त्रिकोणमितीय फंक्शन्स वरील सात व्याख्यानात आपले स्वागत आहे मागील लेक्चरमध्ये आम्ही त्रिकोणमितीय समीकरणांवर चर्चा केली होती आम्ही sin x equal to sin y cos x equal to cos y आणि tan x बरोबर tan y या फॉर्मच्या त्रिकोणमितीय समीकरणांची सामान्य निराकरणे दिली आणि आम्ही काही समस्या सोडवल्या,

त्यामुळे या व्याख्यानातही आपण समस्या सोडवणे सुरू ठेवणार आहोत, चला प्रथम आपण शेवटच्या वर्गात काय केले होते याचे द्रुत रीकॅप घेऊन सुरुवात करू या, म्हणून आपण या स्वरूपाच्या sine x समान sin y च्या त्रिकोणमितीय समीकरणांच्या सामान्य समाधानांवर चर्चा केली.

आम्ही म्हटले की या समीकरणाचे समाधान x समान n pi अधिक वजा 1 ते n गुणिले y च्या घात आहे जेथे n हा एक पूर्णांक आहे त्याचप्रमाणे cos x y च्या cos y च्या त्रिकोणमितीय समीकरणासाठी आम्ही दाखवले की सामान्य समाधान आहे फॉर्मचा म्हणून येथे जेव्हा मी x समान म्हंटले तेव्हा मुळात x या संचाचा आहे याचा अर्थ असा आहे की या समीकरणासाठी हे सामान्य समाधान संच आहे आणि cos x साठी cos phi x बरोबरीचे आहे दोन आणि pi.

सर्व पूर्णांक n साठी अधिक वजा y आणि tan x बरोबर tan y या समीकरणासाठी आम्ही दाखवले की सामान्य समाधान संच पूर्णांक n साठी n pi अधिक y या फॉर्मचा आहे म्हणून आपण आणखी काही समस्या सोडवणे सुरू ठेवू या म्हणून या समस्येमध्ये आम्हाला विचारले जाईल x च्या cosecant समीकरणाचे सामान्य समाधान शोधण्यासाठी x बरोबर x अधिक मूळ तीनचा कोसेंटेंट आहे म्हणून समस्या सोडवण्याचे एक तंत्र आहे जेथे तुम्हाला cosecant आणि cotangent मिळेल ते म्हणजे त्यांना sine cos आणि tan च्या संदर्भात व्यक्त करणे आणि नंतर ah चा वापर करून सर्व ओळख sin cos आणि tan हे समीकरण सोडवताना आपल्याला माहित आहे की x चा cosecant sine x च्या बरोबरीचा आहे x चा cosecant म्हणून x चा cosecant sine x अधिक 3 चे वर्गमूळ म्हणून लिहू शकतो आणि नंतर आपण ही संज्ञा डाव्या बाजूला आणतो कारण आपण पाहतो की 1 वजा cos x ही गोष्ट आपल्याला माहित आहे आणि आपल्याला माहित आहे की 1 वजा cos x बरोबर 2 साइन स्क्वेअर x बाय दोन आहे म्हणून आपण ते वापरण्याचा प्रयत्न करू मग हे होईल किंवा ते एक मार्ग किंवा दुसरा असेल मार्ग म्हणजे आपण गुणाकार करतो sine x च्या दोन्ही बाजू आणि नंतर आपल्याला x अधिक रूटच्या 3 गुणा sine x बरोबर 1 समान कोसाइन मिळेल

त्यामुळे हे बहुधा cos x अधिक b sin x या स्वरूपाचे असेल आणि मग ते कसे सोपे करावे याबद्दल आपण मागील लेक्चरमध्ये चर्चा केली होती.

याला दोन गुणिले अर्ध्यामध्ये cos x अधिक रूट तीन ओव्हर टू मध्ये sine x असे लिहिले जाऊ शकते जे पुढे लिहिता येईल कारण आता येथे आपल्याला माहित आहे की आपण अर्ध्याला cos च्या साठ अंशाने बदलू शकतो आणि रूट तीन बाय टू ला साठ अंशांच्या साइनने बदलू शकतो किंवा आपण ते देखील करू शकतो अन्यथा आपण ah रूट तीन बाय दोन ला तीस अंशाचा cos म्हणून आणि तीस अंशाचा अर्धा साइन pi चा 6 बाय 6 मध्ये cos x अधिक cos pi 6 चा sin x म्हणून लिहू शकतो आणि हे त्याचे स्वरूप आहे a cos b plus cos a sin b ची स्वाक्षरी करा

त्यामुळे ब्रेसेसच्या आत ही गोष्ट x अधिक pi ची sine x x plus pi over six च्या दुप्पट साइन आहे म्हणून आपण मागील स्लाइडवर ते दोन कमी केले आहे x अधिक pi चा सहा वरील एक किंवा साइन अर्धा आहे परंतु अर्धा साइन सारखा आहे तीस अंशांचा जो pi सह सह pi आहे

त्यामुळे येथे पुन्हा sine x हे sin y च्या बरोबरीचे समीकरण आहे आणि यासाठी आपल्याला माहित आहे की x अधिक pi by six हा संच n pi अधिक वजा या संचाशी संबंधित असावा.

1 ते n गुणिले y च्या घात या बाबतीत y हा pi 6 बाय 6 आहे तर सर्व पूर्णांक n साठी pi 6 बाय 6 आणि हे x संच आणि pi अधिक वजा एक n pi च्या घात सहा बाय सहा असे म्हणण्यासारखे आहे वजा pi वरील सहा एक पूर्णांकाशी संबंधित आहेत म्हणून x च्या समीकरणासाठी x बरोबरी x च्या cosecant बरोबर x चा वर्गमूळ तीनचा हा सामान्य उपाय आहे

फक्त थोडी अवघड समस्या घ्या म्हणून या समस्येमध्ये आम्हाला सर्व शोधण्यास सांगितले आहे cosecant theta plus secant of theta ची सोल्यूशन्स एक बरोबरी आहे म्हणून आम्ही पुन्हा cos x theta ला एक ओव्हर साइन थीटा म्हणून व्यक्त करू आणि हे एक ओव्हर cos theta समान असेल आणि नंतर जेव्हा तुम्ही दोन्ही बाजूंना sine theta cos theta ने गुणाकार कराल तेव्हा तुमचा शेवट होईल कॉस थीटा प्लस साइन टी मिळवत आहे हेटा sine theta ची cos theta मध्ये बरोबरी करते परंतु जेव्हा हे cos theta अधिक b sin theta असे दिसते तेव्हा असे दिसून येत नाही परंतु नंतर येथे आमच्याकडे sin theta cos theta चे उत्पादन आहे येथे असे अनेक संभाव्य मार्ग आहेत ही समस्या एक संभाव्य मार्ग आहे की sin स्क्वेअर थीटा अधिक cos स्क्वेअर थीटा कॉस स्क्वेअर थीटा आहे या वस्तुस्थितीचा वापर करून आपण काय करू शकतो म्हणजे आपण t ला sine theta अधिक cos theta असे परिभाषित करू शकतो आणि जर आपण तसे केले तर हे वेगळे नवीन व्हेरिएबल आहे.

ते येथे परिभाषित केले आहे आणि नंतर तुम्हाला दिसेल की t स्क्वेअर म्हणजे साइन स्क्वेअर थीटा प्लस कॉस स्क्वेअर थीटा प्लस टू सिन थीटा कॉस थीटा पण सिन स्क्वेअर थीटा प्लस कॉस स्क्वेअर थीटा एक आहे आणि म्हणून टी स्क्वेअर एक प्लस टू साइन थीटा कॉस थीटा मध्ये आणि येथून आपण पाहू शकतो की cos theta मध्ये sine theta हे प्रत्यक्षात t स्क्वेअर वजा एक ओव्हर दोन च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आता जर आपण ah त्रिकोणमितीय समीकरणाकडे परत गेलं तर डावी बाजू t आहे उजव्या हाताची बाजू t चौरस आहे वजा एक ओव्हर टू आणि टी ची व्याख्या sin theta अधिक cos theta अशी केली गेली आहे

त्यामुळे t च्या दृष्टीने समीकरण t चौरस वजा एक म्हणजे दोन t किंवा t चौरस वजा दोन t वजा एक समान शून्य होते आणि म्हणून हे t मध्ये द्विघात समीकरण आहे दोन संभाव्य मुळे आहेत मुळे आहेत दोन अधिक वजा वर्गमूळ आठ होय दोन चे वर्गमूळ आहे जे एक

अधिक वजा दोनचे वर्गमूळ आहे आता आपल्याला माहित आहे की t हे साइन थीटा अधिक कॉस थीटा बरोबर आहे जे प्रत्यक्षात वर्गमूळ म्हणून लिहिले जाऊ शकते of 2 in sine theta times 1 over root 2 अधिक cos theta times 1

over root 2 जे बरोबर आहे आता आपल्याला माहित आहे की एक ओव्हर रूट दोन म्हणजे cos pi by four आणि ते sine pi by four देखील आहे
त्यामुळे तुम्ही इथे लिहू शकता cos pi by चार अधिक cos theta मध्ये sine pi over four हे पुन्हा sine a cos b अधिक cos a sin b चे स्वरूप आहे आणि म्हणून ब्रेसेसमधील ही अभिव्यक्ती sine of theta अधिक pi by four आहे
त्यामुळे हे theta च्या sine प्रमाणे आहे अधिक pi by चार आणि म्हणून त्याच्याकडून पुन्हा आपल्याला माहित आहे की साइनचे मूल्य वजा एक आणि अधिक एक दरम्यान असल्याने t चे परिमाण दोनच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीने कमी असणे आवश्यक आहे जर आपण या समीकरणाच्या मुळांकडे परत गेलो तर रूट जे एक अधिक रूट 2 आहे ते व्यवहार्य उपाय नाही कारण t हे sin theta अधिक cos theta आहे जे याच्या बरोबरीचे आहे जिथून आपण पाहिले होते की परिपूर्ण मूल्य रूट 2 पेक्षा कमी असावे.
म्हणून आपण मूळ घेऊ शकत नाही जे एक अधिक मूळ दोन आहे कारण ते याच्या बाहेर आहे जे या बंधनाची पूर्तता करत नाही म्हणून दुसरा उपाय म्हणजे t समान 1 वजा मूळ 2 आहे आणि आपल्याकडे हे सरलीकरण आधीच आहे
त्यामुळे शेवटी आपण t समान रूट 2 ने समाप्त करतो.
थीटा अधिक pi च्या sine मध्ये चार समान म्हणून आपण फक्त दुसरे मूळ घेतो जे या बंधनाचे समाधान करते जे दोनचे एक वजा चौरसमूळ आहे
त्यामुळे ही संपूर्ण गोष्ट पुन्हा मूळ दोन म्हणून थेटा अधिक pi बाय चार बरोबरीच्या साइनमध्ये पुन्हा लिहिली जाऊ शकते दोनचे एक वजा वर्गमूळ ज्याचा अर्थ होतो की थीटा अधिक pi चा साइन चार बरोबर एक ओव्हर रूट दोन वजा एक आणि हे
काही कोन phi च्या sine च्या बरोबरीचे असू द्या कारण ब्रेसेसमधील हे मूल्य वजा एक आणि अधिक एक दरम्यान आहे म्हणून आपण करू शकतो शून्य आणि दोन pi मधील या कोन phi साठी नेहमी एक मूल्य शोधा जसे की phi ची sine या मूल्याच्या बरोबरीची आहे म्हणून phi हे मूल्य असू द्या म्हणून आता आपल्याकडे पुन्हा sine x हे y च्या sine बरोबरीचे समान समीकरण आहे ज्यासाठी आमच्याकडे उपाय आहे की थीटा अधिक phi बाय 4 हा संच n pi अधिक उणे 1 च्या घाताचा n गुणा phi च्या पॉवरचा n सर्व पूर्णांक n साठी असावा आणि म्हणून सोल्यूशनमध्ये म्हटले आहे की थीटा साठी सामान्य सोल्यूशन सेट n pi अधिक वजा 1 ते असेल सर्व पूर्णांक n साठी n गुणिले phi उणे pi ची 4 बाय 4 ची पॉवर म्हणून जर तुम्ही या समस्येच्या निराकरणाकडे परत गेलात तर आम्ही येथे एक छोटी युक्ती वापरली कारण एका बाजूला आमच्याकडे cos आणि दुसऱ्या बाजूला sine ची बेरीज होती.
उत्पादन म्हणून आम्हाला ही युक्ती वापरावी लागली आणि आम्ही हे तथ्य वापरतो की sin स्क्वेअर थीटा अधिक कॉस स्क्वेअर थीटा एक आहे म्हणून येथे पुढील समस्या आहे म्हणून ती आम्हाला या त्रिकोणमितीय समीकरणाचे सामान्य निराकरण शोधण्यास सांगत आहे आणि पुन्हा आपण येथे काय करू शकतो ते म्हणजे आपण हे 1 म्हणून लिहू शकतो.
प्लस 1 ओव्हर कॉस ऑफ 2 थीटा मध्ये 1 अधिक 1 ओव्हर कॉस ऑफ 4 थीटाचा कॉस थीटा सिन थीटा बरोबर आहे आणि नंतर आपण डाव्या हाताची बाजू आणि उजवीकडे दोन्ही बाजूंनी गुणाकार करतो म्हणून आपण lhs आणि उजव्या हाताच्या बाजूने गुणाकार करतो cos 2 theta times cos 4 theta times sine theta
त्यामुळे आपल्याला 1 अधिक cos 2 theta मध्ये 1 अधिक cos 4 theta times sine theta बरोबर cos theta बरोबर cos two theta मध्ये cos चार theta ही संपूर्ण गोष्ट दोनच्या बरोबरीची होईल कॉस स्क्वेअर थीटा आणि ही दुसरी एक्स्प्रेशन दोन कॉस स्क्वेअर दोन थीटा टाइम्स साइन थीटा इक्वल कॉस थीटा कॉस टू थीटा कॉस फोर थीटा असेल आणि नंतर उजव्या बाजूला जे काही असेल ते आह घेऊन सर्व काही डाव्या बाजूला आणले जाईल शून्य आणि आम्ही पाहतो की या दोन्ही संज्ञांमध्ये काही सामान्य संज्ञा आहेत म्हणून तुम्ही त्यांचा घटक काढू शकता,
त्यामुळे शेवटी आपल्याला जे मिळेल ते cos theta आहे कॉस 2 थीटा ही कॉमन टर्म आहे इथे कॉस 2 थीटा देखील कॉमन आहे म्हणून आम्ही दोन्ही बाहेर काढतो आणि मग आम्ही शून्याच्या बरोबरीचे आहे आणि येथे आपण एक नमुना पाहतो की आह दोन sin theta cos theta हे खरेतर sin two theta च्या बरोबरीचे आहे, म्हणून ती वस्तुस्थिती वापरून आपल्याकडे 2 sine 2 theta मध्ये cos 2 theta उणे cos 4 theta आहे आणि पुन्हा आपण त्याच पॅटर्नसह पाहतो.
दोन थीटा म्हणजे ही गोष्ट आता साइन फोर थीटा आहे म्हणून आता हे समीकरण शून्य आहे जर कॉस थीटा शून्य असेल किंवा दोन थीटाचा कॉस शून्य असेल किंवा साइन फोर थीटा वजा कॉस फोर थीटा शून्य असेल तर या तीनपैकी आपण या तीन भिन्न समीकरणांपैकी प्रत्येकासाठी सेट केलेले समाधान शोधणे आवश्यक आहे आणि त्या सर्वांचे एकत्रीकरण करणे आवश्यक आहे, म्हणजे अर्थातच आपल्याला माहित आहे की शून्याशी cos theta म्हणजे theta हा संचाचा आहे कारण हे cos theta च्या बरोबरीचे आहे.
pi by two आणि नंतर आपण th वापरू शकतो cos x बरोबर cos y फॉर्मच्या समीकरणांचे सामान्य समाधान म्हणून याचे समाधान दोन n अधिक वजा एक मध्ये pi ओव्हर दोन जेथे n पूर्णांक असेल तर या समीकरणासाठी cos दोन थीटा शून्य बरोबरीचे सामान्य समाधान आहे ते बरोबरच असणार आहे त्याशिवाय कारण इथे दोन थीटा असेल ते दोन n अधिक वजा एक मध्ये pi ओव्हर चार सर्व पूर्णांकासाठी n आता या शेवटच्या समीकरणासाठी जे हे पुन्हा लिहिले जाऊ शकते याचा अर्थ असा होतो आणि हे समीकरण दुसऱ्याद्वारे सूचित केले आहे जेथे मी एका ओव्हर रूटने गुणाकार केला तरीही दोन उजवीकडे शून्य समान शून्य आहे आणि हे नंतर cos वर जात असे लिहिले जाऊ शकते कारण cos pi बाय चार म्हणजे sin pi बाय चार समान आहे एक ओव्हर रूट टू म्हणजे पुढे एक ism सूचित करते आता ही डाव्या हाताची बाजू आहे sine a cos b वजा cos a sin b जो a minus b ची sine आहे म्हणून ही डाव्या हाताची बाजू चार theta च्या sine सारखी आहे उणे पाई बाय चार ई गुण शून्य ज्याचा अर्थ n असा होतो की चार थीटा वजा pi बाय चार
सर्व पूर्णांक n साठी n pi या संचातील असणे आवश्यक आहे, म्हणून येथे आपण sine x समान sin y बरोबर y बरोबर y शून्य असे सूत्र वापरत आहोत आणि हे मग थीटा याच्या मालकीचा आहे असे सूचित करते की आपण pi ला चार ने n pi च्या आत 4

अधिक pi वर 16 n पूर्णांक म्हणून हलवतो
त्यामुळे समस्येचे अंतिम समाधान 1 अधिक सेक थीटा मध्ये 1 अधिक सेकंद 4 थीटा समान cot theta
त्यामुळे या संचांच्या युनियनद्वारे सर्वसाधारण समाधान दिले जाते 2 n अधिक वजा 1 गुणा pi by 2 सर्व पूर्णांक n युनियन 2 n अधिक वजा एक गुणा pi वर चार पुन्हा पूर्णांक n युनियन सह n pi पेक्षा चार अधिक pi सोळा पूर्णांक n
त्यामुळे या त्रिकोणमितीय समीकरणासाठी हे अंतिम समाधान आहे
म्हणून आपण आणखी एका समस्येचा विचार करू या
त्यामुळे या समस्येमध्ये आपल्याला x चे सर्वात लहान धनात्मक मूल्य शोधण्यास सांगितले जाईल जसे की हे त्रिकोणमितीय समीकरण समाधानी होईल म्हणून पुन्हा आपण tan x ला si म्हणून लिहू.
nx द्वारे cos x आणि म्हणून ही x अधिक शंभर अंशांची साइन बनते
x अधिक 100 च्या cos वर x अधिक 50 च्या साइन बरोबर असते.
म्हणून मी वेळेच्या हितासाठी अंश x च्या साइन मध्ये x उणे 50 च्या साइनमध्ये लिहित नाही x च्या cos अधिक 50 cos x ने x उणे 50 च्या cos मध्ये भागले आणि नंतर आपण दोन्ही बाजूंनी गुणाकार
करू म्हणजे lhs आणि उजव्या बाजूस x च्या cos अधिक 100 पट cos अधिक x 50 गुणा cos x गुणिले x वजा 50 आणि मग या गुणाकारानंतर आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे साइन x अधिक शंभर पट cos x अधिक पन्नास पट cos x पट cos of x उणे 50 बरोबरीचे sine x अधिक 50 पट sine x गुणा sine x उणे x अधिक 100 च्या 50 पट cos.
की डाव्या बाजूला आणि उजव्या बाजूला दोन्हीकडे सायन आणि कोसाइनची उत्पादने आहेत पण आता प्रश्न असा आहे की आपण याला यासोबत जोडायचे की x अधिक शंभरचे साइन cos x बरोबर जोडायचे आणि आपण जे पाहतो ते आहे.
की जर आपण x अधिक शंभर ची साइन cos x बरोबर जोडली मग आपल्याला एक संज्ञा मिळेल जी शंभरची साइन आहे आणि आपण cos x अधिक पन्नास आणि cos x उणे पन्नास एकत्र केल्यास आपल्याला समान संज्ञा मिळेल आणि आपण साइन x अधिक पन्नास आणि साइन x उणे पन्नास एकत्र केल्यास असे काहीतरी या बाजूला देखील होईल.
आणि cos x अधिक शंभर sin x सह तर आपण ते करण्याचा प्रयत्न करूया आणि काय होते ते पाहू या, म्हणून आपण प्रथम डाव्या बाजूस सोपी करून सुरुवात करू आणि अर्थातच आपण दोन्ही बाजूंना चार ने गुणू शकतो म्हणून आपल्याला हे चार आवश्यक आहे कारण आपण आठवण्याचा प्रयत्न करू दोन sin a sin b दोन sin a cos b आणि 2 cos a cos b आणि दोन cos a sin b साठीचा विस्तार डावीकडे असेल तर आपण त्याला 2 sine x अधिक 100 पट cos x दोन ने गुणाकार म्हणून लिहू शकतो.
cos x अधिक पन्नास गुणा cos x उणे पन्नास आता आपल्याला माहित आहे की cos b ही एक अधिक b ची sine आहे a plus b plus sine of a minus b ची sine आहे जी शंभर अंश आहे
त्यामुळे डाव्या बाजूला ही पहिली संज्ञा आहे आणि नंतर येथे आपण दोन cos a cos b साठी नमुना पाहतो आणि आपल्याला माहित आहे की दोन cos a cos b cos a plus b plus cos a minus b म्हणून ही संज्ञा बनते म्हणजे cos a plus b ने गुणिले cos दोन x अधिक cos a उणे b cos 100 असेल आणि मग नक्कीच आपण सर्व चार संज्ञा लिहू शकतो येथे अतिशय छानपणे अधिक 100 गुणिले cos च्या 100 पट cos 100 plus sine च्या शंभर पट cos दोन x plus sine च्या शंभर पट cos of शंभर जेव्हा आपण उजव्या बाजूसाठी असेच करण्याचा प्रयत्न करतो तेव्हा उजव्या बाजूला आपण 4 मध्ये sine x अधिक 50 गुणा sine x गुणिले x वजा x च्या पन्नास पट cos x अधिक शंभर होते आणि येथे आपण sine x अधिक पन्नास सह sine x उणे पन्नास आणि sine x ला cos x अधिक शंभर एकत्र करू म्हणजे ते दोन साइन x होईल अधिक पन्नास मध्ये साइन x उणे 50 गुणा 2 साइन x cos x अधिक शंभर आता हे दोन पाप a sin b चे आहे जे एक वजा b च्या cos च्या वजा b च्या cos च्या बरोबर आहे
त्यामुळे a वजा b चा cos असेल a प्लस b चे शंभर अंश वजा cos दोन x असेल तर हा a आहे आणि हा b आहे तर a प्लस sb ला दोन x ने गुणाकार केला जाणार आहे दोन sine a cos b या दुसऱ्या टर्मसाठी दोन sin a cos b sine a plus b plus sine a minus b sine a plus b आपल्याला दोन x अधिक शंभर ची साइन देणार आहे अ वजा ब ची sine a वजा sine sine sine sine sine of sine of sine of sin of sine sine sine sine of sine of sine sine sine sine sine of sine of 100 sine sine 100 गुणाकार तर हे आहे या वजा साइन 100 मध्ये cos 100 वजा cos दोन x साइन दोन x अधिक सौ अधिक cos दोन x मध्ये साइन सौ तर ही उजवी बाजू आहे आणि ही डाव्या हाताची बाजू आहे जी दोन x ची साइन आहे दोन x च्या अधिक शंभर पट cos अधिक x दोन x च्या शंभर पट cos च्या शंभर अधिक साइन च्या शंभर पट cos दोन x अधिक चिन्ह शंभर cos शंभर आणि आपण पाहू शकतो की काही पदे येथे रद्द होणार आहेत कारण ही संज्ञा पाप करेल दोन x अधिक शंभर गुणिले cos शंभर इथे आणि इथे दोन्ही आहेत
त्यामुळे th   तो रद्द होतो आणि नंतर cos दोन x गुणिले sine सौ हे देखील डाव्या बाजूला आणि उजव्या हाताच्या दोन्ही बाजूला असते
त्यामुळे हे देखील रद्द होते
त्यामुळे शेवटी काय उरते ते म्हणजे दोन साइन दोन x अधिक सौ मध्ये cos दोन x म्हणजे मूलत: ही संज्ञा ah याला या बाजूला आणते आणि नंतर अधिक दोन साइन सौ cos 100 बरोबर 0 जे आणखी सोपे केले जाऊ शकते म्हणून मागील स्लाइडवरून आपल्याकडे 2 मध्ये दोन x अधिक शंभर गुणा cos दोन x अधिक दोन साइन सौ cos आहे शंभर बरोबर शून्य आता हे दोन sine a cos b चे स्वरूप आहे
त्यामुळे आपल्याला कळेल की दोन sine a cos b sine a plus b plus sin a minus b म्हणून ही sine होईल

त्यामुळे a plus b तुम्हाला चार x अधिक देईल शंभर आणि साइन अ वजा ब आपल्याला शंभर अधिकची साइन देणार आहे आणि आणि आणि जर तुम्ही येथे नमुना पाहिला तर ही दोनशेची
साइन आहे ही दोन sine a cos a
so two sin a cos a sine आहे दोन a म्हणजे दोनशे ची sine एकदा 0 आणि नंतर येथे आपण करू मी एक अधिक चिन्ह b फॉर्म्युला वापरण्याचा प्रयत्न करेन
त्यामुळे ही गोष्ट 2 बाय 2 ला 150 अंश आहे आणि एक वजा b बाय 2 चे कॉस 50 अंश असेल पण 150 ची साइन ची साइन सारखीच असेल 30 अंश म्हणजे जे अर्धे आहे
त्यामुळे हे अर्ध्या बरोबर आहे म्हणून दोन ने अर्ध्याने गुणले तर एक आहे म्हणून आपल्याकडे चार x अधिक शंभर ची sine आहे 50 अंशाच्या cos च्या वजा बरोबर 40 अंशाच्या साइनचे वजा आहे कारण cos च्या 50 हे 40 च्या sine सारखेच आहे.
जे उणे 40 अंशांची sine म्हणून देखील लिहिता येते, म्हणून पुन्हा आपल्याकडे sine x बरोबर sine y असा फॉर्म आहे ज्यासाठी सोल सामान्य समाधान 4 x अधिक 100 ने दिले जाईल या संचाचे आहे.
n pi अधिक उणे 1 ते n गुणिले वजा 40 ची घात कारण y उणे ठीक आहे येथे आपण करू नये कारण आपण येथे pi वापरत आहोत आणि आपण रेडियनच्या संदर्भात उत्तर व्यक्त करत आहोत आपल्याला हे परत रेडियनमध्ये रूपांतरित करणे आवश्यक आहे म्हणून हे नाही बरोबर म्हणून ही अंश आहे म्हणून जर आपल्याला वरून आठवत असेल तर मागील लेक्चर्स आपल्याला फक्त 180 वर pi सह गुणाकार करणे आवश्यक आहे जेणेकरुन ते पुन्हा रेडियनमध्ये रूपांतरित होईल परंतु नंतर तेच गोष्ट या शंभरसह येथे देखील केली पाहिजे म्हणून कोणत्याही परिस्थितीत हे विधान बरोबर आहे म्हणून सर्व n z चे आहेत आणि मग आपण असे लिहू शकतो की चार x n pi अधिक वजा एक ची n गुणिले वजा ची घात आहे
म्हणून हे चाळीस आपण दोन pi बाय नऊ असे सोपे करू शकतो आणि नंतर आपल्याला येथे उणे शंभर टाकावे लागतील परंतु वजा शंभर हे मध्ये आहे अंश म्हणजे रेडियनसच्या संदर्भात जे उणे 5 pi 9 पेक्षा जास्त असेल आणि पुन्हा पूर्णांकांशी संबंधित असेल आणि हे 4 x असेल तर मग आपल्याला येथे प्रत्येक गोष्टीला चार ने विभाजित करावे लागेल
त्यामुळे आपल्याला शेवटी काय मिळेल ते समाधान संच आहे फॉर्म x हे n pi ओव्हर फोरचे आहे अधिक आपण प्रत्यक्षात वजा बाहेर आणू शकतो परंतु वजा pi वर 18 वजा 5 pi ओव्हर 36 साठी सर्व n पूर्णांकांच्या संचाशी संबंधित आहे
त्यामुळे या समस्येचे हे सामान्य समाधान आहे आणि आपण खरोखर शोधू शकता परीक्षेसाठी प्रथम बाहेर पडा ple जर तुम्ही उदाहरणासाठी n बरोबर एक ठेवले तर ते सोल्युशन pi बाय चार आणि नंतर वजा वजा pi बाय अठरा वजा 5 pi बाय 36 जे pi बाय 4 अधिक pi बाय 18 वजा 5 pi बाय 36 या सोल्युशनशी संबंधित असेल जे अंशात हे आहे 45 अंश आहे हे 10 अंश आहे आणि हे pi आहे 180 आहे तर हे 25 अंश आहे म्हणजे हे 30 अंश किंवा pi बाय सहा आहे म्हणजे हे n बरोबर एक आहे आणि नंतर तुम्ही n ची भिन्न मूल्ये ठेवता तुम्हाला सर्व सामान्य मिळेल या समीकरणातील सर्व निराकरणे येथे आणखी एक मनोरंजक आह समस्या आहे जिथे आम्हाला हे दाखविण्यास सांगितले जाते की सर्व x साठी अंतराल शून्य ते pi बाय दोन हे विधान खरे आहे sin x चे cos नेहमी cos x च्या sine पेक्षा मोठे असते सर्व x अंतराल 0 ते pi बाय 2.
तर यासाठी आपल्याला असे दिसते की pi चा साइन बाय दोन वजा x हा cos x बरोबर आहे आणि cos साठी समान ओळख आहे , म्हणून आपण sine ने सुरुवात करू शकतो.

डाव्या हाताला हे ah टर्म
दोन वजा द्वारे pi च्या sine म्हणून लिहिता येईल sine x कारण cos theta हे pi च्या sine च्या बरोबरीने दोन वजा theta च्या बरोबरीचे आहे, म्हणून जर तुम्हाला हे दाखवायचे असेल तर ते cos x च्या sine च्या बरोबरीने मोठे आहे हे दाखवण्यासाठी समतुल्य आहे.
मध्यंतराला शून्य ते pi बाय दोन म्हणून जेव्हा x हा मध्यांतर शून्य ते pi बाय दोनचा असेल तेव्हा आपण pi मधील दोन वजा sin x आणि cos x मधील संबंध तपासूया, तर x शून्य ते pi कधी आहे यासाठी या दोन संज्ञा तपासूया दोन द्वारे अर्थातच जेव्हा x शून्य ते पाई बाय दोन कॉस x दरम्यान असेल तेव्हा x शून्याच्या बरोबरीने ते एक असेल आणि x बरोबर pi बाय दोन ते शून्य असेल म्हणून ते शून्य आणि एक दरम्यान असेल आणि pi बाय दोन वजा sin x बरोबर x शून्य बरोबर हे pi by दोन असेल आणि x बरोबर pi by दोन ते pi बरोबर दोन वजा एक असेल
त्यामुळे ते pi by दोन वजा एक दोन pi द्वारे बदलणार आहे दोन आणि आपण पाहतो की हे मध्यांतर आणि हे मध्यांतर हे दोन्ही अंतराल शून्य ते pi दोन बाय दोनचे उपसंच आहेत.
le हे मध्यांतर शून्य ते pi by two चा उपसंच आहे , मध्यांतर ah cos x ने घेतलेल्या सर्व मूल्यांचा संच देखील शून्य मधला आहे आणि एक देखील मध्यांतर शून्य ते pi by two चा उपसंच आहे
त्यामुळे हे आम्हाला सांगते की दोन्ही pi दोन वजा sin x आणि cos x जे येथे वितर्क आहेत ते अंतराल शून्य ते pi बाय दोन चे आहेत
त्यामुळे मूलत: आपल्याकडे a चे sine आणि b चे sine असे काहीतरी आहे
त्यामुळे a म्हणजे pi बाय दोन वजा पाप असे म्हणूया x आणि b हे cos x आहे आणि आम्हाला a चिन्ह b च्या बरोबरीने मोठे आहे हे दाखवण्यास सांगितले आहे आणि आम्हाला माहित आहे की a आणि b दोन्ही म्हणजे a आणि b दोन्ही अंतराल शून्य ते pi बाय दोन पर्यंत असतील तर तुम्ही पाहिले असते साइन फंक्शनचा आलेख आपल्याला माहित आहे म्हणून मी साइन फंक्शनचा आलेख पटकन प्लॉट करेन म्हणजे जर हे शून्य असेल आणि आपण म्हणू या की हा पाई बाय दोन आहे तर हे x आहे आणि हे साइन x च्या y आहे.
x वर शून्य sine x बरोबर शून्य आहे आणि नंतर शून्य आणि पाई दोन च्या दरम्यान ते नीरसपणे शून्य पासून सर्व प्रकारे वाढत आहे

एक पर्यंत म्हणजे याचा अर्थ असा आहे की कोणत्याही दोन मूल्यांसाठी a आणि b म्हणू या जर a या आलेखात दर्शविल्याप्रमाणे b च्या बरोबरीने मोठे असेल तर a ची sine येथे हे मूल्य आहे
त्यामुळे येथे हे मूल्य sine आहे a चा विल b च्या sine च्या बरोबरीने मोठा असेल तर b चा sine आहे म्हणून हे मूल्य b च्या sine आहे म्हणून a b च्या बरोबरीच्या पेक्षा मोठे म्हणजे n असे सूचित होते की sine a sin b च्या बरोबरीने मोठा आहे म्हणून जर आम्हाला हे दाखवायचे आहे की a चा sine हा sin b च्या बरोबरीने मोठा आहे हे दाखवण्यासाठी फक्त a हा b च्या बरोबरीचा आहे हे दाखवण्यासाठी पुरेसे आहे इथे जर तुम्हाला a was pi 2 वजा sin x आणि b हा x ची cos म्हणून आठवते.
जोपर्यंत आपण हे विधान दाखवू शकतो जर हे x शून्य ते pi बाय दोनच्या अंतरामध्ये खरे असेल तर x शून्य ते पाई बाय दोनच्या दरम्यान आहे तोपर्यंत आपण हे दाखवू शकतो ज्यामुळे समस्या योग्यरित्या सोडवली जाईल म्हणून आपण प्रयत्न करूया या विशिष्ट समीकरणाचे पुन्हा परीक्षण करण्यासाठी हे दाखवण्यासाठी X चा cos अधिक sine आहे मध्यांतरातील सर्व x साठी pi by two च्या समान पेक्षा कमी मध्यांतरातील सर्व x साठी शून्य ते pi by two साठी मध्यांतरातील सर्व x साठी आम्ही हे पुढील स्लाइडवर दाखवण्याचा प्रयत्न करू म्हणजे ही दोन पुन्हा समतुल्य विधाने आहेत आता sin x अधिक cos x समान आहे रूट दोन गुणिले एक ओव्हर रूट दोन साइन x अधिक एक ओव्हर रूट दोन x ची कोसाइन जी समान आहे म्हणून आपण पुन्हा करू शकतो आपण एक ओव्हर रूट दोन ला कॉस ऑफ पी बाय चार आणि एक ओव्हर रूट दोन येथे साइन पी बाय म्हणून लिहू शकतो चार म्हणून ही संपूर्ण गोष्ट x अधिक pi च्या sine ला चार बाय चार सोपी करते परंतु नंतर आपल्याला माहित आहे की हे मूल्य जेव्हा x 0 ते pi बाय 2 x पेक्षा जास्त असेल तेव्हा हे नक्कीच चांगले आहे आता पाहण्यासारखे फार काही नाही कारण साइनचे मूल्य कोणत्याही x साठी x अधिक pi by 4 ते 1 पेक्षा कमी असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून या समानतेतून sine x अधिक cos x हे मूळ दोनच्या बरोबरीने कमी असणे आवश्यक आहे
कारण मूळ दोन हे pi पेक्षा काटेकोरपणे कमी आहे दोन आता हे पाहणे सोपे आहे कारण रूट दोन म्हणजे एक बिंदू चार एक काहीतरी आणि पाई दोन i s एक बिंदू पाच सात या दोन विधानांतून असे घडते की sine x अधिक cos x हा pi by 2 पेक्षा कमी आहे सर्व x साठी 0 ते pi by 2 च्या मध्यांतराशी संबंधित आहे ठीक आहे या समस्येतील आणखी एक समस्या आपण शोधूया.
सर्वात लहान पॉझिटिव्ह संख्या p ज्यासाठी हे त्रिकोणमितीय समीकरण समाधानी आहे आणि खरं तर संख्या p अशी असावी की या समीकरणाला शून्य ते दोन pi अंतरालमध्ये x हे समाधान आहे म्हणून येथे पुन्हा आपण ओळख वापरतो की थीटाचा cos of pi ची sine आहे दोन वजा थीटा म्हणून आपण ही डाव्या हाताची बाजू pi चा sine म्हणून 2 वजा p sine x बरोबर p cos x प्रमाणे लिहितो आणि हे पुन्हा sine x बरोबर sin y असे आहे म्हणून हे खरे होण्यासाठी ते असणे आवश्यक आहे ते pi by 2 वजा p sine x हे n pi अधिक वजा 1 बरोबर n गुणा p cos x काही पूर्णांक n किंवा काही पूर्णांक n साठी n गुणा बरोबर असले पाहिजे, तर आता आपण या पूर्णांक n साठी वेगवेगळ्या शक्यता वापरून पाहू आणि आपण काय ते पाहू.
असे मिळवा जर आपण n च्या बरोबरीचा प्रयत्न केला, उदाहरणार्थ 0 तर इक्टॅ आपल्याला मिळणारा आयन म्हणजे pi by 2 वजा p sine x बरोबर p cos x ज्याला p म्हणून sine x अधिक cos x समान pi over two मध्ये लिहिता येईल आणि नंतर sine x अधिक cos x ला p मूळ दोन मध्ये आणि नंतर सरलीकृत करता येईल.
आपण ते पुन्हा मूळ दोन sin x अधिक एक द्वारे मूळ दोन cos x जे x अधिक pi बाय चार च्या बरोबर pi वरील दोन असे लिहू आता आपण प्रश्नात आहोत ज्याला सर्वात लहान धन संख्या शोधण्यास सांगितले आहे p पण p पॉझिटिव्ह असण्यासाठी आपल्याला x निवडावा लागेल म्हणजे x अधिक pi by 4 चे चिन्ह देखील धन आहे कारण pi by two धन आहे आणि मूळ दोन धन आहे कारण आपल्याला सर्वात लहान p शोधायचा असल्याने आपण निवडण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे.
x म्हणून x अधिक pi बाय चार ची सायन हे सर्वात मोठे संभाव्य सकारात्मक मूल्य आहे जे आपल्याला एक आहे हे माहित आहे, म्हणून जेव्हा हे एकाच्या बरोबरीचे असते तेव्हा आपल्याला p चे सर्वात लहान संभाव्य मूल्य मिळते जे
मूळ दोन वर pi च्या दोन बरोबर असेल पण हे आहे फक्त n बरोबर शून्य साठी आपण n बरोबर एक साठी प्रयत्न करू शकतो जर आपण n बरोबर एक ठेवले तर आपण समाप्त करू अप मिळवणे दोन वजा p sine x समान pi उणे p cos x आणि जर आपण याची पुनर्रचना केली तर आपल्याला काय मिळेल ते म्हणजे ah p गुणा cos x वजा sin x हे pi ओव्हर दोनच्या समान आहे आणि इथेही आपण ते पुन्हा लिहू शकतो.
p म्हणून दोन गुणांच्या वर्गमूळात आणि नंतर ते cos x मध्ये एक द्वारे मूळ दोन वजा एक मूळ दोन sin x असेल ज्याला x अधिक y वर चार म्हणजे pi पेक्षा दोन असे लिहिले जाऊ शकते परंतु येथे सर्वात मोठे शक्य आहे x plus pi by 4 चे cos चे मूल्य अजूनही एक आहे आणि म्हणून p चे सर्वात लहान सकारात्मक मूल्य अजूनही समान मूल्य असेल आणि आपण नकारात्मक n साठी देखील असे प्रयत्न करू शकतो आणि आपण सर्वसाधारणपणे हे समीकरण पाहू शकतो.
सामान्य साठी n फक्त समाधानी होईल जर असे असेल तर हे n प्लस 1 च्या बळावर वजा 1 असे लिहिता येईल जर मी हे आणले किंवा क्षमस्व त्याऐवजी या बाजूने sine x घेणे सोपे होईल जेणेकरून ते p मध्ये वजा एक होईल n cos x plus sine x ची शक्ती
पाई च्या वजा दोन पेक्षा दोन n च्या बरोबरी म्हणजे bec या शब्दाचा उपयोग वजा एक पण एक गोष्ट इथे लक्षात घेण्यासारखी आहे ती म्हणजे जर आपण पुढे असे लिहितो की आपण मूळ दोन बाहेर घेतो आणि नंतर मूळ दोन इथे आत आणतो आणि जर आपण निरपेक्ष मूल्ये घेतली तर येथे पाहिले तर डाव्या बाजूला आणि उजव्या बाजूला आपण काय पाहणार आहोत ते म्हणजे p तरीही आम्हांला सकारात्मक व्हायचे होते म्हणून p आता दोनच्या वर्गमूळात मोड करा, ब्रेसेसच्या आत या गोष्टीचे परिपूर्ण मूल्य या विशिष्ट पदासाठी सर्वात मोठे शक्य आहे.
मूल्य अजूनही एक आहे कारण ही विशिष्ट संज्ञा n चे मूल्य कितीही असले तरीही हे नेहमी एकापेक्षा कमी असेल
त्यामुळे सर्वात मोठे संभाव्य मूल्य एक आहे आणि ते pi च्या बरोबरीने दोन n च्या निरपेक्ष मूल्यात वजा एक असावे.

येथून आता हे पाहणे सोपे आहे की n बरोबर शून्यासाठी ही गोष्ट आपल्याला pi च्या बरोबरीने दोन n बरोबर एक बरोबर मिळते तसेच ही गोष्ट आपल्याला pi च्या बरोबरीने दोन मिळते परंतु जर आपण n समान वजा एक करण्याचा प्रयत्न केला तर आपल्याकडे तीन आहेत pi द्वारे दोन येथे त्याचप्रमाणे जर आपण n समीकरणाचा प्रयत्न केला तर l ते उणे दोन किंवा n समान दोन किंवा n च्या मोठ्या मूल्यांच्या बरोबरी नंतर pi मिळणार नाही दोन बाय दोन मोठ्या संख्या मिळतील परंतु आपल्याला p चे सर्वात लहान धनात्मक मूल्य शोधायचे असल्याने आपल्याला शून्याच्या बरोबरीचे n निवडावे लागेल.
किंवा n बरोबर एक ज्यासाठी सर्वात लहान धनात्मक मूल्य p समान दोन मूळ दोन द्वारे pi असे निघते आणि ते या समस्येचे हे समाधान पूर्ण करते म्हणून आम्ही पुढील व्याख्यानात त्रिकोणमितीय समीकरणांच्या समस्या सोडविण्यावरील हे व्याख्यान समाप्त करू.
तोपर्यंत त्रिकोणमितीय फंक्शन्सचे व्युत्क्रम जाणून घेण्यासाठी एक नवीन विषय सुरू करणार आहोत.
धन्यवाद