

پچھلے لیکچر میں مثلثی افعال پر لیکچر پانچ میں خوش آمدید جس کا اختتام ہم نے کچھ مسائل کو حل کرنے کے ساتھ کیا تھا ہم اس لیکچر میں اسے جاری رکھیں گے اور اس لیکچر میں مثلثی مساوات کے نام سے ایک اور موضوع متعارف کرائیں گے اور اس کے بعد کے لیکچر میں بھی اس کی پیروی کریں گے۔

ڈگری کے مربع جڑ کی قدر معلوم کرنی ہوگی ہم $\cos 20$ minus $\sec 20$ تو یہ آج کے لیکچر کا پہلا مسئلہ ہے لہذا ہمیں 3 گنا ہے لہذا اس کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں جو برابر ہے تین گنا \cos ایک پر \sec ایک نشانی پر ہے اور \cos جانتے ہیں کہ ڈگری کے مربع جڑ میں ہم دیکھتے ہیں کہ ایک نمونہ ہے کیونکہ ہم یہ $\cos 20$ بیس ڈگری مائنس سائن بیس ڈگری پر سائن 20 ڈگری میں \cos کا نشان دو گنا گناہ ہے a فارمولہ جانتے ہیں کہ دو

$\sin a \cos a$ تو ہمارے پاس ہے

اور اس لیے ڈینومینیٹر تین $\sin 2a$ is $2 \sin a \cos a$ تو ڈینومینیٹر بن جاتا ہے اس لیے ہم فارمولہ استعمال کر رہے ہیں بیس ڈگری کے مربع جڑ کے برابر ہے۔ مائنس سائن 20 ڈگری پر نصف بار سائن 40 ڈگری کیونکہ یہ 2 لے کا فیکٹر ہے یہاں ایسا نہیں ہے \cos ڈگری 20 اور پھر ہم اس فارمولے کو 20 ڈگری کے برابر استعمال کرتے ہیں اور ہم یہ حاصل کرتے ہیں کہ بندسہ 3 گنا کا مربع جڑ تھا مائنس سائن بیس ڈگری

تو اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے ہمیں یہاں جو احساس ہوا وہ یہ ہے کہ اسے دو بار لکھا جا سکتا ہے اور حقیقت یہ ہے کہ میں دو استعمال کر $\sin a$ مائنس $\cos a \cos b$ یاد ہے کیا $\cos a \cos b$ کا ہے لہذا اگر آپ کو یہ فارمولہ $a \sin \cos$ رہا ہوں کیونکہ یہ فارم $\sin b$ ہے

ہے اور اس پر مائنس \cos تو ہم یہاں کیا دیکھتے ہیں کہ اگر آپ یہاں 20 ڈگری کے برابر رکھیں کیونکہ اس اظہار میں ہمارے پاس 20 ڈگری کا ہے بعد ہمارے پاس 20 ڈگری کی سائن ہے

کی سائن ہے b اور \cos کی b تو اور اگر آپ اس اظہار کو بھی دیکھتے ہیں ہمارے پاس

کو بیس کے b تو کچھ مماثلت ہے یا کچھ یہ ہے ایسا لگتا ہے کہ یہ پیٹرن یہاں فٹ ہونے والا ہے لہذا ہم اس مساوات کو یاد کرتے ہیں لہذا اگر ہم ڈگری کے مائنس سائن کے ایک ٹائم $\cos 20$ کے برابر ہے \cos برابر رکھیں یہاں ہم کیا حاصل کرنے جا رہے ہیں۔ ایک جمع بیس ڈگری کی $\sin a$ to be ہونا چاہیے یہ ہونا چاہیے اور $\cos a$ سائن کے 20 ڈگری لیکن پھر اس اظہار کو یہاں اس کے ساتھ ملانے کے لیے ہمیں کا ماڈیولس نہیں ہو سکتا ایک سے زیادہ نہیں ہو سکتا اور ہمارے یہاں جو ہے وہ $\cos a \cos a$ ایک کے برابر ہونا جو ممکن نہیں ہے کیونکہ تین کا مربع جڑ ہے

\sin جمع a مربع \cos تو اس کے لیے ہم کیا کرتے ہیں دوسری بات یہ ہے کہ ہمیں کرنا چاہیے میرا مطلب ہے کا انتخاب کریں کیونکہ

\cos ہمیشہ ایک ہوتا ہے ہمیں یہاں اس اہ کے اظہار کو کچھ اس طرح سے معمول پر لانے کی ضرورت ہے کہ ہمارے پاس اسے a اسکوائر

بیس $b \sin$ بیس ڈگری مائنس \cos کے ساتھ ضرب کی شکل میں ہونا چاہیے۔ c سائن 20 ڈگری کسی دوسرے نمبر b ڈگری مائنس 20

کو اس طرح سے منتخب کرنے کی ضرورت ہے کیونکہ ہم چاہتے ہیں کہ cs اور ab سے ضرب دیا گیا ہے لہذا ہمیں اس c ڈگری کو کچھ

مربع ایک جمع گناہ مربع ایک ہے یہاں ہمارے پاس جو ہونا \cos بریکٹ کے اندر یہ چیز بالکل اس پیٹرن کی طرح اہ ہو لیکن اس وجہ سے کہ

مربع ایک ہو b کا انتخاب اس طرح کرنا چاہیے کہ مربع جمع b اور a چاہئے وہ یہ ہے کہ مربع جمع ہی مربع ایک ہونا چاہئے لہذا ہمیں

تو ہم یہ کیسے کریں کہ یہ بہت آسان طریقہ ہے یہ ہم اس لیے ہیں کہ اگر آپ یہاں دیکھیں

کو اندر لیتا ہوں c بھی رشتہ پورا کریں اگر میں کھولتا ہوں اگر میں c اور b اور a تو یہ

ضرب ہونی چاہیے اور کیونکہ آپ کے پاس تین کا مربع جڑ ہے یہاں c تو ہمارے پاس تین کے مربع جڑ کے برابر

ہے اور ہمارے پاس ابھی ایک ہے b دفعہ c ایک ہونا چاہئے کیونکہ ہمارے پاس b دفعہ c تین کا مربع جڑ ہونا چاہئے اور پھر c تو ایک دفعہ

اس اور اس کو مربع کریں اور جوڑیں ah اگر ہم

پورا کرتے ہیں۔ مربع جو ہم حاصل کرتے ہیں وہ تین ہے اور یہ ایک ہے bc پورا مربع جمع ac تو ہم

مربع میں لکھا جا سکتا b مربع کو مربع جمع c تو ہمیں یہاں چار ملتے ہیں لیکن پھر اسے لکھا جا سکتا ہے کیونکہ اس بائیں ہاتھ کی طرف یہاں

ہونا o مربع b کا انتخاب اس طرح کرنا چاہیے کہ مربع جمع b اور a ہے جو چار کے برابر ہے لیکن ہم پہلے ہی جانتے ہیں کہ ہمیں اس

اور اس لیے یہ بدل جاتا ہے کہ اگر ہم یہاں اس مساوات میں اس حقیقت کو استعمال کرتے ہیں ne چاہیے۔

کو دو کے برابر ہونے کے لیے منتخب کر سکتے ہیں c مربع چار کے برابر ہے اس لیے ہم c تو ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ

سائن بیس ڈگری b بیس ڈگری مائنس \cos ڈگری تھی۔ مائنس سائن 20 ڈگری ایک $\cos 20$ تو آخری سلائیڈ میں ہمارے پاس جو تھا وہ یہ جڑ 3

تین سے زیادہ دو کے مربع جڑ ra دو کے برابر ہے اور اس لیے اب یہ دیکھنا بہت آسان ہے کہ c کے برابر ہے اور ہم نے دیکھا کہ c بار

برابر ہے نصف b کے برابر ہے اور

تو اب ہمارے پاس یہ ہے کہ یہ ایکسپریشن دو سے 20 ڈگری کے برابر ہے اور اب اگر آپ دیکھیں کہ اگر میں اس کو مربع کرتا ہوں اور میں اس

کو مربع کرتا ہوں اور اگر میں ان کو جوڑتا ہوں

کی ابتدائی $\cos a \text{ plus } b$ تو مجھے 3 ضرب 4 جمع 1 ضرب 4 برابر 1 ملتا ہے۔ لہذا ہم اشارہ کرتے ہیں اور اگر آپ کو

توسیع یاد ہے کہ ہم اس

توسیع کو یہاں استعمال کرنا چاہتے ہیں

کا سائن اس سے نصف ہے۔ یہ دونوں اس کے بعد ہیں a کا مربع جڑ تین سے دو اور $\cos a$ تو اس کے مقابلے میں ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے

چھ π برابر ہے تیس ڈگری یا a کہ

ڈگری مائنس سائن 20 ڈگری برابر دو بار لکھ سکتے ہیں $\cos 20$ ڈگری ہے لہذا آخر کار ہمیں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ ہم روٹ 3 30 a تو

ہے $\cos a \cos$ لہذا یہ

کے برابر ہے جو \cos ہے 20 یعنی 30 ڈگری جمع 20 ڈگری کے \sin مائنس سائن 30 $\cos 20$ $\cos 30$ ہے یہ 30 a تو چونکہ

ہے \cos کہ اصل میں

کے برابر ہے اور پھر ہم اپنے مسئلے کی طرف واپس چلے جاتے ہیں کہ ہم شروع میں اس کو حل \cos تو یہ پوری چیز 50 ڈگری کے 2 گنا

کرنے کی کوشش کر رہے تھے۔ اس کے ساتھ شروع کیا

تو یہاں ہمیں آخر میں جو ملتا ہے وہ یہ ہے کہ یہ عدد دو گنا کے برابر ہے پچاس ڈگری کے دو گنا کوسائن کے برابر ہے 40 ڈگری کے سائن کے

کے برابر ہے لہذا یہ دونوں منسوخ ہو جاتے ہیں اور جواب برابر ہے \cos نصف سے تقسیم لیکن ہم جانتے ہیں کہ سائن 40 50 ڈگری کے

کو نصف سے تقسیم کیا جو چار ہے 2

تو یہ چار کے برابر ہے آئیے اب ایک اور اہ کا مسئلہ لیتے ہیں

عام نہیں ہیں وہ زاویے نہیں ہیں جن کے لیے ہم عام طور ch تھوڑا مشکل معلوم ہوتا ہے کیونکہ ہمارے پاس زاویہ ہے ah تو پھر اہ یہ مسئلہ

اور 66 اگر آپ فرق لیں ah 6 پر سائن کوسائن اور تین کی قدریں دل سے سیکھتے ہیں لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ

تو یہ 60 ڈگری کے برابر ہے اور اگر آپ کے مجموعہ کو دیکھیں۔ 42 اور 78 جو کہ 120 ڈگری ہے لہذا ہم 60 اور 120 ڈگری کے لیے سائن کوزائن اور ٹین کی قدروں کو جانتے ہیں
 پر ان $\cos x$ سے $\sin x$ کا ٹین x تو ہم کیا کرنے کی کوشش کریں گے ہم سب سے پہلے اسے مکمل لکھنے کی کوشش کریں گے کیونکہ
 میں سے ہر ایک اصطلاح کو اس طرح لکھیں گے
 اسی طرح ہمیں جو حاصل ہوتا $\sin 6$ by $\cos 6$ $\sin 42$ by $\cos 42$ کے طور پر لکھیں گے $\sin 6$ تو ہم اس پہلی اصطلاح کو
 sine 42 into sine 6 میں sine 6 ہے وہ ہے
 تو یہ بائیں ہاتھ کی پوری طرف برابر ہے یہ جملہ جس پر میں لکھ رہا ہوں یہ سب ڈگریاں ہیں لہذا میں اسے نہیں لکھ رہا بلکہ یہ تمام ڈگریاں 78
 ہیں۔

تو اب ہم عدد اور بضم دونوں کو ایک ایک کر کے آسان کریں گے ہم عدد سے شروع کرتے ہیں اور ہم کیا کریں گے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ایک ہے جب
 سے ہم چھ اور ساٹھ کو جوڑنا چاہتے ہیں۔ سکس پہلے
 تو ہم کیا کریں گے ہم سب سے پہلے اس کی گنتی کریں گے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ 66 مانس 6 60 ڈگری ہے جس کی قدر ہمیں معلوم ہے اور
 sine a فارمولہ یہ تھا دو sine a sine b یہ پیٹرن بنیادی طور پر دو سائن اے سائن ب فارمولا ہے لہذا اگر آپ کو دونوں یاد ہوں
 کے \cos of a minus b minus \cos a plus b برابر ہے sine b
 کے برابر ساٹھ چھ کے ساتھ جو ہمیں ملتا ہے وہ یہ ہے کہ یہ نصف گنا کے برابر ہے مانس ہی کا کوسائن b تو ایک کے ساتھ چھ کے برابر اور
 جو مانس ساٹھ ہے لیکن مانس ساٹھ ڈگری کا کوسائن ساٹھ کا کوسائن ہے
 تو ساٹھ کا کوسائن یہاں آتا ہے لیکن ساٹھ ڈگری کا کوسائن نصف کے برابر ہے
 لکھتے ہیں۔ یہ 72 ڈگری ہے \cos تو ہم نصف ایئر لکھتے ہیں اور پھر ایک جمع ہی کا مانس
 تو یہ عدد سائن 42 میں سائن 78 میں پروڈکٹ میں سے ایک ہے
 فارمولہ استعمال کرتے ہیں $a \sin b$ تو ہمارے پاس سائن 42 سائن 78 میں ہے اور ہم دوبارہ دو سائن
 ہے۔ اے جمع ہی کا سائن لیکن ایک cosine کا \cos کا نصف جو کہ چھٹیس ڈگری مانس \cos کے b تو ہمیں کیا ملتا ہے یہ برابر ہے مانس
 \cos جمع ہی کا کوزائن ایک بیس ڈگری کا کوزائن ہے اور ایک بیس ڈگری کا کوزائن ہے اگر ہم یاد رکھیں کہ نوے ڈگری جمع ایکس کا یہ فارمولا
 ہے اور اس لیے ایک بیس ڈگری کا کوزائن مانس سائن ہو گا۔ 30 ڈگری جو مانس نصف کے برابر ہے x مانس سائن
 تو ہم یہاں مانس نصف ڈالتے ہیں

تو یہ جمع آدھا بن جاتا ہے اور اس لیے بندسہ ہے سائن سکس سائن ساٹھ چھ سائن انتالیس دو میں سائن ستتر اٹھ برابر ایک پر چار میں نصف مانس
 کوسائن کا 72 ڈگری کا چھٹیس کا نصف جمع کوزائن اور ہم ڈینومینیٹر کے لیے اسی طرح کی ایک آہ چیز کرتے ہیں
 تو اگر آپ کو یاد ہو کہ ڈینومینیٹر ان تمام کوزائن اصطلاحات کا نتیجہ تھا اور پھر اسی طرح جیسے ہم نے عدد کے لیے کیا تھا، ہم 6 کے کوزائن کو
 کی پیداوار کو الگ الگ شمار cosine اور 78 ڈگری کے cosine کے ساتھ اور ہم 42 کے cosine ملانے کی کوشش کریں گے۔ 66 کے
 کی پیداوار ہے cosine کریں گے اور یہاں اگر ہم دیکھیں گے کہ ہمارے پاس
 فارمولہ استعمال کریں گے $\cos a \cos b$ تو ہم
 b ایک جمع $\cos a \cos b$ چھ کے کوزائن میں کوزائن کے ساتھ اور ہمیں یہ فارمولہ یاد ہے کہ دو $\sin a \sin b$ تو ہم
 cosine کا نصف جمع $\sin a \sin b$ برابر ساٹھ چھ کے ساتھ جو ہم یہاں حاصل کرتے ہیں۔ b کا ایک برابر چھ اور b ہے مانس cosine کا
 میں دوسرے پروڈکٹ کو 42 کا denominator نصف ہے اور cosine ساٹھ ہے اور ساٹھ ڈگری کا b مانس a ڈگری ہے اور 72
 فارمولہ ہم یہ حاصل کرتے ہیں کہ ایک $\cos b$ کا استعمال کرتا ہے۔ $\cos a$ تو تھا جو دوبارہ cosine اور 788 کا cosine
 جمع ہی کے کوسائن کے نصف کے برابر ہے ایک بیس کا کوزائن جو ہم نے ابھی دیکھا ہے مانس ہی کے مانس نصف جمع کوزائن کے برابر ہے
 جو چھٹیس ہے

کے برابر ہے لہذا آخر میں بضم چھ کے کوزائن \cos چھٹیس کے \cos برابر ہے مانس چھٹیس تک لیکن مانس چھٹیس کا b تو یہاں ایک مانس
 چار کے برابر ہے یہاں by کے برابر ہے جو ایک cosine میں 78 کے cosine کے 66 کے cosine کے برابر ہے دو چالیس کے
 ہے اور اب ہمیں صرف عدد کو تقسیم کرنے کی ضرورت ہے cosine یہ 36 مانس نصف کا mes سے بارہ جمع کوزائن کا نصف
 تو آخر میں ہمیں جو حاصل ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ بائیں ہاتھ کا حصہ نصف مانس کوزائن کے برابر ہے جو 72 کا نصف جمع کا کوزائن ہے اور 36
 سے تقسیم ہم نے ابھی جس ڈینومینیٹر کی گنتی کی ہے وہ برابر تھا ایک ضرب چار گنا نصف جمع جمع کوزائن کا سینٹیس مانس نصف یقیناً ایک
 بذریعہ چار اور ایک بذریعہ چار عدد اور بندسہ میں مشترک ہے اُنیے ہم بندسوں اور ڈینومینیٹر کو بڑھاتے ہیں۔ اب ہم جو حاصل کرتے ہیں وہ ہے 1
 باقی 4 جمع کوزائن کا نصف 36 مانس کوزائن کا نصف مانس 36 کا کوسائن 72 کا کوسائن چھٹیس کا نصف کوسائن مانس ون باقی فور جمع
 نصف اب ہم سے یہ ظاہر کرنے کے لیے کہا گیا ہے کہ یہ ایک کے برابر ہے جس کا cosine of 72 times چھٹیس کا کوزائن 72 مانس
 مطلب ہے کہ ہمیں یہ ظاہر کرنے کے قابل ہونا چاہیے کہ عدد اور ڈینومینیٹر ایک ہی ہیں اور کیا یہ دیکھیں کہ مثال کے طور پر یہ اصطلاح یہاں
 ہے اور یہ اصطلاح یہاں بھی موجود ہے

تو اگر آپ یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ کیا ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ عدد اور ڈینومینیٹر ایک جیسے ہیں
 تو یہ ظاہر کرنے کے لیے کافی ہے کہ عدد میں باقی ماندہ اصطلاحات برابر ہیں۔ ڈینومینیٹر میں بقیہ اصطلاحات کی طرف جس کا مطلب ہے کہ
 چھٹیس گنا پچھتر مانس ایک بائے چار کے برابر ہیں لہذا ہمیں یہی دکھانا ہے اور اسے \cos ہمیں صرف یہ دکھانا ہے کہ بندسوں میں بقیہ شرائط
 آسان بنایا جا سکتا ہے۔ اکہتر دو برابر کے طور پر لکھا جاتا ہے، لہذا اگر ہم اس طرف کو لے کر دو اور دو بار کوزائن چھٹیس کوزائن پچھتر دو
 برابر نصف بنتے ہیں،

تو ہمیں آخر میں یہ دکھانا ہوگا کہ اگر آپ اس مسئلے کو حل کرنا چاہتے ہیں
 تو یہ اس کے برابر ہے یہ دکھا رہا ہے کہ تہتر کے چھٹیس گنا کا کوزائن ایک پر چار کے برابر ہے اب ہم جانتے ہیں کہ چھٹیس کا کوزائن چوپن
 اور اگر ہم اپنے آخری لیکچر سے یاد کریں کہ $\cos 18$ ڈگری کے سائن کے برابر ہے اور 72 کا کوسائن 18 ڈگری کے سائن کے برابر ہے۔
 ڈگری کے سائن کی قدر جو ہم نے گناہی تھی وہ 5 مانس 1 کا مربع جڑ تھا جس کو 4 سے تقسیم کیا گیا تھا اور یہاں سے ہم 54 ڈگری کے سائن کی
 ہے x مانس سائن کیوب x سائن 3 x قدر تلاش کر سکتے ہیں کیونکہ اگر آپ کو یہ فارمولا سائن یاد ہے 3
 کو اٹھارہ کے برابر ڈالتے ہیں x تو ہم

تو ہمیں سائن فٹھی فور برابر تین گنا سائن اٹھارہ مانس سائن کیوب آف اٹھارہ ملتا ہے اور پھر ہم سائن اٹھارہ کے بجائے صرف آہ لگاتے ہیں ہم
 صرف یہ اظہار کرتے ہیں اور ہم کیا کریں گے آخر میں حاصل کرنا ہے لہذا ہم کوشش کر سکتے ہیں کہ یہ روٹ 5 پلس 1 پر 4 نکلے گا جو کہ
 سادہ بھرا پھیری ہے اگر آپ اسے مزید آسان کرنا چاہتے ہیں
 عام لے سکتے ہیں x تو آپ اس نشان کو
 اسکوائر 18 کو بہت آسانی سے شمار کیا جا سکتا ہے \sin اور پھر اس طرح x اسکوائر \sin بار بریکٹ میں 3 مانس x تو یہ گناہ ہوگا۔

تو آپ کو یہ مل جائے گا اور اس لیے اب اگر آپ ایسا کرتے ہیں

تو حتمی جواب ہمیں یہ دکھانے کی ضرورت ہے کہ یہ سچ ہے اور یہ ہے اس کے برابر اور یہ ہے۔ پروڈکٹ برابر ہے لہذا یہ روٹ 5 مائنس ہے جڑ 5 جمع 1 بہ 4 جو کہ برابر ہے اس لیے یہ حتمی چیز میں اسے یہاں دوبارہ لکھتا ہوں $\sin 54$ ہٹا 4 گنا ہے 1

تو یہ برابر ہے پانچ مائنس ایک ہائے سولہ جو کہ ایک ہائے ایک چار اور جو ہمیں دکھانا تھا

تو یہ اس مسئلے کو حل کرنے کا ثبوت بھی ختم کرتا ہے

تو ایک ایسی چال کیا تھی جو کارآمد تھی کہ بعض اوقات آپ کو ان میں سے کچھ زاویوں کی قدر کو یاد رکھنا پڑتا ہے جیسے 18 ڈگری تاکہ یہ بچ سکے۔ امتحان میں وقت ہے اس لیے ہم اگلے موضوع پر جانے سے پہلے ایک اور آخری مسئلے پر بات کرتے ہیں جو کہ مثلثی مساوات ہے

π by 8 تو یہاں آخری مسئلہ ہے لہذا ہمیں یہ دکھانا ہوگا کہ یہ اظہار 3 ہائے 2 کے برابر ہے اور جو ہمیں یہاں محسوس ہوا وہ یہ ہے کہ 5 کے درمیان فرق کو دیکھیں π by eight اور π by two اگر آپ پانچ

کے درمیان فرق بھی π by two اور 3π by eight کے برابر ہے اسی طرح سات π by two تو یہ ہے

تو وہاں موجود ہیں۔ اس مسئلے کو حل کرنے کے بہت سے طریقے آپ اسے کسی بھی طرح سے کر سکتے ہیں

تو میں نے جو پیٹرن دیکھا وہ یہ تھا کہ پانچ پائی ہائی آٹھ برابر پائی بذریعہ آٹھ جمع پائی بذریعہ دو اور اس وجہ سے پانچ پائی ہائی آٹھ کا سائن جو کا نشان π کے سائن کے برابر بذریعہ دو جمع اور ہم جانتے ہیں کہ π آپ یہاں دیکھتے ہیں آپ دیکھتے ہیں کہ اس کی چوتھی طاقت ہے \cos کا $x \times x$ بذریعہ دو جمع ہے

کے برابر ہے \cos of π by eight تو اس نتیجہ کو استعمال کرتے ہوئے ہم یہاں جو حاصل کرتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ

حاصل کرتے ہیں۔ یہاں آٹھ کے حساب سے اور اس لیے ہمیں لازمی طور پر جوڑنا چاہیے جو ہمارے پاس ہے اس چیز کا سائن π تو ہم آخر میں آٹھ π فور کا \cos چار ہے اس کا سائن چار ہے

آٹھ کے برابر ہے اور ہمارے پاس ایک ہی زاویہ ہے یہاں پائی ہائی آٹھ پائی ہائی آٹھ \cos four π x تو یہ اصطلاح یہاں بنیادی طور پر

تو ہم کوشش کریں گے کہ کسی طرح اس آہ کی اصطلاح کو یہاں اس اصطلاح کے ساتھ جوڑ دیں اور اسی طرح آہ آپ کو یہ بھی نظر آئے گا کہ

آٹھ کے برابر ہوگا اور پھر ہم π by چار کا تین \cos چونکہ سات پائی ہائی آٹھ برابر پائی ہائی دو جمع تین پائی ہائی آٹھ کے برابر ہے۔ یہاں

اس اصطلاح کے ساتھ π کنگھی کریں گے۔

تو یہ خیال ہے لہذا ہمارے پاس آخر کار ہائیں ہاتھ کی طرف اس جمع کے برابر ہونے کے لیے آٹھ جمع گناہ کا پاور فور تھری پائی ہائی ایٹ جمع

آٹھ π by سائن ٹو پاور فور سوری کاس ٹو پاور چار تین

تو یہ ہائیں ہاتھ کی طرف ہے اس لیے ہم اسے پہلے آسان بنانے کی کوشش کرتے ہیں اور پھر ہم اسے بعد میں لیں گے

تو یہ سائن فور پائی ہائی ایٹ جمع کاس فور پائی ہائی آٹھ برابر ہے

کی شکل ہے۔ پاور فور پلس بی کو پاور فور اور ہم اس چیز کو استعمال کر سکتے ہیں کہ پاور 4 کو پاور 4 جمع ہی کو ایک مربع جمع a تو یہ

بی مربع پورے مربع مائنس دو مربع بی مربع کے طور پر لکھا جا سکتا ہے لہذا اس شناخت کو استعمال کرتے ہوئے کیا ہے ہم یہاں حاصل کرتے

\sin آٹھ لیکن ہم نے فوری طور پر محسوس کیا کہ یہ π x مربع \cos کے برابر ہے آٹھ میں π ہیں کہ یہ پورے مربع مائنس دو گناہ مربع

ہے لہذا یہ ایک اور ایک مربع کے برابر ہے۔ ایک ہے x مربع \cos جمع x مربع

کو آٹھ گنا پورے \cos π کے 8 گنا π sine تو یہ 1 مائنس ہو جاتا ہے اور ہم اسے یہاں دیکھتے ہیں۔ یہاں تک کہ اس چیز کو نصف میں 2

کے برابر ہے π sine اور یہ دو $\sin a$ $\cos a$ مربع کے طور پر لکھا جا سکتا ہے لیکن ہمارے یہاں ایک پیٹرن ہے دو

چار ہے π by آٹھ جو π by دو times sine of ہے تو یہ پوری چیز برابر ہے

π sine by four کے π جو کہ اب π x 4 تو آخر کار ہمارے پاس یہ آہ یہ اصطلاح ہے کہ ایک مائنس نصف کے برابر ہے سائن اسکوائر

کے برابر ہے ایک اوور جڑ دو

مربع پائی بذریعہ چار نصف ہے \sin تو

تو یہ ایک مائنس آدھا گنا نصف کے برابر ہے جو تین ضرب چار ہے اب ہم یہاں دوسرے ایکسپریشن کے ساتھ ایسا ہی کرنے کی کوشش کرتے ہیں

تو دوسرا ایکسپریشن سائن فور تھری پائی ہائی ایٹ جمع کوزائن فور پائی ہائی تھا آٹھ لیکن ایک دلچسپ بات یہ ہے کہ ہمیں آخر تک ایسا کرنے کی

ضرورت نہیں ہے کیونکہ ہم درحقیقت تین پائی ہائی آٹھ کا سائن لکھ سکتے ہیں کیونکہ اب تین پائی ہائی آٹھ ہے چار پائی ہائی آٹھ مائنس پائی ہائی آٹھ

آٹھ اور یہ ہم جانتے ہیں کہ y لکھ سکتے ہیں۔ π b مائنس π by two ہے لہذا ہم اسے π by eight اور چار

کی کوزائن ہے x بھی x کی سائن ہائی دو مائنس π

تو یہ پائی کے کوزائن ہائے آٹھ کے برابر ہے اور اس لیے سائن ٹو پاور فور تھری پائی ہائی ایٹ کوزائن کی طاقت چار پائی کے برابر ہے۔ بذریعہ

آٹھ اور اسی طرح آپ یہ بھی دکھا سکتے ہیں کہ کوزائن چار تین پائی ہائی آٹھ کی طاقت کے برابر ہے اسی طرح سے چار پائی بذریعہ آٹھ کی

طاقت اور اسی طرح ان دونوں کو جوڑنا ان دونوں کو جوڑنے کے مترادف ہے

فور \cos of π by to power تو یہ پوری چیز برابر ہے

آٹھ کے برابر ہے لیکن یہ وہی ہے جو ہم نے ابھی شمار کیا تھا اگر آپ یہاں دیکھیں کہ π x تو یہ اس کے برابر ہے اور یہ اس جمع سائن فور

یہ وہی ہے جو ہم ابھی گنتے ہیں۔ جو کہ تین ہائے چار کے برابر تھا

تو یہ تین ہائے چار ہے اور یہ بھی تین بذریعہ چار ہے لہذا آخر کار ہمیں تین بذریعہ چار جمع تین بذریعہ چار تین اور دو ملتا ہے تاکہ مسئلہ حل

ہو جائے ہم ایک نیا موضوع شروع کرنے جا رہے ہیں۔ اب جسے مثلثی مساوات کہا جاتا ہے اور مثلث مساوات کا مطلب بنیادی طور پر وہ مساوات

$\sin x$ ہے جس میں مثلثی افعال شامل ہوتے ہیں لہذا وہ تمام فنکشنز جن کا ہم نے اب تک کچھ متغیر کا مطالعہ کیا ہے اس لیے یہاں ایک مثال ہے

برابر دو اس لیکچر میں اور اگلے لیکچر میں ہماری $\tan x$ جمع

توجہ اس طرح کی مساوا

توں پر مرکوز ہوگی۔

ہے لہذا زیادہ تر ہم سنگل متغیر مساوات سے نمٹ x تو یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ ہمارے پاس سائن فنکشن اور ٹینجٹ فنکشن ہے اور یہاں متغیر

رہے ہوں گے اور ہمارا مقصد یہ ہوگا کہ ایسی مساوا

کی اقدار جس کے لیے یہ اظہار یہ ہائیں ہاتھ کی طرف دائیں ہاتھ کے برابر ہے جو کہ دو x توں کا حل بذریعہ حل تلاش کریں جس کا مطلب ہے

یقیناً ایک فطری سوال ہے جو ذہن میں آتا ہے کہ کیا اس کا حل ہمیشہ موجود رہتا ہے اور واضح جواب نہیں ہے مثال کے طور پر اگر میں یہ کہوں

کہ تمام مسائل کے حل تلاش کریں۔ مساوات سائن ایکس اب دو کے برابر ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ سائن ایکس کی قدر یا سائن فنکشن کی حد

دو ہو اور اس وجہ سے اس مساوات کا کوئی حل نہیں $\sin x$ کی کوئی قدر نہیں ہو سکتی x مائنس ون اور پلس ون کے درمیان ہے کیونکہ

ہے دوسرا سوال یہ ہے کہ حل منفرد ہے کیا وہاں ہمیشہ منفرد حل موجود ہے پھر واضح جواب نہیں ہے کیونکہ یہ تمام مثلثی افعال م

تواتر ہوتے ہیں جو میرا مطلب م

وجہ ہے کہ یہ اور یہ دونوں برابر ہیں
تو یا

یا $\sin y$ کے لیے $\sin x$ تو یہ ہونا چاہیے

y جمع ایک ضرب m us one to two m دو میٹر جمع ایک بار پائی جمع منٹ کے برابر ہونا چاہیے۔ x تو یہ بیان درست ہونا چاہیے جو کہ
سائین صفر π کی y مائنس x ہائے ٹو کی سائن صفر ہونی چاہیے جو کہ y مائنس x کے لیے یا دوسری صورت یہ ہے کہ m کچھ عدد
کے برابر ہے لیکن اس کے لیے صحیح چونکہ ہم جانتے ہیں کہ سائن آف ہم جانتے ہیں کہ سائن تھیٹا صفر کے برابر ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ
کے برابر ہونا چاہیے اور وہاں π اوقات m کے لیے m ایک عدد عدد ہے لہذا یہ کچھ عدد m کی شکل میں ہے جہاں π اوقات m تھیٹا
جمع مائنس ون کے $m \pi$ کے برابر ہونا چاہیے جو کہ عددی ہے اور اسے دو y جمع $m \pi$ کے لیے دو m ملتا ہے۔ کچھ x سے ہمیں وہ
ایک یکسو نمبر ہے اور مائنس ایک کی طاقت کے لیے ایک مساوی نمبر ایک m کی طاقت کے لیے کیونکہ دو y گنا m طور پر لکھا جا سکتا ہے دو
ہے

تو یہ دونوں برابر ہیں

اس شکل کا ہونا چاہئے لیکن دونوں صورتوں x اس شکل میں سے کسی ایک کے برابر ہے یا x تو آخر کار ہمارے پاس جو ہے وہ یہ ہے کہ
توں میں جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ یا

تو ہم دیکھتے ہیں کہ یہاں نمبر اور مائنس ون کی طاقت میں نمبر ایک ہی ہے کیونکہ یہاں ہمارے پاس دو ایم جمع ایک ہے اور وہاں ہمارے پاس دو
ہیں اور ایک ہی نمبر یہاں مائنس ون کی طاقت میں آتا ہے یہاں ہمارے پاس تمام عدد عدد ہیں m جمع ایک اور یہاں بھی ہمارے پاس دو m ہیں۔
ایک عدد عدد ہے اور یہاں ہمارے پاس طاق عدد ہیں لہذا دونوں صورتوں m کیونکہ دو

جمع مائنس ون کے برابر ہونا چاہیے، اس لیے $n \pi$ کی طاقت کے y بار n کے لیے n کچھ عدد x توں میں یہ ہونا چاہئے یہ سچ ہے کہ
ہم اس لیکچر کو اس ثبوت کے ساتھ ختم کرتے ہیں اگلے لیکچر میں ہم کوزائن اور ٹین فنکشنز کے لیے بھی ایسا ہی کرنے کی کوشش کریں گے
برابر $\cos x$ تو ہم کریں گے۔ عمومی حل تلاش کرنے کی کوشش کریں یا دکھائیں گے کہ مساوات کا عمومی حل کیسے تلاش کیا جائے جیسے
آپ کا شکریہ $\tan y$ برابر $\tan x$ اور $\cos y$