কিনা ব্যাসার্ধ মূলের বৃত্ত দুই ঠিক আছে কিনা
তাই আমাদের দেওয়া হল যে z এক বিয়োগ দুই গুণ z দুই ভাগ দুই বিয়োগ z এক গুণিত z দুই বার ইউনিমডুলার মানে এই সংখ্যাটির মডুলাস এক এবং z দুইটির মডুলাস নয় ইউনিমডুলার তাহলে আমাদের খুঁজে বের করতে হবে যে z ওয়ান একটি সরলরেখায় আছে নাকি নির্দিষ্ট বিকল্পের সাথে একটি বৃত্ত রয়েছে যে ব্যাসার্ধটি দুই কিনা বা মূল দুই যদি আদৌ কোনো বৃত্তে থাকে তাহলে আসুন জেনে নেওয়ার চেষ্টা করি যে z ওয়ানের শর্তে কী ঘটে।

তাই আসুন আমরা দেখতে চেষ্টা করি যে প্রদত্ত বিন্দুটি z এক বিয়োগ দুই z দুই ভাগের মডুলাস দুই গুণের দুই গুণ দুই বিয়োগ z এক z দুই বার মডুলাস এক এবং z দুই-এর মডুলাস একের সমান নয় এইগুলি প্রদত্ত অনুমান।
এবং প্রথম অনুমান সহ আমরা দেখতে পাচ্ছি যে z এর মডুলাস এক বিয়োগ z দুই বর্গের দুই গুণ যা দুই বিয়োগ z এক z দুই বার বর্গের মডুলাস এবং আমরা জানি যে মোড z বর্গক্ষেত্রটি z থেকে z বারের সমান লিখুন যে এটি বোঝায় z এক বিয়োগ দুই z দুই দ্বারা গুণিত z এক বিয়োগ দুই z বারে এটি একই দুই বিয়োগ z এক z দুই বার গুণিত দুই বিয়োগ z এক z দুই বার পুরো বার
তাই এটি বোঝায় যে z এক বিয়োগ zz এক বিয়োগ দুই z দুই এবং z এক বার দিয়ে গুণ করলে দুই বার z দুই বার এটি দুই বিয়োগ z ওয়ান জেড দুই বার দুই বিয়োগ z ওয়ান বার এবং z দুই এবং এখন শুধু সহজ হিসাব করুন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি মোড z একটি বর্গক্ষেত্র এবং অন্য গুণনীয়কটি mod z দুই বর্গক্ষেত্রের চার গুণ এবং অবশিষ্ট f অভিনেতা মাইনাস z ওয়ান গুন করে আমাদের সাথে z এক z দুই বার এবং z এক বারের বিয়োগ দুই গুণ করে z দুই দিয়ে গুন করে ডান দিকের এটি চার প্লাস এর মোড বর্গ যা এক মোড জেড দুই বারে মোড বর্গক্ষেত্র কোন ব্যাপার না কারণ z বারের মডুলাস আবার z এর মডুলাস বাকি ফ্যাক্টর হল বিয়োগ z এক বারের z দুই বিয়োগ দুই গুন z one z দুই বারের আমরা দেখি যে এই দুটি ফ্যাক্টর সাধারণত দেখা যায় তারা বাতিল করে দেয়
তাই আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণটি পান যে mod z এক বর্গ প্লাস মোড চার গুণ mod z দুই বর্গ বিয়োগ চার বিয়োগ z এক z পুরো বর্গক্ষেত্রটি বার করতে এটি শূন্যের সমান এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এটি থেকে আমরা বলতে পারি বিভক্ত শব্দটিকে মোড z1 গুণিত হিসাবে বলতে পারি mod z1 স্কয়ার মোড z2 স্কোয়ার দ্বারা তারপর [মিউজিক] সাধারণ ফ্যাক্টর যদি আমরা মোড z বর্গক্ষেত্র z1 বর্গক্ষেত্র এক বিয়োগ মোড z2 বর্গক্ষেত্র এবং অবশিষ্ট শব্দটি যদি আমরা বিয়োগ 4 কমন বের করি তাহলে 1 বিয়োগ মোড z2 বর্গক্ষেত্র বের করার চেষ্টা করি।
শূন্যের সমান এখন আমরা গ একটি পণ্য শব্দ হিসাবে লিখুন ঠিক আছে যা সহজেই দেখা যায় যে এটি আসে যে এক বিয়োগ mod z2 বর্গকে mod z দিয়ে গুণিত করে এক বর্গ বিয়োগ চার সমান শূন্য এবং প্রদত্ত অনুমান হল mod z দুই একটির সমান নয় এটি অবিলম্বে বলে যে এটি একটি অ শূন্য পদ এটি একটি অ শূন্য পদ
তাই অবিলম্বে উপসংহারে আসে যে mod z এক বর্গক্ষেত্র চার এবং mod z এক দুটি এই অবিলম্বে বলে যে বিকল্প c সঠিক যে mod z একটি ব্যাসার্ধ দুটির বৃত্তের উপর অবস্থিত
তাই যদি আমি সংক্ষেপে আমরা জটিল সংখ্যার মডুলাস সম্পর্কে আরও বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা করি এবং জটিল সংখ্যার মডুলাসের সাথে জটিল সংখ্যার সংযোজন বৈশিষ্ট্যগুলি ব্যবহার করে
আমরা কিছু সমস্যা তৈরি করেছি এবং পরবর্তী বক্তৃতায় আমরা জটিল সংখ্যাগুলির জন্য আর্গন সমতল এবং পোলার উপস্থাপনা সম্পর্কে আলোচনা করব ধন্যবাদ আপনাকে