

ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের উপর সাত বক্তৃত্তা দিতে স্বাগতম গত বক্তৃত্তায় আমরা ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ নিয়ে আলোচনা করেছি আমরা $\sin x$ এর ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সাধারণ সমাধান দিয়েছিলাম $\sin x$ সমান $\sin y \cos x$ সমান $\cos y$ এবং $\tan x$ সমান $\tan y$ এবং আমরা কয়েকটি সমস্যার সমাধান করেছি

তাই এই বক্তৃত্তায় আমরা সমস্যাগুলি সমাধান করা চালিয়ে যেতে যাচ্ছি আসুন প্রথমে আমরা শেষ ক্লাসে যা করেছি তার একটি দ্রুত সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিয়ে শুরু করি

তাই আমরা $\sin x$ এর সমান $\sin x$ এর ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সাধারণ সমাধান নিয়ে আলোচনা করেছি আমরা বলেছিলাম যে এই সমীকরণটির সমাধান হল x সমান $n\pi$ প্লাস বিয়োগ 1 এর ঘাত n গুণ y যেখানে n একটি পূর্ণসংখ্যা একইভাবে $\cos x$ এর ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের জন্য $\cos y$ এর সমান আমরা দেখিয়েছি যে সাধারণ সমাধান হল ফর্মের

তাই এখানে যখন আমি বলি x সমান এর মানে মূলত x এই সেটের অন্তর্গত

তাই এই সমীকরণের জন্য এটি সাধারণ সমাধান সেট এবং $\cos x$ এর জন্য $\cos \phi x$ এর সমান দুই সেটের অন্তর্গত প্লাস বিয়োগ y সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য এবং সমীকরণ $\tan x$ সমান $\tan y$ এর জন্য আমরা দেখিয়েছি যে সাধারণ সমাধান সেটটি পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য $n\pi$ প্লাস y ফর্মের ছিল

তাই আসুন আমরা আরও কিছু সমস্যা সমাধান করা চালিয়ে যাই

তাই এই সমস্যাটিতে আমাদের জিজ্ঞাসা করা হয়েছে x এর সমীকরণের সাধারণ সমাধান খুঁজে বের করতে x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট x প্লাস থ্রি এর কোট্যাঞ্জেণ্ট

তাই সমস্যা সমাধানের একটি কৌশল যেখানে আপনি কোসেক্যান্ট এবং কোট্যানজেন্ট পাবেন সেগুলোকে সাইন কোস এবং ট্যান এর পরিপ্রেক্ষিতে প্রকাশ করা এবং তারপর ah ব্যবহার করে সমস্ত পরিচয়ের জন্য এই সমীকরণটি সমাধান করার জন্য $\sin \cos$ এবং \tan

তাই আমরা জানি যে x এর cosecant এক ওভার সাইন x সমান আমরা x এর cosecant লিখতে পারি x এর cosecant হিসাবে সাইন x প্লাস 3 এর বর্গমূল এবং তারপর আমরা এই শব্দটিকে বাম দিকে নিয়ে আসি কারণ আমরা দেখতে পাই যে 1 বিয়োগ $\cos x$ এমন কিছু যা আমরা জানি যে আমরা জানি যে 1 বিয়োগ $\cos x$ সমান 2 সাইন বর্গ x দুই দ্বারা

তাই আমরা এটি ব্যবহার করার চেষ্টা করব

তাই এটি হয়ে যায় বা এটি একটি উপায় বা অন্য উপায় উপায় হল যে আমরা গুণ করি সাইন x দ্বারা উভয় পাশে এবং তারপর আমরা x প্লাস রুটের 3 গুণ সাইন x এর 1 সমান কোসাইন পাই

তাই এটি সম্ভবত একটি $\cos x$ প্লাস $b \sin x$ আকারের এবং তারপরে আমরা আগের লেকচারগুলির একটিতে আলোচনা করেছি কিভাবে এটিকে সহজ করা যায় এটিকে দুই গুণ অর্ধেককে $\cos x$ প্লাস রুট থ্রি ও দুই বাই সাইন x হিসাবে লেখা যেতে পারে যা এখন এখানে আমরা জানি যে আমরা অর্ধেককে ষাট ডিগ্রির \cos দিয়ে প্রতিস্থাপন করতে পারি এবং ষাট ডিগ্রির সাইন দিয়ে তিন বা রুটকে প্রতিস্থাপন করতে পারি।

আমরা এমনকি এটি করতে পারি অন্যথায় আমরা এমনকি $ah \text{ root-}$ কে ত্রিশ ডিগ্রির \cos হিসাবে এবং 30 ডিগ্রির অর্ধেক সাইন হিসাবে পাই এর সাইন হিসাবে 6 দ্বারা $\cos x$ এবং $\cos \pi/6$ দ্বারা $\sin x$ হিসাবে লিখতে পারি এবং এটি আকারের সাইন $a \cos b \text{ plus } \cos a \sin b$

তাই ধনুর্বন্ধনীর ভিতরে এই জিনিসটি x প্লাস পাই এর সাইন বাই সিক্স এর x প্লাস পাই এর দুইগুণ সাইন ওভার সিক্স

তাই আমরা আগের স্লাইডে আমরা

দুই কে কমিয়েছি $\sin x$ প্লাস পাই ছয় এর উপরে এক বা সাইনের সমান x প্লাস পাই ছয় ওভারের অর্ধেক কিন্তু অর্ধেক সাইনের সমান ত্রিশ ডিগ্রী যা পাই ছয়ের উপরে

তাই এখানে আমাদের আবার সাইন $x \sin y$ এর সমান আকারের একটি সমীকরণ রয়েছে এবং এর জন্য আমরা জানি যে সাধারণ সমাধান হল x প্লাস পাই বাই ছয় সেট $n\pi$ প্লাস মাইনাস সেটের অন্তর্ভুক্ত 1 থেকে n গুণ y এর ঘাত এই ক্ষেত্রে y হল $\pi/6$ দ্বারা

তাই π দ্বারা 6 সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য এবং এটি একই বলে যে x সেটের অন্তর্গত এবং π প্লাস বিয়োগ একটি $n\pi$ এর শক্তি ছয় দ্বারা।

বিয়োগ পাই ছয় এক পূর্ণসংখ্যার অন্তর্গত

তাই এটি হল

x এর সমীকরণ কোসেক্যান্টের জন্য সেট করা সাধারণ সমাধান x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট x এবং তিনটির বর্গমূল কোসেক্যান্ট থিটা প্লাস সেক্যান্ট অফ থিটা এর সমাধান এক সমান

তাই আবার আমরা $\cos x$ থিটাকে এক ওভার সাইন থিটা হিসাবে প্রকাশ করব প্লাস এটি হবে এক ওভার \cos থিটা সমান এক এবং তারপর যখন আপনি সাইন থিটা কস থিটা দিয়ে উভয় দিক গুণ করবেন তখন আপনি শেষ করবেন কোস থিটা প্লাস সাইন টি পাচ্ছেন হেটা সাইন থিটাকে কস থিটাতে সমান

করে কিন্তু যখন এটি একটি $\cos \theta$ প্লাস $b \sin \theta$ আকারের বলে মনে হয় তখন এটি প্রদর্শিত হয় না কিন্তু তারপরে এখানে আমাদের কাছে $\sin \theta \cos \theta$ এর একটি পণ্য আছে এখানে করার অনেকগুলি সম্ভাব্য উপায় রয়েছে এই সমস্যাটি একটি সম্ভাব্য উপায় হল যে সিন স্কয়ার থিটা প্লাস কস স্কয়ার থিটা কস স্কয়ার থিটা এই সত্যটি ব্যবহার করে আমরা যা করতে পারি তা হল আমরা t কে সাইন থিটা প্লাস কস থিটা হিসাবে সংজ্ঞায়িত করতে পারি এবং তারপরে আপনি যদি তা করেন তবে এটি একটি ভিন্ন নতুন পরিবর্তনশীল যেটি এখানে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে এবং তারপরে

আপনি দেখতে পাবেন যে t বর্গ হল সাইন স্কয়ার থিটা প্লাস কস স্কয়ার থিটা প্লাস টু সিন থিটা কস থিটা

তাই কিন্তু সিন স্কয়ার থিটা প্লাস কস স্কয়ার থিটা এক এবং

তাই টি বর্গ হল ওয়ান প্লাস টু সাইন থিটা কস থিটা এবং এখান থেকে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে সাইন থিটা কস থিটাতে আসলে টি বর্গ বিয়োগ এক ওভার দুই এর সমান

তাই এখন যদি আমরা দেখি ah ত্রিকোণমিতিক সমীকরণে ফিরে যাই তাহলে বাম হাতের দিকটি ছিল t ডান হাতের দিকটি t বর্গক্ষেত্রের সমান বিয়োগ এক ওভার টু এবং টি কে সিন থিটা প্লাস কস থিটা হিসাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে

তাই t এর পরিপ্রেক্ষিতে সমীকরণটি হয়ে যায় t বর্গ বিয়োগ এক হল দুই টি বা টি বর্গ বিয়োগ দুই টি বিয়োগ এক সমান শূন্য এবং

তাই যেহেতু এটি টি-তে একটি দ্বিঘাত সমীকরণ দুটি সম্ভাব্য মূল আছে মূলগুলি হল দুই যোগ বিয়োগ বর্গমূল আট হ্যাঁ বাই দুই যা এক যোগ বিয়োগ দুই বর্গমূলের সমান এখন আমরা জানি যে t সাইন থিটা প্লাস কস থিটা এর সমান যা আসলে বর্গমূল হিসাবে লেখা যেতে পারে অফ 2 ইন সাইন থিটা গুণ 1 ওভার রুট 2 প্লাস কস থিটা গুণ 1 ওভার রুট 2 যা এখন আমরা জানি যে এক ওভার রুট দুই হল কস পাই বাই চার এবং এটি সাইন পাই বাই চারের সমান

তাই আপনি এখানে লিখতে পারেন কস পাই বাই ফোর প্লাস কস থিটা সাইন পাই ওভার ফোর এটি আবার সাইন এ কস বি প্লাস কস এ সিন বি আকারের এবং

তাই ব্রেসিস এর ভিতরে এই এক্সপ্রেশনটি থিটা প্লাস পাই বাই ফোর সাইন

তাই এটি থিটার সাইনের সমান প্লাস পাই চার দ্বারা এবং

তাই তার থেকে আবার আমরা জানি যে সাইনের

মান যেহেতু মাইনাস ওয়ান এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে t এর মাত্রা হতে পারে t এর পরম মান দুইটির বর্গমূলের সমান হতে হবে যদি আপনি এই সমীকরণের মূলে ফিরে যান যদি আমরা ধরি যে রুটটি একটি প্লাস রুট 2 যা একটি সম্ভাব্য সমাধান নয় কারণ t হল $\sin \theta + \cos \theta$ যা এর সমান যেখানে আমরা দেখেছি যে পরম মান রুট 2 থেকে কম হওয়া উচিত।

তাই আমরা মূলটি নিতে পারি না যা একটি প্লাস রুট দুই কারণ এটি এর বাইরে যা এই সীমাবদ্ধতাকে সন্তুষ্ট করে না

তাই একমাত্র অন্য সমাধান হল t সমান 1 বিয়োগ রুট 2 এবং আমাদের এখানে ইতিমধ্যেই এই সরলীকরণটি রয়েছে

তাই শেষ পর্যন্ত আমরা রুট 2 এর সমান t দিয়ে শেষ করব

থিটা প্লাস পাই এর সাইন বাই চার সমান

তাই আমরা শুধুমাত্র অন্য মূলটি নিই যা এই সীমাবদ্ধতাকে সন্তুষ্ট করে যা দুইটির এক বিয়োগ বর্গমূল

তাই এই পুরো জিনিসটিকে আবার থিটা প্লাস পাই এর সাইন বাই চার সমানে রুট দুই হিসাবে পুনরায় লেখা যেতে পারে দুইটির এক বিয়োগ বর্গমূল যা বোঝায় যে থিটা প্লাস পাই-এর সাইন বাই চার সমান এক ওভার রুট দুই বিয়োগ এক এবং এটি

কিছু কোণ ϕ -এর সাইনের সমান হতে দিন কারণ ধনুবন্ধনীতে এই মানটি মাইনাস ওয়ান এবং প্লাস ওয়ানের মধ্যে

তাই আমরা করতে পারি শূন্য এবং দুই পাই এর মধ্যে এই কোণ ϕ -এর জন্য সর্বদা একটি মান খুঁজে বের করুন যেমন

ϕ এর সাইন এই মানের সমান

তাই ϕ সেই মানটি হতে দিন

তাই এখন আমাদের আবার সাইন x ফর্মটির একই সমীকরণ আছে যার জন্য y এর সাইনের সমান আমাদের কাছে

সমাধান আছে যে থিটা প্লাস ফাই বাই 4 সেট $n \pi$ প্লাস মাইনাস 1 এর সাথে যুক্ত হওয়া উচিত সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য n বার ϕ এর পাওয়ার এবং

তাই সমাধানটি বলেছে যে থিটার জন্য সাধারণ সমাধান সেট হবে n পাই প্লাস বিয়োগ 1 থেকে সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য 4 দ্বারা n গুণের ϕ মাইনাস পাই এর শক্তি

তাই যদি আপনি এই সমস্যার সমাধানে ফিরে যান তবে আমরা এখানে একটি ছোট কৌশল ব্যবহার করেছি কারণ একদিকে আমাদের \cos এবং সাইনের যোগফল ছিল অন্যদিকে আমাদের ছিল একটি পণ্য

তাই আমাদের এই কৌশলটি ব্যবহার করতে হয়েছিল এবং আমরা এই সত্যটি ব্যবহার করি যে \sin স্কয়ার থিটা প্লাস কস বর্গ থিটা এক

তাই এখানে পরবর্তী সমস্যা

তাই এটি আমাদের এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সাধারণ সমাধান খুঁজে বের করতে বলছে

এবং আবার আমরা এখানে যা করতে পারি তা হল আমরা এটিকে 1 হিসাবে লিখতে পারি প্লাস 1 ওভার $\cos 2$ থিটাতে 1 প্লাস 1 ওভার \cos of 4 থিটা সমান $\cos \theta$ ওভার $\sin \theta$ এবং তারপর আমরা বাম হাত এবং ডান হাত

উভয় দিক দিয়ে গুণ করি

তাই আমরা lhs এবং ডান হাতের পাশ দিয়ে গুণ করি $\cos 2 \theta \times \cos 4 \theta \times \sin \theta$

তাই আমরা যা পাব তা হল 1 প্লাস $\cos 2 \theta$ থিটা থেকে 1 প্লাস $\cos 4 \theta$ থিটা গুণ সাইন থিটা সমান $\cos \theta$ to $\cos 2 \theta$ in $\cos 4 \theta$ এই পুরো জিনিসটি দুইটির সমান হবে \cos স্কয়ার থিটা এবং এই অন্য এক্সপ্রেশনটি

হবে দুই \cos স্কয়ারের সমান দুই থিটা টাইম সাইন থিটা সমান $\cos \theta \cos$ দুই $\theta \cos$ চার থিটা এবং

তারপর ah নিলে ডান পাশে যা আছে সব কিছু বাম দিকে নিয়ে আসব।

শূন্য এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই উভয় পদের মধ্যে কিছু সাধারণ পদ আছে

তাই আপনি সেগুলিকে গুণনীয়ক আউট করুন

তাই আমরা শেষে যা পাই তা হল $\cos \theta$ একটি সাধারণ শব্দ এখানে $\cos 2\theta$ ও সাধারণ

তাই আমরা উভয়কেই বের করে নিয়েছি এবং তারপরে আমরা শূন্যের সমান আছে এবং এখানে আমরা একটি প্যাটার্ন দেখতে পাচ্ছি যে আহ দুইটি সিন থিটা কস থিটা আসলে সিন দুই থিটার সমান

তাই এই সত্যটি ব্যবহার করে আমাদের কাছে 2 সাইন 2 থিটা আছে $\cos 2\theta$ থিটা বিয়োগ কস 4 থিটা এবং আবার আমরা একই প্যাটার্ন দেখতে পাচ্ছি দুই থিটা

তাই এই জিনিসটি এখন সাইন ফোর থিটা

তাই এখন এই সমীকরণটি শূন্য যদি এবং শুধুমাত্র যদি \cos হয় $\cos \theta$ শূন্য হয় বা \cos of two θ শূন্য হয় বা সাইন ফোর থিটা বিয়োগ কস চার থিটা শূন্য হয় এই তিনটির যে কোনো একটিতে আমরা এই তিনটি ভিন্ন সমীকরণের প্রতিটির জন্য সমাধান সেট খুঁজে বের করতে হবে এবং তাদের সকলের মিলন করতে হবে

তাই অবশ্যই আমরা জানি যে শূন্যের সমান $\cos \theta$ মানে থিটা সেটের অন্তর্গত কারণ এটি \cos থিটা আকারের \cos এর সমান π দুই দ্বারা এবং তারপর আমরা θ ব্যবহার করতে পারি $e \cos x$ ফর্মের সমীকরণের সাধারণ সমাধান $\cos y$ এর সমান

তাই এর সমাধান হল দুই n যোগ বিয়োগ এক তে π ওভার দুই যেখানে n পূর্ণসংখ্যা তাহলে এই সমীকরণের জন্য দুই থিটা সমান শূন্যের জন্য সাধারণ সমাধান হল থিটা অন্তর্গত

তাই ঠিক একই হতে যাচ্ছে তা ছাড়া কারণ আমাদের এখানে একটি দুটি থিটা থাকবে দুই এন প্লাস মাইনাস ওয়ান ইন পাই ওভার ফোর সব পূর্ণসংখ্যার জন্য n এখন এই শেষ সমীকরণের জন্য যা এটি আবার লেখা যেতে পারে এটি আসলে বোঝায় এবং এই সমীকরণটি অন্য দ্বারা বোঝানো হয়েছে যেখানে আমি এক ওভার রুট দিয়ে গুন করলেও দুই ডান পাশের দিকটি এখনও শূন্য সমান শূন্য এবং এটিকে \cos -এ যাচ্ছে বলে লেখা যেতে পারে কারণ $\cos \pi$ বাই চার সমান $\sin \pi$ এর সমান চার দ্বারা সমান এক ওভার রুট টু যা আরও একটি \sin বোঝায় এখন এটি বাম হাতের দিকটি সাইন $a \cos b$ বিয়োগ $\cos a \sin b$ যা $a \sin b$ এর সাইন

তাই এই বাম হাতটি চারটি থিটার সাইনের সমান চার ই দ্বারা বিয়োগ পাই \cos শূন্য যা n বোঝায় এই সত্য দ্বারা উহ্য যে চারটি থিটা বিয়োগ π দ্বারা চারটি অবশ্যই সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য সেট $n \pi$ এর অন্তর্গত হতে হবে

তাই এখানে আমরা সূত্রটি ব্যবহার করছি যে $\sin x$ এর সমান $\sin y$ এর সাথে y সমান শূন্য এবং এটি তাহলে বোঝায় যে থিটা এর অন্তর্গত আমরা $n \pi$ এর ভিতরে 4 যোগ করে পাইকে $16n$ এর উপরে পূর্ণসংখ্যা হিসাবে স্থানান্তর করি

তাই সমস্যার চূড়ান্ত সমাধান সমস্যাটির সাধারণ সমাধান 1 প্লাস সেকেন্ড থিটাতে 1 প্লাস সেকেন্ড 4 থিটা সমান $\cot \theta$ সূত্র সাধারণ সমাধান এই সেটগুলির মিলন দ্বারা দেওয়া হয় 2 n প্লাস বিয়োগ 1 গুণ π দ্বারা 2 সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n ইউনিয়ন 2 n যোগ বিয়োগ এক গুণ π ওভার চার আবার পূর্ণসংখ্যা n ইউনিয়ন সঙ্গে $n \pi$ এর উপরে চার প্লাস পাই ষোল পূর্ণসংখ্যা n

তাই এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের জন্য এটি চূড়ান্ত সমাধান সেট করা যাক

তাই আসুন আমরা অন্য একটি সমস্যা বিবেচনা করি

তাই এই সমস্যাটিতে আমাদেরকে x এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান খুঁজে বের করতে বলা হয় যাতে এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণটি সন্তুষ্ট হয়

তাই আমরা আবার $\tan x$ কে \sin হিসাবে লিখি $\sin x \cos x$ দ্বারা এবং

তাই এটি x প্লাস 100 এর \cos এর

সাইন হয়ে যায় x যোগ 50 এর সাইনের সমান।

তাই আমি সময়ের স্বার্থে ডিগ্রী লিখছি না x এর সাইনে x বিয়োগ 50 এর সাইন x যোগ 50 $\cos x$ এর \cos দ্বারা ভাগ করে x বিয়োগ 50 এর \cos এবং তারপর আমরা উভয় দিকে গুন করি

তাই lhs এবং ডান দিকের \cos দিয়ে x এর 100 গুণ \cos যোগ করে 50 গুণ $\cos x$ গুন \cos of x বিয়োগ 50 এবং তারপর এই গুণের পরে আমরা যা পাব তা হল সাইন x প্লাস শত গুণ $\cos x$ প্লাস পঞ্চাশ গুণ $\cos x$ গুণ x x বিয়োগ 50 সমান

সাইন x গুন 50 গুণ সাইন x গুণ সাইন x বিয়োগ x 100 এর 50 গুণ \cos যে বাম দিকে এবং ডান দিকে উভয় দিকে আমাদের সাইন এবং কোসাইন এর পণ্য রয়েছে কিন্তু এখন প্রশ্ন হল আমাদের এটিকে এর সাথে একত্রিত করা উচিত নাকি আমাদের x প্লাস শতের সাইনকে $\cos x$ এর সাথে একত্র করা উচিত এবং আমরা যা দেখি তা হল যে যদি আমরা x যোগ শতের সাইনকে $\cos x$ এর সাথে যোগ করি তারপর আমরা একটি পদ পাব যেটি সাইন অফ একশ এবং আমরা একই পদ পাব যদি আমরা $\cos x$ প্লাস ফিফটি এর সাথে $\cos x$ বিয়োগ পঞ্চাশের সাথে একত্র করি এবং সাইন x প্লাস ফিফটি এর সাথে সাইন x বিয়োগ পঞ্চাশের সাথে মিলিত হলে এরকম কিছু ঘটবে।

এবং $\sin x$ এর সাথে $\cos x$ প্লাস শত

তাই আসুন আমরা এটি করার চেষ্টা করি এবং দেখি কি হয়

তাই আমরা প্রথমে বাম দিকের দিকটি সরলীকরণের সাথে শুরু করি এবং অবশ্যই আমরা উভয় পক্ষকে চার দিয়ে গুণ করতে পারি

তাই আমাদের এই চারটি প্রয়োজন কারণ আমরা স্মরণ করার চেষ্টা করব দুটি $\sin a \sin b$ দুই $\sin a \cos b$ এবং দুই $\cos a \cos b$ এবং দুই $\cos a \sin b$ এর জন্য বিস্তৃতি

তাই বাম দিকে যা হবে তা আমরা লিখতে পারি 2 সাইন x যোগ 100 গুণ $\cos x$ দুই দ্বারা গুণ করলে $\cos x$ যোগ পঞ্চাশ গুণ $\cos x$ বিয়োগ পঞ্চাশ এখন আমরা জানি যে দুটি চিহ্ন $a \cos b$ হল sine of a plus b প্লাস সাইন a minus b এর sine যা শত ডিগ্রী

তাই এটি প্রথম এই পদটি বাম দিকে এবং তারপর এখানে আমরা দুটি $\cos a \cos b$ এর প্যাটার্ন দেখি এবং আমরা জানি যে দুটি $\cos a \cos b$ কস এ প্লাস বি প্লাস কস এ মাইনাস বি

তাই এই টার্মটি হয়ে যায়

তাই কস এ প্লাস বি দ্বারা গুণ করলে কস টু এক্স প্লাস কস এ মাইনাস বি হবে $\cos 100$ এবং তারপর অবশ্যই আমরা চারটি পদ লিখতে পারি এখানে খুব সুন্দরভাবে প্লাস সাইন এর 100 গুণ \cos এর 100 প্লাস সাইন এর শত গুণ \cos এর দুই x প্লাস সাইন এর শত গুণ \cos of শত যখন আমরা এখন ডান দিকের জন্য একই জিনিস করার চেষ্টা করি

তাই ডানদিকে আমরা সাইন

x প্লাস 50 বার সাইন x গুণ সাইন x এর সাইন

x যোগ শতের 50 গুণ এবং এখানে আমরা সাইন x প্লাস ফিফটি এর সাথে সাইন x বিয়োগ পঞ্চাশ এবং সাইন x এর সাথে $\cos x$ প্লাস শত যুক্ত করব

তাই এটি দুটি সাইন x হবে প্লাস ফিফটি ইন সাইন এক্স মাইনাস 50 গুণ 2 সাইন এক্স কস এক্স প্লাস শত এখন এটি দুটি পাপ একটি পাপ b যা একটি বিয়োগ বি বিয়োগ এর \cos সমান একটি প্লাস b এর \cos

তাই একটি বিয়োগ b এর \cos হবে একটি প্লাস b এর শত ডিগ্রী মাইনাস \cos হবে দুই x

তাই এটি a এবং এটি b

তাই a প্লাস sb হবে দুই x গুণ করা দুই সাইন a $\cos b$ এই অন্য টার্মের জন্য দুই $\sin a \cos b$ হল সাইন a প্লাস b প্লাস সাইন a মাইনাস b

তাই সাইন a প্লাস b আমাদের দুই x যোগ শতের সাইন দেবে sine a minus sine of a minus b

আমাদেরকে বিয়োগ শতের সাইন দিতে যাচ্ছে যা শতকের সাইনের বিয়োগ এবং তারপর আমরা আবার চারটি পদ লিখি যা আমরা পাই আমরা শেষ পর্যন্ত

দুই x যোগ 100 গুণ 100 এর সাইন পাব

তাই এই হল এই মাইনাস সাইন 100 এর সাথে $\cos 100$ বিয়োগ \cos দুই x সাইন দুই x যোগ শত প্লাস \cos দুই x সাইন শত

তাই এটি ডান হাতের দিক এবং এটি বাম হাতের সমান যা দুই x এর সাইন দুই x এর প্লাস সাইন এর দুই x প্লাস সাইন এর শত গুণ \cos এর শত প্লাস সাইন এর শত গুণ \cos দুই x যোগ চিহ্ন শত \cos শত এবং আমরা দেখতে পাচ্ছি যে কয়েকটি পদ এখানে বাতিল হতে চলেছে কারণ এই পদটি পাপ করবে দুই x যোগ শত গুণ \cos শত এখানে এবং এখানে উভয়ই

তাই থ এটি বাতিল হয়ে যায় এবং তারপরে \cos দুই x বার সাইন শতটি বাম দিকে এবং ডান দিকে উভয়ই থাকে

তাই এটিও বাতিল হয়ে যায়

তাই শেষ পর্যন্ত যা থাকে তা হল দুটি সাইন দুই x প্লাস শতকে \cos দুই x এ যা হয় মূলত এই টার্মটি ah এটিকে এই দিকে নিয়ে আসে এবং তারপর প্লাস দুই সাইন শত $\cos 100$ সমান 0 যা আরও সরলীকৃত করা যেতে পারে

তাই আগের প্লাইড থেকে আমাদের কাছে 2 আছে সাইন এর দুই x এর শত গুণ \cos এর দুই x যোগ দুই সাইন শত \cos শত সমান শূন্য এখন এটি দুটি সাইন a $\cos b$ আকারের

তাই আমরা জানতে পারি যে দুটি সাইন a $\cos b$ সাইন a প্লাস b প্লাস সিন a বিয়োগ

তাই এটি সাইন হয়ে যায়

তাই a প্লাস b আপনাকে চার x প্লাস দেবে শত এবং সাইন a মাইনাস b আমাদেরকে শত প্লাস এর সাইন দিতে যাচ্ছে এবং এবং আপনি যদি এখানে প্যাটার্নটি দেখেন তাহলে এটি দুইশ এর সাইন এই ফর্ম দুই সাইন a $\cos a$

তাই দুই $\sin a \cos a$ is sine দুই a যা দুইশ'র সাইন একবার 0 এবং তারপর আমরা এখানে চাই আমি চিহ্নটি a যোগ চিহ্ন b সূত্রটি ব্যবহার করার চেষ্টা করি

তাই এই জিনিসটি 2 দ্বারা সাইনে পরিণত হবে

তাই 2 দ্বারা একটি যোগ b 150 ডিগ্রী একটি বিয়োগ 2 দ্বারা 50 ডিগ্রী হবে কিন্তু 150 এর সাইন এর সাইনের সমান 30 ডিগ্রী

তাই যা অর্ধেক

তাই এটি অর্ধেক সমান

তাই দুইটি অর্ধেক দ্বারা গুণ করলে এক হয়

তাই আমাদের কাছে যা আছে তা হল চার x যোগ শতের সাইন

50 ডিগ্রীর সাইন এর বিয়োগ যা 40 ডিগ্রীর সাইনের মাইনাস কারণ \cos এর 50 হল 40 এর সাইনের সমান।

যাকে মাইনাস 40 ডিগ্রীর সাইন হিসাবেও লেখা যেতে পারে

তাই আবার আমাদের কাছে সাইন x সাইন y এর সমান ফর্ম রয়েছে যার জন্য 4 x যোগ 100 দ্বারা so1 সাধারণ সমাধান দেওয়া হবে এই সেটের অন্তর্গত n পাই প্লাস বিয়োগ 1 থেকে n গুণ বিয়োগ 40 এর শক্তি কারণ y বিয়োগ ভাল এখানে আমাদের উচিত নয় কারণ আমরা এখানে পাই ব্যবহার করছি এবং আমরা রেডিয়ানের পরিপ্রেক্ষিতে উত্তরটি প্রকাশ করছি

আমাদের এটিকে রেডিয়ানে রূপান্তর করতে হবে

তাই এটি নয় সঠিক

তাই যেহেতু এটি ডিগ্রী

তাই ডিগ্রী থেকে যদি আমরা মনে করি পূর্ববর্তী বক্তৃতাগুলি আমাদের কেবল এটিকে 180 এর

উপরে পাই দিয়ে গুণ করতে হবে যাতে এটিকে আবার রেডিয়ানে রূপান্তরিত করে তবে একই জিনিসটি এখানেও এই শতের সাথে করতে হবে

তাই যে কোনও ক্ষেত্রে এই বিবৃতিটি সঠিক

তাই সকলের জন্য n এবং z এর অন্তর্গত তাহলে আমরা লিখতে পারি যে চার x n π প্লাস বিয়োগ এক এর ঘাত n গুণ বিয়োগের সাথে,

তাই এই চল্লিশটি আমরা এটিকে দুই পাই বাই নাইন হিসাবে সরলীকরণ করতে পারি এবং তারপরে আমাদের এখানে একটি বিয়োগ শত রাখতে হবে কিন্তু বিয়োগ শত এটি রয়েছে ডিগ্রী

তাই রেডিয়ানের পরিপ্রেক্ষিতে যা 9 এর উপরে মাইনাস 5 পাই হবে এবং আবার পূর্ণসংখ্যার অন্তর্গত এবং কিন্তু এটি 4 x

তাই আমাদের এখানে সবকিছুকে চার দিয়ে ভাগ করতে হবে

তাই আমরা যা পেতে পারি তা হল সমাধান সেটটি হল ফর্ম x n পাই ওভার ফোর এর সাথে যুক্ত আমরা আসলে বিয়োগকে বাইরে আনতে পারি কিন্তু

18 বিয়োগ 5 পাই ওভার 36 এর জন্য সমস্ত n পূর্ণসংখ্যার সেটের সাথে যুক্ত

তাই এটি এই সমস্যার সাধারণ সমাধান এবং আপনি আসলে খুঁজে পেতে পারেন পরীক্ষার জন্য প্রথম আউট π যদি আপনি উদাহরণ স্বরূপ n এর সমান একটি রাখেন তাহলে সেটি দ্রবণ পাই দ্বারা চার এবং তারপর বিয়োগ বিয়োগ পাই দ্বারা আঠারো বিয়োগ 5 পাই দ্বারা 36 এর সাথে মিলে যায় যা পাই দ্বারা 4 প্লাস পাই দ্বারা 18 বিয়োগ 5 পাই দ্বারা 36 যা ডিগ্রীতে এটি 45 ডিগ্রী এটি 10 ডিগ্রী এবং এটি পাই 180

তাই এটি 25 ডিগ্রী

তাই এটি 30 ডিগ্রী বা পাই বাই ছয়

তাই এটি n এর সমান এক এবং তারপর আপনি n এর বিভিন্ন মান রাখলে আপনি সমস্ত সাধারণ পাবেন সমাধান এই সমীকরণের সমস্ত সমাধান এখানে আরেকটি আকর্ষণীয় আহ সমস্যা যেখানে আমাদের দেখাতে বলা হয়েছে যে সমস্ত x এর জন্য ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা এই বিবৃতিটি সত্য \cos of $\sin x$ সর্বদা $\cos x$ এর সাইনের সমান থেকে বড় ব্যবধান 0 থেকে পাই বাই 2 এর মধ্যে সব x ।

তাই এর জন্য আমাদের মনে হচ্ছে আমাদের এই পরিচয়টি ব্যবহার করতে হবে যে পাই এর সাইন বাই দুই বিয়োগ x $\cos x$ এর সমান এবং \cos এর জন্য একটি অনুরূপ পরিচয়

তাই আমরা সাইন দিয়ে শুরু করতে পারি।

বাম দিকের এই π শব্দটিকে

দুই বিয়োগ দ্বারা পাই এর সাইন হিসাবে লেখা যেতে পারে $\sin x$ কারণ $\cos \theta$ is equal to π -এর সাইন বাই দুই মাইনাস থিটা

তাই যদি আপনি এটি দেখাতে চান তাহলে এটি দেখানোর সমতুল্য যে এটি

$\cos x$ এর সাইনের সমান থেকে বড় এখন মনে রাখবেন আমাদের বলা হয় যে x এর অন্তর্গত হতে হবে ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা

তাই x যখন ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা ব্যবধানের অন্তর্গত হয় তখন আসুন পাই দুই বিয়োগ $\sin x$ এবং $\cos x$ এর মধ্যে সম্পর্ক পরীক্ষা করি

তাই

x কখন শূন্য থেকে পাই এর অন্তর্গত এই দুটি পদ পরীক্ষা করা যাক দুই দ্বারা অবশ্যই x যখন শূন্য থেকে পাই বাই দুই $\cos x$ এর মাঝামাঝি হবে

তাই x সমান শূন্যের সমান হবে এটি হবে এক এবং x সমান π এর দুই দ্বারা এটি শূন্য

তাই এটি শূন্য এবং এক এর মধ্যে হবে এবং π বাই দুই বিয়োগ $\sin x$ x সমান x শূন্যের সমান এই হবে π by দুই এবং x সমান হবে π বাই দুই এটি π এর সমান হবে দুই বিয়োগ এক

তাই এটি পাই দ্বারা দুই বিয়োগ এক দুই পাই এর মধ্যে পরিবর্তিত হবে দুই এবং আমরা দেখি যে এই ব্যবধান এবং এই ব্যবধান উভয়ই পরীক্ষার জন্য ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা দুই এর উপসেট π এই ব্যবধানটি শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা শূন্যের একটি উপসেট এবং ব্যবধান আহ $\cos x$ দ্বারা নেওয়া সমস্ত মানের সেটটিও শূন্যের মধ্যে এবং একটিও ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা ব্যবধানের একটি উপসেট

তাই এটি আমাদের বলে যে উভয় পাই দুই বিয়োগ $\sin x$ এবং $\cos x$ দ্বারা যা এখানে আর্গুমেন্টগুলি ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা ব্যবধানের অন্তর্গত

তাই মূলত আমাদের কাছে a এর \sin এবং b এর সাইন আকারের কিছু আছে

তাই a সমান বলে পাই দুই বিয়োগ \sin বলে x এবং b হল $\cos x$ এবং আমাদের দেখাতে বলা হয়েছে যে a চিহ্নটি b চিহ্নের সমান থেকে বড় এবং আমরা জানি যে a এবং b উভয়ই

তাই a এবং b উভয়ই ব্যবধান শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা দুই এর অন্তর্গত হবে যদি আপনি দেখতেন সাইন ফাংশনের গ্রাফটি আমরা জানি

তাই আমি দ্রুত সাইন ফাংশনের গ্রাফটি প্লট করব

তাই যদি এটি শূন্য হয় এবং আমরা বলি এটি পাই দুই দ্বারা

তাই এটি x এবং এটি সাইন x এর y সমান

তাই x এর সমান শূন্য সাইন x শূন্য এবং তারপর শূন্য এবং পাই এর মধ্যে দুই দ্বারা এটি একঘেয়েভাবে শূন্য থেকে বৃদ্ধি পাচ্ছে একটি পর্যন্ত

তাই এর মানে হল যে কোন দুটি মানের জন্য আমরা বলি a এবং b যদি a বড় হয় b-এর সমান, যেমনটি এই গ্রাফে দেখানো হয়েছে তাহলে a-এর সাইন যা এখানে এই মান

তাই এখানে এই মানটি সাইন a-এর হবে b-এর সাইনের সমান

তাই b-এর সাইন

তাই এই মানটি b-এর sine

তাই b-এর সমান a এর চেয়ে বড় মানে b এর sine বোঝানো হয় যে sine b-এর সমান থেকে বড়

তাই যদি আমাদের দেখাতে হবে যে a-এর sine sin-এর সমান b এর চেয়ে বড় এই ব্যবধানে a-এর থেকে বড়

দেখানোর জন্য এখানে যদি আপনি মনে করেন a was pi 2 বিয়োগ sin x এবং b ছিল x এর cos

তাই যতক্ষণ পর্যন্ত আমরা এই বিবৃতিটি দেখাতে পারি যদি এটি x শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা ব্যবধানে সত্য হয়

তাই x শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা ব্যবধানের সাথে সম্পর্কিত যতক্ষণ আমরা এটি দেখাতে পারি যে এটি সমস্যার সমাধান করবে

তাই আসুন চেষ্টা করি এই বিশেষ সমীকরণটি আবার পরীক্ষা করার জন্য এটি দেখানোর সমতুল্য যে x এর cos প্লাস সাইন ব্যবধানে সব x-এর জন্য দুই দ্বারা pi-এর সমান থেকে কম ব্যবধানে সমস্ত x-এর জন্য শূন্য থেকে পাই দুই দ্বারা দুই,

তাই আমরা পরের স্লাইডে এটি দেখানোর চেষ্টা করি

তাই এই দুটি আবার সমতুল্য বিবৃতি এখন sin x প্লাস cos x সমান রুট দুই গুণ এক ওভার রুট দুই সাইন x প্লাস এক ওভার রুট দুই কোসাইন x এর সমান যা আবার আমরা করতে পারি আমরা এক ওভার রুট দুইকে লিখতে পারি cos of pi বাই চার এবং এক ওভার রুট দুই এখানে সাইন পাই বাই।

চার

তাই এই পুরো জিনিসটি x প্লাস পাই এর সাইনকে চার দ্বারা সরল করে কিন্তু তারপরে আমরা জানি যে এই মানটি

তাই যখন x 0 থেকে পাই বাই 2 x প্লাস এর অন্তর্গত হয় তবে এটি অবশ্যই ভাল এখন দেখার খুব বেশি কিছু নেই কারণ সাইনের মান x এর x প্লাস পাই 4 দ্বারা যেকোনো x এর জন্য এটি 1 এর থেকে কম হতে হবে এবং

তাই এই সমতা থেকে সাইন x প্লাস cos x এখানে রুট দুই এর সমান হতে হবে

যেহেতু রুট দুইটি পাই এর থেকে কঠোরভাবে কম দুই এখন দেখা সহজ কারণ রুট দুই এক বিন্দু চার এক কিছু এবং পাই দুই i দ্বারা s এক পয়েন্ট পাঁচ সাত এই দুটি বিবৃতি থেকে এটি অনুসরণ করে যে সাইন এক্স প্লাস কস এক্স

0 থেকে পাই বাই 2 ব্যবধানের অন্তর্গত সমস্ত x এর জন্য পাই বাই 2 এর চেয়ে কম।

ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক সংখ্যা p যার জন্য এই ত্রিকোণমিতিক সমীকরণটি সন্তুষ্ট এবং প্রকৃতপক্ষে সংখ্যা p এমন হওয়া উচিত যাতে এই সমীকরণটির ব্যবধান শূন্য থেকে দুই পাই এর মধ্যে একটি সমাধান x থাকে

তাই এখানে আবার আমরা এই পরিচয়টি ব্যবহার করি যে থিটা এর cos হল pi এর সাইন দুই বিয়োগ থিটা

তাই আমরা এই বাম দিকে লিখি পাই এর সাইন বাই বাই 2 মাইনাস p সাইন x সমান p cos x এবং এটি আবার সাইন x এর সমান sin y আকারে

তাই এটি সত্য হওয়ার জন্য এটি অবশ্যই হতে হবে কিছু

পূর্ণসংখ্যা n বা কিছু পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য 2 বিয়োগ p সাইন x n pi প্লাস মাইনাস 1 এর শক্তির n গুণ p cos x এর ক্ষমতার সমান হওয়া উচিত

তাই আসুন এখন এই পূর্ণসংখ্যা n এর জন্য বিভিন্ন সম্ভাবনার চেষ্টা করি এবং দেখি আমরা কী করব

তাই যদি আমরা চেষ্টা করি n এর সমান 0 উদাহরণ স্বরূপ তারপর সমান আমরা যে আয়ন পাই তা হল পাই বাই 2 বিয়োগ p

sine x সমান p cos x যা p হিসাবে লেখা যেতে পারে sine x যোগ cos x সমান pi over two এবং

তারপর sine x plus cos x কে সরলীকৃত করা যেতে পারে p root দুই এ এবং তারপর আমরা আবার এটিকে এক

হিসাবে লিখি রুট দুই দ্বারা দুই পাপ x যোগ এক দ্বারা মূল দুই cos x যা x প্লাস পাই বাই চার এর সাইনের সমান হয় পাই দুই

এর সমান এখন আমরা প্রশ্নে আছি এটিকে সবচেয়ে ছোট ধনাত্মক সংখ্যা বের করতে বলা হয়েছে p কিন্তু p ইতিবাচক

হওয়ার জন্য আমাদের x বেছে নিতে হবে যাতে x প্লাস পাই বাই 4 এর চিহ্নটিও ধনাত্মক কারণ pi দ্বারা দুইটি ধনাত্মক

এবং রুট দুইটি ধনাত্মক প্লাস যেহেতু আমরা সবচেয়ে ছোট p খুঁজে পেতে চাই আমাদের চয়ন করার চেষ্টা করা উচিত।

x হিসাবে x প্লাস পাই বাই চারের সাইন হল সবচেয়ে বড় সম্ভাব্য ধনাত্মক মান যা আমরা জানি যে এটি একটি

তাই যখন এটি একের সমান হয় তখন আমরা p-এর ক্ষুদ্রতম সম্ভাব্য মান পাব যা পাই দুই বাই রুট দুই এর সমান হবে কিন্তু

এটি হল শুধুমাত্র n এর সমান শূন্যের জন্য আমরা চেষ্টা করতে পারি n এর সাথে একের সমান যদি আমরা n এর সমান

রাখি তাহলে আমরা শেষ করি দুই বিয়োগ p sine x সমান পাই বিয়োগ p cos x এবং আমরা যদি এটিকে পুনরায়

সাজাই তাহলে আমরা যা পাব তা হল ah p বার cos x বিয়োগ sin x সমান pi ওভার দুই এবং এমনকি এখানে

আমরা আবার লিখতে পারি দুই গুণের বর্গমূলে p হিসাবে এবং তারপরে এটি হবে cos x এক বাই রুট দুই বিয়োগ এক বাই

রুট দুই $\sin x$ যা লিখা যায় x এর \cos যোগ y ওভার 4 হল π এবং এখানেও সবচেয়ে বড় সম্ভব x এর \cos প্লাস পাই বাই চার এখনও এক এবং

তাই p এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান এখনও একই মান হবে এবং আমরা ঋণাত্মক n এর জন্যও এভাবে চেষ্টা করতে পারি এবং আমরা সাধারণভাবে যা দেখতে পাব তা হল এই সমীকরণটি একটি সাধারণের জন্য n শুধুমাত্র সমস্ত হবে যদি

তাই এটিকে n প্লাস 1 -এর শক্তিতে বিয়োগ 1 হিসাবে লেখা যেতে পারে যদি আমি এটি নিয়ে আসি বা দুঃখিত বরং এই দিকে সাইন এক্স নেওয়া সহজ হবে

তাই এটি p থেকে বিয়োগ ওয়ানে পরিণত হবে $n \cos x$ plus $\sin x$ এর শক্তি সমান π -এর বিয়োগ দুই থেকে দুই n অর্থাৎ $2n$ এই টার্মের ব্যবহার মাইনাস ওয়ান কিন্তু একটা জিনিস যা এখানে উপলব্ধি করতে হবে তা হল যদি আমরা এটিকে আরও লিখি যেভাবে আমরা রুট দুটিকে বাইরে নিই এবং তারপর আমরা মূল দুটিকে এখানে নিয়ে আসি এবং যদি আমরা এখানে দেখি যদি আমরা পরম মান নিই।

বাম দিকে এবং ডান দিকে উভয় দিকে আমরা যা দেখব তা হল p যাইহোক আমরা ইতিবাচক হতে চেয়েছিলাম

তাই মোড p এখন দুই এর বর্গমূলে এই জিনিসটির পরম মান ধনুর্বন্ধনীর ভিতরে এই নির্দিষ্ট শব্দটি সবচেয়ে বড় সম্ভাব্য মানটি এখনও একটি কারণ এই নির্দিষ্ট শব্দটি n -এর মান যাই হোক না কেন এটি সর্বদা একটির সমান হবে

তাই সবচেয়ে বড় সম্ভাব্য মানটি হল একটি এবং এটি π এর সমান হওয়া উচিত দুই দ্বারা দুই n বিয়োগ একের পরম মান

তাই এখান থেকে এখন সহজে দেখা যাচ্ছে যে n সমান শূন্যের জন্য আমরা এই জিনিসটি পাই এর সমান পাই দুই দ্বারা n সমান একের সমান এবং এই জিনিসটি পাই পাই দুই দ্বারা সমান কিন্তু যদি আমরা n সমান বিয়োগ একের চেষ্টা করি তাহলে আমাদের তিনটি আছে π এখানে দুই দ্বারা একইভাবে যদি আমরা n সমান চেষ্টা করি 1 থেকে বিয়োগ দুই বা n এর সমান দুই বা n এর বড় মানের তাহলে π পাবে না দুই দ্বারা বড় সংখ্যা হবে কিন্তু যেহেতু আমাদের p এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান খুঁজে বের করতে হবে

তাই আমাদেরকে শূন্যের সমান n বেছে নিতে হবে অথবা n এর সমান যার জন্য ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান বের হয় p এর সমান π এর দুই মূল দুই দ্বারা এবং এটি এই সমস্যার এই সমাধানটি শেষ করে

তাই এর সাথে আমরা পরবর্তী লেকচারে ত্রিকোণমিতিক সমীকরণের সমস্যা সমাধানের এই বক্তৃতাটি শেষ করব।

একটি নতুন বিষয় শুরু করতে যাচ্ছি যা ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের বিপরীতে জানার জন্য ততক্ষণ পর্যন্ত আপনাকে ধন্যবাদ