[موسیقی] پچھلے لیکچر میں ہم پیچیدہ اعداد اور اس کا الجبرا سرگرمیاں شامل کریں اور معیار کا تعارف کرایا
تو مجھے پچھلی تعریفیں یاد آنے لگیں۔ وہ کرو جو ہم نے متعارف کرایا ہے۔ پہلے میں آئیے پیچیدہ اعداد کی تعریف کو دوبارہ دہراتے ہیں۔ جسے ہم
حقیقی نمبروں سے آتا ہے۔ اور ہم نے جو کہا ہے b اور a ہے۔ کہاں ib سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس میں تمام اجزاء کا ایک مجموعہ ایک جمع c
c یہ وہی ہے صرف اور صرف اس صورت میں یہ پھر ایک تعریف ہے لہذا اگر ID کے برابر ہے۔ سی پلس ib وہ دوگنا ہے۔ نمبر ایک جمع
کے برابر ہے۔ ڈی کا کے تحت مساوات کا رشتہ کہیں۔ ہم نے جو دکھایا ہے وہ ہے۔ ہر ایک پیچیدہ نمبر آرڈر شدہ جوڑے کی b برابر ہے۔ اور
ہے۔ میں آپ کو سرگرمیوں کی یاد دلاتا ہوں۔ دو پیچیدہ نمبروں کا اضافہ چونکہ وضاحت کی گئی b ٹو سے کوما r شناخت کریں جو ہوائی جہاز
ہے۔ تم اصلی حصہ اور خیالی حصہ اور خوبیوں کا مجموعہ جن کو ہم پلس میں ٹائمز پلس شامل کریں۔ ڈی سی کے طور پر بیان کیا گیا ہے۔ بالکل
ٹھیک
تو ان دونوں کارروائیوں کی صورت میں ہم نشاندہی کرتے ہیں۔ ایک وہ یہ بندش ایکٹ ایسوسی ایٹیو قانون اور شناخ
توں کو مطمئن کریں۔ وہ موجود ہیں اور اس کے برعکس بھی اور تقسیم کے قانون کو مطمئن کرتا ہے۔ لہذا یہ پلس اور ضرب کی صورت میں پیچیدہ
نمبر کا نظام ایک فیلڈ بن جاتا ہے۔ اور ہمارے دوسرے تبصرے کیا ہیں؟ اس پر غور کرتے ہوئے، میں نے محسوس کیا کہ پروڈکٹ میں کمپلیکس نمبر
سسٹم موجود ہے۔ ہم نے مشاہدہ کیا ہے۔ میں مربع اگر تم سوچو کہ ہم نے شروع کیا حالانکہ میں ایک افسانوی ہوں۔ وہ نمبر جو ہم ہیں۔ ہوائی جہاز
سے شناخت کی گئی ہے جو صفر کوما سے زیادہ کچھ نہیں ہے۔ ایسا نہیں ہے کہ اس کا کوئی اور مطلب ہے۔ آہ ہم خیالی اعداد نہیں ہیں۔ پیچیدہ
نمبر کے طریقوں میں فلیٹ کسی بھی نمبر کے ساتھ پیچیدہ نمبر سسٹمز کی شناخت کریں۔ ہم ہوائی جہاز کے عنصر کو منسلک کرنے کے قابل تھے
ہے۔ گھٹاؤ 1 ہے۔ اور اسی طرح کیا کوئی i تو اس پیچیدہ فیلڈ کا یہ مخصوص ڈاٹ مصنوعات اس معاملے میں جو ہم نے مشاہدہ کیا ہے۔ وہ مربع
اس کی تصدیق کر سکتا ہے؟ اگر تم اصل لائن کے نکات پر غور کریں جو اضافے کو صفر لکھا جا سکتا ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ ہمارے پاس ہے۔
پلس میں ایک پوائنٹ کو صفر سے نشان زد کروں گا۔ B
صفر کی خاصیت ہے جسے ہم جانے کا مطلب i یہ حقیقی ہے۔ نمبرز پلس ab تو ہم اس معیار کے نیچے ہیں۔ میں دیکھ سکتا ہوں کہ یہ ہے۔
صرف اب ہے۔ اور اگر ہم غور کریں۔ مجھے پھر کہنا پڑے گا۔ ان فرضی نمبروں کی شناخت کریں۔ اسے آئی بی ڈاٹ پروڈکٹ کہتے ہیں۔ پھر ہم
اسے دکھا سکتے ہیں۔ اس پروڈکٹ کے معاملے میں، یہ مائنس ہے۔ بی ڈی اوکے پلس میں صفر ہو جاتا ہے ہم صرف حقیقی حصہ کا مطلب کرنے
جا رہے ہیں۔ اور اس کے ساتھ ہمیں بتائیں کہ ہم کیا کر سکتے ہیں۔ اصل میں ایک پلس آئی بی دیکھیں اور سی پلس آئی ڈی آئی اب میں کس طرح براہ
راست ضرب کر سکتا ہوں میں پروڈکٹ کی وضاحت کروں گا
تو اب میں جانتا ہوں کہ کیسے
ایک اور کمپلیکس c ہوتا ہے۔ مکمل طور پر خیالی نمبر ہے۔ اور اسی طرح ib ایک پیچیدہ نمبر ہے۔ اس میں صرف اصل حصہ اور a تو یہاں
ہے۔ نمبر لیکن صرف خیالی حصہ کے ساتھ صفر تاکہ ہم اسے دیکھ سکیں یہ زیڈ ایک یہ زیڈ ٹو یہ زیڈ تین زیڈ چار اب یہ خاص پروڈکٹ آپ ہیں۔
تقسیم کا قانون استعمال ہونے جا رہا ہے۔ یہ ایک نقطہ
سے ضرب اب ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ ہے۔ میں مزید کہوں گا، تقسیمی قانون ایک بار ID پلس IBS C تو یہ سیٹ ہے۔ سی پلس آئی ڈی پلس
مائنس بی ڈی سب مل کر اب ہم مصنوعات جیسا کہ اس کی تعریف ہے۔ مجھے ابھی IBC پلس یہاں IAD پھر آپ اسے لاگو کریں۔ اے سی پلس
مل گیا،
تو پیغامات کیا ہیں؟ مجھے دیکھنے دو کہ ہم یہاں پروڈکٹ کی وضاحت کیسے کرتے ہیں۔ پھر نتیجہ خیز ویکٹر ایک پیچیدہ ہے۔ نمبرز پھر ہم نے تمام
قوانین کی تصدیق کی ہے۔ اور پھر بولنے کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے اس فیلڈ میں خود واضح اب ہم اسے دیکھ سکتے ہیں۔
تو یہ کہنے کی ضرورت نہیں کہ مصنوعات کو صرف یاد رکھنا ہے۔ مصنوعات کو معمول کے مطابق بنائیں اور یہاں ہم اس حقیقت کو استعمال کر
مربع گھٹاؤ ایک ہے۔ لہذا ہم بنیادی طور پر اس حقیقت کو استعمال کرتے ہیں۔ ٹھیک ہے میں عام پروڈکٹ کی طرح کر سکتا ہوں۔ اب i رہے ہیں۔ کہ
میں مجھے کچھ اور اشارے متعارف کرانے دو اے بال کا اصل حصہ
a کا حصہ ہے z جیسا کہ بیان کیا گیا ہے۔ جو ایک حقیقی z کا ہے۔ ایک پلس آئی بی اصلی حصہ جو ری z z تو ہم صرف یہ کہتے ہیں کہ
استعمال کر رہا ہے نوٹیشن جس میں ب اور اگر آپ صرف یہ کہتے ہیں کہ یہ ایک ہے۔ دو آپ تیسرے imz کا خیالی حصہ جو z ہے۔ اور
بالکل ایک خیالی نمبر z کا اصل حصہ صفر پھر ہم کہتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ z کو پکڑتے ہیں۔
تو یا
کی تخیل تاہم، حصہ صفر ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ z ایک خیالی نمبر ہے۔ اسی طرح اگر A تو ہم کہتے ہیں کہ یہ بالکل ایک ہے۔ خیالی نمبر یا صرف
مکمل طور پر حقیقی ہے۔ z
کے z تو یہ عام اشارہ ہے۔ اس کے ساتھ میں نئی تعریف کے ساتھ شروع کرتا ہوں جو مشترکہ ایک پیچیدہ نمبر کا اس لیے پیچیدہ اعداد کا اضافہ
بار کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔ جس z ہے۔ ایک پلس آئی بی جہاں اشارے کو z سے ہوتی ہے۔ جہاں conjugate بار کی تعریف z
کو مائنس آئی بی دیا جاتا ہے۔ ٹھیک ہے
اوقات کی تعریف ہے۔ چلو دیکھتے ہیں؟ میرا مطلب ہے z تو یہ
ہے، جس کا مطلب ہے کہ یہ سال کا سب سے زیادہ فریب ib پر غور کریں جو ایک جمع z تو ہمارا قریب ہی پیچیدہ طیارے ہیں۔ اور ہمیں نقطہ
ہے۔ بار کا مطلب یہ ہے کہ ہم بالکل وہی ہیں۔ میں وہ یونٹ لے رہا ہوں جو مائنس ہے۔ آئی z اور حقیقی اکائی یہ اب ib کا وقت ہونے والا ہے۔
کی آئینہ تصویر زیڈ بار کے علاوہ z کے طور پر ظاہر کرتے ہیں۔ اگر ہم اسے دیکھیں یہ حقیقی محور کے تابع ہے۔ ib بار ہم مائنس z ہی اور
فرض z کی آئینہ دار تصویر ہم ایکس محور یا حقیقی لائن کہہ سکتے ہیں۔ آئیے سادہ نظر آتے ہیں۔ مثال فرض کریں z اور کچھ نہیں ہے۔ لیکن
اور فرض کریں کہ آپ صرف یہ کہتے ہیں کہ ایک حقیقی ہے۔ نمبر i بار صرف دو مائنس تین iz کریں کہ ہم کہتے ہیں۔ دو شامل کریں۔ تین
خالصتاً ایک حقیقی نمبر ہے پانچ کہتے ہیں۔ زیڈ بار میں کوئی تبدیلی نہیں ہے۔ جو کہ صرف پانچ ہے۔ یہ اصلی لائن پر واقع ہے لہذا اس کی عکس
کی تصاویر لائن پر دوبارہ دیکھا جا سکتا ہے۔
ایک حقیقی نمبر ہے۔ یا z بار صرف اور صرف اس صورت میں z برابر ہے۔ z تو آئیے کچھ خصوصیات کو دیکھتے ہیں، فرض کریں کہ
کی تخیل حصہ صفر ہے۔ ٹھیک ہے z دوسرے لفظوں میں پھر اس کا مطلب صرف
تو اگر ہم اسے دیکھتے ہیں۔
بار کے برابر ہے۔ جس کا مطلب ہے مرر امیج لگانے کے بعد ہمیں ایک ہی نمبر ملتا ہے لیکن یہ جس نے یقیناً اس ویڈیو کو را z تو
توں رات سنسنی بنا دیا۔ ہم دعویٰ کر رہے ہیں۔
اوقات کا کیا مطلب ہے؟ میرا مطلب ہے ایک پلس آئی بی بال ایک مائنس آئی بی z کے برابر z ایک پلس ہے۔ آئی بی پھر فرض کریں۔ z تو اگر
پھر فوراً واضح ہو جاتا ہے۔ ہم دو پیچیدہ نمبروں کو برابر کرنے کا دعوی کر رہے ہیں۔ پھر مواد کے مطابق ایک ہی ہونا ضروری ہے
تو پہلے اجزاء جو بھی ہوں۔ یہ وہی ہے
سے دوگنا ہے۔ صفر کے برابر ہے۔ اور ib تو آپ صرف فیلڈ ایکسس کے ذریعے ایک کو منسوخ کر سکتے ہیں۔ پھر آپ کو کیا مل رہا ہے کہ یہ
کا خیالی حصہ صفر ٹھیک ہے۔ z کا خیالی حصہ ہے۔ z صفر ہے جو b یہ ہو جائے گا صرف اس صورت میں

کے برابر ہوں۔ پھر یہ ایک ہونا چاہیے۔ حقیقی اعداد ہونے چاہئیں اس لیے یہ z تو ہم نے جو مشاہدہ کیا ہے وہ ایک سادہ ہے۔ تجویز جب بھی اوقات
z ایک پیچیدہ نمبر ایک حقیقی نمبر ہے۔ یہ دکھانے کے لیے کافی ہے کہ a مخصوص ہے۔ جو منطق ہم کثرت سے استعمال کریں گے وہ ہے
کے برابر ہے۔ قسم کا خیال اکثر ہوتا ہے۔ ایک حقیقی نمبر جو ایک پیچیدہ نمبر کو دکھانے کے لیے استعمال کیا جائے گا۔ نمبرز فیچر دو اگر z اوقات
بار کے لیے دوبارہ کنجوجیشن لگاتے ہیں۔ z ہم آئیے
ایک پلس آئی بی پھر زیڈ بار مائنس کو اس طرح دیکھا جا سکتا ہے۔ مائنس z پر واپس جاتے ہیں۔ وہاں یہ ایک بار پھر سیدھا آگے ہے۔ آئیے z تو ہم
ب اور زیڈ ڈبل بار
تو پھر آپ اس کا ایک مجموعہ لیں۔
تو جو ہم دیکھتے ہیں وہ دوبارہ ہے۔ پلس میں اور پھر تفریق کا گھٹاؤ
تو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ اسے دوبارہ ہونا چاہیے۔ ہم وہی ہیں جو میں کر رہا ہوں۔ دلیل لکھنے کی کوشش کر رہا ہوں۔ تیسری تجویز اگر ہم دو پیچیدہ
کی طاقت کی طرح دوبارہ کہنا آسان ہے۔ کہو کہ تصور کرنا آسان ہے۔ z ایک بار پلس z نمبروں کے مجموعہ پر غور کریں لیکن اس کا مجموعہ
دو ہے۔ سی پلس آئی ڈی پھر زیڈ ون پلس زیڈ ٹو بار جو ایک پلس سی ہے۔ پلس آئی بار بی پلس ڈی یہ پوری کنجوجیشن z ہے اور ib ایک جمع z
کو مائنس آئی c تعریف کے مطابق ہے۔ ایک جمع سی گھٹاؤ آئی بی پلس ڈی اور جو بنیادی طور پر ہمیں وہی دیتا ہے جو ہم ہیں۔ اسے گھٹاؤ بی پلس
کے z سے بار کے چوتھا خصوصیات اس کے سوا کچھ نہیں ہے جو ہمیشہ ہر ایک ہے۔ z ڈی کے طور پر لکھنا ہے۔ ون بار پلس کر سکتے ہیں۔
بار ہمیشہ ایک ہوتا ہے۔ اصلی نمبر ایک غیر منفی ہے۔ دو حقیقی نمبر z سے z لیے پیچیدہ نمبر
تو یہ واضح طور پر
ہے۔ اور ہم اس پر غور کرتے ہیں۔ معیار کے لحاظ سے اضافہ ہم صرف تصدیق IB سمجھیں۔ عمومی عنصر بولیں جو پلس z تو آئیے اسے
کرتے ہیں۔ کر سکتے ہیں کہ یہ ایک مربع ہے۔ پلس بی مربع اور ہر اصطلاح غیر منفی ہے۔
تو رقم دوبارہ غیر منفی ہے۔ لہذا یہ خصوصی پیشکش سے ہم جو مبصرین اندازہ لگانا تبصرہ یا تبصرہ پسند کر سکتے ہیں۔ فرض کریں آپ کے پاس
دونوں z 2 ایک z کے پاس دو ہیں۔ ان کی مصنوعات غیر صفر ٹھیک ہے۔ پھر ہم اصل میں یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں۔ دونوں z ایک z ہے۔
صفر
تو ثبوت اس کے بارے میں سوچو جب میں نے اسے عملی جامہ پہنایا
تو کیا آپ پچھلی خصوصیات کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ یہ تب ہوتا ہے جب آپ اسے شامل کرکے ضرب کرتے ہیں۔ آپ کو ایک غیر منفی حقیقی نمبر دیتا
ایک بار z ہے۔ اس خاص تبصرے کی پانچویں خصوصیت کو ختم کرنے کے لیے اس حقیقت کو استعمال کریں۔ جو ایک سے دو ہے۔ ہمارے پاس ؤ
دو بار محسوس کرنا آسان ہے۔
نے دو بار غور کیا۔ پروڈکٹ کرو اور پھر جو اس کا اضافہ کرتے ہیں۔ ہر کمپلیکس نمبر کے لیے اضافہ Z ایک کرنے دو z تو مجھے پہلے
کرنے کے مترادف، پھر دونوں کو ضرب دیں۔ وہی کمپلیکس نمبر دیں گے۔
کے ساتھ ضرب لگائیں۔ اور پھر اس کا جوڑ لیں جو ہم KC Plus ID تو آئیے دو کم کی پہلی پیداوار پر غور کریں۔ پلیکس نمبر اے پلس آئی بی
ہے؟ مائنس بی ڈی ac جانتے ہیں۔ کیا یہ پروڈکٹ
آپ اس بات کی تصدیق کر سکیں گے کہ یہ پروڈکٹ ملنے والا ہے۔ سے آنے کے سوا کچھ نہیں۔ bc پلس iad تو کنجوجیشن کے بعد آپ تفریق
ریورس اضافے کے سوا کچھ نہیں۔ کونسا پہلا کنجوجیشن کو قبول z ایک بار دو بار میں اگلی پیشکش z کو منہا کریں۔ c ID گھٹاؤ آئی بی اور
کریں اور پھر اس کے برعکس لیں۔
الٹا جو آپ کو ملتا ہے اس کے لیے جوڑ لیں۔ یہ بنیادی طور پر وہی ہے جیسا کہ آپ نے پہلے کیا تھا۔ پیچیدہ z تو ہم کیا پوچھ رہے ہیں اگر آپ
نمبروں کے لیے کنجوجیشن لیں۔ اور پھر اس کے برعکس لے لیا۔
تو یہ آپریشن اس طرح تبادلہ کرنے والا ٹھیک ہے آئیے صرف اس کا احساس کرنے کی کوشش کریں۔ میں ایسا کرتا ہوں۔ اس کا مطلب ہماری تعریف
کی ضرورت ہے۔ غیر صفر ہونا چاہیے۔ Z کے برعکس ہے۔ یقیناً یہاں ہمیں یقینا z
سے ضرب کرنے سے ہمیں ایک ملتا ہے۔ اور اب تم مندرجہ بالا خصوصیات کی طرف سے z کا مطلب ہے مخالف z تو تعریف کے مطابق
اضافے لاگو ہوتے ہیں لہذا ہم اس پروڈکٹ سے کنکشن لگاتے ہیں۔ مواد کے لیے
لیں اور پھر اس کا conjugation تو دائیں طرف ایک حقیقی نمبر یہ وہی مواد دیتا ہے۔ اور مصنوعات کا مجموعہ ایک جیسا ہے۔ آپ پہلے
بار اس z الٹ اوقات۔ یہ ٹھیک ہے یہ آپ ثابت کرنا چاہتے ہیں۔ یہ نتیجہ اخذ کیا۔ z کے برعکس z مصنوعات آئیے ایک بار پھر دیں۔ مطلب کہ
ریورس بار کے برابر صحیح سا z کے برعکس
ایک بار اسی سے تقسیم دوبارہ طاقت آئے گی۔ تقسیم کے z سمجھا جانا چاہیے۔ اضافہ z one by z of two نویں خصوصیات جس کو
دو صفر نہیں ہے۔ z معنی ہیں۔ ہمیں یہ فرض کرنا ہوگا۔ جہاں
تو یہ رشتہ پھر۔۔۔
دو کی z ایک کی طرف سے z تو اوپر والے سے عمل کریں۔ پانچ اور چھ سے پانچ اور چھ سے جوڑتا ہے۔ ہم مندرجہ ذیل کا پتہ لگا سکتے ہیں۔
کو دو مخالفوں کے ساتھ ایک مصنوع کے طور پر سمجھا جا سکتا ہے۔ z دیا ہے اس طرح conjugation طرف سے مکمل
ہے۔ اس کے z2 ٹو کی طرف اشارہ کرنے کا مطلب ہے کہ یہ z دو مخالف لکھ رہا ہوں۔ کچھ نہیں لیکن میرے پاس یہ دوبارہ ہے۔ ایک z تو میں
برعکس
ریورس بار والی مصنوعات اور z 2 تو یہ وقت ہے تجویز 5 کہتی ہے۔ یہ ہر ایک عنصر کے لیے لیا جا سکتا ہے۔ کونسا یہ ٹھیک ہے وہاں یہ ہے
سے ایک بار ضرب دیں۔ الٹا صرف میں پھر ہوں۔ z کو z یہ بنیادی طور پر ہمیں ملا ہے۔ کیونکہ ہم اوپر کی تجویز دیکھ سکتے ہیں۔ وہ یہ بار سے

سے الٹا بار تک یہ ایک Z تو آئیے دہراتے ہیں۔ یہ بار وہی ہے جو ہم آخر کار اس نتیجے پر پہنچے ہیں۔ زیڈ ون بار جیسا کہ میں نے ذکر کیا ہے
دو سلاخوں کے ساتھ ایک کے طور پر اس طرح لکھیں کہ یہاں آٹھ صرف ایک ہو سکتے ہیں۔ Z الٹا عنصر سے زیادہ کچھ نہیں ہے۔ ہم ایک ہیں
،لکھتے ہیں z ok کے ساتھ z تبصرہ یا تبصرہ جب ہم
ریورس ٹھیک ہے z کے ساتھ نوٹیشن یونٹ لکھتے ہیں۔ جس کا مطلب ہے کہ یہ سال کا سب سے زیادہ قریب کا وقت ہونے والا ہے۔ z تو ہم
کے ساتھ مصنوعات وصول کرتے ہیں۔ دیتا ہے۔ ایک ٹھیک ہے۔ z الٹا ایک عنصر ہے۔ یہ تب ہوتا ہے جب آپ z الٹا z دوبارہ
ایک کے برعکس صرف منسوخ کرنا ہے۔ z لکھیں کیونکہ z تو اس خاص معنی میں ہمارے پاس ہے۔
تو آپ کو ایک ملتا ہے
کے برعکس ہے اور یہاں ایک اور تبصرہ z ایک یہ z تو یہ صرف ایک ہے۔ اشارہ جس کا مطلب ہے
ہم اوقات ضرب اور تقسیم کر سکتے ہیں۔ پھر آپ کو z پر تبصرہ کرتے ہیں۔ چلو سینٹ اسکو دیکھو 1 کی طرف سے Z Inverse تو ایک بار ہم
اوقات میں تقسیم کیا گیا۔ z کو z اوقات ہے۔ z جو کچھ ملتا ہے وہ
ہے ایک پلس آئی بی کے ذریعہ تحریر کردہ z تو ہم اس عنصر کو جانتے ہیں۔ کلید مائنس آئی بی ہے۔ اور ایک مربع پلس بی مربع جہاں

کی قدر معلوم کرنے کے لیے مساوات کو حل کرنے کی z inverse الٹا حساب کتاب کے بارے میں سوچتے ہیں۔ آئیے z تو اگر ہم جب ہم
بار z صرف آسانی سے الٹا ہم z بار کا استعمال کرتے ہوئے حساب کرنے کے قابل ہیں۔ z کوشش کرتے ہیں۔ اب ہم اسے دیکھتے ہیں۔ ہم فیکٹر
مربع کی B مربع iba معکوس کا حساب لگا سکتا ہے۔ ایک کی طرف سے ہے ایک مربع جمع ہی مربع مائنس z سے ضرب اور تقسیم کرتے ہیں۔
کا خیالی z بار دو سے اسی طرح z جمع z کے اصل حصے کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔ z طرف سے تجویز آٹھ یہ ایک سادہ سا ہے۔
کا اندرونی حصہ z کو گھٹائیں شکل کا اصل حصہ ibar ہے۔ z بار دو سے تحریر جا سکتے ہیں۔ اور اس کا مجموعہ z مائنس z حصہ
بار by z مائنس دو z کا خیالی حصہ کیا z بار دو اور اسی طرح z پلس z ،ہے۔ کچھ نہیں R کا اصل حصہ z ہے۔ اب یہ واضح ہے کہ
ہے۔ پورا چوک چوک تمہارا ہے۔ ایک مربع y مربع x ہیں جو xy کا مربع جڑ پھر وہ دکھاؤ یہ نمبر id جمع c ہے۔ یہ ایک پلس آئی بی جمع
مربع دیتا ہے۔ d مربع کی طرف سے c مربع کے ساتھ b پلس
سے تقسیم کرنا id پلس c کے مربع جڑ کے برابر ہے۔ ib ہے۔ جو جمع iy جمع x تو وہی ہے جو تم دیکھ رہے ہو۔ قیاس کی پیچیدگی نمبر
کا مربع جڑ b تعریف اس کے مطابق کچھ z ہم ہم اس رشتے کا پتہ لگانے میں کامیاب رہے ہیں لہذا یہ ہمارا ہے۔ ثابت کرنا ہے۔ میں کہتا ہوں۔
ہے۔ ب ٹھیک ہے۔ z مربع
کے برابر ہونا چاہئے۔ b-ok کا کیا مطلب ہے۔ اور یہ z میں z تو ہم جانتے ہیں کہ
ہو az تو جب بھی
, لکھتے ہیں۔ z کے مربع جڑ کے برابر b تو یہ مساوات مطمئن ہو جاتی ہے۔ پھر ہم اسے
کے برابر ہونا چاہیے۔ سی پلس آئی ڈی کے ذریعے ib مکمل مربع ایک جمع iy جمع x تو دیے گئے مفروضے سے ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے
تو اب پیچیدہ نمبرز
تو اگر آپ شناخت کو دیکھیں اس میں کوئی پیچیدہ اقدار شامل نہیں ہیں۔ آخر میں یہ اس عنصر کے برابر ایک حقیقی نمبر ہے۔
سے ضرب دیں یہ غیر ہے منفی حقیقی نمبر دیتا ہے جو اس بات کا اشارہ z کو z تو اب جیسا تم سوچو خصوصیات میں سے ایک رکھیں جب ہم
دیتا ہے کہ ٹھیک ہے۔ شاید ہم اس عنصر کے ساتھ ضرب کر سکتے ہیں۔ جو بالکل اس کا اضافہ ہے۔
سے بار z z کو ضرب دے رہے ہیں۔ پچھلی خصوصیات جب آپ z تو آئیے یہاں اسی کمپلیکس نمبر کے لیے شامل کرتے ہیں۔ یعنی ہم دوبارہ
کو دو گنا سے ضرب دیا جاتا ہے z ایک بار z لیتا ہے پھر
کو پورے مربع سے ضرب اور اب یہ کیا iy مربع مائنس iy X جمع x تو یہ رشتے کے لحاظ سے آپ اسے فوری طور پر دیکھیں گے۔ یہ
جا سکتا ہے۔ ایسوسی ایٹ قانون
ہم جانتے ہیں کہ iy مائنس x گنا iy سے ضرب مائنس x مزید iy جمع x یہاں iy پلس x تو آپ صرف لکھیں۔ اس کا کیا مطلب ہے
مربع دیتا ہے y مربع جمع njugation x کے اضافے سے ضرب دیا جاتا ہے۔ iy کو x مائنس x مصنوعات
مربع پورا مربع درست ہے۔ y مربع x تو ہمیں ملتا ہے۔
تو یہ بنیادی طور پر بائیں طرف ہے۔
مکمل ہے۔ مربع میں جو ہے وہ ایک پلس ہے۔ iy پلس x جس پر ہم غور کر چکے ہیں۔ اور اسی طرح صحیح ہاتھ کی طرف آپ کے پاس lh تو
دو بار دیا گیا z one bye z ہم جانتے ہیں Consumption Consumption آئی بی سی پلس آئی ڈی اور ہم اس سے تعلق رکھتے ہیں۔
مربع ہے۔ پلس ڈی c اور وہ پروڈکٹ ہے۔ مربع پلس بی مربع دیتا ہے۔ اور یہ ID ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ یہ مائنس ہے۔ آئی بی سی مائنس
مربع
مربع بائسپ b مربع پورا مربع ایک مربع پلس y مربع جمع x تو دیے گئے مفروضے سے یہ دونوں برابر ہیں۔ تاکہ ضروری رشتہ مل جائے۔
اسکوائر پلس ڈی مربع لہذا معیار کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل آسان شناختیں معلوم کر سکتے ہیں۔ جیسے زیڈ ون پلس زیڈ ٹو
تقسیمی قانون d ایک کے z پروڈکٹ کے ساتھ Z2 Z2 پلس Z1 ہے۔ Z1 Plus فل مجھے براہ راست مربع لکھنے دو اس پروڈکٹ کی کلید
دو سے ضرب کیا جاتا ہے۔ آپ دوبارہ زیڈ ون پلس زیڈ ٹو کے ساتھ ہیں۔ z کے ذریعے سے ضرب کیا جاتا ہے۔ زیڈ ون پلس زیڈ ٹو پلس دوبارہ
سے پلس زیڈ دو گنا زیڈ ون z ایک z تقسیمی لاگ کا استعمال کرتا ہے لہذا ہم تقسیمی قانون کو دو بار استعمال کر رہے ہیں۔ جو ایک مربع جمع ہے۔
ایک مربع پیاس کا دوگنا z بذریعہ دو مربع اور اس طرح پروڈکٹ متغیر ہے۔ یہ دونوں عوامل برابر ہیں۔ z پلس
ہے۔ اسکوائر پائی a کا اضافہ کرنا a b تو یہ وہی ہے جو ہم نے سوچا جب یہ حقیقی خطوط پر حقیقی اعداد کی طرح ہے۔ ہم پورے مربع میں
پلس ٹو ای بی پلس بی اسکوائر ایسا ہی فارمولہ پیچیدہ اعداد کے لیے بھی رکھتا ہے۔ اور
تو اس کا مطلب ہے کہ آپ ایک بار یہ جب آپ نتیجہ دیکھیں گے
ایک مربع Z کو دیتا ہے۔ ایک مکعب جمع تین بار Z پورے کیوب z One plus Z تو آپ بتا سکتے ہیں۔ دوسرے شناخت ثابت کریں جیسے
کو دو لکھا z دو زیڈ ون پلس z ایک مائنس z دو مربع z ایک مربع مائنس z دو کیوبز اور z دو مربع پلس z ایک z دو تین گنا z پروڈکٹ
جا سکتا ہے۔
تو ہم یہی کہنا چاہتے ہیں۔ یہ ہے کہ یہ آپریشن اس وقت ہوتا ہے جب آپ یہ کر رہے ہوتے ہیں۔ آپ کو پہلے کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔ اصل
حصے کو اپنی رقم کے ساتھ جوڑیں اور پھر دوبارہ آپ خیالی حصہ شامل کرتے ہیں اور پھر آپ مصنوعات لینے کے لئے ضروری نہیں ہے
تو یہ بنیادی طور پر کیا ہے اس کا تعارف اس طرح ہے۔ اصلی نمبر سسٹم کی طرح جو ہمیں قابل بناتا ہے۔ پرو الجبری آپریشنز کرنے کو کہتے ہیں۔
ایک بار یکجا کریں۔ اس طرح z کو دو بار سے ضرب دیں۔ اور پھر z یونٹ z دو دو پیچیدہ نمبر پھر یہ دکھائیں۔ z ایک z ایک عام مشق کریں۔
ایک حقیقی نمبر اب ہمارا یہاں ایک اور مسئلہ چلو کرتے ہیں۔ تین پیچیدہ نمبروں کے ساتھ دیا گیا ہے۔ اگر تین پیچیدہ اعداد جمع اور مصنوع کا
مجموعہ اصلی ہے۔ پھر مندرجہ ذیل میں سے کون سا ممکن ہے؟ مندرجہ ذیل میں سے کون سا؟ ممکن ہے کچھ پیچیدہ نمبروں میں کہتے ہیں۔ تین
دو جوڑوں کے لیے ممکن ہے۔ z ایک z ٹرپل
تو یہاں کیا دیا گیا ہے۔ ہم تین پیچیدہ نمبروں پر غور کر رہے ہیں۔ ان کا مجموعہ اور مصنوع ایک حقیقی نمبر دیتا ہے۔
نمبر غیر حقیقی ہے۔ تین نمبروں میں hree تو اب ہمارا سوال مندرجہ ذیل میں سے ایک ہے۔ جو کہ ممکن ہے۔ پہلی پسند بالکل ٹی میں سے ایک۔
سے دو غیر حقیقی ہیں۔ تیسرا انتخاب تینوں نمبر غیر حقیقی ہیں۔ چوتھا انتخاب تین نمبر ہے۔ مکمل افسانوی اور غیر صفر
تو آئیے اپنے سوال کو واپس دیکھتے ہیں۔ ہمارے پاس تین پیچیدہ نمبر ہیں۔ زیڈ ایک زیڈ ٹو کو زیڈ تھری دیا گیا ہے۔ ان کی رقم اصل اور ان کی
مصنوعات اصل نمبر اب پہلی پسند کو دیکھتے ہیں۔ چاہے یہ ممکن ہو۔ تین نمبر ایک غیر حقیقی میں چاہے یہ ممکن ہو۔ کوئی جواب نہیں
ممکن نہیں ہے۔ چنانچہ یہاں بیان میں کہا گیا ہے۔ آپ کم از کم اتحاد کا تصور کر رہے ہیں۔ نمبر باقی رہتا ہے یا سوچیں کہ حقیقی تعداد ہو a تو
بار کے برابر نہیں ہے جس کا z z1 ہے۔ ایک سیٹ ہے۔ جو کہ حقیقی تعداد نہیں ہے۔ z1 سکتی ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ جب بھی ہمارے پاس
ٹو بنیادی طور پر آپ اسے حقیقی نمبر کے طور پر z مطلب ہے کہ یہ ایک پیچیدہ نمبر ہے۔ تاکہ خیالی حصہ صفر نہیں ہے۔ اور باقی کہتے ہیں
ایک میں ایک افسانوی حصے ہیں۔ تاکہ یہ Z وہی ہے جو آپ کے پاس ہے۔ زیڈ ون پلس اے پلس بی یقیناً یہ کیونکہ حقیقی تعداد نہیں۔ z3 ٹو پلس
z one pl us z کہتے ہیں۔ جہاں اے اور بی حقیقی نمبروں سے پھر میں فوراً ہی دیکھتا ہوں۔ b اور a منتخب کر سکتے ہیں۔ مجھے اسے
دوسری شرائط سے منسوخ نہ ہو۔ یہ جیسا ہے ویسا ہی ہے۔

،کا امکان دیکھتے ہیں۔ بالکل تین میں سے دو نمبر غیر حقیقی ہیں۔ ٹھیک ہے b تو یہ حقیقی نمبر نہیں ہے۔ کے امکان کو رد کر دیا گیا ہے، آئیے
تو ہم کیا میں جوڑوں کے دو سیٹ دے سکتا ہوں جو کہا جاتا ہے؟ پیچیدہ اعداد ایک ساتھ حقیقی اعداد ہیں۔ ٹھیک ہے ہماری دی گئی شرائط کو پورا کرے گا۔
تو آئیے دیکھتے ہیں۔
تو ہم یہی چاہتے ہیں۔ آپ میں تین جوڑے دیں۔
تو رقم حقیقی ہونی چاہیے میں صرف ہمیں دیئے گئے مفروضے کو دہرانا ٹھیک ہے۔
ہو جائے z1 تو ہم ٹرپل کی تلاش کر رہے ہیں۔ یہی اس شرط کو پورا کرتا ہے۔ یہ ہے ہم کیا کر سکتے ہیں۔ جب آپ کے پاس
کو اس کے اضافے کے طور پر لے سکتے ہیں۔ ان کی رقم ایک حقیقی نمبر بن جاتا ہے z2 تو ہم انتخاب کر سکتے ہیں۔ اس کے بعد ہم
ہم زندہ رہ سکتے ہیں z3 تو
میں اسے ایک جامد I z one تو یہ ایک حقیقی تعداد ہے۔ ایسا لگتا ہے کہ آپ بنیادی طور پر اسے پسند کرتے ہیں۔ ممکن ہے جس کا مطلب ہے
مثال کے طور پر لیتا ہوں۔ زیڈ ٹو اور زیڈ تھری کا اضافہ کہنے کو صرف ایک بات ہے۔ پھر جو کچھ میں جانتا ہوں اس کا مجموعہ حقیقی ہے۔ اور
پر ہم جانتے ہیں کہ یہ ایک غیر ہے منفی حقیقی اعداد z اور z تین ایک حقیقی عدد ہے۔ پروڈکٹ لیتے وقت آپ کو اجازت دیتا ہے۔ z ایک ساتھ
ایک بار پھر ایک حقیقی نمبر z 3 کی پیداوار پھر
تو یہ ہے۔ بنیادی طور پر یہ مطمئن کرتا ہے ہاں یہ کرتا ہے۔ ممکن
تینوں نمبر حقیقی نہیں ہیں۔ دوبارہ ممکن ہے۔ جی ہاں .C تو انتخاب
تو بنیادی طور پر پسند ہے۔ میں آپ کو ایک جوڑے کا ایک سیٹ دے رہا ہوں شاید آپ یہ وہ جگہ ہے جہاں آپ دوسرے جوڑوں کے ساتھ کوشش کر سکتے ہیں۔
اب آپ z three دو ایک بار پھر اسی نمبر پر غور کیا جاتا ہے۔ اور iz تو ایک جو اس رشتے کو مطمئن کرے۔ صرف سیٹ کریں۔ ایک مائنس
دیکھ سکتے ہیں کہ میں ابھی جا رہا ہوں۔ اس طرح جوڑ
توڑ کریں جب میں شامل کروں
i تو میں ہوں۔ جو مجھے ملتا ہے۔ مائنس 2 ہے۔
پسند ہے۔ لیکن مزید ہمیں دیکھنا yتو مجھے کیا کرنا ہے جب میں اسے شامل کرتا ہوں۔ یہ ایک حقیقی نمبر ہونا چاہئے لہذا قدرتی طور پر مجھے 2 چاہیے۔ ہو جائے گا چاہے پروڈکٹ حقیقی نمبر ہو جب آپ پرو
مربع ہے z ٹو ہم دیکھتے ہیں کہ یہ صرف z ایک سے z تو
کو گھٹائیں تاکہ آپ کو وہی ملے جب آپ پروڈکٹ کرتے ہیں i مربع جو کہ مائنس ون ہے۔ اور دو بار i مربع ہے۔ ایک مربع بولیں۔ پلس z تو
کو گھٹائیں۔ کہو جو آپ کو ملتا ہے وہ ایک حقیقی نمبر ہے۔ آپ کے لیے ورزش کیا ہے؟ دوسرا جوڑا سیٹ تلاش کریں جہاں یہ ہے۔ یہ i تو اب دو
ڈی نے مجھے دوبارہ مطمئن کیا۔ میں نے اسے ایک مشق کے طور پر رکھا ہے۔ لیکن میں جواب لکھوں گا۔ یہ پھر پسند کرنا ممکن نہیں لیکن آپ کوشش کریں۔
تو مجھے خلاصہ کرنے دو کہ ہم کیا ہیں۔ ہم نے یہی کیا۔ ایک پیچیدہ نمبر کا اضافہ متعارف کرایا اور ہم اب ہم نے متعدد خصوصیات کا مطالعہ کیا ہے۔ جس پر ہم بحث کریں گے وہ ایک پیچیدہ ہے۔ اعداد کا ماڈیولس
تو پہلے مجھے یاد دلائیں کہ ہم کیسے ہیں۔ تعریف کریں؟ ریئل نمبر سسٹمز کے لیے ماڈیولس
اگر ایک صفر سے a اگر ایک غیر منفی مائنس a کا ماڈیولس استعمال کرتے ہیں۔ آئیے وضاحت کرتے ہیں۔ a کے لیے ہم a تو حقیقی تعداد میں
سوال دیتا w کم درست ہے۔ اسی طرح ہم اسے کہتے ہیں۔ ہم میکس کے ساتھ مائنس اے اوکے بھی لکھ سکتے ہیں۔ یہ ماڈیولس کی تعریف ہے۔ نمبر ہے اسی طرح ہم پیچیدہ نمبر سسٹمز کے لیے کر سکتے ہیں۔
تو ایک بار جب ہم پہلے وضاحت کرتے ہیں۔ یا دوسری تعریف بھی دیکھیں کہ ان کا تعلق رشتہ سے ہے۔ جو بنیادی طور پر آپ 0 کے ساتھ کسی نمبر کا موازنہ کرتے ہیں۔ پھر ہمارے پاس بنیادی طور پر یہ ماڈیولس ہے۔ کیا ہم واقعی سوال کی وضاحت کر سکتے ہیں؟ پیچیدہ نمبر سسٹم میں رشتے سے کم کہنا جواب نہیں ہے۔
تو میں آپ کو ایک فوری آئیڈیا دیتا ہوں۔ وہ ہم ہیں۔ ایسا رشتہ ہمارے پاس حقیقی تعداد کی کوئی ترتیب نہیں ہو سکتی پیچیدہ نمبر ممکن نہیں ہیں۔ طریقہ

تو تفصیلات میں نہیں بلکہ میں لکھ رہا ہوں۔ تھوڑا کھردرا خیال دینا ٹھیک ہے۔
تو مجھے آئیڈیاز کے لیے پہلے لکھنے دو سے کم نہیں جس کا مطلب ہے کہ ہم دو ہیں۔ کمپلیکس نمبروں کا موازنہ کرنا میں نہیں کر سکتا
کا رشتہ ہے۔ پھر کسی بھی نمبر کا کیا ہوگا۔ دوسرے نمبروں سے موازنہ کیا c تو یہ ٹھیک ہے۔ اگر ایسا ہے ایک سے کم رشتہ ہے۔ پھر لے لو اگر
بال صفر سے بڑا ri جا سکتا ہے۔ اس معاملے میں مثال کے طور پر لہذا ہم فوری طور پر ختم کر دیں گے ہے صفر سے کم
تو ایک بار جب ہمارے پاس ہے۔ یقیناً ہمارا یہ خاص رشتہ براہ راست غور کرنے کی ضرورت نہیں ہم یہ کہہ کر شروعات کر سکتے ہیں۔ یا حقیقت میں ہم میں یہ براہ راست کہہ سکتا ہوں۔ میں مربع بلکل وجہ صفر سے زیادہ ہونا ہے۔ جب بھی آپ کے پاس آرڈر کا رشتہ ہے۔ ہم یہ دکھا سکتے
مربع 0 سے بڑا ہونا چاہیے لیکن میں مربع ہم جانتے ہیں یہ i ہیں۔ خود ایک عدد کا ضرب غیر منفی ٹھیک ہے اگر آرڈر کا رشتہ ہے، جسکا مطلب
گھٹاؤ 1 جو 0 سے کم ہے۔
تو اس کا مطلب ہے۔ یہ خاص رشتہ آپ کو بتائے گا۔ وہ گھٹاؤ 1 0 سے بڑا ہے لیکن ہمارا لے لو یہ تنازعہ ٹھیک ہے۔
تو جس کا ہم سامنا کر رہے ہیں۔ ہم معمول کے مطابق ماڈیولس کی وضاحت کرنے کے قابل نہیں ہیں۔ اصلی لائن لیکن ہم بنیادی طور پر دیکھنے کی کوشش کر سکتے ہیں۔ یہ وہی ہے جو یہ جسمانی طور پر نمائندگی کرتا ہے پھر ہم ماڈیولس کو مختلف معنوں میں جوڑنے کے لیے لہذا جب ہم ایک حقیقی لائن لے رہے ہیں۔ اے اے ہے۔ یہ ایک مثبت ای نمبر ہو سکتا ہے۔ ہوسکتا ہے کہ ایک منفی نمبر موڈ ہمیشہ ہے۔ کہتے ہیں صفر سے فاصلے کا ذکر کرنا ٹھیک ہے۔
تو اسی طرح اگر یہ کہا جائے۔ آپ کے پاس جو بھی ہے اگر آپ کے پاس منفی نمبر ہے۔
گھٹاؤ کو کہتے ہیں۔ یہی کہتا ہے۔ موڈ بی کا کہنا ہے کہ صفر اور مائنس کا فاصلہ بس اتنا ہے۔ ہم فاصلے کے B تو آئیے بنیادی طور پر تب بھی
تصور کے طور پر آئیے ایک پیچیدہ نمبر کے لیے ماڈیولس کے بارے میں سوچنے کی کوشش کرتے ہیں۔
کے اضافے پر غور کریں۔ ib تک ایک اضافی z آئی بی کا اضافہ ہونے دیں۔ پھر نقطہ z تو
اور اب ہمارے پاس a تو یہ یہاں ہے۔ میں کہہ رہا ہوں کہ یہاں لمبائی بی ہے جو بنیادی طور پر یہاں سنگل جس میں آئی بی اور یہاں لمبائی ہے
کے z کے ذریعہ Pythagoras theorem شامل کرنے کی کوشش کر رہے ہیں۔ ہم بھی ہیں میں mod z ok جو ہے وہ صفر ہے۔ ہم
ماڈیولس کی وضاحت کرنا چاہوں گا۔ یہ نوٹیشن آئیے جانتے ہیں کہ اس کی خصوصیت ہے۔ اس مسافت کے لیے کیا فاصلہ ہے۔ ایک مربع پلس B
کو مربع کے مربع جڑ سے دیا گیا ہے
تو یہ اب سمجھا جاتا ہے۔ ہم ماڈیولس کو جڑ سے نقطہ تک کے فاصلے کے طور پر بیان کرنے کی کوشش کر رہے ہیں۔ تاکہ ماڈیولس کو مربع کے

طور پر بیان کیا جائے۔ اصل ایک مربع ہے۔ پلس ہی مربع اب جس کا ہم مشاہدہ کرتے ہیں۔ میرا مطلب یہ ہے کہ یہ ہمیشہ ایک غیر ہے منفی نمبر اور ایک نکتہ اور
دونوں طیاروں کا تعلق دیکھیں لیکن اس وقت ہم یہ جانتے ہیں۔ یہ ایک کوما ہی اور یہ نقطہ ہم اسے جانتے ہیں۔ صفر کوما صفر پھر ان r تو اگر ہم
دو نکات کے درمیان فاصلہ جو یوکلیڈین فاصلے سے دیا جاتا ہے۔ جو بالکل وہی ہے جو ہم نے لکھا ہے۔
دو طیارے ہیں۔ ہمارے تعلقات کے مطابق r تو ہم کیا کر رہے ہیں
کی تعریف کے مطابق ہے۔ 1 مربع پلس 1 مربع لہذا z ہے۔ ایک پلس میں پھر موڈ یہ z a تو آئیے سادہ مثالوں کو دیکھتے ہیں۔ فرض کریں کہ
حقیقی نمبر ہیں۔ آئیے کہتے ہیں 5 پھر موڈ 0 بال صرف ایک فائی اسکوائر ہے۔ دوبارہ جو ہم z a آپ راستہ 2 حاصل کریں۔ اور اگر ایسا ہے۔
شامل کرتے ہیں وہ ایک مثبت نمبر ہے۔ کیونکہ ہم دیکھتے ہیں کہ ہم اسے ایک فاصلے کے طور پر دیکھتے ہیں۔
خالصتاً کچھ ٹھیک ہے z اور اگر phi تو یہ ہے
آئیے ماڈیولس فنکشن mples ہے ایک مربع کا مربع جڑ اس سادہ ٹیسٹ کے ساتھ z کے برابر سمجھتے ہیں۔ z کو i mod تو آئیے صرف کے لیے کچھ خصوصیات کو دیکھتے ہیں۔ آئیے خلاصہ کریں کہ ہم نے کیا کیا ہے۔ ہم نے پیچیدہ نمبروں کا مجموعہ متعارف کرایا ہے۔ اور اب ہم نے اس کی خصوصیات کا مطالعہ کیا ہے۔ ہم ماڈیولس کی ایک پیچیدہ تعداد متعارف کراتے ہیں۔ جو اصل سے کمپلیکس نمبر کے فاصلے سے منسلک ہے۔ کی طرف سے اگلی گفتگو میں ہم مزید خصوصیات پر بات کریں گے۔ شکریہ

Prutor@IITK