[संगीत ] मागील व्याख्यानात आम्ही जटिल संख्या आणि त्यांची बीजगणितीय क्रिया जोडणे आणि गुणाकार सादर केला आहे , मी आधीच्या व्याख्येची आठवण करून देऊ करतो ज्या आम्ही प्रथम मांडल्या आहेत त्या जटिल संख्यांच्या व्याख्येची मी पुन्हा पुनरावृत्ती करूया जी आम्ही c ने दर्शवितो त्यात सर्व घटकांचा संच आहे.

a प्लस ib जिथे a आणि b वास्तविक संख्यांमधून येतात आणि आम्ही काय म्हटले आहे की दोन जटिल संख्या समान आहेत म्हणजे एक अधिक ib समान आहे c अधिक id हे समान आहे जर आणि फक्त ही पुन्हा व्याख्या असेल तर c ची समान असेल तर आणि b च्या बरोबरी d या अंतर्गत समानता संबंध सांगा आम्ही जे दाखवले ते म्हणजे आम्ही प्रत्येक जटिल संख्या एका ऑर्डर केलेल्या जोडीला ओळखू शकतो जो समतल r 2 मधील स्वल्पविराम आहे.

तुम्ही खरा भाग आणि काल्पनिक भाग आणि गुणाकार यांची बेरीज करता म्हणून आम्ही अधिक i times ad अधिक dc अशी व्याख्या केली आहे.

एक म्हणजे तो क्लोजर कायदा असोसिएटिव्ह कायदा कम्युटेटिव्ह कायदा आणि ओळख तसेच ते अस्तित्वात असलेल्या व्यस्ततेचे समाधान करतो आणि वितरण कायदा संतुष्ट करतो म्हणून या प्लस आणि गुणाकाराच्या संदर्भात कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टम एक फील्ड बनते आणि आम्ही इतर टिपा काय आहोत लक्षात आले की
आम्ही पाहिलेल्या कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टीममध्ये हे उत्पादन आहे i स्क्वेअर जर तुम्हाला आठवत असेल की आम्ही सुरुवात केली असली तरी i ही एक काल्पनिक संख्या आहे जी आम्ही विमानात ओळखली आहे जी शून्य स्वल्पविराम एक आहे, म्हणजे ती आणखी काल्पनिक संख्या नाही.

आम्ही कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टीममधील कोणत्याही संख्येसह समतल संख्या प्रणाली ओळखण्यास
सक्षम आहोत, आम्ही समतलातील घटक जोडण्यास सक्षम आहोत म्हणून
या जटिल क्षेत्रावरील या विशिष्ट बिंदू उत्पादनाच्या संदर्भात आम्ही पाहिले की i वर्ग उणे 1 होतो आणि त्याचप्रमाणे तुम्ही हे सत्यापित करू शकता की जर तुम्ही वास्तविक रेषेवरील फक्त बिंदूंचा विचार केला तर ज्याला अधिक i शून्य म्हणून लिहिता येईल म्हणजे s याचा अर्थ आपण त्याला b अधिक i शून्य सह बिंदू म्हणून दर्शवू, म्हणून या गुणाकाराखाली आपण फक्त पाहू शकतो की ते ab आहे हे वास्तविक संख्या अधिक i शून्य मध्ये एक उत्पादन आहे जे आपण फक्त ab ने दर्शवणार आहोत आणि आपण विचार केला तर म्हणू काल्पनिक संख्या ज्याला id सह ib डॉट उत्पादन असे म्हटले जाते मग आपण दाखवू शकतो की त्या उत्पादनाच्या संदर्भात ते उणे bd ओके अधिक i शून्य होते हे आपण फक्त वास्तविक भाग दर्शवणार आहोत
आणि यासह गुणाकार म्हणू की आपण खरोखर काय करू शकतो.

प्रत्यक्षात बघा की a प्लस ib आणि c plus idi थेट गुणाकार करू शकतात आता मी उत्पादन कसे परिभाषित करू, आता मी ते कसे करू शकतो म्हणून येथे a एक जटिल संख्या आहे ती फक्त वास्तविक भाग घेऊन जाते आणि ib a आहे पूर्णपणे एक काल्पनिक संख्या आणि त्याचप्रमाणे c ही दुसरी जटिल संख्या आहे परंतु केवळ काल्पनिक भाग शून्य आहे म्हणून आपण खरोखर पाहू शकतो की हे z एक आहे z दोन आहे z तीन z चार आहे आता हे विशिष्ट उत्पादन आपण वापरणार आहात वितरण कायदा तो एक बिंदू आहे म्हणून सेट एक या c प्लस आयडीने
गुणाकार केला आहे आणि c प्लस आयडीने गुणाकार केला आहे
आता आम्ही पाहतो की हे पुन्हा पुढे म्हणू की वितरण कायदा आणखी एक वेळा तुम्ही लागू कराल हे ac प्लस iad अधिक आहे येथे ibc वजा bd सर्व एकत्र आम्ही आता उत्पादन म्हणून जे परिभाषित केले आहे ते आम्हाला मिळाले आहे, तर मेसेज मेसेज काय आहे, तर मी फक्त हे पाहू दे की येथे आपण उत्पादनाची अशा प्रकारे व्याख्या करतो, तर परिणामी सदिश ही एक जटिल संख्या आहे, मग आम्ही सर्व कायदे पडताळले आणि नंतर गुणधर्म वापरून सांगितले.

या फील्ड स्वयंसिद्धांच्या आता आपण हे पाहण्यास सक्षम आहोत की आता यापुढे उत्पादन लक्षात ठेवण्याची गरज नाही फक्त उत्पादन नेहमीप्रमाणे करा आणि येथे आपण हे तथ्य वापरले आहे की i स्क्वेअर वजा एक आहे म्हणून हे तथ्य वापरून आम्ही मुळात नेहमीप्रमाणे उत्पादन करू शकतो ठीक आहे आता मला आणखी काही नोटेशन्स सादर करू द्या, एक म्हणजे z चा खरा भाग म्हणूया, तर आपण असे म्हणूया की z हा z चा अधिक ib वास्तविक भाग आहे ज्याची व्याख्या re re z म्हणून केली जाते जी खूप वास्तविक आहे z चा भाग a आहे आणि z चा काल्पनिक भाग आहे जो imz चा वापर करतो जे b आहे आणि जर म्हंटले तर आपण म्हणू या की हे एक दोन तृतीयांश आहे जर समजा z चा खरा भाग शून्य असेल तर आपण म्हणतो की z पूर्णपणे an आहे काल्पनिक संख्या म्हणून एकतर आपण म्हणू की ती पूर्णपणे एक काल्पनिक संख्या आहे किंवा फक्त एक ही एक काल्पनिक संख्या आहे त्याचप्रमाणे जर z चा काल्पनिक भाग शून्य असेल तर आपण म्हणतो की z पूर्णपणे वास्तविक आहे म्हणून या साध्या नोटेशन्ससह मी नवीन व्याख्येसह सुरुवात करूया जी संयुग्मित आहे.

कॉम्प्लेक्स नंबर्सचे म्हणून कॉम्प्लेक्स नंबरचे कंजुगेट हे z च्या z बार कॉन्जुगेटद्वारे परिभाषित केले जाते जेथे z एक प्लस ib आहे जेथे z बार म्हणून वापरलेले नोटेशन जे वजा ib ok द्वारे दिले जाते

त्यामुळे z बारची ही व्याख्या आहे काय आहे ते पाहू या म्हणजे आपल्याकडे जटिल समतल आहे आणि बिंदू z हा अधिक ib आहे याचा विचार करूया म्हणजे काल्पनिक एककात तो ib आहे आणि वास्तविक एककावर तो आता z बार आहे हे दर्शविते की आपण एकक घेत आहोत जे उणे आहे ib आणि z बार आम्ही denoti आहोत ng वजा ib म्हणून जर आपल्याला हे दिसले की हे वास्तविक अक्षाच्या संदर्भात z ची आरशातील प्रतिमा आहे तर z बार हे दुसरे काहीही नाही तर z ची आरशातील प्रतिमा आहे या संदर्भात आपण x अक्ष किंवा वास्तविक रेषा म्हणू शकतो.

उदाहरण समजा z म्हणजे दोन अधिक तीन iz बार फक्त दोन वजा तीन i आहे असे म्हणू या आणि समजा तुम्ही फक्त a म्हटले आहे ती खरी संख्या आहे निव्वळ खरी संख्या म्हणू या पाच z बारमध्ये कोणताही बदल नाही जो फक्त पाच आहे कारण ते खऱ्या रेषेवर पडलेले आहे

त्यामुळे त्याची आरशातील प्रतिमा पुन्हा रेषेवरच दिसू लागते म्हणून आपण काही गुणधर्म पाहू या समजा z बरोबर z पट्टी म्हणा आणि

फक्त जर z ही खरी संख्या असेल किंवा दुसऱ्या शब्दांत याचा अर्थ फक्त z चा काल्पनिक भाग शून्य आहे ठीक आहे, जर आपण असे पाहिले की z z बारच्या बरोबरीचा आहे म्हणजे मिरर इमेज लागू केल्यानंतर आपल्याला समान संख्या मिळते, तर तो वास्तविक रेषेवर असायला हवा, ज्याचा आपण दावा करत आहोत, जर z a असेल तर plus ib मग समजा z बरोबर z बार म्हणजे काय याचा अर्थ असा होतो एक अधिक ib हा उणे ib आहे मग हे लगेच स्पष्ट होते की आपण दोन जटिल संख्या समान असण्याची मागणी करत आहोत मग घटकानुसार घटक समान असले पाहिजेत म्हणून पहिले घटक कसेही असले तरी ते समान आहेत म्हणून फक्त फील्ड अक्षानुसार तुम्ही a रद्द करू शकता मग काय तुम्हाला ib चे दोन पट शून्य बरोबर आहेत आणि हे फक्त जर b शून्य असेल तर हे घडते ते z चा काल्पनिक भाग z चा काल्पनिक भाग शून्य आहे ठीक आहे म्हणून आम्ही जे पाहिले ते एक साधे प्रस्ताव आहे जेव्हा जेव्हा z च्या बरोबरीचे असते.

बार नंतर ती वास्तविक संख्या असणे आवश्यक आहे म्हणून हा विशिष्ट म्हणीचा युक्तिवाद आपण जटिल संख्या ही एक वास्तविक संख्या आहे असे सांगण्यासाठी वारंवार वापरणार आहोत हे फक्त z बरोबर z बार आहे हे दाखवण्यासाठी पुरेशी आहे अशी कल्पना एक जटिल संख्या दर्शवण्यासाठी वारंवार वापरली जाईल वास्तविक संख्या गुणधर्म दोन जर आपण

पुन्हा z बारसाठी संयुग्मन लागू केले तर आपण z वर परत जाऊ ठीक आहे हे पुन्हा सरळ पुढे आहे z एक प्लस ib आहे तर z बार एक वजा आहे अशा प्रकारे आणि हे फक्त म्हटल्याप्रमाणे पाहिले जाऊ शकते उणे b आणि z दुहेरी बार

त्यामुळे पुन्हा तुम्ही त्याचे संयुग्मीकरण घ्या म्हणजे आम्ही काय पाहतो ते म्हणजे पुन्हा म्हणू की हे अधिक i आहे आणि नंतर उणे b चे वजा आहे, म्हणून आपण पाहतो की ते पुन्हा अर्थातच i जे आपण करत आहोत ते इतके स्पष्ट आहे की आपण एक युक्तिवाद लिहिण्याचा प्रयत्न करीत आहोत.

तिसरा प्रस्ताव जर आपण दोन जटिल संख्यांच्या बेरजेचा विचार केला तर त्यांचे संयुग z वन बार अधिक z सारखे आहे हे पुन्हा दृष्य करणे सोपे आहे असे म्हणूया की z एक एक अधिक ib आहे आणि z दोन हा c अधिक आयडी आहे.

z एक अधिक z दोन बार जी एक अधिक c अधिक i गुणा b अधिक d आहे संपूर्ण संयुग्मन व्याख्येनुसार हे एक अधिक c वजा ib अधिक d आहे आणि जे मुळात आपल्याला देते जे आपण त्यास उणे b अधिक c वजा आयडी म्हणून लिहू शकतो z वन बार अधिक z ते बार चौथ्या गुणधर्माशिवाय काहीही नाही ते असे आहे की प्रत्येक z साठी कॉम्प्लेक्स नंबर z मध्ये z बारमध्ये नेहमीच एक वास्तविक संख्या ही एक नॉन-ऋण दोन वास्तविक संख्या असते म्हणून हे स्पष्ट आहे की आपण z म्हणून विचार करूया सामान्य घटक म्हणा जो प्लस ib आहे आणि आम्ही त्याचा विचार करतो गुणाकाराद्वारे संयुग्मन आपण फक्त हे सत्यापित करू शकतो की तो एक चौरस अधिक b वर्ग आहे आणि प्रत्येक पद नॉन-ऋणात्मक आहे

त्यामुळे बेरीज पुन्हा नॉन-ऋणात्मक आहे, म्हणून या विशिष्ट प्रस्तावावरून आपण निरीक्षकांना एखादी टिप्पणी किंवा टिप्पणी आवडली असेल तर समजा आपल्याकडे z one z आहे.

दोन त्यांचे उत्पादन शून्य नसलेले आहे ठीक आहे तर आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की दोन्ही z एक z 2 दोन्हीही शून्य आहेत, म्हणून मी हा पुरावा व्यायाम म्हणून सोडतो याचा विचार करा, मग तुम्ही मागील गुणधर्माचे निरीक्षण करता तेव्हा तुम्ही त्याच्या संयोगाने गुणाकार करता तेव्हा ते एक देते नॉन-नगेटिव्ह रिअल नंबर तुम्ही ही वस्तुस्थिती वापरून या विशिष्ट टिप्पणीचा निष्कर्ष काढण्यासाठी पाचव्या गुणधर्माचा वापर करता जो z वन टू z टू बार आहे चला आम्हाला z वन बारमध्ये z टू बार हे समजणे सोपे आहे म्हणून तुम्ही प्रथम z वन z दोन बारचा विचार करू या गुणाकार घ्या आणि नंतर त्याचे संयुग्मन घ्या जे प्रत्येक संमिश्र संख्येचे संयुग्न घेण्यासारखे आहे, तर गुणाकार करा दोन्ही समान संमिश्र संख्या देतील, तर आपण दोन कॉमचे पहिले उत्पादन विचारात घेऊ.

plex क्रमांक a plus ib चा c plus id ने गुणाकार केला आणि नंतर त्याचे संयुग्मन घ्या हे उत्पादन काय आहे हे ac minus bd आहे हे आम्हाला माहित आहे

त्यामुळे संयुग्मनानंतर तुम्हाला उणे iad अधिक bc मिळणार आहे हे तुम्ही सत्यापित करू शकता की हे उत्पादन काही नसून a पासून येत आहे .

वजा ib आणि c वजा आयडी जे काही नाही पण z एक बार मध्ये z दोन बार मध्ये पुढील प्रस्ताव z व्युत्क्रम संयुग्मन जे आधी संयुग्न घेण्यासारखे आहे आणि नंतर त्याचे व्यत्क्रम घेण्यासारखे आहे, म्हणून आपण z साठी संयुग्न घेतले तर आम्ही विचारत आहोत व्युत्क्रम तुम्हाला काय मिळते ते मुळात सारखेच आहे प्रथम तुम्ही संमिश्र संख्येसाठी संयुग्मन घ्या आणि नंतर त्याचा व्यस्त घ्या

त्यामुळे हे असे ऑपरेशन कम्युटेटिव्ह बरोबर आहे हे समजून घेण्याचा प्रयत्न करूया म्हणजे z व्युत्क्रमाच्या व्याख्येनुसार आपल्याकडे काय आहे याचा अर्थ असा होतो अर्थात येथे आपल्याला z हे शून्य नसणे आवश्यक आहे

त्यामुळे z च्या उलट व्याख्येनुसार याचा अर्थ z ने गुणाकार केल्यास आपल्याला एक मिळेल आणि आता आपण वरील गुणधर्माने संयुग्मन लागू करतो म्हणून आपण संयुग्मन लागू करतो.

या उत्पादन घटकासाठी उजवीकडील बाजू ही खरी संख्या आहे

त्यामुळे ती समान घटक देते आणि उत्पादन संयुग्न समान आहे जसे तुम्ही प्रथम संयुग्न घेता आणि नंतर त्याचे उत्पादन घेतले तर त्याचा पुन्हा एक मिळतो याचा अर्थ z पट्टीसाठी z व्युत्क्रम पट्टी व्युत्क्रम आहे.

ठीक आहे, तर तुम्हाला हे सिद्ध करायचे आहे की z बार व्युत्क्रम हा z व्युत्क्रम पट्टी सारखाच आहे उजव्या सातव्या गुणवत्तेचा z एक z दोन द्वारे विचार केला तर हे z एक पट्टीला z ने भागल्यास z एक पट्टी सारखेच असेल.

भागाकार करण्यासाठी पुन्हा शक्तीचा अर्थ काढण्यासाठी आपण असे गृहीत धरले पाहिजे की जेथे z दोन शून्य नसतात

त्यामुळे हा संबंध पुन्हा वरील एकावरून येतो म्हणून पाच आणि सहा असे पाच आणि सहा असे एकत्र करून आपण खालील मिळवू शकतो जे z वन आहे z दोन द्वारे संपूर्ण संयुग्मन दिले आहे अशा प्रकारे z दोन व्युत्क्रमांसह z एक उत्पादन म्हणून लक्षात येऊ शकते

म्हणून मी z दोन व्युत्क्रम लिहित आहे काहीही नाही परंतु मी फक्त हे पुन्हा एक नोटेशन आहे z दोन म्हणजे ते z2 व्यस्त आहे तर त्याचे बार प्रपोझिशन 5 म्हणते की हे प्रत्येक फॅक्टरवर बार घेतले जाऊ शकते जे ठीक आहे हे z 2 व्युत्क्रम पट्टीचे उत्पादन आहे आणि

हे मूलत: आपल्याला असे समजते कारण वरील प्रस्ताव आपण पाहतो की तो z एक बार सह गुणाकार केला जातो.
व्युत्क्रम मी पुन्हा फक्त तेच पुन्हा सांगतो म्हणजे हा बार आहे शेवटी आपण असा निष्कर्ष काढला आहे की z एक बार मध्ये z टू व्युत्क्रम बार करण्यासाठी मी नमूद केले आहे हे दुसरे काहीही नसून उलटे घटक आहे जे आपण एक बाय z दोन बार असे लिहितो
त्यामुळे प्रस्ताव आठ असू शकतो येथे फक्त एक टिप्पणी आहे किंवा एक टिप्पणी आहे जेव्हा आपण z बरोबर एक z ओके नोटेशन एक z द्वारे लिहितो याचा अर्थ असा होतो की ते फक्त z उलट ठीक आहे पुन्हा z व्युत्क्रम z व्युत्क्रम हा एक घटक आहे जो तुम्ही z सह उत्पादन घेता तेव्हा ते देते एक ठीक आहे म्हणून या विशिष्ट अर्थाने आम्ही ते रद्द करण्यासाठी z व्युत्क्रम म्हणून एक बाय z ok असे लिहितो म्हणजे तुम्हाला एक मिळेल म्हणून हे फक्त एक नोटेशन आहे की एक z म्हणजे ते z व्युत्क्रम आहे आणि येथे आणखी एक टिप्पणी आहे म्हणून एकदा आपण z व्युत्क्रमाबद्दल टिप्पणी केली तर चला ju st पहा की 1 ने z आपण गुणाकार करू शकतो आणि z पट्टीने भागू शकतो मग तुम्हाला जे मिळेल ते z पट्टीला z ने z ने भागले तर आपल्याला माहित आहे की हा घटक कोणता आहे हा एक वजा ib आणि एक चौरस अधिक b वर्ग आहे जेथे z आहे एक प्लस ib ने लिहिलेले आहे, म्हणून आपण z व्युत्क्रमाची गणना केल्यावर आपल्याला आठवत असेल तर आम्ही z व्युत्क्रमाचे मूल्य शोधण्यासाठी समीकरण सोडवण्याचा प्रयत्न करतो आता आपण पाहतो की z बारचा फॅक्टर वापरून आपण मोजू शकतो .
z व्युत्क्रम सहजपणे फक्त गुणाकार आणि z बारने भागाकार करून आपण z व्युत्क्रम काढू शकतो म्हणजे a चा चौरस अधिक b वर्ग वजा iba चौरस बाय b वर्ग प्रस्ताव आठ हा एक सोपा आहे जो z चा खरा भाग आहे असे लिहिता येईल.
z चा काल्पनिक भाग z अधिक z पट्टी द्वारे दोन असे लिहिता येईल.

आणि त्याचे संयुग्ण हे z वजा i times imag चा वास्तविक भाग आहे z चा इनरी भाग आता हे स्पष्ट झाले आहे की z चा खरा भाग काही नसून z अधिक z पट्टीने दोन आहे आणि त्याचप्रमाणे z चा काल्पनिक भाग z वजा z पट्टी दोनने आहे I चला एक साधी समस्या करू या जटिल संख्या x अधिक iy या समीकरणाचे समाधान करते ते अधिक ib अधिक c अधिक id चे वर्गमूळ आहे मग दाखवा की या संख्या xy म्हणजे x वर्ग y वर्ग आहे संपूर्ण वर्ग तुम्हाला एक वर्ग अधिक b वर्ग c वर्ग बाय d वर्ग देतो तर तुम्हाला काय दिसेल ते समजा कॉम्प्लेक्स संख्या x अधिक iy जी एक अधिक ib च्या वर्गमूळाच्या बरोबरीची आहे c अधिक id ने भागल्यास आपण हा संबंध काढू शकतो म्हणून आपल्याला हे सिद्ध करणे आवश्यक आहे की z हे काही b चे वर्गमूळ आहे व्याख्येनुसार z वर्ग b आहे ठीक आहे म्हणून z मध्ये z चा अर्थ काय आहे हे आपल्याला माहित आहे आणि ते b ok च्या बरोबरीचे असले पाहिजे म्हणून जेव्हा जेव्हा az असेल तेव्हा हे समीकरण पूर्ण होते तेव्हा आपण ते b च्या वर्गमूळाच्या बरोबर z असे लिहितो म्हणून दिलेल्या गृहीतकाने आपल्याला जे मिळते ते आहे x अधिक आहे iy संपूर्ण वर्ग भागाकार ib च्या समान असणे आवश्यक आहे c plus id द्वारे म्हणून आता जटिल संख्या म्हणून जर तुम्हाला ओळख दिसली तर त्यात कोणतीही जटिल मूल्ये समाविष्ट नाहीत फक्त शेवटी ती या घटकाच्या बरोबरीची एक वास्तविक संख्या आहे म्हणून आता तुम्हाला आठवते की गुणधर्मांपैकी एक म्हणजे जेव्हा आपण z बारसह z गुणाकार करतो.
ते एक नॉन- नगेटिव्ह रिअल नंबर देते ठीक आहे जे एक इशारा देते की कदाचित आपण घटकासह गुणाकार करू शकतो जे त्याचे संयुग्म अचूक आहे म्हणून येथे समान कॉम्प्लेक्स संख्येसाठी संयुग्मन असे म्हणूया की आपण z बारने गुणाकार करतो आणि पुन्हा z बारने गुणाकार करतो.
पूर्वीचे गुणधर्म जेव्हा तुम्ही z one z टू bar घेतो तेव्हा z one bar ने गुणाकार z दोन बार दिलेला असतो
त्यामुळे या संबंधाने तुम्हाला लगेच दिसेल की तो x अधिक iy वर्गाचा गुणाकार x वजा iy पूर्ण वर्ग केला जातो आणि आता हे द्वारे करता येते असोसिएटिव्ह कायदा म्हणून तुम्ही फक्त लिहा याचा अर्थ काय आहे याचा अर्थ x अधिक iy ने गुणाकार केला x अधिक iy पुढे येथे x वजा iy गुणाकार x वजा iy आम्हाला माहित आहे की तो x वजा x अधिक iy गुणाकार त्याच्या सह आहे njugation x स्क्वेअर अधिक y स्क्वेअर देते
त्यामुळे आपल्याला x स्क्वेअर y स्क्वेअर संपूर्ण स्क्वेअर उजवीकडे मिळतो
त्यामुळे ही मुळात डाव्या बाजूची आहे
त्यामुळे lh हाच आपण विचार केला आहे आणि त्याचप्रमाणे उजव्या हाताच्या बाजूस x अधिक iy संपूर्ण स्क्वेअर काय आहे? एक प्लस ibc प्लस आयडी आहे आणि आम्ही त्याचे संबंधित संयुग्मन संयुग्मन घेत आहोत, आम्हाला माहित आहे की z वन बाय z दोन बार दिलेला आहे z एक बारला z ने भागिले बार ते बार म्हणजे तो एक वजा ibc वजा आयडी आहे आणि तो एक चौरस अधिक देतो b स्क्वेअर आणि हा c स्क्वेअर अधिक d स्क्वेअर आहे म्हणून दिलेल्या गृहीतकाने हे दोन्ही समान आहेत म्हणून आपल्याला आवश्यक संबंध मिळतो म्हणजे x स्क्वेअर अधिक y स्क्वेअर आहे संपूर्ण स्क्वेअर एक स्क्वेअर अधिक b स्क्वेअर बाय c स्क्वेअर अधिक d स्क्वेअर म्हणून वापरून गुणाकाराचा गुणधर्म खालील साध्या ओळखी मिळवू शकतो म्हणजे z एक अधिक z दोन संपूर्ण वर्ग मी थेट लिहू दे की आमच्याकडे हे उत्पादन काय आहे हे z एक अधिक z दोन गुणांसह z एक अधिक z दोन बाय d istributive Law z one चा गुणाकार z one plus z two अधिक पुन्हा z दोन सह गुणाकार केला z one अधिक z दोन पुन्हा तुम्ही वितरणात्मक लॉग वापरता म्हणून आम्ही दोनदा वितरणात्मक कायदा वापरत आहोत जो z एक वर्ग अधिक z एक z दोन अधिक z दोन गुणाकार आहे z एक अधिक z दोन चौरस द्वारे आणि गुणाकार कम्युटेटिव्ह आहे म्हणून हे दोन घटक z एक चौरस तहानच्या दोन वेळा समान आहेत म्हणून आपण जे मिळवले ते वास्तविक रेषेतील वास्तविक संख्यांप्रमाणे आहे जेव्हा आपण एक अधिक b पूर्ण वर्ग घेतो तेव्हा आपल्याला एक वर्ग मिळतो अधिक दोन ab अधिक b चौरस समान सूत्र कॉम्प्लेक्स नंबरसाठी देखील धारण करतो आणि म्हणजे एकदा तुम्ही हा निकाल पाहिल्यानंतर तुम्ही म्हणू शकता की इतर ओळख सिद्ध करा जसे की z एक अधिक z दोन संपूर्ण घन z एक घन अधिक तीन वेळा z वन देते चौरस उत्पादन z दोन तीन वेळा z एक z दोन चौरस अधिक z दोन घन आणि z एक चौरस वजा z दोन चौरस हे z एक वजा z दोन z एक अधिक z दोन असे लिहिले जाऊ शकते म्हणून आम्ही मूलत: जे सांगण्याचा प्रयत्न करीत आहोत ते आपण करत असताना हे ऑपरेशन ते आपण प्रथम वास्तविक भाग एकत्र करणे आवश्यक नाही आपण बेरीज करा

आणि नंतर पुन्हा काल्पनिक भाग आपण बेरीज करता आणि नंतर आपण उत्पादन घेता हे आवश्यक नाही म्हणून हे मुळात जे काही ओळख देते ते जसे आहे ते आपण सक्षम असलेल्या वास्तविक संख्या प्रणालीसारखे आहे आमच्या प्रो म्हणे बीजगणितीय ऑपरेशन्सवर कार्य करण्यासाठी एक सोपा व्यायाम z एक z दोन दोन जटिल संख्या असू द्या नंतर दाखवा की z एक z दोन बारने गुणाकार केला आणि नंतर z एक पट्टी एकत्र करा ही वास्तविक संख्या आहे आता आपण येथे आणखी एक समस्या करूया.

तीन संमिश्र संख्या म्हणाल्या आहेत जर तीन संमिश्र संख्यांची बेरीज आणि गुणाकार खरा असेल तर खालीलपैकी कोणते शक्य आहे खालीलपैकी कोणते शक्य आहे r काही लोक म्हणतात संमिश्र संख्यांमध्ये तीन टपल z one z दोन च्या जोडीसाठी शक्य आहे तर काय? येथे दिलेले आहे आम्ही तीन जटिल संख्यांचा विचार करत आहोत त्यांची बेरीज आणि गुणाकार एक वास्तविक संख्या देतो

त्यामुळे आता आमचा प्रश्न आहे की खालीलपैकी कोणते शक्य आहे ते प्रथम पर्याय t पैकी नक्की एक hree संख्या अ- वास्तविक आहेत बरोबर तीन संख्यांपैकी दोन आहेत वास्तविक तिसरी निवड नाही आहे सर्व तीन संख्या वास्तविक नसलेली चौथी निवड आहेत तिन्ही संख्या पूर्णपणे काल्पनिक आणि शून्य नाही म्हणून आपण आपला प्रश्न मागे पाहू या आपल्याला तीन जटिल संख्या z एक z दोन दिल्या आहेत z तीन त्यांची बेरीज वास्तविक आहे आणि त्यांचे उत्पादन वास्तविक संख्या आहे आता आपण प्रथम निवड पाहू या हे शक्य आहे की नाही हे नक्की तीन क्रमांकांपैकी एक वास्तविक आहे का हे शक्य आहे उत्तर नाही तर a शक्य नाही तर ते येथे आहे विधानात असे म्हटले आहे की तुम्ही किमान एकता काल्पनिक संख्या शिल्लक आहे किंवा ती वास्तविक संख्या असू शकते याचा अर्थ असा की जेव्हाही आपल्याकडे z1 सह सेट असेल

जी वास्तविक संख्या नाही जी z1 z बारच्या बरोबरीची नाही म्हणजे ती एक जटिल संख्या आहे.

काल्पनिक भाग शून्य नाही आहे ठीक आहे आणि बाकीचे म्हणतात z दोन मुळात ते वास्तविक संख्या म्हणून निवडू शकतात मी त्याला a आणि b म्हणून कॉल करू द्या जेथे a आणि b वास्तविक संख्यांमधून मग लगेच मला दिसेल की z one pl us z दोन अधिक z थ्री तुमच्याकडे जे आहे ते फक्त z एक अधिक a अधिक b नक्कीच आहे ती खरी संख्या नाही याचे कारण म्हणजे z एक मध्ये एक काल्पनिक भाग आहे जो इतर पदाद्वारे रद्द केला जात नाही जेणेकरून तो तसाच राहील.

म्हणजे ती खरी संख्या नाही

त्यामुळे a ची शक्यता नाकारली जात आहे , आपण b ची शक्यता पाहू या तीन संख्यांपैकी दोन संख्या वास्तविक नसतील तर आपण दोन जोड्यांचा संच देऊ शकतो की नाही असे म्हणता येईल की त्या एकत्रित संख्या आहेत वास्तविक संख्या आपली दिलेली अट पूर्ण करेल ठीक आहे, म्हणून आपण पाहू या की आपण मला तीन जोडी द्या म्हणजे बेरीज खरी असली पाहिजे, मी फक्त आपली दिलेली गृहितके काय आहे याची पुनरावृत्ती करत आहे ठीक आहे, म्हणून आम्ही तिप्पट शोधत आहोत जे समाधानी आहे ही स्थिती म्हणून येथे आपण काय करू शकतो आपण निवड करू शकतो एकदा आपल्याकडे z1 असल्यास आपण z2 हे त्याचे संयुग म्हणून घेऊ शकतो नंतर त्यांची बेरीज वास्तविक संख्या बनते

त्यामुळे z3 ही वास्तविक संख्या आहे म्हणून आपण जगू शकतो तर आपल्याला ती मुळात आवडेल असे दिसते की हे शक्य आहे याचा अर्थ मी z एक निश्चित उदाहरण म्हणून घेतो मी z दोन घेतो त्याचे संयुग आहे आणि z तीन म्हणजे फक्त एकच म्हणूया तर मला माहित आहे की त्यांची बेरीज खरी आहे आणि तुम्ही उत्पादन घेता तेव्हा z तीन एकत्रितपणे खरी संख्या देतो z मध्ये z बारमध्ये z हा एक नॉन- ऋगेटिव्ह रिअल नंबर आहे नंतर z 3 सह उत्पादन पुन्हा एक वास्तविक संख्या आहे

त्यामुळे हे मुळात असे आहे की ते समाधानी आहे होय हे शक्य आहे म्हणून निवड c सर्व तीन संख्या अवास्तव आहेत हे पुन्हा शक्य आहे होय म्हणून फक्त मुळात जसे मी तुम्हाला जोडीचा एक संच देतो, कदाचित तुम्ही दुसऱ्या जोडीच्या संचासह प्रयत्न करू शकता जेथे ते या संबंधाचे समाधान करेल म्हणून एक संच फक्त एक वजा iz दोन पुन्हा समान संख्या आणि z तीन म्हणून विचार करा आता तुम्ही पाहा मी फक्त जात आहे फेरफार करा म्हणजे जेव्हा मी त्याची बेरीज करतो तेव्हा मला जे मिळते ते येथे उणे २ i म्हणायचे आहे, म्हणून जेव्हा मी त्याची बेरीज करतो तेव्हा ती खरी संख्या असणे आवश्यक आहे

त्यामुळे स्वाभाविकपणे मी 2y निवड करतो पण पुढे नक्कीच आपल्याला ते पहावे लागेल तुम्ही प्रो करता तेव्हा उत्पादन ही खरी संख्या आहे की नाही डक्ट

so z one in z two आम्ही पाहतो की ते तंतोतंत z स्क्वेअर आहे तर z स्क्वेअर असे म्हणायचे आहे एक स्क्वेअर अधिक i स्क्वेअर म्हणजे i च्या वजा एक आणि वजा दोन पट

त्यामुळे तुम्हाला उणे दोन i आता तुम्ही उत्पादन करता तेव्हा तुम्ही जे मिळवत आहात ती खरी संख्या आहे म्हणून सांगा तुमच्यासाठी व्यायाम कोणता आहे तुम्ही जोडीचा दुसरा संच शोधू शकता जिथे ते समाधानी आहे d पुन्हा मी ते व्यायाम म्हणून सोडतो पण मी उत्तर लिहून ठेवतो उत्तर पुन्हा ही निवड नाही शक्य आहे परंतु तुम्ही ते करण्याचा प्रयत्न करा म्हणून मी फक्त सारांश देतो की आम्ही काय केले ते म्हणजे आम्ही एका जटिल संख्येचे संयुग्मन केले आहे आणि आम्ही अनेक गुणधर्मांचा अभ्यास केला आहे आता आपण ज्याची चर्चा करणार आहोत ते कॉम्प्लेक्स नंबरचे मॉड्यूलस आहे, म्हणून प्रथम मला आठवते की आपण कसे परिभाषित करू.

वास्तविक संख्या प्रणालीसाठी मॉड्यूलस म्हणून वास्तविक संख्यांसाठी आम्ही a चे मॉड्यूलस परिभाषित करतो a जर a नकारात्मक असेल तर वजा a जर शून्य पेक्षा कमी असेल तर ठीक आहे त्याच बरोबर आपण त्याला वजा a बरोबर कमाल a म्हणून देखील लिहू शकतो.

हे मॉड्यूलस व्याख्या क्र w प्रश्न असाच आहे की आपण कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टीमसाठी देखील करू शकतो , म्हणून एकदा आपण पहिली व्याख्या किंवा अगदी दुसरी व्याख्या पाहिली की ती त्या संबंधाशी संबंधित आहे जी मुळात आपण 0 सह संख्येची तुलना करत आहात तर आपण मुळात हा मॉड्यूलस प्रश्न निश्चित करू शकतो का कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टीममधील रिलेशन पेक्षा कमी आहे असे म्हणायचे आहे उत्तर नाही आहे, म्हणून मला फक्त एक द्रुत कल्पना द्या की आपल्याकडे एक प्रकारचा संबंध असू शकत नाही जो वास्तविक संख्येमध्ये काय आहे ते क्रमवारीत शक्य नाही.

कॉम्प्लेक्स नंबर सिस्टीम म्हणून मी तपशीलवार लिहित नाही आहे पण मला फक्त थोडी कल्पना देऊ द्या ठीक आहे म्हणून कल्पना आहे

म्हणून प्रथम मी लिहू दे की त्यापेक्षा कमी नाही म्हणजे आपण c मध्ये दोन जटिल संख्यांची तुलना करू शकत नाही, तर फक्त कल्पना आहे जर समजा ओके पेक्षा कमी संबंध असेल तर समजा c मध्ये संबंध असेल तर काय होईल कोणत्याही संख्येची तुलना इतर संख्येशी केली जाऊ शकते उदाहरणार्थ या प्रकरणात म्हणून एकतर म्हणून आपण लगेच काय समाप्त करू ly एकतर शून्य पेक्षा कमी आहे ri हा शून्यापेक्षा मोठा आहे म्हणून एकदा आपल्याकडे हे निश्चितपणे आपल्याला मुळात या विशिष्ट संबंधाचा थेट विचार करण्याची गरज नाही आपण हे म्हणू शकतो किंवा प्रत्यक्षात आपण थेट असे म्हणू शकतो की i वर्ग शून्यापेक्षा मोठा असावा कारण जेव्हा तुमच्याकडे ऑर्डर संबंध असेल तेव्हा आम्ही दर्शवू शकतो

की ऑर्डर रिलेशन असल्यास स्वतः गुणाकार केलेली संख्या नकारात्मक असेल तर ठीक आहे म्हणजे i वर्ग 0 पेक्षा मोठा असणे आवश्यक आहे परंतु i वर्ग आम्हाला माहित आहे की ते उणे 1 आहे जे 0 पेक्षा कमी आहे म्हणजे हा विशिष्ट संबंध तुम्हाला सांगेल की उणे 1 0 पेक्षा मोठा आहे परंतु आमच्याकडे हा विरोधाभास आहे ठीक आहे,

त्यामुळे आम्हाला जे समोर येत आहे ते आम्ही अनुभवत आहोत की आम्ही नेहमीप्रमाणे मॉड्यूलस परिभाषित करू शकत नाही वास्तविक रेषा परंतु आपण मुळात ती भौतिकदृष्ट्या काय दर्शवते हे पाहण्याचा प्रयत्न करू शकतो मग आपण एका वेगळ्या अर्थाने मॉड्यूलस संबद्ध करू शकतो म्हणून जेव्हा आपण वास्तविक ओळ घेत असतो तेव्हा ती सकारात्मक असू शकते e संख्या कदाचित ऋण संख्या असेल तर mod a नेहमी

शून्य पासूनचे अंतर नमूद करते ठीक आहे , त्याचप्रमाणे जर तुमच्याकडे जे काही असेल ते सांगा जर तुमच्याकडे ऋण संख्या असेल तर उणे b म्हणूया, तरीही मुळात ते मॉड बी म्हणते ते सारखे म्हणू.

शून्य आणि वजा b मधले अंतर ठीक आहे म्हणून या अंतराची कल्पना म्हणून आपण एका जटिल संख्येसाठी मोड्यूलसचा विचार करण्याचा प्रयत्न करू शकतो म्हणून z ला अधिक ib असू द्या नंतर बिंदू z ला अधिक ib च्या बरोबरीचा विचार करा म्हणून मी येथे लांबी सांगतो आहे b जे मुळात येथे एकक आहे जे ib आहे आणि येथे लांबी a आहे आणि आपल्याकडे जे शून्य आहे आता आपण mod z ok शी जोडण्याचा प्रयत्न करत आहोत म्हणून आपण z चे मॉड्यूलस परिभाषित करू इच्छितो

जे पायथागोरसच्या प्रमेयाने या नोटेशनद्वारे दर्शविले जाते.

हे जाणून घ्या की यासाठी किती अंतर आहे हे अंतर चौरस अधिक b वर्गाच्या वर्गमूळाद्वारे दिलेले आहे,

त्यामुळे आता आपण मॉड्युलसला मूळपासून बिंदूपर्यंतचे अंतर म्हणून परिभाषित करण्याचा प्रयत्न करत आहोत , म्हणून मॉड्यूलस ज्याची व्याख्या चौरस म्हणून केली जाते चे मूळ एक चौरस अधिक b वर्ग आता आपण जे निरीक्षण करतो ते लगेच लक्षात येते की ती नेहमीच एक ऋण नसलेली संख्या असते आणि आणखी एक बिंदू म्हणून जर आपण r दोन समतलाशी संबंध पाहतो तर हा बिंदू आपल्याला कळतो की हा स्वल्पविराम b आहे आणि हा बिंदू आपल्याला माहित आहे हे शून्य स्वल्पविराम शून्य आहे तर या दोन बिंदूंमधील अंतर जे युक्लिडियन अंतराने दिलेले आहे जे आपण लिहिलेल्या गोष्टीशी सुसंगत आहे म्हणून आपण जे करत

आहोत ते आर टू प्लेनशी संबंधित असलेल्या गोष्टीशी सुसंगत आहे तर आपण साधे उदाहरण पाहू या की समजा z हा एक एक अधिक i आहे तर mod z हा 1 वर्ग अधिक 1 चौरस आहे म्हणून तुम्हाला मूळ 2 मिळेल आणि समजा z ने खरी संख्या असेल तर 5 म्हणू या तर mod 0 फक्त आहे.

phi वर्ग पुन्हा जो आपण संबद्ध करतो ती धन संख्या आहे कारण आपण पाहतो की आपण ती एक अंतर म्हणून पाहत आहोत म्हणजे phi आहे आणि जर z जर काही पूर्णपणे ठीक असेल तर आपण फक्त i mod z च्या बरोबरीचे z हे एका वर्गाचे वर्गमूळ आहे असे समजू या.

या साध्या exa सह mples आपण मॉड्युलस फंक्शनचे काही गुणधर्म पाहू या, आपण काय केले आहे याचा सारांश सांगू या, आम्ही कॉम्प्लेक्स नंबरचे संयुग्मन सादर केले आणि आम्ही त्याच्या गुणधर्मांचा अभ्यास केला आता आम्ही एका कॉम्प्लेक्स नंबरचे मोड्यूलस सादर करतो जे उत्पत्तीपासून कॉम्प्लेक्स नंबरपर्यंतचे अंतर जोडते .

पुढील गुणधर्मांबद्दल आम्ही पुढील व्याख्यानात चर्चा करू.

धन्यवाद