

मागील लेक्चरमध्ये त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील पाचव्या व्याख्यानात आपले स्वागत आहे आम्ही काही समस्या सोडवून समाप्त केले आणि आम्ही या व्याख्यानात असेच करत राहू आणि या व्याख्यानात त्रिकोणमितीय समीकरणे नावाचा आणखी एक विषय मांडू आणि त्यानंतरच्या व्याख्यानात देखील त्याचा पाठपुरावा करू.

त्यामुळे आजच्या व्याख्यानाची ही पहिली समस्या आहे म्हणून आपल्याला 3 गुणिले $\csc 2\theta$ वजा $\sec 2\theta$ अंशाच्या वर्गमूळाचे मूल्य शोधणे आवश्यक आहे, आपल्याला माहित आहे की \csc वर एक आहे आणि \cos वर \sec आहे, म्हणून आपण जे समान आहे ते मिळवू.

तीन गुणा \cos वीस अंश उणे साइन वीस अंश वर साइन 2θ अंशात $\cos 2\theta$ अंशाच्या वर्गमूळाचा भाजक आपण पाहतो की एक नमुना आहे कारण आपल्याला हे सूत्र माहित आहे की दोन a चे चिन्ह $\cos a$ च्या दोन पट पाप आहे म्हणून आपल्याकडे आहे $\sin a \cos a$ म्हणून भाजक बनतो म्हणून आपण $\sin 2a$ हे दोन $\sin a \cos a$ हे सूत्र वापरत आहोत आणि म्हणून भाजक तीन \cos वीस अंशांच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा आहे मायनस साइन 2θ अंश वर 4θ अंशाच्या सायनच्या अर्धा गुणाकार कारण येथे $2a$ चा घटक आहे तसा नाही आणि मग आपण हे सूत्र 2θ अंशांच्या बरोबरीने वापरतो आणि आपल्याला हे मिळते की अंश 3 गुणा 2θ अंशांचे वर्गमूळ होते मायनस साइन वीस अंश त्यामुळे या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी आपल्या लक्षात आले आहे की हे दोन वेळा लिहिले जाऊ शकते आणि मी दोन वापरत आहे ही वस्तुस्थिती आहे कारण हे फॉर्म $a \text{ into } \cos$ चे आहे, जर तुम्हाला $\cos a \text{ plus } b$ हे सूत्र लक्षात असेल तर $\cos a \cos b$ मायनस $\sin a \sin b$ आहे तर आपण येथे 2θ अंश बरोबर ठेवल्यास आपण येथे काय पाहतो कारण या अभिव्यक्तीमध्ये आपली $\cos 2\theta$ अंश आहे आणि त्यावर उणे नंतर आपल्याकडे 2θ अंशांची साइन आहे आणि जर तुम्ही ही अभिव्यक्ती देखील पहा आमच्याकडे b चा \cos आणि b ची \sin आहे

त्यामुळे काही समानता आहे किंवा काही हे आहे असे दिसते की हा पॅटर्न येथे बसणार आहे म्हणून आम्हाला हे समीकरण आठवते म्हणून जर आपण b ला वीस बरोबर ठेवले तर येथे आपण काय मिळवणार आहोत कॉस ऑफ प्लस वीस अंश म्हणजे कॉसच्या कॉस बरोबर 2θ अंश वजा साइन 2θ अंश गुणाकार पण नंतर येथे या अभिव्यक्तीशी तंतोतंत जुळण्यासाठी आपल्याला $\cos a$ हे असायला हवे आणि $\sin a$ to be एकाच्या बरोबरीचे व्हा जे शक्य नाही कारण $\cos a$ हे $\cos a$ चे मॉड्युलस असू शकत नाही एकापेक्षा जास्त असू शकत नाही आणि आपल्याकडे जे आहे ते तीन चे वर्गमूळ आहे त्यामुळे आपण त्यासाठी काय करतो ती दुसरी गोष्ट आहे की आपण हे केले पाहिजे आय म्हणजे निवडा कारण \cos स्केअर a अधिक \sin स्केअर a हा नेहमी एक असतो आम्हाला येथे हे a अभिव्यक्ती सामान्य करणे आवश्यक आहे जसे की आमच्याकडे हे $\cos 2\theta$ अंश वजा $b \sin 2\theta$ अंश इतर काही संख्या c सह गुणाकार केले पाहिजे.

\cos वीस अंश वजा $b \sin$ वीस अंश काही c ने गुणाकार केला म्हणून आपल्याला हे ab आणि cs अशा प्रकारे निवडावे लागेल कारण आपल्याला ब्रॅकेटमधील ही गोष्ट अगदी या पॅटर्न सारखी a हवी आहे परंतु कारण \cos स्केअर a अधिक \sin स्केअर a आहे येथे आपल्याकडे एक आहे की एक चौरस अधिक b वर्ग एक असावा म्हणून आपण a आणि b अशा प्रकारे निवडले पाहिजे की एक चौरस अधिक b वर्ग एक असेल तर आपण हे कसे करू शकतो ते करण्याचा मार्ग अगदी सोपा आहे ते आम्ही आहे कारण जर तुम्ही येथे हे a आणि b आणि c पाहिले तर मी उघडले तर मी c आत घेतल्यास आमच्याकडे तीनच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचे c गुण असले पाहिजेत आणि कारण तुमच्याकडे तीनचे वर्गमूळ आहे.

येथे म्हणून गुणिले c हे तीनचे वर्गमूळ असावे आणि नंतर c गुणिले b एक असावे कारण आपल्याकडे c गुणिले b आहे आणि आपल्याकडे आता येथे एक आहे जर आपण हे आणि हे वर्गीकरण केले आणि जोडले तर आपण ac पूर्ण वर्ग अधिक bc पूर्ण करू आपल्याला जे मिळते ते चौरस म्हणजे हे तीन आहे आणि हे एक आहे म्हणून आपल्याला येथे चार मिळतात पण नंतर हे असे लिहिले जाऊ शकते कारण या डाव्या हाताला येथे c चौरस मध्ये चौरस अधिक b चौरस असे लिहिले जाऊ शकते जे चार समान आहे परंतु आपल्याला आधीच माहित आहे की आपण हे a आणि b अशा प्रकारे निवडले पाहिजे की एक वर्ग अधिक b वर्ग o असावा ne आणि म्हणून वळते जर आपण या समीकरणात हे तथ्य वापरले तर आपल्याला कळेल की c चौरस चार च्या बरोबरीचा आहे म्हणून आपण c बरोबर निवडू शकतो दोन म्हणून आपण शेवटच्या स्लाइडमध्ये हे मूळ $3 \cos 2\theta$ अंश होते.

उणे साइन 2θ अंश एक \cos वीस अंश उणे b साइन वीस अंश c च्या बरोबरीचे आहे आणि आपण पाहिले की c दोन बरोबर आहे आणि म्हणून आता हे पाहणे खूप सोपे आहे की ra हे तीन वर दोन च्या वर्गमूळाचे आहे आणि b समान आहे अर्धा म्हणजे आता आपल्याकडे हे आहे की ही अभिव्यक्ती दोन ते 2θ अंश आहे आणि आता तुम्ही पाहिल्यास i जर मी याचा वर्ग केला तर मी याचा वर्ग केला आणि मी त्यांना जोडले तर मला 3 बाय 4 अधिक 1 बाय 4 बरोबर 1 मिळेल.

म्हणून आम्ही सूचित करतो आणि जर तुम्हाला $\cos a \text{ plus } b$ चा प्रारंभिक विस्तार आठवत असेल की आम्हाला हा विस्तार इथे वापरायचा होता,

तर तुलना केल्यास आम्हाला मिळते $\cos a$ चे वर्गमूळ तीन बाय दोन आणि a चा साइन अर्धा आहे.

हे दोन म्हणजे a समान तीस अंश किंवा π by सहा आहे तर $a 3\theta$ अंश आहे म्हणून शेवटी आपल्याला काय मिळते ते म्हणजे आपण $3 \cos 2\theta$ अंश उणे साइन 2θ अंश समान दोन वेळा लिहू शकतो म्हणून हे $\cos a \cos 2\theta$ आहे म्हणून a तीस आहे तो \cos तीस \cos वीस वजा सायन तीस सायन आहे वीस म्हणजे 3θ अंश अधिक 2θ अंशांच्या \cos च्या बरोबरीचे आहे जे प्रत्यक्षात \cos आहे

त्यामुळे ही संपूर्ण गोष्ट 5θ अंशांच्या 2 पट \cos च्या बरोबरीची आहे आणि नंतर आम्ही आमच्या समस्येकडे परत जाऊ की आम्ही सुरुवातीला काय सोडवण्याचा प्रयत्न करत होतो यापासून सुरुवात केली म्हणून येथे शेवटी आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे हा अंश पन्नास अंशांच्या दोन गुणिले कोसाइन भागिले 4θ अंशांच्या साइनच्या अर्ध्या भागाच्या दोन पट आहे

परंतु आपल्याला माहित आहे की साइन 40 50 अंशांच्या \cos बरोबर आहे आणि म्हणून हे दोन रद्द करतात आणि उत्तर म्हणजे 2 ने भागाकार अर्धा म्हणजे चार म्हणजे चार म्हणजे हे चार आहे म्हणून आता आणखी एक आहे प्रॉब्लेम घेऊ या मग पुन्हा आहे ही अडचण थोडी अवघड आहे असे दिसते कारण आपल्याकडे कोन आहेत \sin हे सामान्य नाहीत ते कोन नाहीत ज्यासाठी आपण सामान्यतः साइन कोसाइन आणि टॅनची मूल्ये हृदयाने शिकतो परंतु आपण पाहतो की $\sin 6$ आणि $\cos 6$ जर तुम्ही फरक घेतला तर ते 60 अंशांच्या बरोबरीचे आहे आणि जर तुम्ही बेरीज पाहिली तर $\sin 42$ आणि $\cos 42$ म्हणजे 120 अंश, त्यामुळे आपल्याला 60 आणि 120 अंशांसाठी सायन कोसाइन आणि टॅन व्हॅल्यू माहित आहेत, म्हणून आपण काय करण्याचा प्रयत्न करू, आपण प्रथम हे संपूर्ण लिहिण्याचा प्रयत्न करू कारण x चा टॅन हा $\cos x$ वर $\sin x$ आहे यातील प्रत्येक संज्ञा लिहू म्हणून आपण ही पहिली संज्ञा $\sin 6$ by $\cos 6$ $\sin 42$ by $\cos 42$ असे लिहू, त्याचप्रमाणे आपल्याला $\sin 6$ मध्ये $\sin 42$ मध्ये \sin मिळेल त्यामुळे ही संपूर्ण डावी बाजू समान आहे ही अभिव्यक्ती ज्यावर मी लिहित आहे त्यामुळे या सर्व अंश आहेत म्हणून मी ते लिहित नाही पण या सर्व अंश 78 आहेत.

त्यामुळे आता आपण अंश आणि भाजक दोन्ही एक-एक करून सरलीकृत करू आपण अंशापासून सुरुवात करू आणि आपण काय करू आहे आहे आपण पाहू शकतो की एक आहे कारण आपल्याला सहा आणि साठ एकत्र करायचे आहे सहा प्रथम म्हणजे आपण काय करू ते म्हणजे आपण प्रथम याची गणना करू कारण आपल्याला माहित आहे की 66 उणे 6 हे 60 अंश आहे ज्याचे मूल्य आपल्याला माहित आहे आणि हा पॅटर्न मुळात दोन $\sin a$ $\sin b$ फॉर्म्युला आहे म्हणून जर तुम्हाला दोन आठवत असतील तर $\sin a$ $\sin b$ फॉर्म्युला ते दोन होते $\sin a$ $\sin b$ समान b च्या \cos बरोबर a plus b च्या \cos बरोबर a plus b च्या बरोबरीने सहा आणि b च्या बरोबरी सहासष्ट सह आपल्याला येथे जे मिळेल ते म्हणजे हे अर्धा पट आहे एक उणे b चा कोसाइन जो उणे साठ आहे परंतु उणे साठ अंशाचा कोसाइन साठच्या कोसाइन सारखा आहे म्हणून साठचा कोसाइन येथे येतो परंतु साठ अंशाचा कोसाइन अर्धा असतो म्हणून आपण अर्धा हवा लिहू आणि नंतर अधिक b चा उणे \cos लिहू.

ते 72 अंश आहे म्हणून हे $\sin 42$ मध्ये $\sin 42$ मधील $\sin 78$ मधील उत्पादनांपैकी एक आहे त्यामुळे आपल्याकडे साइन बेचाळीस मध्ये साइन सत्तर आठ आहे आणि आपण पुन्हा दोन $\sin a$ $\sin b$ फॉर्म्युला वापरतो त्यामुळे आपल्याला जे मिळते ते हे समान आहे उणे b च्या \cos चा अर्धा जो छत्तीस अंश वजा \cos चा \cos आहे a प्लस b चा सायन पण a प्लस b चा कोसाइन हा एक वीस अंशाचा कोसाइन आहे आणि एक वीस अंशाचा कोसाइन आहे जर आपण हे सूत्र लक्षात ठेवले तर \cos नव्वद अंश अधिक x हा उणे साइन x आहे आणि म्हणून एक वीस अंशाचा कोसाइन वजा साइन होईल 30 अंश जे उणे अर्धा बरोबर आहे म्हणून आपण येथे उणे अर्धा ठेवू म्हणजे तो अधिक अर्धा होतो आणि म्हणून अंश हा साइन सिक्स सायन 66 मध्ये साइन बेचाळीस मध्ये साइन सत्तर आठ बरोबर एक वर चार मध्ये अर्धा उणे कोसाइन आहे बत्तर अंश मध्ये छत्तीसचा अर्धा अधिक कोसाइन आणि आम्ही भाजकासाठी एक समान आहे गोष्ट करतो म्हणून जर तुम्हाला आठवत असेल की भाजक हा या सर्व कोसाइन संज्ञांचा गुणाकार होता आणि पुन्हा जसे आम्ही अंशासाठी केला तसाच आम्ही 6 चा कोसाइन एकत्र करण्याचा प्रयत्न करू.

66 च्या कोसाइनसह आणि आम्ही 42 च्या कोसाइन आणि 78 अंशांच्या कोसाइनच्या गुणाकाराची स्वतंत्रपणे गणना करू आणि येथे जर आपल्याला दिसले की आपल्याकडे कोसाइनचे उत्पादन आहे, तर आपण दोन $\cos a$ $\cos b$ सूत्र वापरू.

सह सहा च्या कोसाइन मध्ये सहासष्ट च्या कोसाइनमध्ये आणि आम्हाला हे सूत्र आठवते की दोन $\cos a$ $\cos b$ ची कोसाइन अधिक b अधिक एक वजा b चा कोसाइन आहे म्हणून सहा च्या बरोबरीने आणि b च्या बरोबरी साठ सहा सह आपण येथे काय मिळवले आहे

so a अधिक b चा अर्धा \cos बत्तर अंश आहे आणि a उणे b साठ आहे आणि साठ अंशाचा कोसाइन अर्धा आहे आणि भाजकातील इतर गुणाकार बेचाळीसच्या कोसाइनमध्ये अठ्ठ्याहत्तरच्या कोसाइनमध्ये होता जो पुन्हा पायाचे बोट दोन $\cos a$ वापरतो $\cos b$ फॉर्म्युला आपल्याला हे समजले की a प्लस b च्या कोसाइनच्या अर्धा बरोबर एक वीसचा कोसाइन आहे जो आपण आता पाहिल्याप्रमाणे वजा b चा अर्धा अधिक कोसाइन आहे जो छत्तीस आहे त्यामुळे येथे एक वजा b समान आहे उणे छत्तीस ला पण उणे छत्तीस चा \cos हा छत्तीस च्या \cos सारखा आहे त्यामुळे शेवटी भाजक सहा च्या कोसाइन बरोबर बेचाळीस च्या कोसाइन बरोबर सहासष्ट च्या कोसाइन मध्ये अठ्ठ्याहत्तर च्या कोसाइन बरोबर आहे जे एक बाय चार आहे येथून $\frac{1}{2}$ पासून बत्तर चा अर्धा अधिक कोसाइन $\frac{1}{2}$ हा 36 वजा अर्धाचा कोसाइन आहे आणि आता आपल्याला फक्त भाजकाने भागलेल्या अंशाला भाग घ्यायचा आहे तर शेवटी आपल्याला काय मिळते की डाव्या हाताची बाजू बहात्तरच्या अर्धा वजा कोसाइनच्या बरोबर आहे 2 गुणिले अर्धा अधिक कोसाइन 36 ने भागले आणि आपण आत्ताच मोजलेला भाजक एक बाय चार गुणिले अर्धा अधिक कोसाइनचा बहात्तर गुणी कोसाइन बरोबर छत्तीस वजा अर्धा अर्थात एक बाय चार आणि एक बाय चार हे अंश आणि अंशामध्ये सामान्य आहे आपण अंश आणि भाजकाचा विस्तार करू या आता आपल्याला मिळेल 1 बाय 4 अधिक कोसाइनचा अर्धा 36 वजा कोसाइनचा अर्धा 72 वजा कोसाइन छत्तीसच्या कोसाइनमध्ये बत्तरचा कोसाइन म्हणजे छत्तीसचा कोसाइन वजा एक बाय चार अधिक छत्तीसचा कोसाइन बहात्तर दोन वजा कोसाइन ची बत्तर गुणिले अर्धा आता आपल्याला हे दाखवण्यास सांगितले आहे की हे एक बरोबर आहे याचा अर्थ आपल्याला हे दाखवता आले पाहिजे की अंश आणि भाजक समान आहेत आणि काय w e पहा , उदाहरणार्थ ही संज्ञा येथे आहे आणि ही संज्ञा येथे देखील आहे, म्हणून जर आपण दाखवू इच्छित असाल की अंश आणि भाजक समान आहेत, तर अंशातील उर्वरित संज्ञा समान आहेत हे दाखवण्यासाठी पुरेसे आहे.

भाजकातील उरलेल्या पदांसाठी म्हणजे आपल्याला फक्त हे दाखवायचे आहे की अंशातील उरलेल्या संज्ञा छत्तीस गुणिले बहात्तर वजा एक बाय चार आहेत, म्हणून आपल्याला हे दाखवायचे आहे आणि हे सोपे केले जाऊ शकते आणि बत्तर समान असे लिहिले आहे, जर आपण ही बाजू घेतली आणि दोन झाली तर दोन वेळा कोसाइन छत्तीस कोसाइन बत्तर बत्तर समान अर्धा असेल तर आपल्याला ही समस्या

सोडवायची असेल तर शेवटी आपल्याला हे दाखवावे लागेल जेणेकरून ते समतुल्य असेल बहात्तरच्या छत्तीस गुणी कोसाइनची कोसाइन एक वर चारच्या समान आहे हे दाखवून आता आपल्याला माहित आहे की छत्तीसचा कोसाइन हा चौपन्न अंशांच्या साइन सारखा आहे आणि 72 चा कोसाइन 18 अंशांच्या साइन सारखा आहे.

ees आणि जर आपण आपल्या शेवटच्या लेक्चरवरून आठवले तर 18 अंशांच्या साइनचे मूल्य आम्ही मोजले होते ते 5 वजा 1 चे वर्गमूळ भागिले 4 होते आणि येथून आपण 54 अंशांच्या साइनचे मूल्य शोधू शकतो कारण जर तुम्हाला हे सूत्र लक्षात असेल तर साइन $3x$ म्हणजे 3 साइन x वजा साइन ky म्हणून आपण x बरोबर अठरा ठेवले म्हणजे आपल्याला साइन पन्नास चार समान मिळतील तीन पट साइन अठरा वजा पाप घन अठरा आणि मग आपण साइन अठरा ऐवजी फक्त ah हा शब्द टाकला आणि आपण काय करू शेवटी मिळवणे हे आहे म्हणून आपण प्रयत्न करू शकतो म्हणून हे रूट 5 अधिक 1 वर 4 असे बाहेर येईल ते सोपे मॅनिपुलेशन आहे जर तुम्हाला ते आणखी सोपे करायचे असेल तर तुम्ही हे चिन्ह x सामान्य घेऊ शकता

त्यामुळे हे पाप होईल कंसात x वेळा 3 वजा \sin स्केअर x आणि नंतर \sin स्केअर 18 अगदी सहज गणले जाऊ शकते त्यामुळे तुम्हाला हे मिळू शकेल आणि म्हणून आता जर तुम्ही तसे असल्यास अंतिम उत्तर आम्हाला दाखवावे लागेल की हे खरे आहे आणि हे आहे.

याच्या बरोबरीचे आणि हे हे आहे गुणाकार समान आहे म्हणून हे मूळ आहे 5 वजा 1 वर 4 गुणा \sin 54 मूळ आहे 5 अधिक 1 वर 4 जे समान आहे म्हणून ही अंतिम गोष्ट मी येथे पुन्हा लिहित आहे म्हणून हे पाच वजा एक वर सोळा जे एक आहे चार आणि जे आम्हाला दाखवायचे होते,

त्यामुळे या समस्येचे निराकरण करण्याचा पुरावा पूर्ण होतो,

त्यामुळे एक युक्ती कोणती होती जी उपयुक्त होती ती म्हणजे काहीवेळा तुम्हाला यापैकी काही कोनांचे मूल्य जसे की 18 अंश लक्षात ठेवावे लागते जेणेकरून ते वाचू शकेल.

परीक्षित वेळ आहे म्हणून आपण पुढील विषयावर जाण्यापूर्वी आणखी एका शेवटच्या समस्येवर चर्चा करू जी त्रिकोणमितीय समीकरणे आहे,

त्यामुळे येथे शेवटची समस्या आहे, म्हणून आपल्याला हे दाखवावे लागेल की ही अभिव्यक्ती 3 बाय 2 च्या बरोबरीची आहे आणि येथे आपल्याला काय जाणवले ते आहे 5π by 8 प्रत्यक्षात 5π by आठ आणि π by आठ मधील फरक पाहिल्यास ते π by two च्या समान आहे त्याचप्रमाणे सात π by आठ आणि तीन π by आठ मधील फरक देखील π by दोन आहे त्यामुळे तेथे आहेत.

या समस्येचे निराकरण करण्याचे अनेक मार्ग तुम्ही ते कोणत्याही प्रकारे करू शकता म्हणून मी पाहिला तो पॅटर्न म्हणजे पाच पाई बाय आठ म्हणजे पाई बाय आठ अधिक पाई बाय दोन आणि म्हणून पाच पाई बाय आठची साइन जी तुम्ही येथे पाहत आहात ती चौथी घात आहे.

π चा \sin by two Plus च्या बरोबरीचा आणि आपल्याला माहित आहे की π ची खूण बाय दोन अधिक x म्हणजे x ची \cos आहे

त्यामुळे आपण येथे जे परिणाम मिळवू शकतो ते म्हणजे हे π च्या \cos by eight च्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे आपल्याला शेवटी π मिळतो येथे आठ ने आणि म्हणून आपण एकत्र करणे आवश्यक आहे जे आपल्याजवळ आहे ते म्हणजे साइन चार या गोष्टीचा साइन चार म्हणजे कॉस चार पाई बाय आठ म्हणजे येथे ही संज्ञा कॉस चार पाई बाय आठच्या समान आहे आणि आपल्याकडे समान कोन आहे येथे π by आठ π by आठ म्हणून आपण या ah शब्दाची इथे या संज्ञेशी कशी तरी जोड देण्याचा प्रयत्न करू आणि त्याचप्रमाणे आपण हे देखील पाहू की सात π by आठ म्हणजे π by दोन अधिक तीन π by आठ ही संज्ञा येथे \cos चार पैकी तीन π बाय आठ असेल आणि नंतर आपण कंगवा करू \sin हे या संज्ञेसह म्हणजे ही कल्पना आहे म्हणून शेवटी आपल्या डाव्या हाताची बाजू या अधिकच्या बरोबरीची आहे आठ अधिक \sin ते पॉवर चार तीन पाई बाय आठ अधिक साइन टू पॉवर चार सॉरी कॉस पॉवर चार तीन π by आठ म्हणजे ही डाव्या हाताची बाजू आहे, म्हणून आपण हे प्रथम सोपे करण्याचा प्रयत्न करतो आणि नंतर आपण हे नंतर घेऊ, म्हणून ही \sin चार π बाय आठ अधिक \cos चार π बाय आठ समान आहे म्हणून हे a to चे स्वरूप आहे.

पॉवर फोर अधिक b ते पॉवर फोर आणि आपण ही गोष्ट वापरू शकतो की a ची पॉवर 4 अधिक b ची पॉवर 4 एक स्केअर अधिक b स्केअर पूर्ण स्केअर वजा दोन ए स्केअर बी स्केअर म्हणून लिहिता येईल, म्हणून ही ओळख वापरून काय करावे? येथे आपल्याला आढळले की हे संपूर्ण स्केअर वजा दोन \sin स्केअर पाई बाय आठ मध्ये कॉस स्केअर पाई बाय आठ आहे परंतु आम्हाला लगेच लक्षात आले की हे \sin स्केअर x अधिक \cos स्केअर x आहे आणि म्हणून हे एक आणि एक स्केअर बरोबर आहे एक आहे म्हणून हे 1 उणे होते आणि आपण ते येथे पाहतो या गोष्टीला

$2 \sin \pi$ बाय 8 गुणा $\cos \pi$ बाय आठ पूर्ण स्केअरचा अर्धा भाग लिहिता येतो पण इथे दोन $\sin a \cos a$ आणि हे दोन a च्या \sin च्या बरोबरीचे आहे

त्यामुळे ही संपूर्ण गोष्ट समान आहे दोन गुणिले π बाय आठ ची \sin म्हणजे पाई बाय चार म्हणजे शेवटी आपण हे आहे हे पद एक वजा अर्धा भाग पाई बाय चार बरोबर आहे जे आता पाई बाय चारचे साइन एक ओव्हर रूट दोन म्हणजे पाप चौरस π बाय चार म्हणजे अर्धा म्हणजे हा एक उणे अर्धा गुणा अर्धा म्हणजे तीन बाय चार म्हणजे तीन बाय चार असाच प्रकार आता आपण इथे इतर अभिव्यक्तीसह करण्याचा प्रयत्न करू

त्यामुळे दुसरी अभिव्यक्ती \sin चार तीन π बाय आठ अधिक कोसाइन चार π बाय होती आठ पण एक मनोरंजक गोष्ट आहे की आपल्याला हे सर्व शेवटपर्यंत करण्याची गरज नाही कारण आपण प्रत्यक्षात तीन पाय बाय आठचा साइन लिहू शकतो कारण आता तीन पाय बाय आठ म्हणजे चार पाय बाय आठ वजा पाय बाय आठ आणि चार π बाय आठ म्हणजे π बाय दोन म्हणजे आपण ते π बाय दोन वजा π b असे लिहू शकतो y आठ आणि हे आपल्याला माहित आहे की π चा साइन बाय दोन वजा x हा देखील x चा

कोसाइन आहे म्हणून हा π चा कोसाइन बाय आठ आहे आणि म्हणून sine ची घात चार तीन π बाय आठ ची घात चार π च्या कोसाइन बरोबर आहे आठ बाय आठ आणि त्याचप्रमाणे तुम्ही हे देखील दाखवू शकता की चार तीन पाय बाय आठच्या घाताचा कोसाइन हा एकाच पद्धतीने चार पाई बाय आठच्या पॉवरच्या साइनच्या समान आहे आणि म्हणून या दोन जोडणे हे या दोन जोडण्यासारखे आहे म्हणून ही संपूर्ण गोष्ट पाई च्या कॉस बाय टू पॉवर फोर च्या बरोबरी आहे म्हणून हे याच्या बरोबरीचे आहे आणि हे या प्लस साइन फोर पाई बाय आठ च्या बरोबरीचे आहे पण हे आपण आताच मोजले होते जर तुम्ही येथे पाहिले तर हेच आता मोजले जात आहे जे तीन बाय चार च्या बरोबरीचे होते

त्यामुळे हे तीन बाय चार आहे आणि हे देखील तीन बाय चार आहे आणि म्हणून शेवटी आपल्याला तीन बाय चार अधिक तीन बाय चार म्हणजे तीन ओव्हर दोन मिळतात

त्यामुळे समस्या सोडवता येईल, आपण नवीन विषय सुरू करणार आहोत.

आता ज्याला त्रिकोणमितीय समीकरण म्हणतात आणि त्रिकोणमितीय समीकरणे म्हणजे मूलतः समीकरणे ज्यामध्ये त्रिकोणमितीय फंक्शन्स समाविष्ट असतात

त्यामुळे त्या सर्व फंक्शन्सचा आपण आतापर्यंत काही व्हेरिबलचा अभ्यास केला आहे, म्हणून येथे उदाहरण दिले आहे $\sin x$ अधिक $\tan x$ समान दोन म्हणून या व्याख्यानात आणि पुढील व्याख्यानात आपले लक्ष अशा समीकरणांवर केंद्रित असेल.

तर येथे आपण पाहतो की आपल्याकडे साइन फंक्शन आणि टॅन्जेंट फंक्शन आहे आणि येथे व्हेरिबल x आहे

त्यामुळे आपण बहुतेक एकल व्हेरिबल समीकरण हाताळू आणि अशा समीकरणांचे निराकरण सोल्यूशनद्वारे शोधणे म्हणजे x ची मूल्ये शोधणे हे आपले ध्येय असेल.

ज्यासाठी ही अभिव्यक्ती ही डाव्या हाताची बाजू उजव्या बाजूच्या बरोबरीची आहे जी दोन अर्थातच एक नैसर्गिक प्रश्न आहे जो मनात येतो तो उपाय नेहमी अस्तित्वात असतो का आणि स्पष्ट उत्तर नाही आहे उदाहरणार्थ मी असे म्हटले की सर्व उपाय शोधा.

$\sin x$ हे समीकरण आता दोन बरोबर आहे कारण आपल्याला माहित आहे की $\sin x$ चे मूल्य किंवा \sin फंक्शनची श्रेणी वजा एक आणि अधिक एक दरम्यान आहे x चे कोणतेही मूल्य s करू शकत नाही $\sin x$ दोन असेल आणि म्हणून या समीकरणाचे कोणतेही समाधान नाही दुसरा प्रश्न असा आहे की समाधान अद्वितीय आहे का तेथे नेहमी अद्वितीय समाधान अस्तित्वात आहे पुन्हा स्पष्ट उत्तर नाही कारण ही सर्व त्रिकोणमितीय कार्ये नियतकालिक आहेत मला नियतकालिक म्हणजे नियतकालिक म्हणजे उदाहरणार्थ चिन्ह म्हणून आपल्याला माहित आहे की \sin चे मूल्य दोन π च्या मध्यांतरानंतर पुनरावृत्ती होते म्हणून $\sin x$ हा x अधिक दोन π चा \sin आहे त्याचप्रमाणे कोसाइन फंक्शनसाठी आपल्याला माहित आहे की x चा कोसाइन x अधिक दोन π चा कोसाइन आहे आणि x चा टॅन x चा टॅन आहे अधिक π

so स्पष्टिका π सह ah ची पुनरावृत्ती करते म्हणून ही त्रिकोणमितीय कार्ये नियतकालिक असल्यामुळे हे स्पष्ट आहे की जर तेथे उपाय असेल तर समजा आपल्याकडे चल x मध्ये ah हे समीकरण असेल तर उदाहरणार्थ x ची \sin अधिक x \tan बरोबर दोन असे म्हणू या समजा आपल्याकडे या समस्येचे निराकरण करण्यासाठी x समान व्हॅल्यू थीटा आहे याचा अर्थ असा होतो की थीटाची साइन अधिक थीटाची टॅन दोन आहे

त्यामुळे थीटा हे समाधान करेल परंतु थीटा हा एकमेव उपाय नाही कारण मी θ जर x च्या ऐवजी θ च्या समान असेल तर मी x समान बरोबर θ अधिक दोन π असे ठेवले तर आपल्याला \sin of θ अधिक 2π अधिक \tan of θ अधिक 2π बरोबरी आता θ ची \sin अधिक 2π ची \sin आहे.

अधिक 2π ही थीटाची \sin आहे कारण $\sin \theta$ दोन π च्या अंतराने पुनरावृत्ती होते

त्यामुळे येथे ही पहिली संज्ञा \sin of θ अधिक \tan of θ अधिक दोन π देखील $\tan \theta$ आहे परंतु θ हे समीकरण पूर्ण करत असल्याने $\sin \theta$ अधिक $\tan \theta$ आहे दोन आणि म्हणून आपण पाहतो की या समीकरणात x अगदी x बरोबर थीटा अधिक दोन π देखील या समीकरणाचे समाधान करते आणि म्हणून जर x समान θ थीटा हा एक उपाय असेल तर x समान θ थीटा अधिक दोन π हा देखील एक उपाय आहे आणि त्याचप्रमाणे तुम्ही दाखवू शकता की थीटा अधिक चार π थीटा अधिक सहा π खरं तर थीटा अधिक दोन π गुणिले कोणतेही पूर्णांक ah हे देखील या समीकरणाचे समाधान असेल आणि म्हणून तेथे अनंत अनेक निराकरणे आहेत

त्यामुळे समाधान अद्वितीय नाही म्हणून आपण एक अतिशय साधे त्रिकोणमितीय समीकरण घेऊ आणि फिन करण्याचा प्रयत्न करा d ax ची मूल्ये काढा जी हे समीकरण सोडवतात

त्यामुळे या समीकरणाचे निराकरण आता आपल्याला माहित आहे की ah साठी $\sin x$ बरोबर अर्धा आहे जर तुम्ही ah बघितले तर मी ते तुमच्यासाठी खूप लवकर प्लॉट करतो म्हणजे हे शून्य होईल हा π दोन π आहे आणि याप्रमाणे उणे π वजा दोन π आहे

त्यामुळे इथे कुठेतरी π बाय दोन आहे

त्यामुळे मी जे प्लॉट करत आहे ते क्वेटिज अक्षावर x आहे आणि y उभ्या अक्षावर $\sin x$ बरोबर आहे म्हणून हे तीन π बाय आहे दोन म्हणजे हे कमाल मूल्य एक आहे आणि किमान मूल्य उणे एक आहे आणि नंतर ते असेच पुनरावृत्ती होते नकारात्मक बाजूने देखील असेच आता आपल्याला $\sin x$ समान अर्धाचे निराकरण करायचे आहे म्हणून आपण अर्धावर एक रेषा काढू या म्हणजे ती येथे आहे म्हणून आपण एक रेषा अर्धी काढू म्हणजे हे मूल्य हे ah हा y समन्वय किंवा हे विस्थापन अर्धा बरोबर आहे म्हणजे अर्धा अर्धा आहे आणि नंतर अर्थातच या समीकरणाचे ग्राफिकदृष्ट्या समाधान म्हणजे ती सर्व मूल्ये जिथे ही लाल रेषा आहे पापासाठी ठिपकेदार वक्र छेदणार आहे ex , उदाहरणार्थ इथे आणि नंतर इथे तर हे x चे एक मूल्य आहे जे तुम्हाला $\sin x$ बरोबर अर्धा देते, मग हे येथे दुसरे मूल्य आहे आणि नंतर येथे आणखी एक मूल्य नकारात्मक बाजूवर आहे, म्हणून आधी चर्चा केल्याप्रमाणे आपल्याकडे अनंतपणे अनेक उपाय असतील.

परंतु काही उपाय आहेत जे मध्यांतर शून्य ते दोन π मध्ये असतील

त्यामुळे हे मध्यांतर शून्य ते दोन π आहे या प्रकरणात आपण पाहतो की दोन सोल्यूशन्स आहेत जे मध्यांतर शून्य ते दोन π मध्ये आहेत

त्यामुळे एक x बरोबर आहे π by six म्हणजे तीस अंश म्हणजे येथे हा एक आहे आणि दुसरा x बरोबर एकशे पन्नास अंश आहे जो पाच π by सहा आहे जो येथे हा बिंदू आहे आता या अशा सोल्यूशन्सला जे मध्यांतर शून्य ते दोन π ला रेषा करतात त्यांना प्रिन्सिपल म्हणतात सोल्यूशन्स म्हणून काही अगदी सोपी समीकरणे सुरू करायची आहेत म्हणून आम्ही आधीच चर्चा केली आहे उदाहरणार्थ $\sin x$ शून्य बरोबरीचे सामान्य समाधान म्हणजे x हे π च्या पूर्णांक गुणाकाराच्या बरोबरीचे आहे म्हणून n संबंधित आहे म्हणून हे t आहे हे या समीकरणाचे सामान्य समाधान म्हणून

x हा या समीकरणासाठी $\cos x$ साठी π चा पूर्णांक गुणक आहे येथे $\cos x$ शून्य बरोबर सामान्य समाधान आहे कारण आपण आधीच चर्चा केली आहे की n अधिक अर्धा पट π आहे जेथे n पुन्हा पूर्णांक आहे म्हणून आता आपण प्रयत्न करू सामान्य उपायांची ही संकल्पना सामान्यीकृत

करण्यासाठी आपल्याला काही साधने किंवा काही परिणामांची आवश्यकता आहे आपण चिन्ह फंक्शनने सुरुवात करतो म्हणून आधीच्या एका स्लाइडमध्ये आपण पाहिले होते की x ला अर्धा समान चिन्हासाठी उपाय कसे शोधायचे ते असे आहे.

म्हणजे आपल्याकडे $\sin x$ बरोबर π ची \sin by six आहे म्हणून आपण y बरोबर π by six असे म्हणू या आणि नंतर या समीकरणाचे सर्व सामान्य निराकरण आपण शोधू इच्छितो

त्यामुळे सर्वसाधारणपणे ते कसे करायचे यावर आपण चर्चा करणार नाही.

x आणि y real साठी जर $\sin x$ हे चिन्ह y च्या समान असेल तर आपण दाखवू की x हे $n\pi$ अधिक वजा 1 च्या घात n गुणिले y ची संख्या n साठी समान असणे आवश्यक आहे, जर हे समीकरण समाधानी होत असेल तर ते आवश्यक आहे.

x आणि y rela असावेत हे खरे आहे या प्रमाणे π जेथे n हा काही पूर्णांक असतो त्यामुळे n हा पूर्णांक असायला हवा दुसरीकडे आपण हे देखील पाहतो की जर आपण कोणताही पूर्णांक n घेतला तर $n\pi$ अधिक वजा एक ते घात n गुणिले y चे चिन्ह n च्या बरोबर असेल y म्हणजे ते सुद्धा खरे आहे म्हणून आपल्याकडे ही दोन विधाने आहेत त्यामुळे ही दोन आपल्याला सामान्य उपाय शोधण्यात मदत करतील म्हणून मी x हे चिन्ह अर्धा बरोबर घेईन आणि या दोनचा वापर करून आपण सर्व कसे शोधू शकतो हे पाहण्याचा प्रयत्न करू.

या समीकरणाचे सामान्य समाधान $\sin x$ समान अर्धा बरोबर म्हणजे $\sin x$ बरोबर अर्धा साठी आपल्याकडे π समान y बरोबर π by 6 जे तीस अंश आहे

त्यामुळे आपल्याकडे $\sin x$ बरोबर $\sin y$ आहे π by six आणि नंतर आपण गेलो तर येथे आमच्याकडे जे आहे ते असे आहे की कोणत्याही n साठी कोणत्याही पूर्णांकासाठी $n\pi$ च्या \sin अधिक 1 उणे 1 ची n गुणिले y ची y ची \sin आहे आणि म्हणून जर आपण y ला π by 6 ने बरोबर ठेवले तर आपल्याला काय दिसेल $n\pi$ अधिक वजा एक ची n गुणिले π बाय सहा ची \sin ची π बाय सहा आहे जी अर्धी आहे आणि म्हणून हे t आहे हे सामान्य समाधान $\sin x$ साठी अर्धा बरोबर आहे म्हणून x जोपर्यंत या फॉर्मचे कोणतेही मूल्य लागते तोपर्यंत $\sin x$ नेहमी अर्धी असेल म्हणून ते सर्व x आपण जसे लिहितो तसे आहे आणि मी ते चित्र येथे पुन्हा ग्राफिकली दाखवण्याचा प्रयत्न केला आहे.

हा आह हा अर्धा होता आणि आम्ही याप्रमाणे एक रेषा काढली होती आणि मग जर तुम्ही ही अभिव्यक्ती $n\pi$ अधिक वजा एक ते पॉवर $n\pi$ सह सह पाहण्याचा प्रयत्न केला तर आपल्याला फक्त n ची सर्व पूर्णांक मूल्ये ठेवावी लागतील आणि आपल्याला सर्व मिळतील जनरल्स हे सर्व उपाय x समान अर्धा बरोबर चिन्हांकित करण्यासाठी उदाहरणार्थ, जर तुम्ही n समान शून्यावर ठेवले तर n समान शून्य म्हणजे शून्य गुणिले π अधिक वजा एक ते पॉवर शून्य गुणिले π बाय सहा आपल्याला π बाय सहा मिळतात म्हणजे ते पहिले होते आह सोल्युशन पहिले तत्व समाधान जर तुम्ही n च्या बरोबरी घातली तर आपल्याला 1 गुणिले π मिळेल जे π अधिक वजा 1 ते 1 च्या घात आहे कारण $n = 1$ च्या बरोबरीचे आहे जे उणे 1 गुणिले π बाय 6 आहे

त्यामुळे ते π वजा π बाय सहा आहे जे पाच पाई बाय सहा च्या बरोबरीचे आहे म्हणजे हा बिंदू इथे आहे

त्यामुळे हा पाई बाय सहा होता तर पाई बाय सहा आणि था π सांगा की हे पाच π बाय सहा आहे आणि मग आपण असे दोन π ठेवले

तर या अभिव्यक्तीतील π मुख्य उपाय जेथे दोन समान n ठेवले तर आपल्याला दोन π अधिक वजा एक ते घात दोन म्हणजे एक म्हणजे दोन π अधिक π बाय सहा म्हणजे हा दोन π अधिक π बाय सहा म्हणजे हा बिंदू इथे हा बिंदू आहे तर हा बिंदू दोन π अधिक π बाय सहा n बरोबर तीन आहे आपल्याकडे 3 π वजा π बाय 6 आहे

त्यामुळे तो बिंदू हा एक आहे येथे एक तर हे म्हणजे येथे हे मूल्य 3 π उणे π बाय 6 आहे आणि आपण n च्या बरोबरीने चार पाच आणि त्याचप्रमाणे नकारात्मक बाजूने देखील जाऊ शकतो, उदाहरणार्थ आपण n समान वजा एक घेतले तर आपल्याला काय मिळेल वजा π वजा π by six आहे जो येथे संपला आहे

त्यामुळे हा बिंदू उणे π वजा π by six आहे आणि मग आपण ते n च्या बरोबरीने वजा दोन साठी करू शकतो

त्यामुळे सामान्य समाधान कसे लिहिले जाते म्हणून आपण ते असे लिहू म्हणून सामान्य समाधान x समान $n\pi$ अधिक वजा 1 ते $n\pi$ ची घात 6 बाय 6 आहे जेथे n पूर्णांकांच्या संचाशी संबंधित आहे तर अशा प्रकारे सर्व उपायांचा हा संच लिहिला आहे, आपण ते सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करूया, म्हणून आपण जे सांगितले होते ते असे आहे की $n\pi$ अधिक वजा 1 ची n गुणिले y च्या घाताची n गुणिले y कोणत्याही पूर्णांकासाठी y च्या बरोबर आहे म्हणून आम्ही ते विधान सिद्ध करण्याचा प्रयत्न करू म्हणजे अर्थातच हे a प्लस b चे \sin आहे आणि आम्हाला माहित आहे की a plus b ची $\sin a$ cos b अधिक $\cos a$ sine b आहे आणि म्हणून ही गोष्ट $\sin a$ cos b च्या समान आहे.

अधिक $\cos a \sin b$ पण आम्हाला माहित आहे की कोणत्याही पूर्णांक n साठी $n\pi$ चे चिन्ह नेहमी शून्य असते त्यामुळे ही संपूर्ण संज्ञा शून्यावर जाते

त्यामुळे जे उरते ते \cos of $n\pi$ गुणिले साइन ऑफ वजा एक ते n गुणा y च्या घात पण काय आहे $n\pi$ ची \cos तुम्ही x विरुद्ध x च्या \cos साठी आलेख पाहिल्यास आपल्या लक्षात येईल की जेव्हाही n सम असेल तेव्हा

$n\pi$ ची \cos समान असते आणि जेव्हा n असेल तेव्हा $n\pi$ ची विषम \cos बरोबर असते वजा एक आणि म्हणून आपण या गोष्टीवरून स्पष्टपणे म्हणू शकतो की $n\pi$ चा \cos n बेका च्या घात वजा एक च्या बरोबरीचा आहे जर तुम्हाला c वजा एक ते n ची घात दिसत असेल तेव्हा वापरा जेव्हा n सम वजा एक असेल तेव्हा n ची घात एक असेल आणि जेव्हा n विषम असेल वजा 1 असेल तेव्हा n ची घात उणे 1 असेल.

तर हा संबंध वापरून येथे हे आहे समान म्हणजे पुन्हा हे समान आहे वजा 1 ते n ची घात वजा एक ची n ची y मध्ये पुन्हा आपण पूर्णांकांचा संपूर्ण संच n सम आणि विषम मध्ये विभागतो आणि ही अभिव्यक्ती स्पष्टपणे काय आहे हे पाहण्याचा प्रयत्न करतो जेव्हा n सम असेल तेव्हा n सम असेल तेव्हा ही संपूर्ण अभिव्यक्ती समान असेल तर हे एक आहे आणि हे देखील एक आहे म्हणून ते y च्या चिन्हासारखे आहे आणि जेव्हा n विषम आहे तेव्हा हे उणे एक आहे आणि हे उणे एक आहे म्हणून ते उणे आहे वजा y ची \sin पण वजा y ची \sin उणे y च्या बरोबर आहे आणि म्हणून ही संपूर्ण गोष्ट y च्या \sin च्या बरोबरीची आहे, मग n सम किंवा विषम असला तरीही ही संपूर्ण अभिव्यक्ती y च्या साइन सारखी आहे आणि म्हणून आपल्याकडे आहे दाखवले की $n\pi$ अधिक वजा 1 ची n गुणिले y च्या घाताची \sin सर्व पूर्णांक n साठी y च्या \sin बरोबर आहे आणि n आपण उलट विधान देखील दाखवू जे आपण आधी सांगितले होते आणि ते म्हणजे जर काही x आणि y साठी $\sin x$ हे $\sin y$ च्या बरोबरीचे असेल तर x हे

$n\pi$ अधिक वजा एक बरोबर असणे आवश्यक आहे.

काही पूर्णांक n साठी n वेळा y n काही पूर्णांक n साठी म्हणून आपण हे दाखवण्याचा प्रयत्न करू की आपण $\sin x$ बरोबर $\sin y$ ने सुरुवात करू म्हणजे साइन x उणे $\sin y$ शून्य आहे आणि हा मुळात ah आहे.

$\sin a$ minus \sin of b चा जो मागील लेक्चर्सपैकी दोन $\cos a$ plus b by two मध्ये $\sin a$ minus b by two असा वापर करून आपल्याला ही डाव्या हाताची बाजू

x अधिक y च्या कोसाइनच्या दुप्पट बरोबर मिळू शकेल x उणे y च्या साइन मध्ये दोन वरील

शून्य समान आहे परंतु हे शून्य करण्यासाठी आपल्याजवळ एकतर

x अधिक y बाय दोन ची \cos शून्य बरोबर असणे आवश्यक आहे किंवा x वजा y वरील दोन ची बरोबरी शून्य आहे म्हणून पहिला एक x अधिक y वरील दोन ची संख्या शून्य बरोबर आहे परंतु हे खरे होण्यासाठी x अधिक y वरील दोन ही विषम बहु असावी π ची ple दोन ने तर मग याचा अर्थ असा की जर x अधिक y वरील दोन ची \cos शून्य असेल तर याचा अर्थ असा की x अधिक y वरील दोन समान m अधिक अर्धा पट π काही पूर्णांक m साठी काही पूर्णांक m साठी खरे असले पाहिजे परंतु येथून आपल्याला काय मिळेल ते म्हणजे x अधिक y बरोबर दोन m अधिक एक गुणा π आणि म्हणून x समान आहे दोन m अधिक एक गुणा π उणे y काही पूर्णांक m साठी पण मी हे देखील लिहू शकतो x समान दोन m अधिक एक गुणिले π अधिक वजा एक ते दोन m अधिक एक गुणिले y कारण कोणत्याही पूर्णांकासाठी कारण आपण पाहा हे विधान काही पूर्णांक m पासून खरे असले पाहिजे म्हणून m हा पूर्णांक दोन m अधिक एक आहे विषम मूल्यपूर्ण पूर्णांक असेल आणि एक विषम पूर्णांकाची घात वजा एक समान आहे वजा एक बरोबर आहे म्हणून हे आणि हे दोन समान आहेत म्हणून एकतर ते $\sin x$ साठी $\sin y$ असायला हवे एकतर हे विधान x हे खरे असले पाहिजे जे दोन m अधिक एक गुणा π अधिक मिनिट इतके असावे अमुक एक ते दोन m च्या घात अधिक एक गुणिले y काही पूर्णांक m साठी किंवा दुसरी केस अशी आहे की x वजा y बाय दोन ची सायन शून्य असली पाहिजे जी म्हणजे

x वजा y बाय दोनची r सायन शून्य असेल पण यासाठी खरे आहे कारण आपल्याला माहित आहे की \sin of आपल्याला माहित आहे की $\sin \theta$ is equal to zero हे सूचित करते की θ m गुणिले π फॉर्म आहे जेथे m पूर्णांक आहे म्हणून हे काही पूर्णांक m साठी m गुणिले π बरोबर असले पाहिजे आणि तिथून आपल्याला ते x मिळेल पूर्णांक असलेल्या काही m साठी दोन m π अधिक y समान असणे आवश्यक आहे आणि हे नंतर दोन m π अधिक वजा एक असे दोन m गुणिले y च्या घात म्हणून लिहिता येईल कारण दोन m ही एक सम संख्या आहे आणि वजा एक ही संख्या आहे सम संख्या एक आहे म्हणून ही दोन समान आहेत म्हणून शेवटी आपल्याजवळ जे आहे ते म्हणजे x या फॉर्मपैकी एक समान आहे किंवा x या फॉर्मचा असणे आवश्यक आहे परंतु दोन्ही प्रकरणांमध्ये आपण जे पाहतो ते एकतर आपल्याला दिसते की येथे संख्या आणि वजा एकच्या घातातील संख्या समान आहे कारण येथे आपल्याकडे दोन m अधिक एक आहेत आणि तेथे दोन आहेत m अधिक एक आणि येथे देखील आपल्याकडे दोन m आहेत आणि तीच संख्या येथे उणे एकच्या बळावर येते येथे आपल्याकडे सर्व सम पूर्णांक आहेत कारण दोन m सम पूर्णांक आहेत आणि येथे आपल्याकडे विषम पूर्णांक आहेत

त्यामुळे कोणत्याही परिस्थितीत ते असावे खरे आहे की x हे काही पूर्णांक n साठी n गुणिले y च्या घात $n\pi$ अधिक वजा एक च्या बरोबर असले पाहिजे, म्हणून आम्ही हे व्याख्यान या पुराव्यासह पुढील व्याख्यानात समाप्त करू आणि आम्ही कोसाइन आणि टॅन फंक्शन्ससाठी तेच करण्याचा प्रयत्न करू.

सामान्य उपाय शोधण्याचा प्रयत्न करा किंवा $\cos x$ बरोबर $\cos y$ आणि $\tan x$ बरोबर $\tan y$ सारख्या समीकरणांचे सामान्य समाधान कसे शोधायचे ते दर्शविले धन्यवाद