

लेक्चर 3 में त्रिकोणमितीय कार्यों पर चार व्याख्यान में आपका स्वागत है हमने साइन एक्स प्लस वाई साइन एक्स माइनस वाई साइन 2एक्स साइन 3एक्स कॉस 2एक्स कॉस 3एक्स के लिए चर्चा की और व्यंजक व्युत्पन्न किए और हमने आज के व्याख्यान में स्पर्शरिखा फंक्शन को औपचारिक रूप से परिभाषित किया है, हम और अधिक प्राप्त करेंगे दो कोणों के योग की स्पर्शरिखा और दो कोणों के अंतर के योग के लिए व्यंजक, एक कोण के दोगुने और एक कोण के तीन गुने की स्पर्शरिखा और कुछ और त्रिकोणमिति फलन जैसे x का कोसेकेंट और x का दूसरा और उसके बाद कुछ समस्याएं पेश करेंगे आइए एक्स प्लस वाई के टैन के लिए टैन एक्स और टैन वाई के संदर्भ में अभिव्यक्ति प्राप्त करने का प्रयास करें क्योंकि हम जानते हैं कि एक्स का टैन परिभाषित नहीं है जब एक्स दो से पीआई का एक विषम गुणक है,

इसलिए निम्नलिखित अभिव्यक्ति जा रही है केवल तभी मान्य हो जब x जमा y , π बटा दो का विषम गुणज न हो, क्योंकि x का $\tan \sin x$ बटा $\cos x$ है,

इसलिए x जमा y का टैन x जमा y की ज्या के बराबर है x जमा y के \cos पर पिछले में व्याख्यान हम \sin .

के लिए व्यंजक व्युत्पन्न एक्स प्लस वाई और कॉस ऑफ एक्स प्लस वाई का उपयोग करके हम एक्स प्लस वाई की साइन को साइन एक्स कॉस वाई प्लस कॉस एक्स साइन वाई के रूप में कॉस एक्स कोस वाई माइनस साइन एक्स साइन वाई के रूप में लिख सकते हैं, अब अंश और हर दोनों को विभाजित करके $\cos x \cos y$ जब हम इस पद को $\cos x \cos y$ से विभाजित करते हैं तो हमें $\tan x$ प्राप्त होता है क्योंकि $\cos y$ को $\cos y$ के साथ रद्द कर दिया जाता है और

इसलिए हमें $\sin x \cos y$ को $\cos x \cos y$ plus $\cos x$ से विभाजित किया जाता है।

$\sin y$ को $\cos x \cos y$ से विभाजित किया जाता है और यह

इसलिए है कि यह पद $\tan x$ है यह पद $\tan y$ है यह एक है और यह $\tan x$ गुणा $\tan y$ है,

इसलिए अंत में हमें x का तन मिलता है और y x का तन और x का तन के बराबर होता है y , y

के x टैन के एक माइनस टैन पर यह व्यंजक तभी मान्य होता है जब xy और x जमा y ये तीनों तीनों नहीं हैं, वे π बटा दो के विषम गुणज नहीं हैं क्योंकि x का टैन तब परिभाषित नहीं होता है जब x एक विषम गुणज हो पाई का दो से यह असीमित हो जाता है

इसलिए यह विशेष अभिव्यक्ति आपको दो कोणों के योग के स्पर्शरिखा के बीच एक संबंध प्रदान करती है।

स्पर्शरिखा के रूप में दो कोणों के अलग-अलग स्पर्शरिखाओं के रूप में यहां से अब एक्स माइनस वाई के टैन के लिए अभिव्यक्ति प्राप्त करना बहुत आसान है क्योंकि इसे एक्स प्लस माइनस वाई के टैन के रूप में लिखा जा सकता है और फिर हम इस समीकरण का फिर से उपयोग करते हैं

इसलिए अनिवार्य रूप से इस समीकरण में हम y को माइनस y से बदल देते हैं,

इसलिए हमें टैन x प्लस टैन माइनस y प्राप्त होता है, माइनस y के एक्स टैन का माइनस टैन हमने पिछले व्याख्यान से देखा है कि एक्स का टैन एक्स का एक विषम कार्य है।

माइनस y , टैन y का माइनस है, इसका उपयोग करके हम इसे टैन x घटा टैन y बटा वन प्लस टैन x टैन y के बराबर पाते हैं, आइए अब पिछली स्लाइड से टैन टू एक्स के लिए एक्सप्रेसन की गणना करें, हमने एक्स प्लस का टैन देखा था।

y बराबर है टैन एक्स प्लस टैन वाई बटा वन माइनस टैन एक्स टैन वाई

इसलिए इस एक्सप्रेसन का उपयोग करके और एक्स के साथ वाई को प्रतिस्थापित करने पर हमें जो मिलता है वह एक्स प्लस एक्स का टैन है जो दो एक्स का टैन है टैन एक्स प्लस टैन एक्स के बराबर है ताकि दो हो टैन एक्स बटा वन माइनस टैन स्क्वायर एक्स लेकिन फिर से यह अच्छी तरह से तभी परिभाषित होता है जब दो 0 π का विषम गुणज नहीं है और x भी है क्योंकि यदि x , π बटा दो का एक विषम गुणज है तो यह $\tan x$ यहां और यह $\tan x$ यहां भी उसी तरह परिभाषित नहीं है जैसे हम \tan के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकते हैं एक्स प्लस वाई के टैन के लिए एक्सप्रेसन का उपयोग करते हुए तीन एक्स फिर से हमें टैन मिलता है हमने पिछली स्लाइड से देखा है कि एक्स प्लस वाई का टैन टैन एक्स प्लस टैन वाई है जो एक माइनस टैन एक्स टैन वाई है,

इसलिए वाई को दो एक्स के बराबर रखने के लिए हमें एक्स प्लस टू एक्स बराबर टैन एक्स प्लस टैन टू एक्स बटा वन माइनस टैन एक्स इन टैन टू एक्स मिलता है और फिर हम पिछली स्लाइड से टैन टू एक्स की अभिव्यक्ति का उपयोग करते हैं जिसे मैं आपकी सुविधा के लिए फिर से पुनः पेश करता हूं

इसलिए टैन टू x , दो टैन x बटा वन माइनस टैन स्क्वायर x है,

इसलिए उस एक्सप्रेसन का उपयोग करके हमें जो मिलता है वह है टैन एक्स प्लस 2 टैन एक्स बटा 1 माइनस टैन स्क्वायर x बटा 1 माइनस टैन x गुणा 2 टैन एक्स गुणा 1 माइनस टाइम स्क्वायर x और फिर गुणा करना एक माइनस टैन वर्ग x के साथ अंश और हर दोनों पर हमें $\tan 2x$.

मिलेगा \tan एक्स बराबर होने के लिए टैन एक्स गुणा एक माइनस टैन स्क्वायर एक्स प्लस टू टैन एक्स अपॉन तो वह अंश है एक माइनस टैन स्क्वायर एक्स माइनस टू टैन स्क्वायर एक्स जो बराबर है और फिर इस आह को खोलने पर ये ब्रेसिज़ यहां हम अंत में प्राप्त करते हैं टैन थ्री एक्स को थ्री टैन एक्स माइनस टैन क्यूब एक्स बटा वन माइनस थ्री टैन स्क्वायर एक्स फिर से यह अच्छी तरह से परिभाषित किया गया है, जब तीन एक्स दो से अधिक पाई का एन विषम गुणज नहीं है, हमने कोटेंजेंट फंक्शन $\cot x$ को पेश किया था और हमारे पास था परिभाषित किया गया है कि $\cot x$ एक बटा $\tan x$ के बराबर है,

इसलिए इस स्लाइड में हम $\cot x$ और $\cot y$ के पदों में x जमा y का व्यंजक प्राप्त करने का प्रयास करेंगे,

इसलिए यहाँ से यह निम्नानुसार है कि x जमा y का कोटेंजेंट है एक्स प्लस वाई के एक बटा टैन और हम टैन एक्स प्लस वाई के लिए अभिव्यक्ति जानते हैं जो कि टैन एक्स प्लस वाई टैन एक्स प्लस टैन वाई बटा 1 माइनस टैन एक्स टैन वाई है, इस अभिव्यक्ति का उपयोग यहां पहले समीकरण में यहां हमें कॉट एक्स प्लस मिलता है y बराबर एक माइनस टैन x टैन y बटा टैन x प्लस 10 y अब डिभि अंश और हर दोनों को टैन x टैन y के साथ डिभि करने पर हमें एक बटा टैन x टैन y मिलता है, तो यह कौन सा शब्द है यहाँ माइनस

टैन x टैन y को टैन x टैन y से विभाजित किया गया है, जो आपको टैन एक्स बटा टैन एक्स टैन वाई प्लस से विभाजित देगा।

टैन वाई बटा टैन एक्स टैन वाई तो यहां यह रद्द हो जाएगा और यहां समय वाई रद्द होने जा रहा है, यह विशेष शब्द यहां कुछ भी नहीं है, लेकिन टैन एक्स गुणा एक टैन वाई एक अपॉन टैन एक्स है कोट एक्स एक टैन वाई खाट y है तो यह शब्द यहाँ खाट x गुना खाट y है और एक बटा तन y यहाँ खाट y एक बटा तन x है x मिला है

इसलिए अंत में हम x के व्यंजक के साथ समाप्त होते हैं और y बराबर खाट x खाट y घटा एक बटा $\cot x$ plus $\cot y$ अब चूंकि x का कोटैजेंट एक बटा टैन x है, जो वास्तव में x का कोज्या है, x की ज्या है, x का कोटैजेंट अनंत और घटा अनंत हो जाता है, जब x की ज्या शून्य हो जाती है, जो तब होता है जब x , π का गुणज होता है।

इसलिए x जमा y के कोटैजेंट के लिए यह व्यंजक तभी अच्छी तरह परिभाषित होता है जब x जमा y गुणज न हो π का और निश्चित रूप से π से x प्लस y के कोटैजेंट की यह अभिव्यक्ति हम x घटा y के कोटैजेंट के लिए अभिव्यक्ति प्राप्त कर सकते हैं, हमें इस समीकरण में y को माइनस y से बदलने की आवश्यकता

है क्योंकि x का कोटैजेंट टैन एक्स पर एक है और $\tan x$ एक विषम फलन है,

इसलिए यह इस प्रकार है कि x का कोटैजेंट भी एक विषम फलन होगा और

इसलिए x ऋण y का कॉड यहां y को माइनस y से बदलने पर हमें x का खाट माइनस y घटा 1 पर खाट x प्लस कोटैजेंट में मिलता है।

माइनस y का माइनस y का कोटैजेंट क्योंकि x का कोटैजेंट माइनस y के टेंगेट के लिए एक विषम फंक्शन है, जो y के खाट का माइनस होगा,

इसलिए यह एक प्लस खाट x खाट y बन जाएगा जो कि खाट y माइनस खाट x के ऊपर है और यह अभिव्यक्ति फिर से अच्छी है केवल तभी परिभाषित किया जाता है जब x घटा y , π का गुणज नहीं है,

इसलिए जैसे हमने दो x के \tan और तीन x के \tan के लिए व्यंजक व्युत्पन्न किए हैं, हम x के \cot के पदों में दो x के \cot के व्यंजक व्युत्पन्न कर सकते हैं, हमने देखा कि \cot का x जमा y , x की खाट है, y की खाट का गुणा घटाकर x .

के खाट के ऊपर से एक घटा y का प्लस खाट और

इसलिए इस y को x के बराबर रखने के लिए y के बराबर x के साथ हमें जो मिलता है वह यह है कि दो x का खाट बराबर $\cot x$ गुणा $\cot x$ है जो कि खाट वर्ग x घटा एक को दो गुणा से विभाजित करता है $\cot x$ तो हमें x के खाट के रूप में दो x के खाट के लिए एक व्यंजक मिलता है

और इसी तरह हम तीन x के खाट के लिए एक फलन भी प्राप्त कर सकते हैं x के खाट के रूप में हम y को दो x से प्रतिस्थापित करते हैं इस समीकरण में हमें खाट मिलता है x का जोड़ दो x जो तीन x के बराबर होता है x के खाट में x के खाट में x घटा एक बटा x का जोड़ दो x का भाग और फिर हम पिछली स्लाइड से दो x के खाट के लिए व्यंजक का उपयोग करते हैं

इसलिए हमें x का खाट प्राप्त होता है दो x के खाट में खाट वर्ग x घटा एक बटा दो खाट x था

इसलिए अंश और हर को दो खाट x से गुणा करने पर हमें अंत में मिलता है और यह फिर से तभी परिभाषित होता है जब तीन x पाई का गुणज नहीं है,

इसलिए पिछली स्लाइड में से एक में हमने कोटैजेंट फंक्शन को टैन फंक्शन पर एक होने के लिए परिभाषित किया था, ठीक वैसे ही जैसे हमारे पास है ऐसा करने के लिए हम कोसेकेंट फंक्शन नामक एक अन्य फंक्शन को परिभाषित करते हैं,

इसलिए फंक्शन का नाम कोसेकेंट होता है लेकिन हम आमतौर पर इसे कोसेक कहते हैं और इसे एक्स के कोसेक के रूप में परिभाषित किया जाता है, साइन एक्स पर 1 के बराबर होता है,

इसलिए इस परिभाषा से यह स्पष्ट रूप से निम्नानुसार है कि डोमेन का डोमेन कोसेकेंट फंक्शन साइन फंक्शन के डोमेन के समान होगा जो सभी वास्तविक संख्याओं का सेट है आगे हम जानते हैं कि किसी भी x के लिए साइन एक्स का वास्तविक मोड एक से कम है लेकिन कोसेकेंट एक्स पाप एक्स पर एक है और

इसलिए इस संबंध और इस तथ्य से यह इस प्रकार है कि किसी भी x वास्तविक के लिए कोसेकेंट x का बहुलक हमेशा एक के बराबर से बड़ा होता है जिससे हम कह सकते हैं कि कोसेकेंट फंक्शन की सीमा

इसलिए दो अंतरालों में पहला अंतराल है माइनस इनफिनिटी टू माइनस वन यूनिन वन तो

इसलिए माइनस एक का मान

दूसरे अंतराल के साथ सेट यूनिन वन में होगा एक से अनंत तक

इसलिए यह वा की तरह ही कोसेकेंट फंक्शन का रेंज सेट है

y हम cosecant फंक्शन को परिभाषित करते हैं एक और बहुत लोकप्रिय त्रिकोणमितीय फंक्शन है secant फंक्शन जिसका नाम secant है संक्षेप में हम इसे x के sec sec को $\cos x$ पर 1 के रूप में परिभाषित करते हैं और

इसलिए secant फंक्शन का डोमेन समान होगा कॉस फंक्शन का डोमेन जो सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है और फिर से ठीक उसी तरह और जैसा कि कोसेकेंट फंक्शन के मामले में होता है क्योंकि किसी भी x के लिए कॉस एक्स का वास्तविक मोड एक से कम होता है

इसलिए इस तथ्य का उपयोग करते हुए और इस परिभाषा का पालन करते हैं कि किसी भी x के वास्तविक मोड के लिए secant x को 1 के बराबर से बड़ा होना चाहिए और

इसलिए हम लिख सकते हैं कि secant फंक्शन की श्रेणी फिर से cosecant फंक्शन की श्रेणी के समान है जो कि अंतराल माइनस इनफिनिटी का संघ है माइनस वन यूनिन वन टू इनफिनिटी अब जब हमने विभिन्न त्रिकोणमितीय कार्यों के बीच बहुत सारी पहचान और संबंध सीख लिए हैं और योग और अंतर के लिए भाव और स्पर्शरेखा और साइन और कोसाइन भी सीखे हैं योग और कोणों

के अंतर आइए हम कुछ समस्याओं को हल करने का प्रयास करें,

इसलिए इस समस्या में यह दिखाने के लिए कहा जाता है कि इस बाएं हाथ की अभिव्यक्ति दो x के खाट के बराबर है, इसलिए समस्याओं को हल करने का मुख्य विचार पैटर्न ढूँढना और कोशिश करना है उन भावों और पहचानों को लागू करने के लिए जिन्हें हमने पैटर्न के लिए सीखा है जो आपको प्रश्न के भावों में पता चलता है, उदाहरण के लिए, हम देखते हैं कि बाईं ओर हमारे पास दो कोसाइन का योग है और यदि आपको याद है कि हमारे पास यह पहचान थी कि बी का ए प्लस कॉस दो गुना कॉस ए प्लस बी बटा टू इन कॉस ऑफ ए माइनस बी बटा टू

इसलिए यह पिछले व्याख्यान में से एक में पढ़ाया गया था और

इसलिए यह पिछले व्याख्यान से स्लाइड है जहाँ हमने यह पहचान दिखाई है कॉस ए प्लस कॉस बी दो गुना के बराबर होना चाहिए क्योंकि ए प्लस बी दो गुना कॉस है और चूंकि हमें यह पैटर्न यहाँ मिल रहा है क्योंकि यह ए है सात एक्सबी तीन एक्स है इसलिए एक डालकर सात x और be .

के बराबर तीन x का गुणनफल जो हमें मिलता है वह सात का \cos है x का जोड़ तीन x का दो गुना है तो a जमा b दस x का दस है और दो से विभाजित करने पर आपको पाँच x का \cos मिलेगा और एक ऋण b चार x होगा।

दो होंगे दो x तो दो x के \cos और फिर हर में हम साइन ए माइनस साइन बी के रूप का एक पैटर्न देखते हैं और इस पर व्याख्यान तीन में पिछली स्लाइडों में से एक में भी चर्चा की गई थी जिसे मैं अब आपके सामने पुनः पेश करता हूँ तो साइन ए माइनस पाप बी यह अभिव्यक्ति व्युत्पन्न थी

इसलिए हम इसे यहाँ उपयोग करने का प्रयास करेंगे,

इसलिए मैं इसे आपके लिए फिर से लिखता हूँ, एक ऋण चिह्न बी के बराबर दो गुना कॉस एक प्लस बी के दो से अधिक एक शून्य से बी की साइन में दो से अधिक फिर से सात x के बराबर और b को तीन x के बराबर रखने पर, हमें सात x की ज्या प्राप्त होती है, तीन x की ज्या, दो गुणा होती है, a का जोड़ b , दो से अधिक होगा, पाँच x होगा और दो के ऊपर एक ऋण b , दो x होगा,

इसलिए हम ऐसा करते हैं अंत में हम अंश के लिए ये आह अभिव्यक्ति प्राप्त करते हैं और

इसलिए यह अंश के लिए है और यह हर के लिए है nd फिर जब हम इन दोनों को विभाजित करते हैं तो यह इसे इससे विभाजित करने के बराबर होता है,

इसलिए हमें जो मिलता है वह यह है कि यहाँ बाईं ओर का अंश बराबर $2 \cos 5 x$ गुणा $\cos 2 x$ है और यह हर इसके बराबर है यहाँ व्यंजक $2 \cos$ पाँच x दो x का ज्या है तो दो और दो रद्द हो जाते हैं क्योंकि पाँच x और \cos पाँच x रद्द हो जाता है जो बचा है वह है \cos दो x बटा पाप दो x जो दो x के खाट के बराबर है जो दाहिनी ओर है यहाँ और यह इस तथ्य के प्रमाण को पूरा करता है कि यह इसके बराबर है

इसलिए हमने यहाँ जो सीखा वह प्रश्न में या वहाँ के भावों में पैटर्न का पता लगाना था और यह देखने की कोशिश करना था कि क्या हम पहले से सीखे गए भावों को लागू कर सकते हैं उदाहरण के लिए यहाँ प्रश्न इस मामले में हमने पैटर्न कोस ए प्लस कॉस बी और पाप ए माइनस साइन बी की पहचान की है और हम उन्हें कॉस और साइन के उत्पाद के रूप में व्यक्त करते हैं जिसके कारण रद्दीकरण हुआ और फिर अंतिम उत्तर यहाँ एक और समान प्रश्न है तीन कोसाइनों का योग तो या तो हम इसे और इसे पहले जोड़कर शुरू कर सकते हैं और फिर हम इसे इन दोनों के योग में जोड़ सकते हैं या हम पहले कॉस थी एक्स और कॉस फाइव एक्स जोड़ सकते हैं और फिर बाद में कॉस फोर एक्स जोड़ सकते हैं तो किस तरह से क्या हम साथ जाते हैं क्या हम कॉस ए प्लस कॉस बी फॉर्मूला का उपयोग करके कॉस थी एक्स को कॉस फोर एक्स के साथ जोड़ते हैं और फिर कॉस फाइव एक्स जोड़ते हैं तो समस्या यह है कि अगर हम कॉस थी एक्स और कॉस फोर एक्स को पहले जोड़ते हैं यदि आपको कॉस का फॉर्मूला याद है ए प्लस कॉस बी यह टू कॉस ए प्लस बी बटा टू इन कॉस है, जो हमें मिलेगा वह कॉस सात एक्स बटा टू है

इसलिए यदि आप तीन एक्स के साथ दो लेते हैं और बी चार एक्स होने के लिए तो हम इसे जोड़ रहे हैं और यह हमें दो गुना कॉस सात x बटा दो और गुणा कॉस x बटा दो समस्या यह है कि फिर इन दो शब्दों का कॉस फाइव एक्स के साथ कुछ भी सामान्य नहीं है,

इसलिए कुछ सामान्य का पता लगाना बहुत मुश्किल होगा क्योंकि अंततः यदि आप देखते हैं कि क्या है हमें यहाँ दाईं ओर चार x की आवश्यकता है

इसलिए इसे जोड़ने का प्रयास करना चुनना और यह पहला है सही रणनीति नहीं है, इससे परीक्षा में समय की बर्बादी होगी,

इसलिए दूसरा विकल्प तीन x और पाँच x जोड़ना हो सकता है और यह बेहतर है क्योंकि जब आप तीन x जोड़ते हैं तो जब आप तीन x का \cos लिखते हैं तो पाँच x का \cos लिखते हैं आपको जो मिलता है वह x के चार x गुना \cos का दो गुना है,

इसलिए यह $3 x$ प्लस $\cos 5 x$ है अब आपको भी $\cos 4 x$ जोड़ने की जरूरत है लेकिन अब अच्छी बात यह है कि यह पहले से ही यह है क्योंकि यह पहले से ही $4 x$ है कारक

इसलिए इस शब्द को और जोड़ना आसान हो जाता है

और यह $4 x$ एक और बात यह है कि दाहिने हाथ की ओर भी $4 x$ है

इसलिए हमें तीन x और चार x जोड़ने के बजाय इस रूट को लेना चाहिए, पहले हमें तीन x जोड़ना चाहिए और पाँच x पहले तो अंश को इस प्रकार लिखा जा सकता है कि बाईं ओर के अंश को दो \cos चार x गुना $\cos x$ के रूप में लिखा जा सकता है जो कि तीन x और \cos पाँच x का योग है और फिर जोड़ \cos चार x तो \cos चार x का गुणनखंड निकाला जा सकता है और इसे \cos चार x गुणा एक जमा दो $\cos x$ के रूप में लिखा जा सकता है इसी कारण से हर पर हम पाप तीन x को पहले ज्या पाँच x के साथ जोड़ने का प्रयास करेंगे,

इसलिए यदि आपको साइन ए प्लस साइन बी के लिए सूत्र याद है

और यह पिछले व्याख्यान में दो साइन ए प्लस बी ओवर के बराबर होने के लिए प्राप्त किया गया था।

माइनस बी का दो गुना कॉस

2 से अधिक है

इसलिए 3 एक्स की साइन प्लस पांच एक्स की साइन चार एक्स की दो गुना ज्या है क्योंकि ए तीन एक्स है और इसलिए ए प्लस बी आठ एक्स बटा टू है यह चार एक्स बन जाता है।

माइनस बी बटा कॉस तो ए माइनस बी माइनस टू एक्स है

इसलिए माइनस टू एक्स बटा टू का कॉस माइनस एक्स का कॉस है लेकिन माइनस एक्स का कॉस एक्स के कॉस के समान है इसलिए हमें यही मिलता है और फिर फाइनल बाईं ओर हर के लिए अभिव्यक्ति होगी हम इस अभिव्यक्ति को चार x पर हस्ताक्षर करने के लिए जोड़ते हैं,

इसलिए हमें जो मिलता है वह पाप है चार x फिर से सामान्य है

इसलिए हम इसे साइन के रूप में लिख सकते हैं चार x गुणा एक प्लस दो $\cos x$ तो यह है हर तो यह अंश है और यह हर है और फिर अंत में जब हम विभाजित करते हैं हर से अंश जो हम देखते हैं वह यह है कि यह पद 1 जमा 2 $\cos x$ अंश और हर दोनों में है, इसलिए जब हम इसे विभाजित करते हैं तो यह रद्द हो जाता है और फिर हमें $\cos 4x$ को $\sin 4x$ से विभाजित किया जाता है जो कि दाईं ओर के बराबर है हाथ की ओर जो खात $4x$ है

इसलिए इस उदाहरण के माध्यम से हमने देखा कि यह बहुत महत्वपूर्ण है कि हम तय करें कि कौन से कारक पहले जोड़े जाने चाहिए अन्यथा इसके परिणामस्वरूप समय की हानि हो सकती है एक और दिलचस्प समस्या निम्नलिखित है

इसलिए यह हमें मूल्य की गणना करने के लिए कह रहा है 18 डिग्री की ज्या अब हम यहां जो महसूस करते हैं वह यह है कि चूंकि x की ज्या बराबर है, pi बटा 2 घटा x यह एक और पहचान है जिस पर हमने पिछले व्याख्यान में चर्चा की थी, हम देखते हैं कि 36 डिग्री की साइन 54 के कोसाइन के बराबर है

डिग्री का कारण है कि हमने 36 और 54 को क्यों चुना है क्योंकि सबसे पहले वे 90 डिग्री तक जोड़ते हैं दूसरा कारण यह है कि वे दोनों 18 डिग्री के गुणक हैं

इसलिए विचार साइन 2 थीटा और कॉस 3 थीटा के लिए सूत्र का उपयोग करना है टी थीटा 18 डिग्री के बराबर है क्योंकि थीटा के साथ 18 डिग्री 2 थीटा 36 डिग्री है और 3 थीटा 54 डिग्री है अब हम जानते हैं कि साइन 2 थीटा 2 साइन थीटा कॉस थीटा है और हम यह भी जानते हैं कि तीन थीटा का कॉस चार कॉस है क्यूब थीटा माइनस थ्री कॉस थीटा ये दोनों एक्सप्रेसन हमने पिछले लेक्चर में निकाले थे, इसलिए यहां से हमें जो मिलता है वह यह है कि थीटा बराबर अठारह के साथ और यह बराबर है हम लिख सकते हैं कि 2 साइन थीटा कॉस थीटा माइनस 4 कॉस क्यूब थीटा माइनस 3 कॉस थीटा शून्य के बराबर है क्योंकि यह साइन दो थीटा है और यह कॉस तीन थीटा है और थीटा के बराबर अठारह डिग्री के लिए वे बराबर हैं अब हम देखते हैं कि कॉस थीटा इन सभी शर्तों में एक सामान्य कारक है इसलिए हम इसे कॉस थीटा के रूप में 2 में लिख सकते हैं साइन थीटा माइनस 4 कॉस स्क्वायर थीटा प्लस थ्री बराबर शून्य लेकिन इसलिए यहां संभावित समाधान यह है कि या तो यह पद शून्य है या यह पद 0 है लेकिन थीटा के बराबर 18 डिग्री के लिए हम जानते हैं कि 18 डिग्री का कॉस 0 के बराबर नहीं है

इसलिए इस समीकरण को संतुष्ट करने का एकमात्र तरीका यह है कि यदि यह शब्द शून्य के बराबर है यानी थीटा के लिए अठारह डिग्री के बराबर है तो यह समीकरण संतुष्ट है चार कॉस स्क्वायर थीटा घटा दो पाप थीटा घटा तीन शून्य के बराबर है लेकिन हम जानते हैं कि कॉस स्क्वायर थीटा बराबर है एक माइनस सिन स्क्वायर थीटा का उपयोग करके हमें 4 माइनस 4 साइन स्क्वायर थीटा माइनस 2 साइन थीटा माइनस 3 बराबर 0 मिलता है और अच्छी तरह से इसे दूसरी तरफ ले जाता है जिसे 4 साइन स्क्वायर थीटा प्लस टू साइन थीटा माइनस वन बराबर शून्य के रूप में लिखा जा सकता है।

तो अठारह डिग्री के बराबर थीटा अब इस समीकरण को संतुष्ट करता है यह मूल रूप से आह है, यहाँ बाईं ओर पाप थीटा में एक द्विघात बहुपद है,

इसलिए हम कहते हैं कि z हम इसे पाप थीटा के रूप में परिभाषित करते हैं,

इसलिए हमें जो मिलता है वह है चार z वर्ग और दो z शून्य से एक शून्य के बराबर है

इसलिए इस द्विघात समीकरण के दो संभावित समाधान हैं और समाधान z बराबर घटा दो जमा घटा बीस बटा आठ है क्योंकि अठारह डिग्री का चिह्न सकारात्मक है संभावित मार्ग जो समझ में आता है वह है यहां प्लस चिह्न के साथ,

इसलिए हम अंत में प्राप्त करते हैं कि 18 डिग्री की साइन माइनस 2 के बराबर है और 20 बटा 8 से अधिक रूट है जिसे पांच माइनस एक बटा चार के वर्गमूल के रूप में भी लिखा जा सकता है, कुछ और समस्याएं चलती हैं आगे

इसलिए इस समस्या में हमें फिर से यह साबित करने के लिए कहा जाता है कि बायीं ओर का यह व्यंजक और दायीं ओर का यह व्यंजक दोनों समान हैं

इसलिए यदि हम दायीं ओर का व्यंजक देखते हैं तो हम जानते हैं कि x का कोसेकेंट एक बटा है साइन एक्स और एक्स का कोटेंज कोटेंजेंट एक बटा टैन एक्स है लेकिन हम इसे साइन एक्स पर एक्स के कोसाइन के रूप में भी लिख सकते हैं,

इसलिए यह एक्स के साइन बाय एक्स के एक माइनस कोसाइन के बराबर हो जाता है,

इसलिए अब हम जो देखते हैं वह यह है कि यह एक माइनस कोसाइन है x का यहाँ और साथ ही यहाँ आता है,

इसलिए यदि आप चाहते हैं कि यह अंश बराबर हो, लेकिन समस्या यह है कि यहाँ एक ऋण $\cos x$ वर्गमूल के अंदर है,

इसलिए एक ऋण $\cos x$ वर्गमूल के बाहर होने का एक तरीका है।

यह है कि हम बाईं ओर गुणा करते हैं अंश और हर दोनों का वर्गमूल 1 माइनस कॉस x है,

इसलिए हम

बायीं ओर के अंश और हर दोनों को एक माइनस कोसाइन के वर्गमूल से गुणा करते हैं।

और हर एक बटा कॉस वर्ग x का मूल बन जाता है

लेकिन हम जानते हैं कि एक घटा कॉस वर्ग x पाप वर्ग x है और फिर पाप वर्ग x का मूल पाप x होगा,

इसलिए यह इसके बराबर है जो यहां दाहिने हाथ के अलावा और कुछ नहीं है जो इस प्रश्न के प्रमाण को कुछ और कठिन समस्याओं के रूप में समाप्त करता है,

इसलिए इस प्रश्न में हमें 40 डिग्री माइनस कोसाइन 20 डिग्री प्लस कोसाइन 80 डिग्री का मान ज्ञात करने के लिए कहा जाता है, इसलिए यह पहली बार में एक बहुत कठिन समस्या प्रतीत हो सकती है।

क्योंकि ये सभी कोण ऐसे कोण हैं जिनके लिए हमें साइन और कोसाइन के बारे में पता नहीं है, हम आमतौर पर 45 डिग्री या 30 डिग्री या 60 डिग्री के साइन और कोसाइन को याद करते हैं या शायद हम इसे 15 और 75 डिग्री के लिए गणना कर सकते हैं।

रीस तो यह थोड़ा कठिन लग सकता है लेकिन फिर यहां देखने की चाल यह है कि हम फिर से देखते हैं कि हम कोसाइन जोड़ और घटा रहे हैं,

इसलिए हमें तुरंत कॉस ए प्लस कॉस बी फॉर्मूला को याद करने की कोशिश करनी चाहिए जो कि कॉस ए प्लस कॉस बी है।

बराबर दो कॉस प्लस बी बटा टू में कॉस माइनस बी बटा टू

इसलिए यह कुछ आशा देता है क्योंकि अगर हम इन तीन शब्दों में से इसे ए और बी को सही ढंग से चुनते हैं तो हो सकता है कि इनमें से एक कॉस एंगल या तो ए प्लस बी बटा टू या माइनस बी बटा टू एक कोण हो सकता है जिसके लिए हम कोसाइन का मान जानते हैं और जो हमें समस्या को हल करने में मदद कर सकता है अब इन तीन कोणों को देखते हुए हम देखते हैं कि यदि हम 40 डिग्री और b को 80 डिग्री लेते हैं तो हम देखते हैं कि 40 प्लस 80 को 2 से भाग देने पर 120 को 2 से भाग दिया जाता है जो कि 60 डिग्री है और हम जानते हैं कि 60 डिग्री की कोज्या आधी होती है तो आइए इस रूट को आजमाते हैं

इसलिए 40 डिग्री प्लस कॉस ऑफ 80 इस फॉर्मूले का 2 गुना कॉस का उपयोग कर रहा है

80 माइनस 40 का 60 डिग्री गुना कॉस तो वह माइनस है s जो 40 बटा 2 है तो यह 20 डिग्री होगा

इसलिए यह अब के बराबर हो जाता है क्योंकि 60 डिग्री हम जानते हैं कि साठ डिग्री का cos आधे के बराबर है

इसलिए इसे यहाँ रखने पर हमें यह बीस डिग्री के cos के बराबर मिलता है और फिर अंतिम अभिव्यक्ति स्पष्ट रूप से 0 है क्योंकि यह कॉस 40 और कॉस 80 का योग कॉस 20 है और हम यहां कॉस 20 घटा रहे हैं

इसलिए अंतिम उत्तर 0 है।

यह जेई परीक्षाओं में से एक से एक समस्या है

इसलिए इस समस्या के साथ फिर से शुरू करने के लिए दिखता है बहुत भयानक है क्योंकि आप थीटा से शुरू होकर 8 थीटा तक जाते हैं लेकिन आह फिर से हमें हमेशा यही करना होता है कि हम अभिव्यक्ति में पैटर्न देखें तो यहां पैटर्न यह है कि पहली अभिव्यक्ति से दूसरे तक पहले पद से दूसरे तक शब्द स्पर्शरेखा के अंदर का कोण दोगुना हो रहा है और फिर से यहाँ से यहाँ तक यह दोगुना हो रहा है और फिर यहाँ से यहाँ तो शायद ऐसा लगता है जैसे दो x के तन का सूत्र आसान हो सकता है

इसलिए यदि आपको दो x का तन याद है दो तन x

के बराबर एक माइनस टैन वर्ग x से विभाजित अब आइए हम बाईं ओर से शुरू करें, बाएं हाथ की ओर का अंतिम पद 8 थीटा का 8 गुना कोटैजेंट है जिसे वास्तव में लिखा जा सकता है क्योंकि आठ थीटा का कोटैजेंट एक पर होता है टैन आठ थीटा

इसलिए x को चार थीटा के बराबर लेते हुए हमारे पास आठ थीटा का टैन है जो 4 थीटा बटा 1 माइनस टैन स्क्वायर 4 थीटा के दो टैन के बराबर है,

इसलिए इस पद को प्राप्त करने के लिए हमें इस अभिव्यक्ति को उल्टा करने की आवश्यकता है,

इसलिए हमें जो मिलता है वह है 8 कॉट 8 थीटा प्लस 4 और हम महसूस करते हैं कि आह इस खाट आठ थीटा अभिव्यक्ति में चार थीटा का तन होगा और अगली अभिव्यक्ति चार थीटा का तन है

इसलिए हम इसे इसके साथ जोड़ने की कोशिश करेंगे ताकि आठ खाट आठ थीटा प्लस चार तन चार थीटा आठ गुणा एक ऋण समय वर्ग चार थीटा बटा दो तन चार थीटा और चार थीटा के चार गुणा स्पर्शरेखा के बराबर होगा

इसलिए यह चार हो जाता है जो कि 4 गुना के बराबर है क्योंकि हमारे पास 4 यहां और यहां भी है और हम इसे सरल बनाते हैं

इसलिए यह बन जाता है तो यह बी ईकोम्स 1 बटा फोर थीटा क्योंकि टैन फोर थीटा टाइम्स टैन फोर थीटा टैन स्क्वायर फोर थीटा है जो इस माइनस टैन स्क्वायर फोर थीटा के साथ रद्द हो जाता है,

इसलिए बायीं ओर अब थीटा के टैन प्लस टू गुना एन दो थीटा और फिर प्लस चार बटा दस और फिर हम उसी प्रक्रिया को दोहराते हैं हम टैन चार थीटा को दो गुना के बराबर लिखते हैं क्योंकि अब इस पद से पहले का अगला पद टैन 2 थीटा है

इसलिए हम इस टैन 4 थीटा को समय 2 थीटा के रूप में व्यक्त करना चाहेंगे ताकि शायद तब होगा जब हम इसे और इस शब्द को जोड़ते हैं तो हम वहां कुछ शर्तों को रद्द करने में सक्षम हो सकते हैं,

इसलिए यह विचार है

इसलिए जब हम इस राशि को देखते हैं तो हमें जो मिलता है वह 4 बटा टैन 4 थीटा प्लस 2 गुना टैन 2 थीटा है बराबर 4 गुणा 1 घटा समय वर्ग 2 थीटा बटा 2 तन 2 थीटा जमा 2 10 से थीटा दो है

इसलिए हमें यहां दो बटा मिलता है

इसलिए यदि आप इसे सरल बनाते हैं तो आपको दो बटा तन दो थीटा और फिर अंत में बाएं हाथ की ओर मिलेगा बाएं हाथ की ओर है तो अंत में बायां हाथ टैन थीटा प्लस टू बटा टैन 2 थीटा बन जाता है और अब फिर से हमें टैन थीटा के संदर्भ में टैन 2 थीटा को व्यक्त करने की आवश्यकता है ताकि यहां कुछ शर्तों को रद्द किया जा सके, हम जानते हैं कि 2 थीटा का तन है 2 टैन थीटा बटा 1 माइनस टैन स्क्वायर थीटा

इसलिए इस एक्सप्रेसन का उपयोग करके हमें जो मिलता है वह है टैन थीटा प्लस 2 गुणा 1 माइनस टैन स्क्वायर थीटा बटा 2 टैन थीटा

इसलिए यह रद्द हो जाता है और

इसलिए यह टैन थीटा रद्द हो जाएगा यह माइनस टैन स्क्वायर थीटा बाय टैन थीटा तो अंततः जो बचेगा वह 1 बाय टैन थीटा है जो वास्तव में

खाट थीटा है, जो कि दाहिने हाथ की ओर था ताकि इस प्रतीत होने वाली बहुत कठिन समस्या का प्रमाण समाप्त हो जाए तो आइए हम यहां एक और समस्या पर चर्चा करें तो फिर हमें यह दिखाना होगा कि यह बायां हाथ इस दाहिने हाथ के बराबर है और यहां भी हम एक पैटर्न देखते हैं कि एक कोण है और फिर दो ए और फिर चार ए और फिर आठ ए तो हम जो देखते हैं वह हम देखते हैं एक एसआई जीएन आठ ए और एक कॉस फोर ए और यह तुरंत आपके दिमाग में एक खतरे की घंटी बजनी चाहिए कि हम जानते हैं कि 2 थीटा की साइन 2 साइन थीटा कॉस थीटा है

इसलिए यदि हम थीटा को चार के बराबर रखते हैं तो यहां जो मिलेगा वह आठ की साइन है ए दो साइन फोर ए कॉस फोर ए है इसलिए हमें यहां एक कॉस 4 ए मिलता है और उम्मीद है कि इस कॉस 4 ए को रद्द कर देना चाहिए,

इसलिए यदि आप इस दाहिने हाथ की तरफ देखते हैं तो हमें जो मिलेगा वह साइन 8 ए बटा आठ साइन ए होगा टू साइन फोर ए इन कॉस फोर ए बटा आठ पाप ए तो कम से कम अब हमारे पास एक टर्म है जो एलएचएस पर है

इसलिए अब हमें सिर्फ यह दिखाने की जरूरत है कि यह बिल्कुल बराबर है

इसलिए हमें यह दिखाने की जरूरत है कि यह बराबर है कॉस ए इन कॉस टू ए और यह इसी तरह से किया जा सकता है क्योंकि हम जानते हैं कि साइन फोर ए में इस फॉर्मूले का उपयोग करते हुए फिर से एक शब्द के लिए यह कॉस होगा, लेकिन थीटा के बराबर दो ए के साथ हमें जो मिलता है वह साइन फोर ए के बराबर दो साइन दो ए होता है।

क्योंकि दो ए तो

इसलिए हमें यह दिखाना होगा कि दो साइन चार ए बटा आठ साइन ए बराबर तो यह वही है जो हमें दिखाना है और अभी हमने यह अभिव्यक्ति प्राप्त की है जो 4 ए के बराबर है,

इसलिए हमें यही दिखाना है कि वास्तव में हमने इस अभिव्यक्ति को प्राप्त किया है हमने लिखा है कि संकेत चार ए दो गुना पाप दो गुना दो गुना है

इसलिए अब आह इस पाप को चार ए के साथ बदलकर यहाँ पर जो हमें मिल रहा है वह है साइन टू ए इन कॉस टू ए बटा टू साइन ए इसलिए यदि ऐसा है तो यह बात इसके बराबर है और आप देख सकते हैं कि अब हमें यह कॉस भी मिलता है दो यहां एक शब्द है और अब यह बहुत आसान है क्योंकि हम जानते हैं कि साइन दो ए

इसलिए यदि आप अभी इस शब्द को देखते हैं तो यह शब्द कुछ भी नहीं है, लेकिन दो साइन ए कॉस ए साइन टू ए टू टू साइन ए है

इसलिए यह रद्द हो जाता है और फिर यह कॉस ए और कॉस टू ए के बराबर हो जाता है

इसलिए यह कॉस ए टाइम्स कॉस 2ए के बराबर हो जाता है,

इसलिए इन उदाहरणों से जो महसूस किया जाना चाहिए वह यह है कि हमें हमेशा पैटर्न देखने की कोशिश करनी चाहिए और मार्ग के संदर्भ में सही निर्णय लेने का प्रयास करना चाहिए।

प्रमाण के लिए अनुसरण किया जाना चाहिए क्योंकि इनमें से अधिकांश प्रतिस्पर्धी ई परीक्षा समयबद्ध है और अगले व्याख्यान में हम कुछ और समस्याओं को हल करना जारी रखेंगे जो आह

जो मूल रूप से आपको इस प्रकार की समस्याओं को हल करने में सहज बनाएगी, धन्यवाद