

आने वाले तीन व्याख्यानों की श्रृंखला में द्विघात समीकरणों पर आईआईटी समस्या समाधान सत्र में आपका स्वागत है हम द्विघात समीकरणों पर कुछ समस्याओं को हल करने जा रहे हैं हमारे प्रश्न मुख्य रूप से एमसीक्यू प्रकार के होंगे और कभी-कभी हम देखेंगे कि एक से अधिक विकल्प भी सही हैं हम कभी-कभी देखेंगे कि एक सचित्र चित्रण हमें किसी समस्या को आसानी से हल करने में मदद करता है हम द्विघात समीकरणों के सिद्धांत की समीक्षा करके शुरू करेंगे, द्विघात समीकरण से हमारा मतलब डिग्री 2 के बहुपद समीकरण से है और द्विघात शब्द लैटिन शब्द क्वैड्रेटस से आया है जिसका अर्थ है वर्ग बनाया तो आइए पहले हम एक द्विघात समीकरण का एक सामान्य रूप लिखते हैं $ax^2 + bx + c = 0$ के बराबर है जहां $a \neq 0$ और c एक गैर-शून्य के साथ जटिल संख्याएं हैं क्योंकि ध्यान दें कि यदि $a = 0$ के बराबर है तो बहुपद समीकरण अब डिग्री 2 का नहीं होगा।

इसलिए अब हमारे पास गैर-शून्य होना चाहिए यदि a वास्तविक है तो व्यापकता के नुकसान के बिना हम सकारात्मक होने के लिए a ले सकते हैं क्योंकि यदि a है ऋणात्मक है तो हम जानते हैं कि ऋणात्मक a धनात्मक है, इसलिए हम बहुपद समीकरण को ऋणात्मक 1 से गुणा कर सकते हैं और हमें बहुपद समीकरण में x वर्ग पद का गुणांक धनात्मक प्राप्त होगा, इस द्विघात समीकरण के ठीक दो समाधान हैं अर्थात् ऋण b जमा ऋण वर्ग b वर्ग माइनस की जड़ को $2a$ से विभाजित किया गया है और मैं एक संक्षिप्त संकेत दूंगा कि कैसे प्राप्त किया जाए कि इस समीकरण में ये दो समाधान हैं आइए हम माइनस b माइनस वर्गमूल $b^2 - 4ac$ बटा $2a$ को अल्फा और माइनस b प्लस का वर्गमूल कहते हैं।

b वर्ग माइनस $4ac$ बटा $2a$ बीटा के रूप में इसलिए हमारा समीकरण है $ax^2 + bx + c = 0$ के बराबर है यदि हम निकालते हैं तो हमें x वर्ग जमा b मिलता है a से हम विभाजित कर सकते हैं क्योंकि a गैर-शून्य है x जमा c में बटा a के बराबर है इसलिए यह एक गुणा x वर्ग जोड़ 2 गुणा x गुणा $2a$ जोड़ b वर्ग बटा 4 एक वर्ग घटा b वर्ग गुणा 4 वर्ग जमा c बटा 0 बराबर है, इसलिए हमारे पास एक है गुणा x जोड़ b बटा $2a$ पूर्ण वर्ग घटा का वर्गमूल $b^2 - 4ac$ को $2a$ से विभाजित करने पर पूरा वर्ग 0 के बराबर होता है।

इसलिए अब यदि हम x वर्ग माइनस y वर्ग के सूत्र का उपयोग करते हैं और इस तथ्य का उपयोग करते हैं कि a गैर-शून्य है, तो हम पाते हैं कि अल्फा और बीटा इस द्विघात समीकरण के समाधान हैं।

$ax^2 + bx + c = 0$ के बराबर है अब यह मात्रा b वर्ग घटा $4ac$ आम तौर पर d द्वारा निरूपित किया जाता है और इसका एक नाम है इसे आम तौर

पर बहुपद कुल्हाड़ी वर्ग प्लस $b^2 - 4ac$ का विवेक कहा जाता है,

इसलिए यदि हम अंकन का उपयोग करके लिखते हैं d तो हमारे पास अल्फा बराबर माइनस b माइनस d का वर्गमूल $2a$ से विभाजित होता है और बीटा माइनस b के बराबर होता है और d का वर्गमूल $2a$ से विभाजित होता है, आइए हम यहां एक छोटा नोट बनाते हैं यदि ab और c सभी परिमेय संख्याएं हैं तो हम कह सकते हैं कि यदि टी एक वर्ग है तो अल्फा बीटा तर्कसंगत संख्याएं हैं और दूसरी बात अगर डी एक वर्ग नहीं है तो अल्फा बीटा संयुग्मित तलवारें हैं ठीक है अब मान लें कि एबी और सी सभी वास्तविक संख्याएं हैं और हमारी स्थायी धारणा हमेशा सकारात्मक होती है

इसलिए आइए यहां कुछ तथ्यों पर ध्यान दें यदि विवेक $d = 0$ से सख्ती से बड़ा है, अर्थात् यदि d धनात्मक है तो अल्फा और बीटा दोनों समाधान अलग हैं और वे वास्तविक हैं दूसरी बात यदि $d = 0$ है तो हमें अल्फा बीटा के बराबर होता है और साथ ही वे असली हैं और आखिरी बात अगर टी सख्ती से 0 से कम है यानी अगर डी नकारात्मक है तो हमें अल्फा और बीटा दोनों अलग हैं और वे एक दूसरे के जटिल संयोग हैं आइए हम इन तथ्यों को ध्यान में रखें क्योंकि ये तथ्य उपयोगी होंगे हमारे समस्या समाधान सत्रों के लिए जैसा कि मैंने शुरुआत में कहा था, कभी-कभी कुछ चित्रात्मक रूप से देखने से हमारा जीवन सरल हो जाता है,

इसलिए अब हम परवलय y का ग्राफ बनाने जा रहे हैं जो कुल्हाड़ी वर्ग प्लस बीएक्स प्लस सी के बराबर है जहां एबी और सी सभी वास्तविक हैं संख्याएं सख्ती से सकारात्मक हैं और हमारे यहां तीन मामले होंगे, आइए हम अपना पहला मामला बी पर ले जाएं, भेदभाव करने वाला डी शून्य से सख्ती से बड़ा है और हर मामले में हमारे पास कई उप मामले होंगे यहां हम अपना पहला उप मामला लेते हैं कि बी शून्य से सख्ती से कम है और सी शून्य से सख्ती से बड़ा है अब मैं एक्स अक्ष खींचता हूं यह हमारी वाई-अक्ष है और परवलय इस तरह है यह शीर्ष है आइए हम इसे कहते हैं पी और इसमें निर्देशांक माइनस बी बटा $2a$ ए कॉमा माइनस डी बाय $4a$ ए है और यह वाई इंटरसेट है 0 कॉमा सी यह अल्फा है और यह बीटा है

इसलिए यहां हम देख सकते हैं कि अल्फा और बीटा दोनों वास्तविक हैं और वे हमारे अगले अलग हैं उप मामले बी सख्ती से शून्य से कम है और सी सख्ती से शून्य से कम है

इसलिए यह एक्स अक्ष है और यह हमारी वाई-अक्ष है और हम यहां परवलय खींचते हैं शीर्ष पी यह वाई इंटरसेट है यह अल्फा है यह बीटा है

इसलिए यहां अल्फा और बीटा दोनों भी वास्तविक और विशिष्ट हैं अब हमारा तीसरा उप मामला है सी सख्ती से शून्य से कम है और बी सख्ती से 0 से बड़ा है

इसलिए यह एक्स अक्ष है यह वाई अक्ष है और यह परवलय है

इसलिए यह बिंदु पी है जो है वर्टेक्स यह वाई इंटरसेट है यह अल्फा है और यह बीटा है

इसलिए अल्फा एन d बीटा दोनों वास्तविक और विशिष्ट हैं, अब मैं एक और उप-मामला करूंगा और बाकी को आपके लिए छोड़ दूंगा कि हमारा चौथा उप-केस है c शून्य से सख्ती से बड़ा है और b शून्य से सख्ती से बड़ा है अब यह x -अक्ष है यह y है -अक्ष और परवलय इस तरह है

इसलिए यहां हमारा शीर्ष है यह y अवरोधन है यह अल्फा है और यह बीटा है

इसलिए इस उप-केस में भी हम देखते हैं कि अल्फा और बीटा दोनों वास्तविक और विशिष्ट हैं अब आप इसके लिए संबंधित उप मामलों की कोशिश करेंगे बी 0 के बराबर है या सी 0 के बराबर है

इसलिए मामले 1 में जो कि विवेचक है $d \geq 0$ से सख्ती से बड़ा है हमारे पास समाधान अल्फा और बीटा दोनों वास्तविक और अलग हैं अब हमारा दूसरा मामला विवेचक है $d < 0$ के बराबर है यहाँ हम अपना पहला उप-मामला लेते हैं कि c सख्ती से 0 से बड़ा है और b सख्ती से 0 से कम है

इसलिए यहाँ x अक्ष है यहाँ y - अक्ष है और परवलय इस तरह है

इसलिए यह y -अवरोध है 0 अल्पविराम यह वर्टक्स बी है और अल्फा और बीटा यहां निर्देशांक हैं वर्टक्स पी के अल्फा कॉमा 0 हैं जो बीटा कॉमा 0 के समान हैं,

इसलिए इस उप मामले में अल्फा और बीटा दोनों वास्तविक हैं और वे समान हैं वास्तव में हम और अधिक स्पष्ट रूप से लिख सकते हैं कि पी में निर्देशांक माइनस बी 2 ए कॉमा 0 है और यहां अल्फा बीटा के बराबर है, माइनस बी बटा 2 ए के बराबर है दूसरा उप मामले सी सख्ती से 0 से बड़ा है और बी सख्ती से 0 से बड़ा है यहां परवलय इस तरह है यह वाई इंटरसेप्ट है 0 कॉमा सी यहां वर्टक्स पी है और यहां भी है अल्फा बराबर थीटा है अब हमारा तीसरा सबकेस है c बराबर 0 और b बराबर 0 है यह इस मामले में आखिरी सबकेस है क्योंकि d बराबर b स्क्वायर माइनस $4ac$ बराबर 0 है यानी b स्क्वायर बराबर है $4ac$ से और चूँकि b वर्ग हमेशा 0 के बराबर से बड़ा होता है, हमारे पास $ac \geq 0$ के बराबर से बड़ा होता है और जैसा कि हमेशा 0 से सख्ती से बड़ा होता है, हम पाते हैं कि c, θ के बराबर से बड़ा है, अब यह हमारा x -अक्ष है और यह y -अक्ष है और यहाँ परवलय इस प्रकार है

इसलिए यह शीर्ष p है जिसमें कूरो है डाइनेट 0 कॉमा 0 और यहाँ

इसलिए अल्फा बराबर बीटा है 0 के बराबर है

इसलिए इस मामले में हम देखते हैं कि समाधान हमेशा वास्तविक होते हैं और वे बराबर होते हैं अब हम अंतिम मामले पर आगे बढ़ते हैं जो कि विवेचक है d शून्य से सख्ती से कम है हम यहां अपना पहला उप-मामला लेते हैं कि b शून्य से सख्ती से कम है और c शून्य से सख्ती से बड़ा है,

इसलिए यह हमारा शीर्ष p है, यह y अवरोधन है और इस चित्र से हम स्पष्ट रूप से देख सकते हैं कि कोई वास्तविक समाधान नहीं है क्योंकि परवलय है एक्स अक्ष को प्रतिच्छेद नहीं कर रहा है

इसलिए यहां अल्फा बीटा वास्तविक नहीं है ठीक है दूसरा उप मामला बी शून्य से सख्ती से बड़ा है और सी शून्य से सख्ती से बड़ा है और यहां परवलय इस तरह दिखता है

इसलिए वर्टक्स पी यहां है और वाई इंटरसेप्ट यहां और यहां है कोई वास्तविक समाधान भी नहीं है तीसरा उप मामला है b बराबर 0 है और c सख्ती से 0 से बड़ा है अब हम परवलय बनाते हैं

इसलिए यह x -अक्ष है और यह y -अक्ष है और यहाँ परवलय इस प्रकार है

इसलिए यहाँ है शीर्ष जो भी है y -अवरोधन तो यह 0 अल्पविराम है और यहाँ भी कोई वास्तविक समाधान मौजूद नहीं है, आइए अब हम ध्यान दें कि कोई और उप मामले नहीं बचे हैं क्योंकि यहाँ d, b वर्ग के बराबर है घटा $4ac$ सख्ती से 0 से कम है

इसलिए b वर्ग सख्ती से है $4ac$ से कम तो यहाँ से हम पाते हैं कि c, b वर्ग से सख्ती से बड़ा है, $4a$ से विभाजित है अब हम जानते हैं कि b वर्ग हमेशा 0 से बड़ा या बराबर होता है और a सख्ती से 0 से बड़ा होता है,

इसलिए इन दो सूचनाओं से हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि b वर्ग को 4 से विभाजित किया जाता है, 0 से बड़ा या उसके बराबर होता है और

इसलिए हमारे पास c शून्य से बड़ा या बराबर होता है

इसलिए हमने सभी मामलों को चित्रात्मक रूप से देखकर पूरा कर लिया है, जब ab और c सभी हल अल्फा और बीटा के संकेतों का भी अध्ययन करते हैं।

उनमें से वास्तविक संख्याएँ याद हैं कि d के लिए सख्ती से 0 से कम हम पहले ही देख चुके हैं कि कोई वास्तविक समाधान नहीं है इसलिए d के लिए सख्ती से 0 से कम हम अल्फा और बीटा के संकेत का अध्ययन नहीं कर सकते हैं हम मानते हैं कि d शून्य से बड़ा या बराबर है आइए हम अपने पहले मामले पर विचार करें क्योंकि d शून्य के बराबर है इस मामले में हमारे पास अल्फा बराबर बीटा है जो माइनस बी के बराबर है जिसे $2a$ से विभाजित किया गया है,

इसलिए यदि b सख्ती से 0 से बड़ा है तो इस मामले में हमारे पास अल्फा और बीटा दोनों हैं सख्ती से 0 से कम हैं यदि बी सख्ती से 0 से कम है तो हमें अल्फा और बीटा दोनों ही 0 से सख्ती से बड़े हैं और यदि बी 0 के बराबर है तो हमें अल्फा बराबर बीटा 0 के बराबर है अब हम डी को मानते हैं 0 से सख्ती से बड़ा होना हम जानते हैं कि समाधान माइनस बी प्लस माइनस डी के वर्गमूल को 2 ए से विभाजित किया गया है क्योंकि अब ए सकारात्मक है मात्रा 2 ए सख्ती से 0 से बड़ा है

इसलिए हमारे लिए मात्रा माइनस बी प्लस के संकेत का अध्ययन करने के लिए पर्याप्त है

समाधान के संकेत का अध्ययन करने के लिए डी का ऋण वर्गमूल अल्फा और बीटा बी को 0 से सख्ती से बड़ा होने दें,

इसलिए यहां विशेष रूप से समाधान में से एक है जिसे हम अल्फा माइनस बी माइनस बी स्क्वायर माइनस $4ac$ के वर्गमूल को $2a$ से विभाजित करते हैं।

हमेशा सख्ती से कम 0 यानी अल्फा हमेशा ऋणात्मक होता है तो आइए देखें कि अब दूसरे समाधान बीटा का क्या होता है यदि c भी 0 से सख्ती से बड़ा है तो d जो कि b वर्ग माइनस $4ac$ है, b वर्ग से सख्ती से कम है

इसलिए हमें वह वर्गमूल मिलता है डी का

डी और बी दोनों सख्ती से बी से कम है,

इसलिए यहां से हम लिख सकते हैं कि माइनस बी प्लस डी का वर्गमूल नकारात्मक है

इसलिए बीटा जो कि माइनस बी है और डी का वर्गमूल 2 ए से विभाजित है नकारात्मक अगर $c = 0$ के बराबर है तो हमारे पास बीटा 0 के बराबर है क्योंकि बीटा माइनस b है और b वर्ग का वर्गमूल घटा $4ac$ है, इसलिए हमारे पास b वर्ग का केवल वर्गमूल है जो $2a$ से विभाजित है अब हमारे पास b से सख्ती से बड़ा है 0 इसलिए हमें केवल माइनस बी प्लस बी को 2 ए से विभाजित किया जाता है जो कि 0 है यदि सी नेगेटिव है यानी सी सख्ती से 0 से कम है तो हमारे पास डी बराबर बी स्क्वायर माइनस 4 एसी बी स्क्वायर से सख्ती से बड़ा है

इसलिए इसका वर्गमूल d सख्ती से बड़ा है ए बी के रूप में डी और बी दोनों सकारात्मक हैं इसलिए अब हमारे पास बीटा माइनस बी के बराबर है और डी के वर्गमूल को 2 ए से विभाजित किया गया है जो शून्य से सख्ती से बड़ा है यानी बीटा सकारात्मक है अगर बी शून्य से सख्ती से कम है तो हम समाधान बीटा है जो माइनस बी है प्लस डी का वर्गमूल 2 ए से विभाजित शून्य से सख्ती से बड़ा है जो समाधान का संकेत है बीटा सकारात्मक है इसलिए हमें समाधान अल्फा के संकेत को देखना होगा अब देर से सी सख्ती से बड़ा होना चाहिए 0 से तो यहाँ हमारे पास d बराबर b वर्ग है माइनस $4ac$, b वर्ग से सख्ती से कम है

इसलिए हम कह सकते हैं कि d का वर्गमूल माइनस b से सख्ती से कम है क्योंकि d सख्ती से 0 से बड़ा है और b इससे सख्ती से कम है 0 और यहाँ से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि माइनस b माइनस d का वर्गमूल 0 से सख्ती से बड़ा है इसलिए अल्फा जो माइनस b है माइनस d का वर्गमूल $2a$ से विभाजित है 0 से सख्ती से बड़ा है जो कि समाधान का संकेत है अल्फा सकारात्मक है अगर $c = 0$ के बराबर है तो हम देख सकते हैं कि अल्फा 0 के बराबर है क्योंकि अल्फा कुछ भी नहीं है, लेकिन $2a$ से विभाजित b वर्ग का माइनस b माइनस वर्गमूल है और जैसा कि b सख्ती से 0 से कम है, हम यहाँ माइनस b प्लस b को $2a$ से विभाजित करते हैं जो 0 के बराबर है।

अब अगर c सख्ती से 0 से कम है यानी यदि c ऋणात्मक है तो d , b वर्ग से सख्ती से बड़ा है

इसलिए हमारे पास d का वर्गमूल माइनस b से सख्ती से बड़ा है और

इसलिए हम कह सकते हैं कि अल्फा सख्ती से है शून्य से कम अब यदि बी शून्य के बराबर है तो हम जानते हैं कि समाधान प्लस माइनस डी के वर्गमूल को 2 ए से विभाजित किया गया है और जैसा कि हमारे पास यहाँ है डी 0 से सख्ती से बड़ा है हम स्पष्ट रूप से अल्फा देख सकते हैं जो कि डी के माइनस वर्गमूल से विभाजित है $2a$ सख्ती से 0 से कम है।

और बीटा जो कि d का वर्गमूल $2a$ से विभाजित है, सख्ती से 0 से बड़ा है,

इसलिए अल्फा की साइन नकारात्मक है और बीटा की साइन सकारात्मक है अब मैं सिद्धांत भाग को नीचे नोट करके याद नहीं कर रहा हूँ कुछ समानताएँ तो हमारे पास द्विघात समीकरण है एशन एक्स स्क्वायर प्लस बीएक्स प्लस सी 0 के बराबर है जहाँ एबी और सी सभी जटिल संख्याएँ हैं हमारे पास समाधानों का योग है अल्फा और बीटा माइनस बी के बराबर है यदि हम अल्फा और बीटा को जोड़ते हैं तो हमें मिलता है यह माइनस बी के अलावा कुछ भी नहीं है ए द्वारा दूसरा यह है कि समाधान अल्फा और बीटा बी को 2 से विभाजित किया जाता है एक पूर्ण वर्ग शून्य से बी वर्ग का वर्गमूल घटा 4 एसी 2 ए पूरे वर्ग से विभाजित होता है

इसलिए यह सी के बराबर होता है और तीसरी चीज यह है कि

समाधान अल्फा और बीटा के बीच की दूरी

बी वर्ग माइनस 4 एसी के वर्गमूल का मापांक है जिसे ए से विभाजित किया जाता है और अंतिम समानता एक अल्फा वर्ग प्लस बी अल्फा प्लस सी 0 के बराबर है और एक बीटा वर्ग प्लस बी बीटा प्लस सी है 0 के बराबर अब इन सभी के साथ हम द्विघात समीकरणों पर कुछ समस्याओं को हल करना शुरू करते हैं इस प्रश्न में हमें दिया गया है कि थीटा एक कोण है जो कि माइनस पीआई बटा 6 से माइनस पीआई बटा 12 के बीच है,

इसलिए यहाँ से हम जानते हैं कि थीटा चौथे में है चतुर्थांश हमें बताया कि अल्फा वन और बीटा वन द्विघात समीकरण के समाधान हैं x वर्ग माइनस दो x सिग थीटा प्लस वन बराबर 0 और अल्फा 2 बीटा 2 द्विघात समीकरण के समाधान हैं x वर्ग प्लस $2x$ टैन थीटा माइनस 1 बराबर 0 हमें यह भी बताया जाता है कि अल्फा 1 बीटा 1 से सख्ती से बड़ा है और अल्फा 2 बीटा 2 से सख्ती से बड़ा है तो हमारा काम यह पता लगाना है कि अल्फा 1 प्लस बीटा 2 क्या है और ऐसा करने के लिए हमें यह पता लगाना होगा कि अल्फा 1 बीटा 1 क्या है और अल्फा 2 बीटा 2

इसलिए हम पहले द्विघात समीकरण पर विचार करते हैं x वर्ग माइनस $2x$ सिग थीटा प्लस 1 बराबर 0 और इस द्विघात समीकरण के समाधान हैं 2 सेकंड थीटा प्लस माइनस 4 का वर्गमूल 6 स्क्वायर थीटा माइनस 4 को 2 से विभाजित किया जाता है और यह सिग थीटा प्लस माइनस टैन थीटा के बराबर है अब चूंकि थीटा चौथे चतुर्थांश में है, हम जानते हैं कि टैन थीटा नकारात्मक है

इसलिए हम कह सकते हैं कि सेकंड थीटा माइनस टैन थीटा सेक थीटा प्लस टैन थीटा से सख्ती से बड़ा है,

इसलिए अब हम जानते हैं कि अल्फा वन सेकंड थीटा माइनस टैन थीटा है और बीटा 1 सेकंड थीटा प्लस टैन थीटा है, इसके बाद हम दूसरे द्विघात समीकरण पर विचार करते हैं जो कि x वर्ग प्लस $2x$ टैन थीटा माइनस 1 बराबर 0 है और इन समीकरणों के समाधान माइनस 2 टैन थीटा प्लस हैं।

4 टैन स्क्वायर थीटा प्लस 4 का माइनस स्क्वायर रूट 2 से विभाजित है और यह माइनस टैन थीटा प्लस माइनस सेकंड थीटा के बराबर है क्योंकि थीटा चौथे क्वार्टर में है, हम जानते हैं कि सेक थीटा सकारात्मक है

इसलिए हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि माइनस टैन थीटा प्लस सेकंड थीटा माइनस टैन थीटा माइनस सिग थीटा से सख्ती से बड़ा है

इसलिए अब हम यह भी जानते हैं कि माइनस टैन थीटा प्लस सिग थीटा अल्फा 2 है और माइनस टैन थीटा माइनस सेकंड थीटा बीटा 2 है,

इसलिए अब इस सब के साथ हम यह पता लगाने के लिए तैयार हैं कि क्या है अल्फा 1 प्लस बीटा 2 हम लिखते हैं कि अल्फा 1 प्लस

बीटा 2 क्या है यह सिग थीटा माइनस टैन थीटा माइनस टैन थीटा माइनस सिग थीटा है जो माइनस 2 टैन थीटा है इसलिए अब हमारे पास अल्फा 1 प्लस बीटा 2 माइनस 2 के बराबर है टैन थीटा अब हम उस प्रश्न पर वापस जाते हैं जिसमें हम देखते हैं कि तीसरा विकल्प सही है अब हम इस प्रश्न को देखते हैं हमारे पास सेट इक्का है जिसमें सभी गैर-ऋणात्मक वास्तविक संख्याएं शामिल हैं x ताकि x समीकरण को संतुष्ट करे $2x$ के वर्गमूल के मापांक में 3 जमा x का वर्गमूल x के वर्गमूल में घटा 6 जमा 6 बराबर 0 के लिए हमें यह पता लगाना होगा कि एक ही s में कितने तत्व हैं और ऐसा करने के लिए हम पहले ध्यान देंगे कि x माइनस 3 का वर्गमूल 0 के बराबर से बड़ा होता है जब x , 9 के बराबर से बड़ा होता है और x माइनस 3 का वर्गमूल 0 से सख्ती से कम होता है जब x सख्ती से 9 से कम होता है अब हम केस x को 9 के बराबर से बड़ा मानते हैं पहले इस मामले में हम समीकरण को फिर से लिखते हैं इसलिए हमारा समीकरण 2 है x का वर्गमूल घटा 3 जमा x पूरे वर्ग का वर्गमूल घटा x का 6 वर्गमूल जोड़ 6 0 के बराबर है इसलिए हमारे पास समीकरण है x पूरे वर्ग का वर्गमूल x का माइनस 4 वर्गमूल 0 के बराबर है इसलिए यह i x के चर वर्गमूल में sa द्विघात समीकरण, जैसा कि स्थिर पद 0 है, यहाँ हम इसे बहुत आसानी से हल कर सकते हैं, इसलिए यह x का वर्गमूल है x का वर्गमूल घटा 4 के बराबर 0 है, इसलिए यहाँ से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि इसका वर्गमूल x 0 के बराबर है। या x का वर्गमूल 4 के बराबर है और यहाँ से हम पाते हैं कि x बराबर 0 या x बराबर 16 है। अब याद रखें कि हम मामले में x के बराबर 9 से बड़े हैं इसलिए x 16 के बराबर संभव है लेकिन x के बराबर 0 इस मामले में संभव नहीं है अब हम अगले मामले पर विचार करते हैं जो कि मामला है जब x सख्ती से 9 से कम है और इस मामले में हमारा समीकरण माइनस 2 बन जाता है x माइनस 3 प्लस के वर्गमूल में x पूरे वर्ग का वर्गमूल घटा x जमा 6 का वर्गमूल 0 के बराबर है।

इसलिए हमारे पास x पूरे वर्ग का वर्गमूल घटा है x जमा 12 का 8 वर्गमूल 0 के बराबर है, इसलिए हमारे पास फिर से एक द्विघात समीकरण है x के चर वर्गमूल को हम x के चर वर्गमूल के लिए हल करते हैं और हमें th मिलता है ई समाधान 8 प्लस घटा 64 के वर्गमूल घटा 48 को 2 से विभाजित किया जाता है इसलिए हमारे पास x का वर्गमूल 2 या 6 के बराबर होता है, इसलिए यहां से हमें यह मिलता है कि x बराबर 4 है या x अब 36 के बराबर है क्योंकि x है इस मामले में सख्ती से 9 से कम है इसलिए x के बराबर 36 संभव नहीं है और x के बराबर 4 संभव है, इसलिए यहां से हमें x के केवल दो संभावित विकल्प मिलते हैं जो कि x के बराबर 16 और x के बराबर 4 है, इसलिए हम कह सकते हैं कि सेट में ठीक दो तत्व हैं इसलिए विकल्प दो सही है यहाँ तीसरा प्रश्न है और इस प्रश्न में हमें x वर्ग का समीकरण मापांक दिया गया है प्लस $4x$ प्लस 3 प्लस $2x$ प्लस 5 0 के बराबर है और हमारे पास है यह पता लगाने के लिए कि इस समीकरण के कितने वास्तविक समाधान हैं, पहले हम इस समीकरण को x के उन सभी मानों के लिए हल करते हैं जिनके लिए x वर्ग जोड़ $4x$ जमा 3, 0 के बराबर से बड़ा है और इस स्थिति में हमारा समीकरण x वर्ग जोड़ 6 x प्लस बन जाता है जब हम इस द्विघात समीकरण को हल करते हैं तो a अब 0 के बराबर है या x हम प्राप्त करते हैं कि x माइनस 6 प्लस माइनस 36 का वर्गमूल माइनस 32 से विभाजित 2 के बराबर है जो माइनस 6 प्लस माइनस 2 को 2 से विभाजित करने के समान है, इसलिए हमारे पास x बराबर माइनस 2 या माइनस 4 है, अब हम जाँच करेंगे x के इन दो मानों में से, जिसके लिए x वर्ग जोड़ $4x$ जमा 3, 0 के बराबर से बड़ा है, संतुष्ट है, हम यहां फिर से स्थिति को फिर से लिखते हैं x वर्ग जोड़ $4x$ जमा 3, 0 के बराबर से बड़ा है, पहले हम मान x को प्रतिस्थापित करते हैं द्विघात बहुपद x वर्ग में माइनस 2 के बराबर है $4x$ जमा 3 और हमें मिलता है कि 4 घटा 8 जमा 3 यह माइनस 1 के बराबर है जो कि 0 से सख्ती से कम है इसलिए x के इस मान के लिए x बराबर माइनस 2 है शर्त संतुष्ट नहीं है इसलिए x बराबर माइनस 2 संभव नहीं है, इसके बाद हम x के बराबर माइनस 4 का मान लेते हैं और जब हम इस मान को द्विघात बहुपद में प्रतिस्थापित करते हैं तो हमें मिलता है कि 16 घटा 16 जमा 3 और यह 3 के बराबर है और स्पष्ट रूप से यह 0 के बराबर से बड़ा है इसलिए x बराबर माइनस 4 संभव है अब हम x के उन सभी मानों के लिए समीकरण को हल करते हैं जिसके लिए x वर्ग प्लस $4x$ प्लस 3 सख्ती से 0 से कम है और इस स्थिति में हमारा समीकरण माइनस x स्क्वायर माइनस $4x$ माइनस 3 प्लस $2x$ प्लस हो जाता है 5 वी बराबर 0 है यानी हमारे पास x वर्ग जमा $2x$ माइनस 2 बराबर 0 है इसलिए अब हम इस द्विघात समीकरण को हल करते हैं और हम प्राप्त करते हैं कि x माइनस 2 के बराबर है और 4 जमा 8 का माइनस वर्गमूल 2 से विभाजित है और यह माइनस 2 प्लस माइनस 2 के 3 के वर्गमूल को 2 से विभाजित करने के समान है।

इसलिए हमारे पास x बराबर माइनस 1 प्लस माइनस 3 का वर्गमूल है, अब इन दो मानों में से x घटा 1 प्लस घटा 3 का वर्गमूल हम जांचेंगे जिसके लिए x वर्ग जोड़ $4x$ जमा 3 पूर्णतः 0 से कम संतुष्ट है, पहले हम मानते हैं कि x 3 घटा 1 के वर्गमूल के बराबर है, इसलिए जब हम इसे द्विघात बहुपद x वर्ग जोड़ $4x$ जमा 3 में प्रतिस्थापित करते हैं तो हमें वह 3 प्राप्त होता है घटा 2 वर्गमूल 3 जमा 1 जमा 4 वर्गमूल 3 घटा 4 प्लस 3 और यह 3 प्लस 3 के 2 वर्गमूल के समान है जो कि 0 से सख्ती से बड़ा है

इसलिए x^3 के वर्गमूल के बराबर है घटा 1 कोई हल नहीं है तो हम मानते हैं कि x बराबर है माइनस 1 घटा 3 का वर्गमूल
इसलिए जब हम इन्हें प्रतिस्थापित करते हैं तो हमें 3 जमा 1 पूर्ण वर्ग घटा 4 का वर्गमूल 3 जमा 1 जमा 3 के वर्गमूल में प्राप्त होता है यह 3
जमा 2 के वर्गमूल में 3 जमा 1 घटा 4 के वर्गमूल में 3 घटा 4 के वर्गमूल के समान होता है प्लस 3 और यह 3 माइनस 2 के समान है 3 के
वर्गमूल में और स्पष्ट रूप से यह 0 से सख्ती से कम है क्योंकि $12 > 9$ से सख्ती से बड़ा है

इसलिए एक्स माइनस 1 के बराबर माइनस 3 का वर्गमूल संभव है

इसलिए हमें यह समीकरण मिलता है वास्तव में दो वास्तविक समाधान हैं,

इसलिए तीसरा विकल्प यहां सही है, इस प्रश्न में हमें समीकरण दिया गया है $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$ से पावर साइन x माइनस 3 से पावर माइनस साइन x
माइनस 4 0 के बराबर है और जैसा कि विकल्पों से स्पष्ट है यह पता लगाना है कि यह समीकरण कितने वास्तविक समाधान करता है h
एवं

इसलिए हम समीकरण $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$ को पावर साइन एक्स माइनस 3 से पावर माइनस साइन एक्स माइनस 4 के बराबर 0 लिखते हैं और यह x को
पावर 2 साइन एक्स माइनस 4 में x से पावर साइन एक्स माइनस 1 लिखने जैसा ही है।

0 के बराबर है

इसलिए हम देखते हैं कि यह x में एक द्विघात समीकरण है जो कि घात साइन x के लिए सरलता के लिए हम y डालते हैं x के बराबर
घात साइन x

इसलिए हमारे पास यह द्विघात समीकरण $y^2 - 4y + 12 = 0$ माइनस 1 के बराबर है 0

इसलिए जब हम इसे y के लिए हल करते हैं तो हम प्राप्त करते हैं कि $y = 4 \pm \sqrt{4 - 16} = 4 \pm \sqrt{-12}$ जमा घटाकर 16 जमा 4 के वर्गमूल को 2 से विभाजित
करने के बराबर है जो कि 4 जमा घटा 2 वर्गमूल 5 के 2 से विभाजित है और यह 2 जमा घटा के समान है 5 का वर्गमूल पहले हम दिखाते
हैं कि $y = 5$ के 2 घटा वर्गमूल के बराबर नहीं हो सकता है

इसलिए पहले हम ध्यान दें कि 5 का 2 घटा वर्गमूल 0 से सख्ती से कम है क्योंकि 4 अब किसी भी वास्तविक संख्या x के लिए 5 से सख्ती
से कम है x की ज्या हमेशा वास्तविक होती है और जैसा कि हम जानते हैं कि किसी भी वास्तविक संख्या x से घात x के लिए हमेशा
वास्तविक होता है और वास्तव में यह st होता है।

0 से सही रूप से बड़ा है

इसलिए x से घात साइन x

किसी भी वास्तविक संख्या x के लिए 0 से सख्ती से बड़ा है,

इसलिए यहां y बराबर x के बराबर है,

इसलिए $y = 5$ के 2 ऋण के वर्गमूल के बराबर नहीं हो सकता है क्योंकि 2 माइनस 5 का वर्गमूल 0 से सख्ती से कम है।

इसलिए y के लिए एकमात्र संभव विकल्प $y = 2$ है जो 2 के बराबर है 5 का वर्गमूल अब हम लिखते हैं कि y क्या है यह e से घात ज्या x
है तो हमारे पास $e^x = 5$ से घात ज्या है $x = \ln 5$ का 2 जमा वर्गमूल है, हम इस समीकरण के दोनों पक्षों के आधार e पर लघुगणक लेते हैं
और

इसलिए हम प्राप्त करते हैं ज्या x

2 के लघुगणक के बराबर है और 5 का वर्गमूल 2 जमा 5 का वर्गमूल 4 से सख्ती से बड़ा है और हम जानते हैं कि 4 x से सख्ती से बड़ा है
इसलिए 2 प्लस 5 का वर्गमूल का लघुगणक x के लघुगणक से बड़ा है क्योंकि लघुगणक एक बढ़ता हुआ कार्य है और हम जानते हैं कि x
का आधार e का लघुगणक 1 के बराबर है

इसलिए हम हैं वह साइन x प्राप्त करना 1 से सख्ती से बड़ा है जो संभव नहीं है जैसा कि हम जानते हैं कि किसी भी वास्तविक संख्या
के लिए x साइन x हमेशा माइनस 1 के बराबर से बड़ा होता है और प्लस 1 के बराबर से कम होता है

इसलिए साइन का 1 से बड़ा होना संभव नहीं है,

इसलिए हम पाते हैं कि इस समीकरण का कोई वास्तविक समाधान नहीं है यह हमारा पांचवां प्रश्न है इस प्रश्न में हमें तीन सकारात्मक
वास्तविक संख्याएँ p, q और r दी गई हैं जो एक अंकगणितीय प्रगति में हैं, हमारे पास यह द्विघात समीकरण $px^2 + qx + r = 0$ जमा r
बराबर शून्य है, हमें इस द्विघात समीकरण के लिए p और r पर शर्तों का पता लगाना है सभी वास्तविक समाधान प्राप्त करने के लिए
पहले ध्यान दें कि q बराबर p जमा $r = 2$ से विभाजित है क्योंकि हमें बताया गया है कि p, q और r अब एक अंकगणितीय प्रगति में हैं
क्योंकि हम द्विघात समीकरण $px^2 + qx + r = 0$ जमा r के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्त जानते हैं।

0 के बराबर है सभी वास्तविक समाधान q वर्ग माइनस 4 pr बराबर 0 से बड़ा है

इसलिए जब हम q के मान को प्रतिस्थापित करते हैं जो कि p जमा r को 2 से विभाजित किया जाता है तो हमें p जमा rw प्राप्त
होता है होल स्क्वायर माइनस 16 पीआर, 0 के बराबर से बड़ा है जो कि पी स्क्वायर माइनस 14 पीआर प्लस आर स्क्वायर
अब शून्य से बड़ा है क्योंकि पी एक सकारात्मक वास्तविक संख्या है, हम जानते हैं कि पी गैर-शून्य है

इसलिए हम इस असमानता को विभाजित कर सकते हैं p वर्ग से और हम प्राप्त करते हैं 1 घटा 14 r बटा p जमा r बटा p पूरा
वर्ग शून्य से बड़ा है अब हम इस असमानता को फिर से लिखते हैं r बटा p पूरा वर्ग घटा 2 गुणा r बटा p गुणा 7 जमा 49, 48 के
बराबर से बड़ा है

इसलिए हमारे पास r बटा p घटा 7 पूरा वर्ग बराबर 48 से बड़ा है

इसलिए हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि r बटा p घटा 7 का मापांक 3 के 4 वर्गमूल के बराबर से बड़ा है,

इसलिए हम देख सकते हैं कि चौथा विकल्प मापांक r बटा p घटा 7, 4 से बड़ा है 3 का वर्गमूल सही है अब हम अन्य तीन विकल्प लेते
हैं जो पहले r बटा p के अनुपात का पता लगाते हैं ताकि हम इस असमानता से लिख सकें कि r द्वारा p के 7 जमा 4 वर्गमूल के
बराबर से बड़ा है 3 और साथ ही हम माइनस r बटा p प्लस 7 लिख सकते हैं, 3 के 4 वर्गमूल के बराबर से बड़ा है जिसका अर्थ है कि

r बटा p बराबर 7 से कम है 3 का 4 वर्गमूल तो यहाँ से अब हम यह पता लगा सकते हैं कि अनुपात कहाँ है r बटा p संबंधित है क्योंकि r और p दोनों धनात्मक संख्याएँ हैं, r बटा p धनात्मक है इसलिए r बटा p खुले 0 से बंद 7 से संबंधित है घटा 3 संघ का 4 वर्गमूल बंद 7 जमा 4 वर्गमूल 3 अनंत से अब निरीक्षण करें कि जब अनुपात r बटा p अंतराल में खुला 0 से बंद 7 घटा 3 का 4 वर्गमूल है तो अनुपात p बटा r बंद अंतराल में है 7 जमा 4 वर्गमूल 3 का अनंत से और जब अनुपात r बटा p संलग्न है 7 जमा 4 वर्गमूल 3 का अनंत से तो अनुपात p बटा r खुले अंतराल में 0 से बंद 7 घटा 3 का 4 वर्गमूल है

इसलिए अब हम देख सकते हैं कि

r बटा p घटा 7 की स्थिति मापांक इससे बड़ा है 4 के बराबर 3 का वर्गमूल

p बटा r के मापांक के बराबर है घटा 7 बराबर से बड़ा है 3 का 4 वर्गमूल

इसलिए विकल्प 3 भी इस प्रक्रिया में अब सही है जैसा कि हमने देखा है कि हमें कुछ अंतरालों में अनुपात p बटा r और r के लिए p के लिए संभावित विकल्प मिल रहे हैं,

इसलिए विकल्प 1 और विकल्प 2 सही नहीं हैं तो यह प्रश्न पाँच को यहाँ हल करता है इस प्रश्न में हमें तीन सकारात्मक वास्तविक संख्याएँ ab और c दी गई हैं जो एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई हैं और साथ ही हमें एक वास्तविक संख्या लैम्ब्डा और द्विघात समीकरण x चुकता जमा 2 प्लस में दिया गया है बी प्लस सी गुणा एक्स प्लस 3 लैम्ब्डा एबी प्लस बीसी प्लस सीए बराबर 0 है हमें लैम्ब्डा की सीमा का पता लगाना है जिसके लिए इस दिए गए द्विघात समीकरण में अब सभी वास्तविक समाधान हैं, ऐसा करने के लिए हम पहले आवश्यक लिखेंगे और इस द्विघात समीकरण के लिए सभी वास्तविक समाधान होने के लिए पर्याप्त शर्त है और शर्त है 4 गुणा ए प्लस बी प्लस सी पूरे वर्ग घटा 12 लैम्ब्डा गुणा एबी प्लस बीसी प्लस सीए अब शून्य के बराबर से बड़ा है अगर हम इस असमानता से चार को रद्द करते हैं y और यदि हम इस पद को a जमा b जोड़ c पूरे वर्ग में विभाजित करते हैं तो हम प्राप्त करते हैं कि एक वर्ग जोड़ b वर्ग जोड़ c वर्ग जोड़ $2ab$ जमा bc जोड़ ca घटा 3 लैम्ब्डा में ab जमा bc जोड़ ca 0 के बराबर से बड़ा है

इसलिए इसलिए अंत में हम 3 लैम्ब्डा माइनस 2 प्राप्त करते हैं जो एक वर्ग के बराबर से कम होता है और बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर को एबी प्लस बीसी प्लस सीए से विभाजित किया जाता है अब हम इस जानकारी का उपयोग करते हैं कि एबी और सी त्रिभुज के पक्षों की लंबाई हैं

इसलिए ए प्लस बी सी से सख्ती से बड़ा है और ए प्लस सी बी से सख्ती से बड़ा है और बी प्लस सी सख्ती से ए से बड़ा है

इसलिए हमारे पास ये तीन असमानताएँ हैं अब पहली असमानता से ए प्लस बी सख्ती से सी से बड़ा है हम लिख सकते हैं कि ए सख्ती से बड़ा है सी माइनस बी से और बी भी सी माइनस ए से सख्ती से बड़ा है

, दूसरी असमानता से हम लिख सकते हैं कि ए बी माइनस सी से सख्ती से बड़ा है और सी बी माइनस ए से सख्ती से बड़ा है और आखिरी से हम लिख सकते हैं कि बी है सख्ती से बड़ा ए माइनस सी और सी, माइनस बी से सख्ती से बड़ा है, अब इस असमानता पर विचार करें कि ए सख्ती से सी माइनस बी से बड़ा है और असमानता ए बी माइनस सी से सख्ती से बड़ी है,

इसलिए इन दोनों से हम प्राप्त करते हैं कि ए सख्ती से बड़ा है सी माइनस बी के मापांक से आगे हम इस असमानता पर विचार करते हैं कि बी सख्ती से सी माइनस ए से बड़ा है और असमानता यह है कि बी माइनस सी से सख्ती से बड़ा है,

इसलिए यहां से हम प्राप्त करते हैं कि बी सी माइनस ए के मापांक से सख्ती से बड़ा है और से अंतिम दो शेष असमानताएँ हमें प्राप्त होती हैं कि c , b माइनस a के मापांक से सख्ती से बड़ा है,

अब हम इन सभी तीन असमानताओं का उपयोग करने जा रहे हैं और हम जो करेंगे वह यह है कि हम इस असमानता के दोनों पक्षों को वर्गाकार करेंगे तो हमें एक वर्ग सख्ती से मिलेगा बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर माइनस 2 बीसी से बड़ा है और बी स्क्वायर एक स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर माइनस 2 एसी से बड़ा है और सी स्क्वायर एक वर्ग प्लस बी स्क्वायर माइनस 2 एबी से सख्ती से बड़ा है अब हम इन सभी को जोड़ते हैं ईई असमानताएँ तो हम एक वर्ग प्लस बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर प्राप्त करते हैं जो वर्ग में 2 से सख्ती से बड़ा होता है प्लस बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर माइनस 2 गुणा एबी प्लस बीसी प्लस सीए

इसलिए हमारे पास एक वर्ग प्लस बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर एबी से विभाजित होता है प्लस बीसी प्लस सी सख्ती से 2 से कम है अब याद रखें कि हमारे पास पहले से ही वह वर्ग प्लस बी स्क्वायर प्लस सी स्क्वायर एबी प्लस बीसी प्लस सीए से विभाजित है, 3 लैम्ब्डा माइनस 2 के बराबर है

इसलिए हम कह सकते हैं कि 3 लैम्ब्डा माइनस 2 है सख्ती से 2 से कम

इसलिए इसलिए लैम्ब्डा सख्ती से 4 से 3 से विभाजित है

इसलिए पहला विकल्प है कि लैम्ब्डा सख्ती से 4 बटा 3 से कम है,

इसलिए दूसरा विकल्प है कि लैम्ब्डा 5 से 3 से सख्ती से बड़ा है और यह भी सही नहीं हो सकता है उसी समय हम कह सकते हैं कि

लैम्ब्डा खुला अंतराल 4 बटा 3 से 5 बटा 3 में चौथा विकल्प भी सही नहीं है

इसलिए हमें केवल यह जांचना है कि लैम्ब्डा जो तीसरा विकल्प है वह खुले अंतराल 1 बटा 3 में है या नहीं 5 बी y 3 सही है या नहीं, यह जांचने के लिए कि

दिए गए द्विघात समीकरण में लैम्ब्डा को 0 के बराबर रखते हैं और इसे रखने पर हमें प्राप्त होता है कि x वर्ग जोड़ 2 में a जोड़ b जोड़ c गुणा x 0 के बराबर है और स्पष्ट रूप से हम देख सकते हैं कि इस द्विघात समीकरण में सभी वास्तविक समाधान हैं क्योंकि एबीसी वास्तविक संख्याएँ हैं

इसलिए तीसरा विकल्प भी सही नहीं है क्योंकि हम 0 के लिए देखते हैं जो लैम्ब्डा के लिए 0 के बराबर है इस समीकरण में सभी वास्तविक समाधान भी हैं लेकिन 0 इस खुले में नहीं है अंतराल 1 बटा 3 से 5 बटा 3

इसलिए यहाँ केवल एक विकल्प सही है जो पहला विकल्प है जो लैम्ब्डा है जो कड़ाई से 4 बटा 3 से कम है।

हम अपना पहला सत्र समाप्त करते हैं आज हमने द्विघात समीकरणों के सिद्धांत की समीक्षा की है और इसका उपयोग करते हुए हम

अगले दो व्याख्यानोँ में कुछ समस्याओं का समाधान किया है हम कुछ और समस्याओं का समाधान करेंगे

Prutor@IITK