

বকৃত্বতা 3-তে ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের চারটি বকৃত্বতায় স্বাগত জানাই আমরা সাইন এক্স প্লাস ওয়াই সাইন এক্স মাইনাস ওয়াই সাইন $2x$ সাইন $3x$ কস $2x$ কস $3x$ এর জন্য এক্সপ্রেশন নিয়ে আলোচনা করেছি এবং আমরা আজকের লেকচারে ট্যানজেন্ট ফাংশনটিকে আনুষ্ঠানিকভাবে সংজ্ঞায়িত করেছি।

দুটি কোণের সমষ্টির স্পর্শক এবং দুটি কোণের পার্থক্যের জন্য অভিব্যক্তিগুলি একটি কোণের দুইবার এবং একটি কোণের তিনবার স্পর্শক এবং আরও কিছু ত্রিকোণমিতি ফাংশন চালু করবে যেমন x এর cosecant এবং x এর সেকেন্ড এর পরে কিছু সমস্যা আসুন আমরা অবশ্যই $\tan x$ এবং $\tan y$ এর পরিপ্রেক্ষিতে x এর \tan এর সাথে y এর জন্য একটি রাশি বের করার চেষ্টা করি কারণ আমরা জানি যে x এর \tan সংজ্ঞায়িত করা হয় না যখন x একটি π এর দুই দ্বারা বিজোড় গুণিতক হয়

তাই নিম্নলিখিত অভিব্যক্তিটি যাচ্ছে শুধুমাত্র তখনই বৈধ হবে যখন x যোগ y এখন দুই দ্বারা π -এর একটি বিজোড় গুণিতক নয় যেহেতু x এর \tan হল $\sin x$ দ্বারা $\cos x$

তাই x যোগ y এর \tan আগের x যোগ y এর \cos এর উপর x যোগ y এর সাইনের সমান বকৃত্বতা আমরা \sin জন্য অভিব্যক্তি প্রাপ্ত x প্লাস y এর \sin এবং x প্লাস y এর \cos

তাই ব্যবহার করে আমরা x যোগ y এর সাইন লিখতে পারি সাইন $x \cos y$ যোগ $\cos x \sin y$ এর উপর $\cos x \cos y$ বিয়োগ সাইন $x \sin y$ এখন লব এবং হর উভয়কে দ্বারা ভাগ করছি $\cos x \cos y$ যখন আমরা এই শব্দটিকে $\cos x \cos y$ দ্বারা ভাগ করি তখন আমরা $\tan x$ পাই কারণ $\cos y \cos y$ দিয়ে বাতিল হয়ে যায় এবং তাই আমরা $\sin x \cos y$ কে $\cos x \cos y$ যোগ করে $\cos x$ দিয়ে ভাগ করি।

$\sin y$ কে $\cos x \cos y$ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে এবং এটি

তাই এই টার্মটি $\tan x$ এই টার্মটি $\tan y$ এটি একটি এবং এটি $\tan x$ বার $\tan y$

তাই অবশেষে আমরা x এর \tan পাই এবং y এর x এর সাথে \tan এর সমান y -

এর $x \tan$ -এর এক বিয়োগ ট্যান-এর উপরে এই রাশিটি তখনই বৈধ হয় যখন xy এবং x প্লাস y এই তিনটিই নয়, তারা π -এর বিজোড় গুণিতক নয় কারণ x -এর ট্যান সংজ্ঞায়িত করা হয় না যখন x একটি বিজোড় গুণিতক হয়।

পাই এর দুই দ্বারা এটি সীমাহীন হয়ে যায়

তাই এই বিশেষ রাশিটি আপনাকে দুটি কোণের এক্সপের সমষ্টির স্পর্শকের মধ্যে একটি সম্পর্ক দেয় ট্যানজেন্টের পরিপ্রেক্ষিতে দুটি কোণের পৃথক স্পর্শক এখানে থেকে এখন x বিয়োগ y এর ট্যানের জন্য অভিব্যক্তিটি বের করা খুব সহজ কারণ এটিকে

x প্লাস মাইনাস y এর ট্যান হিসাবে লেখা যেতে পারে এবং তারপরে আমরা এই সমীকরণটি আবার ব্যবহার করি

তাই মূলত এই সমীকরণে আমরা y কে বিয়োগ y দিয়ে প্রতিস্থাপন করি

তাই আমরা পাই বিয়োগ y এর $\tan x$ প্লাস ট্যান এর উপর 1 বিয়োগ ট্যান এর x ট্যান এর বিয়োগ y আমরা আগের লেকচার থেকে দেখেছি যে x এর \tan হল x এর একটি বিজোড় ফাংশন

তাই \tan বিয়োগ y হল $\tan y$ এর বিয়োগ যা ব্যবহার করে আমরা এটিকে $\tan x$ বিয়োগ $\tan y$ এর সমান এক প্লাস $\tan x \tan y$ এর সমান হতে পারি এখন আগের স্লাইড থেকে $\tan 2x$ এর অভিব্যক্তি গণনা করা যাক আমরা x প্লাসের ট্যানটি দেখেছি

y সমান ট্যান এক্স প্লাস ট্যান ওয়ান অন ওয়ান মাইনাস ট্যান এক্স ট্যান ওয়াই

তাই এই এক্সপ্রেশনটি ব্যবহার করে এবং x দিয়ে y প্রতিস্থাপন করলে আমরা যা পাই তা হল \tan এর x প্লাস x যা দুই x এর \tan সমান $\tan x$ প্লাস $\tan x$ এর সমান $\tan x$ অন এক বিয়োগ ট্যান বর্গ x কিন্তু আবার এটি শুধুমাত্র $2x$ হলেই সংজ্ঞায়িত করা হয় অল্প দুই দ্বারা π এর বিজোড় গুণিতক নয় এবং x ও কারণ x যদি দুই দ্বারা π -এর একটি বিজোড় গুণিতক হয় তবে এখানে এই $\tan x$ এবং এই $\tan x$ এখানেও একইভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় না আমরা এর \tan এর অভিব্যক্তিটি বের করতে পারি $3x$ আবার x প্লাস y এর \tan এর জন্য এক্সপ্রেশন ব্যবহার করে আমরা \tan পাই আমরা আগের স্লাইড থেকে দেখেছি যে x প্লাস y এর \tan হল $\tan x$ প্লাস $\tan y$ এর উপর এক বিয়োগ $\tan x \tan y$

তাই y প্রতিস্থাপন করা দুই x এর সমান হবে আমরা ট্যান টু এক্স এর ট্যান এক্স প্লাস টু এক্স সমান ট্যান এক্স প্লাস ট্যান টু এক্স এক বিয়োগ ট্যান এক্স এর উপর ট্যান টু এক্স এবং তারপরে আমরা আগের স্লাইড থেকে ট্যান টু এক্স এর এক্সপ্রেশন ব্যবহার করি যা আমি আপনার সুবিধার জন্য এটি আবার পুনরুৎপাদন করি

তাই ট্যান টু x হল দুই ট্যান x এর উপর এক বিয়োগ ট্যান বর্গ x

তাই এই রাশিটি ব্যবহার করে এখানে আমরা যা পাই তা হল $\tan x$ প্লাস $2 \tan x$ এর উপর 1 বিয়োগ ট্যান বর্গ x এর উপর 1 বিয়োগ ট্যান x গুন $2 \tan x$ দ্বারা 1 বিয়োগ সময় বর্গ x এবং তারপরে গুণ করা এক বিয়োগ ট্যান বর্গ x সহ লব এবং হর উভয়ই আমরা ট্যান থ পাব $\tan x$ এর সমান হতে হবে $\tan x$ গুন এক বিয়োগ \tan বর্গ x প্লাস দুই ট্যান x এর উপর

তাই সেই লবটি হল এক বিয়োগ ট্যান বর্গ x বিয়োগ দুই ট্যান বর্গ x যা সমান এবং তারপরে এই ah খুললে আমরা অবশেষে এখানে এই ধনুর্বন্ধনী পাই $\tan 3x$ সমান হতে হবে তিন $\tan x$ বিয়োগ \tan কিউব x এর উপর এক বিয়োগ তিন ট্যান বর্গ x আবার এটি শুধুমাত্র তখনই ভালভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় যখন তিন x দুই ওভার পাই-এর n বিজোড় গুণিতক নয় আমরা $\cot x$ ফাংশনটি চালু করেছি এবং আমাদের ছিল সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে যে $\cot x \tan x$ এর উপর এক এর সমান হবে

তাই এই স্লাইডে আমরা $\cot x$ এবং $\cot y$ এর পরিপ্রেক্ষিতে x প্লাস y এর একটি এক্সপ্লেসন বের করার চেষ্টা করব
তাই এখান থেকে এটি x প্লাস y এর কোট্যাঞ্জেণ্ট অনুসরণ করে x প্লাস y এর \tan এর উপর one এবং আমরা $\tan x$
প্লাস y এর রাশিটি জানি যা $\tan x$ প্লাস y হল $\tan x$ প্লাস $\tan y$ এর উপর 1 বিয়োগ $\tan x \tan y$ এই রাশিটি
ব্যবহার করে এখানে প্রথম সমীকরণে আমরা $\cot x$ প্লাস পাই y সমান এক বিয়োগ ট্যান এক্স ট্যান ওয়াই অন ট্যান এক্স
প্লাস 10 ওয়াই এখন ডিভি $\tan x \tan y$ দিয়ে লব এবং হর উভয়ই $ding$ করে আমরা $\tan x \tan y$ এর উপর এক
পাব

তাই এখানে এই টার্মটি বিয়োগ $\tan x \tan y$ দ্বারা ভাগ করা $\tan x \tan y$ আপনাকে

$\tan x$ এর উপর $\tan x \tan y$ প্লাস দিয়ে ভাগ করা হবে $\tan y$ এর উপর $\tan x \tan y$

তাই এখানে এটি বাতিল হয়ে যাবে এবং এখানে সময় y বাতিল হয়ে যাবে এই বিশেষ পদটি এখানে এক অন $\tan x$ গুন
এক অন $\tan y$ এক অন $\tan x$ কট x এক অন $\tan y$ $\cot y$

তাই এই পদটি এখানে $\cot x$ বার $\cot y$ এবং এক অন $\tan y$ এখানে $\cot y$ এক অন $\tan x$ পেয়েছে x

তাই অবশেষে আমরা এক্সপ্লেসন \cot এর সাথে শেষ করি x প্লাস y সমান $\cot x \cot y$ বিয়োগ এক অন $\cot x$

প্লাস $\cot y$ এখন যেহেতু x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট ট্যান x এর উপর এক যা আসলে x এর সাইন এর x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট x

এর কোসাইন ইনফিনিটি প্লাস মাইনাস ইনফিনিটি হয়ে যায় যখন x এর সাইন শূন্যে যায় যা ঘটে যখন x পাই এর একাধিক

হয় সুতরাং x প্লাস y এর কোট্যাঞ্জেণ্টের জন্য এই রাশিটি শুধুমাত্র তখনই সুনির্দিষ্টভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় যখন x যোগ y

একটি গুণিতক নয় π এর এবং অবশ্যই ah থেকে x প্লাস y এর কোট্যাঞ্জেণ্টের এই অভিব্যক্তিটি আমরা x বিয়োগ

y -এর কোট্যাঞ্জেণ্টের জন্য এক্সপ্লেসন পেতে পারি আমাদের এখন এখানে এই সমীকরণে y -কে বিয়োগ y দিয়ে প্রতিস্থাপন

করতে হবে

যেহেতু x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট ট্যান x এর উপর এক এবং $\tan x$ একটি বিজোড় ফাংশন

তাই এটি অনুসরণ করে যে x এর কোট্যাঞ্জেণ্টও একটি বিজোড় ফাংশন হবে এবং

তাই x বিয়োগ y এর \cot এখানে y এর পরিবর্তে বিয়োগ y দিয়ে আমরা x এর \cot পাই বিয়োগ y বিয়োগ 1 এর

উপর $\cot x$ প্লাস \cotangent বিয়োগ y এর কোট্যাঞ্জেণ্ট

তাই বিয়োগ y এর কোট্যাঞ্জেণ্ট কারণ x এর কোট্যাঞ্জেণ্ট বিয়োগ y এর স্পর্শকের জন্য একটি বিজোড় ফাংশন y এর

\cot এর বিয়োগ হবে

তাই এটি একটি প্লাস $\cot x \cot y$ এর উপর $\cot y$ বিয়োগ $\cot x$ হয়ে যাবে এবং এই অভিব্যক্তিটি আবার ভাল

শুধুমাত্র তখনই সংজ্ঞায়িত করা হয় যখন x বিয়োগ y পাই এর গুণিতক নয়,

তাই যেমন আমরা দুই x এর \tan এবং তিন x এর \tan এর জন্য অভিব্যক্তি বের করেছি আমরা x এর খাটের

পরিপ্রেক্ষিতে দুই x এর খাটের অভিব্যক্তি বের করতে পারি x প্লাস y হল x গুণের খাট, y এর বিয়োগ এক ওভার খাটের

x প্লাস y এর খাট এবং

তাই এই y এর পরিবর্তে x এর সমান হবে

তাই x এর সমান y দিয়ে আমরা যা পাব তা

হল দুই x এর খাট খাট x এর খাট x এর সমান যা খাট বর্গ x বিয়োগ এক দুই বার ভাগ করে $\cot x$

তাই আমরা x এর খাটের পরিপ্রেক্ষিতে দুই x এর খাটের জন্য একটি অভিব্যক্তি পেয়েছি

এবং একইভাবে আমরা x এর খাটের পরিপ্রেক্ষিতে তিন x এর খাটের জন্য একটি ফাংশন বের করতে পারি x এর x প্লাস

টু x যা তিন x সমান x এর খাটের সাথে দুই x বিয়োগ এক এর খাটের উপর x এর খাট প্লাস দুই x এর অংশ এবং

তারপর আমরা আগের স্লাইড থেকে দুই x এর খাটের জন্য অভিব্যক্তি ব্যবহার করি

তাই আমরা x এর খাট পাই দুই x এর খাটের মধ্যে খাট বর্গাকার x বিয়োগ একের উপর দুই খাট x

তাই লব এবং হরকে দুই খাট x দিয়ে গুণ করলে আমরা অবশেষে পাই এবং এটি আবার সংজ্ঞায়িত করা হয় যখন তিন x

পাই এর গুণিতক নয়

তাই আগের স্লাইডগুলির একটিতে আমরা কোট্যানজেন্ট ফাংশনটিকে ট্যান ফাংশনের উপর এক বলে সংজ্ঞায়িত করেছি

তাই আমাদের কাছে রয়েছে করার জন্য আমরা cosecant ফাংশন নামে আরেকটি ফাংশন সংজ্ঞায়িত করি

তাই ফাংশনের নাম cosecant কিন্তু আমরা সাধারণত এটাকে সংক্ষেপে cosec বলি এবং এটাকে x এর cosec

হিসাবে sine x এর সমান 1 বলে সংজ্ঞায়িত করা হয়

তাই এই সংজ্ঞা থেকে স্পষ্টতই এটি অনুসরণ করে যে এর ডোমেন cosecant ফাংশন সাইন ফাংশনের ডোমেনের মতোই

হবে যা সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট আরও আমরা জানি যে সাইন x এর যেকোন x বাস্তব মোড একের থেকে কম কিন্তু sin

x এর উপর cosecant x এক এবং

তাই এই সম্পর্ক এবং এই সত্য থেকে এটি অনুসরণ করে যে যেকোন x বাস্তবের জন্য cosecant x -এর মোড সর্বদা

একটির চেয়ে বড় যা থেকে আমরা বলতে পারি যে cosecant ফাংশনের পরিসর

তাই দুটি ব্যবধানের মধ্যে প্রথম ব্যবধানটি থেকে বিয়োগ ইনফিনিটি থেকে মাইনাস ওয়ান ইউনিয়নের সাথে

তাই বিয়োগ একের মান থাকবে সেট ইউনিয়নে অন্য ব্যবধানের সাথে এক থেকে অসীম পর্যন্ত

তাই এটি হল ওয়া-এর মতো কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিসর সেট

y আমরা cosecant ফাংশন সংজ্ঞায়িত করি আরেকটি খুব জনপ্রিয় ত্রিকোণমিতিক ফাংশন হল সেক্যান্ট ফাংশন যার

নাম সেক্যান্ট সংক্ষেপে আমরা এটি লিখি x এর সেকেন্ড হিসাবে 1 এর উপর $\cos x$ এবং

তাই সেক্যান্ট ফাংশনের ডোমেন একই হবে \cos ফাংশনের ডোমেন যা সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট এবং আবার ঠিক যেমন

এবং cosecant ফাংশনের ক্ষেত্রে যেহেতু $\cos x$ এর যেকোন x বাস্তব মোড একের থেকে কম

তাই এই সত্য এবং এই সংজ্ঞাটি ব্যবহার করে এটি অনুসরণ করে যেকোন x এর জন্য সেকেন্ড x এর বাস্তব মোড 1 এর সমান হতে হবে এবং

তাই আমরা লিখতে পারি যে সেক্যান্ট ফাংশনের পরিসর আবার কোসেক্যান্ট ফাংশনের পরিসরের সমান যা ব্যবধান বিয়োগ অসীম এর মিলন।

বিয়োগ এক মিলন এক থেকে অসীম এখন যে আমরা বিভিন্ন ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মধ্যে অনেক পরিচয় এবং সম্পর্ক শিখেছি এবং যোগফল এবং স্পর্শক এবং সাইন এবং কোসাইনগুলির যোগফলের জন্য অভিব্যক্তিও শিখেছি কোণগুলির যোগফল এবং পার্থক্যগুলি আসুন আমরা কিছু সমস্যা সমাধান করার চেষ্টা করি

তাই এই সমস্যাটিতে দেখাতে বলা হয়েছে যে এই বাম দিকের অভিব্যক্তিটি দুটি x এর খাটের সমান

তাই সমস্যা সমাধানের মূল ধারণাটি হল প্যাটার্নগুলি খুঁজে বের করা এবং চেষ্টা করা আমরা যে অভিব্যক্তি এবং পরিচয়গুলি শিখেছি সেই প্যাটার্নগুলিতে প্রয়োগ করতে যা আপনি প্রশ্নে অভিব্যক্তিতে খুঁজে পেয়েছেন উদাহরণ স্বরূপ এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে বাম দিকে আমাদের দুটি কোসাইনের যোগফল রয়েছে এবং যদি আপনি মনে করেন যে আমাদের এই পরিচয়টি ছিল b -এর a প্লাস \cos সমান হয় a প্লাস b এর দুইগুণ \cos এর সাথে a বিয়োগ b এর \cos এর উপর দুই

তাই এটি ah আগের বক্তৃতাগুলির একটিতে শেখানো হয়েছিল এবং
তাই এটি আগের লেকচারের স্লাইড যেখানে আমরা এই পরিচয়টি দেখিয়েছি $\cos a$ প্লাস $\cos b$ এর সমান হতে হবে দুই গুণ $\cos a$ প্লাস b দ্বারা $\cos a$ বিয়োগ b এর দুই গুণ \cos এবং যেহেতু আমরা এখানে এই প্যাটার্নটি পাচ্ছি $\cos a$ তাই এটি aa সাত xb হল তিন x

তাই a বসিয়ে সাত x এর সমান এবং হতে তিন x এর গুণ যা আমরা পাই তা হল সাত x এর \cos যোগ তিন x এর দুই গুণ

তাই একটি যোগ b দশের দশ x এবং দুই দ্বারা ভাগ করলে আপনাকে পাঁচ x এবং একটি বিয়োগ b হবে চার x

তাই দুই হবে দুই x

তাই দুই x এর \cos এবং তারপর হরটিতে আমরা সাইন a বিয়োগ চিহ্ন b ফর্মের একটি প্যাটার্ন দেখতে পাচ্ছি এবং এটি লেকচার থ্রির আগের স্লাইডগুলির একটিতেও আলোচনা করা হয়েছিল যা আমি এখন আপনার সামনে এটি পুনরুত্পাদন করছি

তাই $\sin a$ minus $\sin b$ এই অভিব্যক্তিটি উদ্ভূত হয়েছে

তাই আমরা এখানে এটি ব্যবহার করার চেষ্টা করব

তাই আমি আপনার জন্য এটিকে আবার লিখতে দিচ্ছি একটি বিয়োগ চিহ্ন b একটি প্লাস b এর দুই গুণের সমান এবং একটি বিয়োগ b এর সাইন দুটির উপরে

তাই আবার সাত x এর সমান এবং b এর সমান তিন x রাখলে আমরা পাই সাত x এর বিয়োগ সাইন তিন x এর সমান দুই গুণ \cos একটি প্লাস b এর দুই এর উপরে হবে পাঁচ x এবং দুই এর উপর একটি বিয়োগ দুই x হবে

তাই আমরা

তাই অবশেষে আমরা লবের জন্য এই ah রাশিগুলি পাই এবং

তাই এটি লবের জন্য এবং এটি হর a এর জন্য nd তারপর যখন আমরা এই দুটিকে ভাগ করি তখন এটি এই দ্বারা ভাগ করার সমান

তাই আমরা যা পাই তা হল এখানে বাম দিকের অংশটি লবের সমান হবে $2 \cos 5 x$ এর $\cos 2 x$ এবং এই হর এর সমান এখানে অভিব্যক্তি $2 \cos$ পাঁচ x বার দুই x এর \sin

তাই দুই এবং দুই বাতিল হয় \cos পাঁচ x এবং \cos পাঁচ x বাতিল হয়ে যায় যা অবশিষ্ট থাকে \cos দুই x অন \sin দুই x যা দুই x এর খাটের সমান যা ডানদিকে এখানে এবং এটি এই সত্যের প্রমাণটি সম্পূর্ণ করে যে এটি এর সমান

তাই আমরা এখানে যা শিখেছি তা হল প্রশ্নে বা সেখানে থাকা অভিব্যক্তিগুলির নিদর্শনগুলি খুঁজে বের করা এবং দেখার চেষ্টা করা যে আহ আমরা আগে যা শিখেছি তা প্রয়োগ করতে পারি কিনা এখানে প্রশ্ন করার জন্য উদাহরণস্বরূপ এই ক্ষেত্রে আমরা $\cos a$ প্লাস $\cos b$ এবং $\sin a$ বিয়োগ চিহ্ন b চিহ্নিত করেছি এবং আমরা তাদের \cos এবং \sin এর গুণফল হিসাবে প্রকাশ করি যা বাতিলের দিকে পরিচালিত করে এবং তারপরে আমাদের এখানে অনুরূপ আরেকটি প্রশ্নের চূড়ান্ত উত্তর আছে তিনটি কোসাইনের যোগফল

তাই হয় আমরা প্রথমে এটি এবং এটি যোগ করে শুরু করতে পারি এবং তারপরে আমরা এটিকে এই দুটির যোগফলের সাথে যোগ করতে পারি অথবা আমরা প্রথমে $\cos three x$ এবং $\cos five x$ যোগ করতে পারি এবং তারপরে $\cos four x$ যোগ করতে পারি যাতে কোন উপায়ে আমরা কি $\cos a$ plus $\cos b$ সূত্র ব্যবহার করে $\cos four x$ এর সাথে $\cos three x$ যোগ করব এবং তারপর $\cos five x$ যোগ করলে সমস্যা হল যদি আমরা $\cos three x$ এবং $\cos four x$ যোগ করি যদি আপনি \cos এর সূত্র মনে রাখেন a প্লাস $\cos b$ এটা দুই $\cos a$ প্লাস b দুই দ্বারা \cos পদ আমরা যেটা পাব তা হল \cos সাত x দুই,

তাই আপনি যদি একটি দুই নেন তিন x এবং b এর সাথে চার x হয়

তাই আমরা এটি এবং এটি যোগ করছি আমরা পাই দুই গুণ \cos সাত x দুই এবং গুণ $x x$ দুই দ্বারা সমস্যা হল এই দুটি পদের সাথে \cos ফাইভ x এর কোনো মিল নেই

তাই বাস্তবতা

তাই সাধারণ কিছু নির্ণয় করা খুব কঠিন হবে কারণ শেষ পর্যন্ত আপনি যদি দেখতে পান তাহলে আমরা এখানে ডান দিকে

প্রয়োজন চার x

তাই এই যোগ করার চেষ্টা করা চয়ন এবং এটি প্রথম হয় সঠিক কৌশল নয় এটি পরীক্ষার সময় নষ্ট করবে
তাই অন্য বিকল্পটি হতে পারে তিন x এবং পাঁচ x যোগ করা এবং এটি আরও ভাল কারণ আপনি যখন তিন x যোগ করেন
তাই আপনি যখন তিন x এর cos এবং পাঁচ x এর cos লিখবেন আপনি যা পাবেন তা হল x এর চার x গুণের cos
এর দ্বিগুণ cos

তাই এটি হল $\cos 3x$ প্লাস $\cos 5x$ এখন আপনাকে এখন $\cos 4x$ যোগ করতে হবে কিন্তু এখন ভাল জিনিস হল
এটি এটি ইতিমধ্যে এই $\cos 4x$ আছে ফ্যাক্টর

তাই এই টার্মটিকে আরও একত্রিত করা সহজ হয়ে যায়

এবং এই $\cos 4x$ আরেকটি জিনিস হল যে ডান দিকেও $4x$ আছে

তাই আমাদের তিন x এবং চার x যোগ করার পরিবর্তে প্রথমে তিন x যোগ করা উচিত।

এবং প্রথমে পাঁচ x তারপর লবটি লেখা যেতে পারে

তাই বাম পাশের লবটি দুটি \cos চার x বার $\cos x$ হিসাবে লেখা যেতে পারে যা \cos তিন x এবং \cos পাঁচ x এবং
তারপর যোগ \cos চার x

তাই \cos চার x ফ্যাক্টর আউট করা যেতে পারে এবং এটি \cos চার x এক যোগ দুই $\cos x$ হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই হর-এ একই কারণে আমরা প্রথমে সাইন ফাইভ এক্স এর সাথে $\sin 3x$ যোগ করার চেষ্টা করব

তাই আপনি যদি সাইন a প্লাস চিহ্ন b এর সূত্রটি মনে রাখেন এবং এটি আগের লেকচারে দুই সাইন a প্লাস b ওভারের
সমান হওয়ার জন্য উদ্ভূত হয়েছিল 2 এর উপরে

একটি বিয়োগ b-এর দুইগুণ cos

তাই $3x$ এর sine যোগ পাঁচ x এর sine চার x এর দুই গুণ sine এর সমান কারণ a তিন x এবং

তাই a যোগ b আট x দুই এর cos এ চার x হয় বিয়োগ বি দুই

তাই একটি বিয়োগ বি বিয়োগ দুই x

তাই বিয়োগ দুই x এর গুণফল বিয়োগ x এর cos কিন্তু বিয়োগ x এর cos x এর cos এর সমান

তাই এটি আমরা পাই এবং তারপর চূড়ান্ত বাম দিকের হর এর জন্য অভিব্যক্তিটি হবে আমরা চার x চিহ্নের জন্য এই রাশিটি
যোগ করি

তাই আমরা যা পাই তা হল \sin চার x আবার সাধারণ

তাই আমরা এটিকে সাইন চার x বার এক যোগ দুই $\cos x$ হিসাবে লিখতে পারি

তাই এটি হল হর

তাই এই হল লব এবং এই হল হর এবং অবশেষে যখন আমরা ভাগ করি হর দ্বারা লব আমরা যা দেখি তা হল এই পদটি 1

যোগ $2 \cos x$ উভয় লব এবং হর উভয়েই রয়েছে

তাই আমরা যখন ভাগ করি তখন এটি বাতিল হয়ে যায় এবং তারপর আমরা $\cos 4x$ পাব $\frac{4x}{4x}$ দ্বারা ভাগ যা

ডানদিকে সমান হ্যান্ড সাইড যা খাট $4x$

তাই এই উদাহরণের মাধ্যমে আমরা দেখেছি যে কোন ফ্যাক্টরগুলি প্রথমে যোগ করা উচিত তা নির্ধারণ করা খুবই গুরুত্বপূর্ণ
অন্যথায় এটি সময়ের ক্ষতির কারণ হতে পারে আরেকটি আকর্ষণীয় সমস্যা নিম্নোক্ত

তাই এটি আমাদেরকে এর মান গণনা করতে বলছে 18 ডিগ্রির সাইন এখন আমরা এখানে যা বুঝতে পারি তা হল যেহেতু x

এর সাইন পাই এর কোস এর সমান 2 বিয়োগ x এটি আরেকটি পরিচয় যা আমরা আগের লেকচারে আলোচনা করেছি

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে 36 ডিগ্রীর সাইন 54 এর কোসাইন এর সমান ডিগ্রী যে কারণে আমরা 36 এবং 54 বেছে নিয়েছি তা
হল প্রথমত তারা 90 ডিগ্রী পর্যন্ত যোগ করে অন্য কারণ হল যে তারা উভয়েই 18 ডিগ্রীর গুণিতক

তাই ধারণাটি হল সাইন 2 থিটা এবং কস 3 থিটার জন্য সূত্র ব্যবহার করা 18 ডিগ্রির সমান t থিটা কারণ 18 ডিগ্রির সমান

থিটা 2 থিটা হল 36 ডিগ্রি এবং 3 থিটা হল 54 ডিগ্রি কিউব থিটা মাইনাস থ্রি কস থিটা এই দুটি এক্সপ্রেশন আমরা আগের
লেকচারে নিয়েছিলাম

তাই এখান থেকে আমরা যা পাই তা হল থিটা সমান আঠারোর সাথে এবং এই সমান আমরা লিখতে পারি যে 2 সাইন থিটা

কস থিটা মাইনাস 4 কস কিউব থিটা মাইনাস 3 কস থিটা শূন্যের সমান কারণ এটি সাইন টু থিটা এবং এটি কোস থ্রি থিটা

এবং আঠারো ডিগ্রির সমান থিটার জন্য তারা সমান এখন আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই সমস্ত পদের মধ্যে \cos থিটা একটি
সাধারণ ফ্যাক্টর

তাই আমরা এটিকে 2 তে $\cos \theta$ হিসাবে লিখতে পারি সাইন থিটা বিয়োগ $4 \cos$ বর্গ থিটা প্লাস থ্রি সমান শূন্য কিন্তু

তাই এখানে সম্ভাব্য সমাধান হল এই পদটি শূন্য বা এই পদটি 0 কিন্তু থিটা সমান 18 ডিগ্রির জন্য আমরা জানি যে 18 ডিগ্রির

$\cos 0$ এর সমান নয়

তাই এই সমীকরণটি সম্ভূষ্ট হওয়ার একমাত্র উপায় হল যদি এই শব্দটি শূন্যের সমান হয় যা থিটা সমান আঠার ডিগ্রির জন্য

এই সমীকরণটি সম্ভূষ্ট হয় চার \cos বর্গ থিটা বিয়োগ দুই \sin থিটা বিয়োগ তিন সমান শূন্য কিন্তু আমরা জানি যে \cos বর্গ

থিটা সমান এক বিয়োগ \sin বর্গ থিটা যাতে আমরা 4 বিয়োগ 4 সাইন বর্গ থিটা বিয়োগ 2 সাইন থিটা বিয়োগ 3 সমান 0 পাই

এবং এটিকে অন্য দিকে নিয়ে যাই যা 4 সাইন বর্গ থিটা প্লাস টু সাইন থিটা বিয়োগ এক সমান শূন্য হিসাবে লেখা যেতে পারে

তাই আঠারো ডিগ্রির সমান থিটা এই সমীকরণটিকে সম্ভূষ্ট করে এখন এটি মূলত আহ বাম দিকের দিকটি \sin থিটাতে একটি
দ্বিঘাত বহুপদ

তাই আসুন আমরা বলি যে z আমরা এটিকে \sin থিটা হিসাবে সংজ্ঞায়িত করি

তাই আমরা যা পাই তা হল চার z বর্গ প্লাস দুই z বিয়োগ এক সমান শূন্য

তাই এই দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি সম্ভাব্য সমাধান রয়েছে এবং সমাধানগুলি হল z সমান বিয়োগ দুই যোগ বিয়োগ বিশ বাই আট যেহেতু আঠার ডিগ্রীর চিহ্ন ধনাত্মক $1y$ সম্ভাব্য রুট যা বোঝায় এখানে যোগ চিহ্ন দিয়ে

তাই আমরা অবশেষে পাই যে 18 ডিগ্রীর সাইন বিয়োগ 2 প্লাস রুটের 20 এর উপর 8 এর সমান যাকে পাঁচ বিয়োগ একের উপর চারটির বর্গমূল হিসাবেও লেখা যেতে পারে আরও কিছু সমস্যা চলমান।

এগিয়ে

তাই এই সমস্যাটিতে আমাদের আবার প্রমাণ করতে বলা হয়েছে যে বাম দিকের এই অভিব্যক্তি এবং ডান দিকের এই অভিব্যক্তি উভয়ই সমান

তাই যদি আমরা ডান দিকের অভিব্যক্তিটি দেখি তবে আমরা জানি যে x এর কোসেক্যান্ট এক এর উপর সাইন x এবং x এর কোটির কোট্যাঞ্জেণ্ট ট্যান x এর উপর এক

কিন্তু আমরা এটিকে সাইন x এর উপর x এর কোসাইন হিসাবেও লিখতে পারি

তাই এটি x এর সাইন দ্বারা x এর এক বিয়োগ কোসাইন এর সমান হয়

তাই আমরা এখন যা দেখছি তা হল এই এক বিয়োগ কোসাইন x এর পাশাপাশি এখানেও এসেছে

তাই আপনি যদি চান যে এই অংকটি সমান হোক কিন্তু সমস্যা হল এখানে একটি বিয়োগ $\cos x$ বর্গমূলের ভিতরে রয়েছে

তাই একটি বিয়োগ $\cos x$ বর্গমূলের বাইরে থাকলে সেটি করার একটি উপায় আমরা বাম হাতের দিক গুণ করি

1 বিয়োগ $\cos x$ এর বর্গমূল সহ লব এবং হর উভয়ই

তাই আমরা বাম দিকের লব এবং হর উভয়কে

এক বিয়োগ কোসাইন x বার এর বর্গমূল দিয়ে গুণ করি যাতে লব এখন এক বিয়োগ $\cos x$ হয়ে যায় যা আমরা চেয়েছিলাম এবং হরটি \cos বর্গ x এর উপর এক এর মূল হয়ে যায়

তবে আমরা জানি যে এক বিয়োগ \cos বর্গ x হল \sin বর্গ x এবং তারপর \sin বর্গ x এর মূল হবে $\sin x$

তাই এটি সমান যা এখানে ডান দিকে ছাড়া আর কিছুই নয়

এটি এই প্রশ্নের প্রমাণটি শেষ করে

আরও কিছু জটিল সমস্যা

তাই এই প্রশ্নে আমাদেরকে 40 ডিগ্রী বিয়োগ কোসাইন এর মান 20 ডিগ্রী এবং 80 ডিগ্রীর কোসাইন এর মান খুঁজে বের করতে বলা হয়েছে

তাই প্রথমে এটি একটি খুব কঠিন সমস্যা বলে মনে হতে পারে কারণ এই সমস্ত কোণগুলি এমন কোণ যার জন্য সাইন এবং কোসাইন আমাদের কাছে পরিচিত নয় আমরা সাধারণত 45 ডিগ্রী বা 30 ডিগ্রী বা 60 ডিগ্রীর সাইন এবং কোসাইন মনে রাখি বা সম্ভবত আমরা এটি 15 এবং 75 ডিগ্রীর জন্য গণনা করতে পারি রিস

তাই এটি কিছুটা কঠিন বলে মনে হতে পারে কিন্তু তারপরে এখানে যে কৌশলটি দেখা যাবে তা হল আবার আমরা দেখতে পাচ্ছি যে আমরা কোসাইন যোগ ও বিয়োগ করছি

তাই অবিলম্বে আমাদের $\cos a$ প্লাস $\cos b$ সূত্রটি স্মরণ করার চেষ্টা করা উচিত যা $\cos a$ plus $\cos b$ সমান দুই \cos যোগ b এর উপর দুই এর সাথে \cos বি বিয়োগ দুই এর উপর

তাই এটি কিছুটা আশা দেয় কারণ আমরা যদি এই তিনটি পদ থেকে এই a এবং b সঠিকভাবে বেছে নিই তাহলে হয়ত এই \cos অ্যাঞ্জেণ্টগুলির মধ্যে একটি হয় একটি যোগ b দ্বারা দুই বা একটি বিয়োগ b দ্বারা দুই একটি কোণ হতে পারে যার জন্য আমরা কোসাইনের মান জানি এবং এটি আমাদের সমস্যা সমাধান করতে সাহায্য করতে পারে এখন এই তিনটি কোণ

দেখে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে যদি আমরা a কে 40 ডিগ্রী এবং b কে 80 ডিগ্রী ধরি তবে আমরা দেখতে পাই যে 40 প্লাস 80 কে 2 দিয়ে ভাগ করলে 120 ভাগ হয় 2 যা 60 ডিগ্রী এবং আমরা জানি যে 60 ডিগ্রীর কোসাইন অর্ধেক

তাই আসুন আমরা এই রুটটি এই পথে চেষ্টা করি যাতে 40 ডিগ্রী প্লাস 80 এর \cos এই সূত্রটি ব্যবহার করে \cos এর 2 গুণ

60 ডিগ্রী গুণ $\cos 80$ বিয়োগ 40

তাই মাইনু s এর 40 এর 2

তাই এটি 20 ডিগ্রী হবে

তাই এটি

এখন 60 ডিগ্রীর সমান হবে আমরা জানি যে ষাট ডিগ্রীর \cos অর্ধেকের সমান

তাই এটি এখানে রাখলে আমরা এটি বিশ ডিগ্রীর \cos এর সমান হবে এবং তারপর চূড়ান্ত অভিব্যক্তিটি স্পষ্টতই 0 কারণ এটি $\cos 40$ এবং $\cos 80$ এর যোগফল $\cos 20$ এবং আমরা এখানে $\cos 20$ বিয়োগ করছি

তাই চূড়ান্ত উত্তরটি 0।

এটি জেই পরীক্ষার একটি থেকে একটি সমস্যা

তাই আবার এই সমস্যাটি দিয়ে শুরু করতে দেখা যাচ্ছে খুবই ভয়ঙ্কর কারণ আপনি থিটা থেকে শুরু করে 8 থিটাতে যান

কিন্তু আবারও আমাদের যা করতে হবে তা হল এক্সপ্রেশনে প্যাটার্ন দেখা

তাই এখানে প্যাটার্ন হল প্রথম এক্সপ্রেশন থেকে দ্বিতীয় প্রথম টার্ম থেকে দ্বিতীয় পর্যন্ত ট্যানজেন্টের ভিতরের কোণটি দ্বিগুণ

হচ্ছে এবং আবার এখান থেকে এখানে দ্বিগুণ হচ্ছে এবং তারপরে আবার এখানে থেকে এখানে

তাই সম্ভবত সেখানে মনে হচ্ছে দুই x এর ট্যানের সূত্রটি কার্যকর হতে পারে

তাই যদি আপনি মনে করেন দুটি x এর ট্যান ছিল দুই ট্যান x এর সমান এক বিয়োগ ট্যান বর্গ x এখন থেকে শুরু করা

যাক বাম হাতের দিক দিয়ে শুরু করা যাক বাম দিকের শেষ পদটি 8টি থিটার 8 গুণ কোট্যাঞ্জেণ্ট যা আসলে লেখা যেতে পারে

তাই আটটি থিটার কোট্যাঞ্জেণ্ট একের উপর ট্যান আট থিটা

তাই x কে চার থিটার সমান নিতে হবে আমাদের কাছে আট থিটার ট্যান আছে 4 থিটার সমান দুই ট্যানের 4 থিটা অন 1
বিয়োগ ট্যান বর্গ 4 থিটা

তাই এই টার্মটি পেতে আমাদের এই এক্সপ্রেশনটিকে উল্টাতে হবে

তাই আমরা যা পাই তা হল $8 \cot 8$ থিটা প্লাস 4 এবং আমরা বুঝতে পারি যে আহ এই কট আট থিটা এক্সপ্রেশনে চারটি
থিটার ট্যান থাকবে এবং পরবর্তী এক্সপ্রেশনটি চারটি থিটার ট্যান হবে

তাই আমরা এটিকে এটির সাথে একত্রিত করার চেষ্টা করব

তাই আট কট আট থিটা এবং চার ট্যান চার থিটা আটের সমান হবে এক বিয়োগ সময় বর্গক্ষেত্র চার থিটা বাই দুই ট্যান চার
থিটা প্লাস চার থিটার চার গুণ ট্যানজেন্ট

তাই এটি চার হয়ে যায়

4 গুণের সমান কারণ আমাদের এখানে এবং এখানেও 4 আছে এবং আমরা এটিকে সরলীকরণ করি

তাই এটি হয়ে যায়

তাই এই x চার থিটা থেকে 1 এ আসে

কারণ ট্যান ফোর থিটা বার ট্যান ফোর থিটা হল ট্যান স্কয়ার ফোর থিটা যেটা এখানে এই মাইনাস ট্যান বর্গ ফোর থিটা দিয়ে
বাতিল হয়ে যায়

তাই বাম দিকে এখন থিটা প্লাস টু বার এন টু থিটা এবং তারপর প্লাস কমে চার বাই দশ এবং তারপরে আমরা একই প্রক্রিয়াটি
পুনরাবৃত্তি করি আমরা ট্যান ফোর থিটা লিখি দুই বারের সমান কারণ এখন এই টার্মের আগে পরের টার্মটি ট্যান 2 থিটা

তাই আমরা এই ট্যান 4 থিটাকে সময়ের পরিপ্রেক্ষিতে 2 থিটা প্রকাশ করতে চাই

তাই সম্ভবত হবে যখন আমরা এই এবং এই শব্দটিকে একত্রিত করি তখন আমরা সেখানে কিছু পদ বাতিল করতে সক্ষম
হতে পারি

তাই ধারণাটি

তাই তখন আমরা যখন এই যোগফলটি দেখি তখন আমরা যা পাই তা হল 4 অন ট্যান 4 থিটা প্লাস 2 গুণ ট্যান 2 থিটা 4 এর
সমান 1 বিয়োগ টাইম বর্গ 2 থিটা অন 2 ট্যান 2 থিটা প্লাস 2 10 টু থিটা দুই

তাই আমরা এখানে দুই এর উপর পেয়েছি

তাই আপনি যদি এটিকে সহজ করেন তাহলে আপনি পাবেন দুই অন ট্যান টু থিটা এবং শেষে বাম দিকে

তাই এই বাম হাত পাশ

তাই অবশেষে বাম দিকে ট্যান থিটা প্লাস টু হয়ে যায় ট্যান 2 থিটা এবং এখন আবার ব্যবহার করে আমাদের ট্যান থিটা
পরিপ্রেক্ষিতে ট্যান 2 থিটা প্রকাশ করতে হবে যাতে এখানে কিছু পদ বাতিল হতে পারে আমরা জানি যে 2 থিটার ট্যান 2 ট্যান
থিটা অন 1 মাইনাস ট্যান স্কয়ার থিটা

তাই এখানে এই এক্সপ্রেশনটি ব্যবহার করে আমরা যা পাই তা হল ট্যান থিটা প্লাস 2 টু 1 বিয়োগ ট্যান বর্গ থিটা বাই 2 ট্যান
থিটা এর সমান

তাই এটি বাতিল হয়ে যাবে এবং

তাই এই ট্যান থিটা বাতিল হয়ে যাবে এই মাইনাস ট্যান স্কয়ার থিটা বাই ট্যান থিটা

তাই শেষ পর্যন্ত যা থাকবে তা হল 1 বাই ট্যান থিটা যা আসলে কোট থিটা

তাই ডান হাতের দিকটা কি ছিল

তাই এই আপাতদৃষ্টিতে খুব কঠিন সমস্যার প্রমাণ শেষ করে

তাই এখানে আরেকটি সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা যাক

তাই আবার আমাদের দেখাতে হবে যে এই বাম হাতের দিকটি এই ডান হাতের পাশের সমান এবং এখানেও আমরা একটি
প্যাটার্ন দেখতে পাচ্ছি যে একটি কোণ একটি এবং তারপরে দুটি একটি এবং তারপরে চারটি এবং তারপরে আটটি

তাই আমরা যা দেখি তা হল আমরা দেখতে পাচ্ছি।

একটি \sin আট a এবং $a \cos$ চার a এবং এটি অবিলম্বে আপনার মনে একটি বিপদের ঘণ্টা বেজে উঠবে যে
আমরা জানি যে 2 থিটার সাইন হল 2 সাইন থিটা কস থিটা

তাই যদি আমরা থিটাকে চার a এর সমান করি তাহলে এখানে যা পাওয়া যাবে তা হল সাইন অফ আট a হল দুই সাইন চার
 $a \cos$ চার a

তাই আমরা এখানে একটি $\cos 4 a$ পেয়েছি এবং আশা করি এই $\cos 4 a$ কে বাতিল করা উচিত

তাই আপনি যদি এই ডান দিকে তাকান তাহলে আমরা যা পাব তা হল সাইন 8 এ আটটি চিহ্ন a হবে দুই সাইন ফোর এ কস
ফোর এ আটটি পাপ $\cos a$ in $\cos 2 a$ এবং এটি একইভাবে করা যেতে পারে কারণ আমরা জানি যে সাইন ফোর
এ এই সূত্রটি ব্যবহার করে আবার একটি টার্মে এই \cos হবে কিন্তু দুই a এর সমান থিটা দিয়ে আমরা যা পাই তা হল সাইন

চার a সমান দুই সাইন দুই a ইন কারণ দুইটি

তাই তাই আমাদের দেখাতে হবে যে দুটি সাইন চার এ আট সাইন a সমান

তাই এটিই আমাদের দেখাতে হবে এবং এইমাত্র আমরা এই অভিব্যক্তিটি বের করেছি যে চিহ্ন 4 a সমান

তাই এটিই আমাদের দেখাতে হবে আসলে আমরা এই অভিব্যক্তিটি নিয়েছি আমরা লিখেছি যে চিহ্ন চার a হল দুই গুণ পাপ
দুই বার দুই গুণ এখন এই সিন ফোর এ এর জায়গায় এখানে রেখে আমরা যা পাব তা হল সাইন টু এ ইনটু কস টু এ টু সাইন

এ

তাই যদি

তাই হয় তাহলে এই জিনিসটি এর সমান এবং আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে এখন আমরাও এই কসটি পাচ্ছি এখানে দুটি একটি পদ এবং এখন এটি খুব সহজ কারণ আমরা জানি যে সাইন দুটি a

তাই যদি আপনি এখন এই টার্মটি দেখেন তবে এই টার্মটি দুটি সাইন a কারণ a হল sine থেকে দুই সাইন a

তাই এটি বাতিল হয়ে যায় এবং তারপরে এটি cos a এবং cos দুই a এর সমান হয়ে যায়

তাই এটি cos a times cos 2a এর সমান হয়ে যায়

তাই এই উদাহরণগুলির দ্বারা কী উপলব্ধি করা উচিত তা হল আমাদের সর্বদা নিদর্শনগুলি দেখার চেষ্টা করা উচিত এবং রুটের পরিপ্রেক্ষিতে সঠিক সিদ্ধান্ত নেওয়ার চেষ্টা করা উচিত প্রমাণের জন্য অনুসরণ করা হবে কারণ এই প্রতিযোগিতামূলক অধিকাংশ ই পরীক্ষাগুলি সময় বৃদ্ধ এবং পরবর্তী লেকচারে আমরা আরও কিছু সমস্যা সমাধান

করতে থাকব যা আহ যা মূলত আপনাকে এই ধরনের সমস্যার সমাধান করতে স্বাচ্ছন্দ্য বোধ করবে ধন্যবাদ আপনাকে