

[संगीत] पिछले व्याख्यान में हमने सम्मिश्र संख्याओं और इसके बीजगणितीय संक्रियाओं के जोड़ और गुणन का परिचय दिया था, मुझे पिछली परिभाषाओं को याद करना शुरू करना चाहिए, जिन्हें हमने पहले पेश किया है, मुझे फिर से जटिल संख्याओं की परिभाषा को दोहराना है, जिसे हम c द्वारा निरूपित करते हैं, इसमें सभी तत्वों का सेट होता है।

ए प्लस आईबी जहां ए और बी वास्तविक संख्याओं से आता है और हमने जो कहा है वह दो जटिल संख्याएं बराबर हैं जो कि ए प्लस आईबी बराबर सी प्लस आईडी है यह बराबर है अगर और केवल अगर यह फिर से एक परिभाषा है तो अगर सी के बराबर है और b बराबर d के तहत इसके तहत समानता संबंध जो हमने दिखाया वह यह है कि हम प्रत्येक सम्मिश्र संख्या को एक क्रमबद्ध जोड़ी से पहचान सकते हैं जो कि विमान r दो से एक अल्पविराम है, मुझे उन संक्रियाओं को याद करने दें जो जोड़ है

इसलिए परिभाषित दो जटिल संख्याओं का जोड़ जैसा कि आप वास्तविक भाग और काल्पनिक भाग और गुणन को जोड़ते हैं जिसे हमने प्लस आई टाइम्स एड प्लस डीसी के रूप में परिभाषित किया है,

इसलिए इन दो ऑपरेशनों के संबंध में हम उल्लेख करते हैं एक यह है कि यह बंद कानून सहयोगी कानून कम्यूटेटिव कानून और पहचान के साथ-साथ व्युत्क्रम वे मौजूद हैं और वितरण कानून संतुष्ट करता है

इसलिए इस प्लस और गुणा के संबंध में जटिल संख्या प्रणाली एक क्षेत्र बन जाती है इसका एक क्षेत्र और अन्य टिप्पणियां हम क्या हैं इस पर विचार करने पर ध्यान दिया गया है कि जटिल संख्या प्रणाली में उत्पाद है I वर्ग यदि आपको याद है कि हमने शुरू किया है तो मैं एक काल्पनिक संख्या है जिसे हमने विमान में पहचाना है जो शून्य अल्पविराम के अलावा कुछ भी नहीं है, जिसका अर्थ है कि यह अब और काल्पनिक संख्या नहीं है हम जटिल संख्या प्रणाली को विमान के साथ जटिल संख्या प्रणाली में किसी भी संख्या की पहचान करने में सक्षम हैं हम विमान में तत्व को जोड़ने में सक्षम हैं

इसलिए

इस जटिल क्षेत्र पर इस विशेष डॉट उत्पाद के संबंध में हमने जो देखा वह है मैं वर्ग शून्य से 1 हो जाता है और इसी तरह कोई यह सत्यापित कर सकता है कि यदि आप वास्तविक रेखा पर केवल उन बिंदुओं पर विचार करते हैं जिन्हें प्लस i ज़ीरो के रूप में लिखा जा सकता है जो कि s है इसका मतलब है कि हम इसे बी प्लस आई शून्य के साथ एक बिंदु के रूप में निरूपित करेंगे,

इसलिए इस गुणन के तहत हम केवल यह देख सकते हैं कि यह ab है यह वास्तविक संख्याओं में एक उत्पाद है और मैं शून्य है जिसे हम केवल ab द्वारा निरूपित करने जा रहे हैं और यदि हम कहते हैं काल्पनिक संख्याएं जो आईडी के साथ आईबी डॉट उत्पाद कहती हैं, तो हम दिखा सकते हैं कि उस उत्पाद के संबंध में यह माइन्स बीडी ओके प्लस आई ज़ीरो हो जाता है, हम केवल वास्तविक भाग को निरूपित करने जा रहे हैं

और इसके साथ गुणा कहते हैं कि हम वास्तव में क्या कर सकते हैं वास्तव में देखें कि ए प्लस आईबी और सी प्लस आईडी प्रत्यक्ष गुणा कर सकता है अब मैं उत्पाद को कैसे परिभाषित करूं तो अब मैं इसे कैसे कर सकता हूं

इसलिए यहां एक जटिल संख्या है जिसमें केवल वास्तविक भाग है और आईबी एक है विशुद्ध रूप से एक काल्पनिक संख्या है और इसी तरह सी एक और जटिल संख्या है, लेकिन केवल काल्पनिक भाग के साथ ही शून्य है,

इसलिए हम वास्तव में देख सकते हैं कि यह z एक है यह z दो है यह z तीन z चार है अब यह विशेष उत्पाद जिसका आप उपयोग करने जा रहे हैं वितरण कानून यह एक बिंदु है

इसलिए सेट को इस सी प्लस आईडी प्लस आईबी के साथ गुणा करके सी प्लस आईडी से गुणा किया जाता है,

अब हम देखते हैं कि यह फिर से आगे वितरण कानून कहता है और एक बार जब आप इसे लागू करते हैं तो एसी प्लस आईडी प्लस यहां आईबीसी माइन्स बीडी सभी एक साथ हम अभी वही प्राप्त करते हैं जो हमने अभी एक उत्पाद के रूप में परिभाषित किया है, तो संदेश संदेश क्या है तो मुझे बस यह देखने दें कि यहाँ हम उत्पाद को इस तरह से परिभाषित करते हैं तो परिणामी वेक्टर एक जटिल संख्या है, फिर हमने सभी कानूनों को सत्यापित किया और फिर गुणों का उपयोग किया इस क्षेत्र के स्वयंसिद्ध अब हम यह देखने में सक्षम हैं कि उत्पाद को याद रखने के लिए और अधिक कहने की आवश्यकता नहीं है, केवल उत्पाद को हमेशा की तरह करें और यहां हम इस तथ्य का उपयोग करते हैं कि मैं वर्ग शून्य से एक है

इसलिए इस तथ्य का उपयोग करके हम मूल रूप से हमेशा की तरह उत्पाद कर सकते हैं ठीक है, अब मुझे कुछ और नोटेशन पेश करने दें, एक का वास्तविक हिस्सा है, तो आइए हम केवल यह कहें कि z का एक प्लस ib वास्तविक हिस्सा है

जिसे re re z के रूप में परिभाषित किया गया है

जो कि एक बहुत ही वास्तविक है z का भाग a है और z का काल्पनिक भाग है जो कि अंकन imz का उपयोग करता है जो b है और यदि मान लें कि यह एक दो तिहाई है यदि मान लें कि z का वास्तविक भाग शून्य है तो हम कहते हैं कि हम कहते हैं कि z विशुद्ध रूप से एक है काल्पनिक संख्या

इसलिए या तो हम कहते हैं कि यह विशुद्ध रूप से एक काल्पनिक संख्या है या सिर्फ एक काल्पनिक संख्या है इसी तरह यदि z का काल्पनिक भाग शून्य है तो हम कहते हैं कि z विशुद्ध रूप से वास्तविक है

इसलिए इस सरल अंकन के साथ मैं नई परिभाषा के साथ शुरू करता हूं जो कि संयुग्मित है एक सम्मिश्र संख्या के संयुग्मित को z बार के संयुग्म द्वारा परिभाषित किया जाता है जहाँ z एक प्लस ib होता है जहाँ z बार के रूप में उपयोग किया जाने वाला संकेतन माइन्स ib द्वारा दिया जाता है,

इसलिए यह z बार के लिए परिभाषा है आइए देखें कि क्या है इसका मतलब है कि हमारे पास जटिल विमान है और आइए हम बिंदु z पर विचार करें जो कि एक प्लस आईबी है, जिसका अर्थ है कि काल्पनिक इकाई में यह आईबी है और वास्तविक इकाई पर यह अभी है z बार दर्शाता है कि हम उस इकाई को ले रहे हैं जो ऋणात्मक है आईबी और जेड बार हम निरूपित हैं एनजी एक माइन्स आईबी के रूप में अगर हम इसे देखते हैं तो यह वास्तविक अक्ष के संबंध में z की दर्पण छवि के अलावा और कुछ नहीं है,

इसलिए z बार कुछ भी नहीं है, लेकिन z की दर्पण छवि है, हम कह सकते हैं कि x अक्ष या वास्तविक रेखा आइए हम सरल देखें

उदाहरण मान लीजिए z मान लीजिए कि दो जमा तीन iz बार सिर्फ दो घटा तीन i है और मान लीजिए कि आपने कहा है कि यह एक वास्तविक संख्या है विशुद्ध रूप से एक वास्तविक संख्या है मान लें कि पांच z बार कोई बदलाव नहीं है जो सिर्फ पांच है क्योंकि यह वास्तविक रेखा पर पड़ा है,

इसलिए इसकी दर्पण छवियां फिर से रेखा पर ही हैं तो आइए कुछ गुणों को देखें मान लीजिए कि z बराबर z बार है और केवल यदि z एक वास्तविक संख्या है या दूसरे शब्दों में तो इसका अर्थ सिर्फ एक है z का काल्पनिक भाग शून्य है, ठीक है,

इसलिए यदि हम देखते हैं कि z बार के बराबर है, जिसका अर्थ है कि दर्पण छवि को लागू करने के बाद हमें समान संख्या मिलती है, तो यह वास्तविक रेखा पर होना चाहिए, जो कि हम दावा कर रहे हैं, यदि z एक है प्लस आईबी तो मान लें कि z बराबर z बार है इसका क्या मतलब है इसका मतलब है कि ए प्लस आईबी एक माइनस आईबी है तो यह तुरंत स्पष्ट है कि हम दो जटिल संख्याओं के बराबर होने की मांग कर रहे हैं, फिर घटक के अनुसार समान होना चाहिए,

इसलिए पहले घटक वैसे भी बराबर हैं

इसलिए आर केवल फ्रील्ड अक्ष से आप रद्द कर सकते हैं तो क्या आप पाते हैं कि यह आईबी का दो गुना शून्य के बराबर है और ऐसा तब होता है जब और केवल तभी बी शून्य होता है जो कि z के काल्पनिक भाग के अलावा कुछ भी नहीं है, तो z का काल्पनिक भाग शून्य है,

इसलिए हमने जो देखा वह एक सरल प्रस्ताव है जब भी z के बराबर z बार तो यह एक वास्तविक संख्या होनी चाहिए,

इसलिए यह विशेष तर्क तर्क हम अक्सर यह कहने के लिए उपयोग करेंगे कि एक जटिल संख्या एक वास्तविक संख्या है, यह दिखाने के लिए पर्याप्त है कि z बराबर z बार इस तरह के विचार का उपयोग अक्सर एक जटिल संख्या दिखाने के लिए किया जाएगा एक वास्तविक संख्या संपत्ति दो यदि हम

z बार के लिए फिर से संयुग्मन लागू करते हैं तो हम z पर वापस लौटते हैं ठीक है यह फिर से एक सीधा आगे है चलो z एक प्लस आईबी है तो z बार इस प्रकार एक ऋण है और इसे केवल कहने के रूप में देखा जा सकता है माइनस बी और जेड डबल बार तो फिर से आप इसका संयुग्मन लेते हैं तो हम जो देखते हैं वह यह है कि फिर से कहें कि यह प्लस आई है और फिर माइनस बी है तो हम देखते हैं कि यह फिर से है कि हम जो कर रहे हैं वह इतना स्पष्ट है कि हम एक तर्क लिखने की कोशिश कर रहे हैं तीसरा प्रस्ताव अगर हम दो सम्मिश्र संख्याओं के योग पर विचार करते हैं तो इसका संयुग्मन लेते हैं यह z एक बार प्लस z के समान है, यह फिर से कल्पना करना आसान है मान लीजिए कि z एक प्लस ib है और z दो c प्लस आईडी है तो जेड वन प्लस जेड टू बार जो एक प्लस सी प्लस आई बार बी प्लस डी संपूर्ण संयुग्मन है परिभाषा के अनुसार यह एक प्लस सी माइनस आईबी प्लस डी है और जो मूल रूप से हमें देता है जिसे हम इसे माइनस बी प्लस सी माइनस आईडी के रूप में लिख सकते हैं यह है जेड वन बार प्लस जेड टू बार चौथी संपत्ति के अलावा कुछ भी नहीं है कि यह हमेशा होता है कि प्रत्येक जेड के लिए जटिल संख्या जेड में जेड बार हमेशा एक वास्तविक संख्या एक गैर नकारात्मक दो वास्तविक संख्या होती है,

इसलिए यह स्पष्ट है कि तो आइए हम जेड पर विचार करें सामान्य तत्व कहें जो एक प्लस आईबी है और हम इसे मानते हैं गुणन द्वारा संयुग्मन हम केवल यह सत्यापित कर सकते हैं कि यह एक वर्ग प्लस बी वर्ग है और प्रत्येक शब्द गैर ऋणात्मक है

इसलिए योग फिर से ऋणात्मक नहीं है

इसलिए इस विशेष प्रस्ताव से हम पर्यवेक्षकों को एक टिप्पणी या एक टिप्पणी की तरह मान सकते हैं कि आपके पास z एक z है दो उनका उत्पाद शून्य नहीं है ठीक है, तो हम वास्तव में यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि दोनों z एक z 2 दोनों गैर-शून्य हैं, इसलिए मैं इसे एक अभ्यास के रूप में छोड़ देता हूँ, इस बारे में सोचें ताकि आप पिछली संपत्ति को देख सकें जब आप इसके संयुग्मन से गुणा करते हैं तो यह एक देता है गैर नकारात्मक वास्तविक संख्या आप इस विशेष टिप्पणी को समाप्त करने के लिए इस तथ्य का उपयोग करते हैं पांचवीं संपत्ति जो z एक में z दो बार है, आइए हम एक बार को z से बार में महसूस करें, यह महसूस करना आसान है

इसलिए मुझे केवल z एक z दो बार पर विचार करने दें।

उत्पाद और फिर उसका संयुग्मन लें जो कि प्रत्येक सम्मिश्र संख्या के लिए संयुग्मन लेने के समान है, तो क्या गुणनफल होगा दोनों एक ही सम्मिश्र संख्या देंगे तो आइए हम दो कॉम के पहले उत्पाद पर विचार करें प्लेक्स नंबर ए प्लस आईबी को सी प्लस आईडी से गुणा किया जाता है और फिर इसका संयुग्मन लिया जाता है, हम जानते हैं कि यह उत्पाद क्या है, यह एसी माइनस बीडी है,

इसलिए संयुग्मन के बाद आपको माइनस आईडी प्लस बीसी मिलेगा, आप सत्यापित कर सकते हैं कि यह उत्पाद कुछ भी नहीं है, लेकिन एक से आ रहा है माइनस आईबी और सी माइनस आईडी जो कि जेड वन बार इन जेड टू बार के अलावा कुछ भी नहीं है, अगला प्रस्ताव जेड उलटा संयुग्मन है जो पहले संयुग्मन लेने के समान है और फिर इसका उलटा होता है

इसलिए हम जो पूछ रहे हैं वह यह है कि क्या आप z के लिए संयुग्मन लेते हैं उलटा आपको जो मिलता है वह मूल रूप से वैसे ही होता है जैसा कि पहले आप सम्मिश्र संख्या के लिए संयुग्मन लेते हैं और फिर इसका व्युत्क्रम लेते हैं,

इसलिए यह इस तरह का ऑपरेशन कम्प्यूटेटिव है, आइए हम इसे महसूस करने का प्रयास करें ताकि हमारे पास परिभाषा z व्युत्क्रम के अनुसार इसका अर्थ है कि निश्चित रूप से यहां हमें चाहिए कि z गैर शून्य होना चाहिए,

इसलिए परिभाषा z व्युत्क्रम से इसका मतलब है कि z से गुणा करने पर हमें एक मिलता है और अब आप उपरोक्त संपत्ति द्वारा संयुग्मन लागू करते हैं

इसलिए हम संयुग्मन लागू करते हैं इस उत्पाद तत्व के लिए दाहिने हाथ की ओर एक वास्तविक संख्या है,

इसलिए यह वही तत्व देता है और उत्पाद संयुग्मन वही होता है जैसे आप पहले संयुग्मन लेते हैं और फिर उसका उत्पाद लेते हैं, इसका फिर से एक देता है इसका मतलब है कि z उलटा बार z बार के लिए उलटा है ठीक है तो यह वही है जो आप साबित करना पसंद करते हैं यह निष्कर्ष निकाला है कि z बार उलटा z उलटा बार के समान है, सातवीं संपत्ति जिसे z एक से z दो पर विचार करना है, इसका संयुग्मन लें यह z के समान होगा एक बार z से विभाजित विभाजन को फिर से समझने की शक्ति हमें यह मानने की

आवश्यकता है कि जहां z दो शून्य नहीं है,

इसलिए यह संबंध फिर से ऊपर वाले से अनुसरण करता है

इसलिए पांच और छह को पांच और छह से जोड़कर हम निम्नलिखित प्राप्त कर सकते हैं जो कि z एक है जेड दो पूरे संयोग को इस प्रकार महसूस किया जा सकता है जेड दो उलटा के साथ एक उत्पाद के रूप में महसूस किया जा सकता है,

इसलिए मैं जेड लिख रहा हूँ दो उलटा कुछ भी नहीं है, लेकिन मैं बस यह फिर से एक नोटेशन एक से दो z इसका मतलब है कि यह z^2 उलटा है

इसलिए इसका बार प्रस्ताव 5 कहता है कि इसे प्रत्येक कारक के लिए बार ले जाया जा सकता है जो ठीक है यह z^2 उलटा बार वाला उत्पाद है और यह मूल रूप से हम इसे प्राप्त करते हैं क्योंकि उपरोक्त प्रस्ताव हम देखते हैं कि यह z एक बार है जिसे z से बार गुणा किया जाता है व्युत्क्रम मुझे फिर से दोहराता है कि

इसलिए यह बार है अंत में हमने जो निष्कर्ष निकाला है वह है z एक बार z में उलटा बार करने के लिए जैसा कि मैंने उल्लेख किया है कि यह कुछ भी नहीं है, लेकिन उलटा कारक हम इसे एक के रूप में z दो बार के रूप में लिखते हैं

इसलिए प्रस्ताव आठ शायद यह यहाँ सिर्फ एक टिप्पणी है या एक टिप्पणी है जब हम z द्वारा एक लिखते हैं, तो z द्वारा एक अंकन इसका मतलब है कि यह सिर्फ z उलटा ठीक है फिर से z उलटा क्या है z उलटा एक तत्व है जो तब होता है जब आप z के साथ उत्पाद लेते हैं तो यह देता है एक ठीक है तो इस विशेष अर्थ में हम इसे z व्युत्क्रम के रूप में लिखते हैं z ठीक है बस रद्द करने के लिए ताकि आपको एक मिल जाए

इसलिए यह सिर्फ एक संकेत है कि z द्वारा इसका मतलब है कि यह z उलटा है और एक और टिप्पणी यहाँ है कि तो एक बार जब हमने z व्युत्क्रम के बारे में टिप्पणी की, तो आइए हम ju st देखें कि 1 से z हम गुणा कर सकते हैं और z बार से विभाजित कर सकते हैं तो आपको जो मिलता है वह है z बार को z से z बार में विभाजित किया जाता है,

इसलिए हम जानते हैं कि यह कारक क्या है यह एक माइनस ib और एक वर्ग प्लस b वर्ग है जहां z है एक प्लस आईबी द्वारा लिखा गया है, तो हम क्या याद करते हैं जब हम z व्युत्क्रम की गणना करते हैं तो हम समीकरण को हल करने का प्रयास करते हैं ताकि z व्युत्क्रम के लिए मान का पता लगाया जा सके, अब हम देखते हैं कि कारक z बार का उपयोग करके हम गणना करने में सक्षम हैं z व्युत्क्रम आसानी से केवल गुणा करके और z बार से विभाजित करके हम z व्युत्क्रम की गणना करने में सक्षम हैं जो कि a बटा a वर्ग प्लस b वर्ग घटा iba

वर्ग b वर्ग प्रस्ताव आठ है यह सरल है जो z का वास्तविक भाग है जिसे इस प्रकार लिखा जा सकता है जेड प्लस जेड बार दो इसी तरह जेड के काल्पनिक भाग को जेड माइनस जेड बार बाय टू के रूप में लिखा जा सकता है, यह केवल परिभाषा है कि अगर हम जेड पर विचार करें तो यह जेड प्लस का वास्तविक हिस्सा है जो जेड का काल्पनिक हिस्सा है।

और इसका संयुग्मन z माइनस i टाइम्स इमेज का वास्तविक भाग है z का प्रारंभिक भाग अब यह स्पष्ट है कि z का वास्तविक भाग z प्लस z बार बटा टू के अलावा और कुछ नहीं है और इसी तरह z का काल्पनिक भाग z माइनस z बार बटा टू है मैं एक साधारण समस्या करता हूँ जटिल संख्या x प्लस iy इस समीकरण को संतुष्ट करता है यह एक प्लस आईबी प्लस सी प्लस आईडी का वर्गमूल है, फिर दिखाएं कि ये संख्या xy जो कि x वर्ग y वर्ग है, पूरा वर्ग आपको एक वर्ग प्लस b वर्ग बटा c वर्ग बटा d वर्ग देता है, तो आप क्या देखते हैं कि जटिल मान लीजिए संख्या x जमा iy जो एक जोड़ ib के वर्गमूल के बराबर है और c जमा आईडी से विभाजित है तो हम इस संबंध को प्राप्त करने में सक्षम हैं

इसलिए हमें यह साबित करने की आवश्यकता है कि z परिभाषा के अनुसार कुछ b का वर्गमूल है z वर्ग b है ठीक है तो हम जानते हैं कि z गुणा z का क्या अर्थ है और यह b के बराबर होना चाहिए,

इसलिए जब भी az इस समीकरण को संतुष्ट करता है तो हम इसे z के बराबर b के वर्गमूल के रूप में लिखते हैं,

इसलिए दी गई धारणा से हमें जो मिलता है वह यह है x जोड़ i है तो पूरा वर्ग जोड़ ib के बराबर होना चाहिए सी प्लस आईडी से अब जटिल संख्या

इसलिए यदि आप पहचान देखते हैं तो इसमें कोई जटिल मूल्य शामिल नहीं है, अंत में यह इस कारक के बराबर एक वास्तविक संख्या है, इसलिए अब आपको याद है कि संपत्ति में से एक है जब हम z बार के साथ गुणा करते हैं यह एक गैर-ऋणात्मक वास्तविक संख्या देता है ठीक है जो एक संकेत देता है कि शायद हम उस कारक से गुणा कर सकते हैं जो वास्तव में इसका संयुग्मन है

इसलिए समान जटिल संख्या के लिए संयुग्मन यहाँ हम कहते हैं कि हम z बार से गुणा कर रहे हैं और फिर से पिछले गुण जब आप z एक z को बार में लेते हैं तो z एक बार को z दो बार से गुणा करके दिया जाता है,

इसलिए इस संबंध से आप देखेंगे कि तुरंत यह x प्लस iy वर्ग x घटा iy पूरे वर्ग से गुणा किया जाता है और अब यह किया जा सकता है साहचर्य कानून तो आप बस यह लिख दें कि इसका क्या अर्थ है यह x प्लस iy गुणा x प्लस iy है और आगे यहाँ x घटा iy गुणा x घटा है iy हम उत्पाद जानते हैं यह x घटा x प्लस i है जो इसके सह से गुणा किया जाता है $njugation$ x वर्ग प्लस y वर्ग देता है

इसलिए हमें x वर्ग y वर्ग पूरा वर्ग दाईं ओर मिलता है,

इसलिए यह मूल रूप से बाईं ओर है

इसलिए $1h$ वही है जिसे हमने माना है और इसी तरह दाहिने हाथ की ओर आपके पास x प्लस iy पूरा वर्ग क्या है एक प्लस ibc प्लस आईडी है और हम इसके संगत संयुग्मन को ले रहे हैं, हम जानते हैं कि z एक बटा z दो बार z एक बार द्वारा z से बार में विभाजित किया जाता है जिसका अर्थ है कि यह एक ऋण ibc ऋण आईडी है और उत्पाद यह एक वर्ग प्लस देता है बी वर्ग और यह सी वर्ग प्लस डी वर्ग है

इसलिए दी गई धारणा से ये दोनों बराबर हैं

इसलिए हमें आवश्यक संबंध मिलता है ताकि एक्स वर्ग प्लस वाई वर्ग पूरा वर्ग एक वर्ग जोड़ बी वर्ग सी वर्ग प्लस डी वर्ग का उपयोग कर

रहा हो गुणन की संपत्ति कोई निम्नलिखित सरल पहचान प्राप्त कर सकता है अर्थात् z एक प्लस z दो पूरे वर्ग मुझे सीधे सीधे लिखने दें कि हमारे पास यह उत्पाद क्या है यह z एक प्लस z दो उत्पाद है जिसमें z एक प्लस z दो बटा d है वितरण नियम z एक को z से गुणा किया जाता है।

जेड एक प्लस जेड दो वर्ग और उत्पाद कम्प्यूटिव है, इसलिए ये दो कारक बराबर हैं z एक वर्ग दो बार प्यास

इसलिए हम जो प्राप्त करते हैं वह वास्तविक रेखा वास्तविक संख्याओं की तरह होता है जब हम एक प्लस बी लेते हैं तो पूरे वर्ग को हमें एक वर्ग मिलता है प्लस टू एबी प्लस बी स्क्वायर एक ही फॉर्मूला कॉम्प्लेक्स नंबर के लिए भी रखता है और इसलिए इसका मतलब है कि एक बार जब आप इस परिणाम को देखते हैं तो आप कह सकते हैं कि अन्य पहचान साबित करें जैसे कि जेड वन प्लस जेड टू पूरा क्यूब जेड एक क्यूब प्लस तीन गुना जेड वन देता है।

वर्ग गुणन z दो तीन गुना z एक z दो वर्ग जोड़ z दो घन और z एक वर्ग घटा z दो वर्ग को z एक घटा z दो z एक जमा z दो के रूप में लिखा जा सकता है,

इसलिए हम अनिवार्य रूप से यह कहने की कोशिश कर रहे हैं कि आप कब कर रहे हैं यह ऑपरेशन यह यह आवश्यक नहीं है कि आप पहले वास्तविक भाग को जोड़ लें और फिर आप जिस काल्पनिक भाग को जोड़ते हैं और फिर आप उत्पाद लेते हैं, यह आवश्यक नहीं है,

इसलिए यह मूल रूप से जो भी पहचान देता है वह वास्तविक संख्या प्रणाली के समान है जो हम कर सकते हैं हमारे पेशेवर काम करने के लिए बीजगणितीय संचालन कहते हैं एक सरल अभ्यास चलो z एक z दो दो जटिल संख्याएँ हैं फिर दिखाएँ कि z एक को z दो बार से गुणा किया जाता है और फिर z एक बार को इस तरह से संयोजित करना एक वास्तविक संख्या है अब आइए हम यहां एक और समस्या करते हैं तीन सम्मिश्र संख्याओं के साथ दिया जाता है यदि तीन सम्मिश्र संख्याओं के योग और गुणनफल का योग वास्तविक है तो निम्नलिखित में से कौन सा संभव है, निम्नलिखित में से कुछ के लिए संभव है, तीन टुपल जेड एक जेड दो की कुछ जोड़ी के लिए जटिल संख्याओं में क्या है तो क्या यहां हम तीन सम्मिश्र संख्याओं पर विचार कर रहे हैं, उनका योग और गुणनफल एक वास्तविक संख्या देता है,

इसलिए अब हमारा प्रश्न यह है कि निम्नलिखित में से कौन सा संभव है, पहले विकल्पों में से ठीक एक हरे संख्याएँ अवास्तविक हैं तीन संख्याओं में से

दो

वास्तविक तीसरी पसंद हैं सभी तीन संख्याएँ गैर वास्तविक चौथी पसंद हैं सभी तीन संख्याएँ विशुद्ध रूप से काल्पनिक और गैर शून्य हैं तो आइए हम अपने प्रश्न को देखें हमें तीन जटिल संख्याएँ z एक z दो के साथ दिया गया है z तीन उनका योग वास्तविक है और उनका गुणनफल वास्तविक संख्या है अब हम पहली पसंद को देखते हैं कि क्या यह संभव है कि तीन संख्याओं में से एक वास्तविक नहीं है, क्या यह संभव है उत्तर नहीं है

इसलिए a संभव नहीं है

इसलिए यहाँ यह यहाँ है कथन कहता है कि आप कम से कम एकता काल्पनिक संख्या को शेष मानते हैं या वास्तविक संख्या हो सकते हैं, जिसका अर्थ है कि जब भी हमारे पास

$z1$ के साथ एक सेट होता है जो वास्तविक संख्या नहीं है जो $z1$ है जो

z बार के बराबर नहीं है जिसका अर्थ है कि यह एक जटिल संख्या है ताकि क्या काल्पनिक भाग शून्य नहीं है ठीक है और शेष कहते हैं कि z दो मूल रूप से इसे वास्तविक संख्याओं के रूप में चुन सकते हैं, मुझे इसे a और b के रूप में कॉल करने दें, जहां a और b वास्तविक संख्याओं से हैं तो तुरंत मुझे वह z one $p1$ दिखाई देता है us z टू प्लस z थ्री जो आपके पास है वह सिर्फ z वन प्लस ए प्लस बी है निश्चित रूप से यह एक वास्तविक संख्या नहीं है इसका कारण है z एक में एक काल्पनिक भाग होता है जिसे अन्य टर्म द्वारा रद्द नहीं किया जाता है ताकि यह वैसा ही बना रहे इसका मतलब है कि यह एक वास्तविक संख्या नहीं है,

इसलिए ए की संभावना को खारिज कर दिया गया है, आइए हम देखते हैं कि बी की संभावना तीन में से दो संख्याएँ वास्तविक नहीं हैं,

इसलिए क्या हम जोड़े के दो सेट प्रदान कर सकते हैं जो कहते हैं कि वे जटिल संख्याएँ एक साथ हैं वास्तविक संख्या हमारी दी गई शर्त को पूरा करेगी ठीक है, तो हम देखते हैं कि हम जो मांग कर रहे हैं, वह है कि आप मुझे तीन जोड़ी दें,

इसलिए योग वास्तविक होना चाहिए, मैं सिर्फ वही दोहरा रहा हूँ जो हमारी दी गई धारणा है ठीक है

इसलिए हम एक ट्रिपल की तलाश कर रहे हैं जो संतुष्ट हो यह स्थिति तो यहाँ हम क्या कर सकते हैं कि हम एक चुनाव कर सकते हैं एक बार जब आपके पास $z1$ हो तो हम $z2$ को इसके संयुग्मन के रूप में ले सकते हैं, फिर उनका योग एक वास्तविक संख्या बन जाता है

इसलिए $z3$ हम जी सकते हैं क्योंकि यह एक वास्तविक संख्या है तो आप मूल रूप से इसे पसंद करते हैं लगता है यह संभव है

इसलिए जिसका अर्थ है कि मैं z एक को निश्चित उदाहरण के रूप में लेता हूँ, मैं z दो लेता हूँ, इसका संयुग्मन है और z तीन हमें केवल एक ही कहते हैं, तो मुझे पता है कि उनका योग वास्तविक है और साथ में z तीन एक वास्तविक संख्या आगे देता है जब आप उत्पाद ले रहे होते हैं z बार में z बार हम जानते हैं कि यह एक गैर ऋणात्मक वास्तविक संख्या है, फिर z 3 के साथ उत्पाद फिर से एक वास्तविक संख्या है,

इसलिए यह मूल रूप से संतुष्ट है हाँ यह संभव है

इसलिए पसंद c सभी तीन संख्याएँ गैर वास्तविक हैं यह फिर से संभव है हाँ तो बस मूल रूप से जैसे मैं आपको जोड़ी का एक सेट देता हूँ शायद आप जोड़ी के दूसरे सेट के साथ कोशिश कर सकते हैं जहां यह इस संबंध को संतुष्ट करता है,

इसलिए एक सेट सिर्फ एक माइनस iz दो को फिर से वही संख्या और z तीन पर विचार करें अब आप देखते हैं कि मैं बस जा रहा हूँ हेरफेर

इसलिए जब मैं इसे योग करता हूँ तो मुझे जो मिलता है वह यहां माइनस 2 है, तो मुझे जो करना है वह यह है कि जब मैं इसे जोड़ दूँ तो

यह एक वास्तविक संख्या होनी चाहिए,

इसलिए स्वाभाविक रूप से मैं एक विकल्प $2y$ बनाता हूँ लेकिन निश्चित रूप से हमें इसे देखने की आवश्यकता है क्या उत्पाद एक वास्तविक संख्या है जब आप समर्थक करते हैं उक्त तो z एक से z दो हम देखते हैं कि यह बिल्कुल z वर्ग है तो z वर्ग इसे कहते हैं एक वर्ग प्लस i वर्ग जो कि माइनस वन और माइनस दो गुना है, तो आपको जो मिलता है वह माइनस दो है मैं अब आप जब आप उत्पाद करते हैं कहें कि आपको जो मिल रहा है वह एक वास्तविक संख्या है तो आपके लिए व्यायाम क्या है क्या आप जोड़ी के दूसरे सेट को ढूँढते हैं जहां यह इस डी को फिर से संतुष्ट करता है, मैं इसे एक अभ्यास के रूप में छोड़ देता हूँ लेकिन मैं उत्तर लिखूंगा उत्तर फिर से यह विकल्प नहीं है संभव है, लेकिन आप इसे करने का प्रयास करते हैं,

इसलिए मुझे संक्षेप में बताएं कि हमने क्या किया है क्या हमने एक जटिल संख्या का संयुग्मन पेश किया है और हमने कई गुणों का अध्ययन किया है, अब हम जिस पर चर्चा करेंगे वह एक जटिल संख्या का मापांक है,

इसलिए पहले मुझे याद दिलाएं कि हम कैसे परिभाषित करते हैं वास्तविक संख्या प्रणाली के लिए मापांक

इसलिए वास्तविक संख्याओं में हम एक के मापांक को परिभाषित करते हैं जैसे कि एक गैर ऋणात्मक ऋणात्मक है यदि कोई शून्य से कम है तो ठीक है, हम इसे अधिकतम के रूप में भी लिख सकते हैं।

यह मापांक परिभाषा संख्या देता है w प्रश्न समान रूप से हम जटिल संख्या प्रणाली के लिए कर सकते हैं,

इसलिए एक बार जब हम पहली परिभाषा या दूसरी परिभाषा देखते हैं तो वे उस संबंध से संबंधित होते हैं जो मूल रूप से आप 0 के साथ एक संख्या की तुलना कर रहे हैं तो हम मूल रूप से इस मॉड्यूलस प्रश्न को परिभाषित करते हैं क्या हम वास्तव में हैं एक कहना है कि जटिल संख्या प्रणाली में संबंध से कम है उत्तर नहीं है तो मुझे बस एक त्वरित विचार है कि हमारे पास एक प्रकार का संबंध नहीं हो सकता है जो वास्तविक संख्या में हमारे पास है जो कि संभव नहीं हो सकता है जटिल संख्या प्रणाली

इसलिए मैं विस्तार से नहीं लिख रहा हूँ, लेकिन मुझे बस कुछ मोटा विचार देना चाहिए ठीक है

इसलिए पहले मुझे लिखने दें कि इससे कम नहीं है जिसका अर्थ है कि हम दो जटिल संख्याओं की तुलना सी में नहीं कर सकते हैं तो बस आह विचार है अगर मान लीजिए कि कोई संबंध ठीक से कम है तो मान लीजिए कि सी में कोई संबंध है तो क्या होगा किसी भी संख्या की तुलना अन्य संख्या के साथ की जा सकती है उदाहरण के लिए इस मामले में तो या तो हम तत्काल क्या समाप्त करते हैं $1y$ या तो शून्य से कम है r_i शून्य से अधिक है

इसलिए एक बार हमारे पास यह निश्चित रूप से हमें मूल रूप से इस विशेष संबंध पर विचार करने की आवश्यकता नहीं है, हम इसे या तो कहने के साथ शुरू कर सकते हैं या वास्तव में हम सीधे कह सकते हैं कि मैं वर्ग शून्य से बड़ा होना चाहिए इसका कारण यह है कि जब भी आपके पास एक ऑर्डर रिलेशन होता है तो हम दिखा सकते हैं कि एक संख्या को अपने आप से गुणा करना गैर-ऋणात्मक होगा यदि कोई ऑर्डर रिलेशन है तो ठीक है, जिसका अर्थ है कि मैं वर्ग 0 से बड़ा होना चाहिए लेकिन मैं वर्ग हम जानते हैं कि यह माइनस 1 है जो 0 से कम है, जिसका अर्थ है कि यह विशेष संबंध आपको बताएगा कि माइनस 1 0 से बड़ा है, लेकिन हमारे पास यह है कि विरोधाभास ठीक है,

इसलिए हम जो सामना कर रहे हैं उसका सामना कर रहे हैं कि हम मापांक को हमेशा की तरह परिभाषित करने में सक्षम नहीं हैं वास्तविक रेखा लेकिन हम मूल रूप से यह देखने की कोशिश कर सकते हैं कि यह भौतिक रूप से क्या दर्शाता है तो हम मॉड्यूलस को एक अलग अर्थ में जोड़ सकते हैं,

इसलिए जब हम वास्तविक रेखा ले रहे हैं तो यह एक सकारात्मक हो सकता है ई नंबर शायद एक ऋणात्मक संख्या है, मॉड हमेशा शून्य से दूरी का उल्लेख करता है, ठीक उसी तरह जैसे अगर यह कहें कि आपके पास जो कुछ भी है यदि आपके पास ऋणात्मक संख्या है तो हमें माइनस बी कहें, फिर भी मूल रूप से जो कहता है वह मॉड बी कहता है शून्य और माइनस बी के बीच की दूरी ठीक है तो इस दूरी के साथ एक विचार के रूप में हम एक जटिल संख्या के लिए एक मॉड्यूलस के लिए सोचने की कोशिश कर सकते हैं तो जेड को प्लस आईबी होने दें, फिर बिंदु जेड को प्लस आईबी के बराबर मानें तो यहां मेरी लंबाई यहां है बी है जो मूल रूप से यहां इकाई है जो आईबी है और यहां लंबाई ए है और हमारे पास शून्य है अब हम मॉड जेड को जोड़ने की कोशिश कर रहे हैं ठीक है

इसलिए हम जेड के मॉड्यूलस को परिभाषित करना चाहते हैं

जिसे पाइथागोरस प्रमेय द्वारा इस नोटेशन द्वारा दर्शाया गया है।

पता है कि इसके लिए दूरी क्या है यह दूरी एक वर्ग प्लस बी वर्ग के वर्गमूल द्वारा दी गई है,

इसलिए यह समझ में आता है कि अब हम मापांक को मूल से बिंदु तक की दूरी के रूप में परिभाषित करने की कोशिश कर रहे हैं ,

इसलिए मापांक जिसे वर्ग के रूप में परिभाषित किया गया है की जड़ एक वर्ग प्लस बी वर्ग अब हम तुरंत देखते हैं कि यह हमेशा एक गैर ऋणात्मक संख्या है और एक और बिंदु है

इसलिए यदि हम आर दो विमान के साथ संबंध देखते हैं तो इस बिंदु पर हम जानते हैं कि यह एक अल्पविराम बी है और यह बिंदु हम जानते हैं कि यह शून्य अल्पविराम शून्य है तो इन दो बिंदुओं के बीच की दूरी जो यूक्लिडियन दूरी द्वारा दी गई है जो कि हमने जो लिखा है उससे भी मेल खाता है,

इसलिए हम जो कर रहे हैं

वह आर दो विमान के साथ हमारे संबंध के अनुरूप है तो आइए हम सरल उदाहरण देखते हैं कि मान लीजिए कि z एक प्लस है, तो परिभाषा के अनुसार मॉड z 1 वर्ग प्लस 1 वर्ग है,

इसलिए आपको रूट 2 मिलता है और यदि मान लें कि z सिर्फ एक वास्तविक संख्या है तो आइए हम 5 कहें तो मॉड 0 बस है फी वर्ग फिर से हम जो जोड़ते हैं वह सकारात्मक संख्या है क्योंकि हम देखते हैं कि हम इसे एक दूरी के रूप में देख रहे हैं, जो कि फी है और यदि जेड कुछ विशुद्ध रूप से ठीक है तो आइए हम सिर्फ जेड के बराबर मानते हैं कि मॉड जेड एक वर्ग का वर्गमूल है तो ठीक है इस सरल परीक्षा के साथ आइए हम मॉड्यूलस फंक्शन के लिए कुछ गुणों को देखें , मुझे संक्षेप में बताएं कि हमने क्या किया है हम एक

जटिल संख्या के संयुग्मन का परिचय देते हैं और हमने इसके गुणों का अध्ययन किया है अब हम एक जटिल संख्या के मापांक का परिचय देते हैं जो मूल से जटिल संख्या की दूरी को जोड़ता है ।
आगे की संपत्तियों पर हम अगले व्याख्यान में चर्चा करेंगे धन्यवाद

Prutor@IIITK