

ଶେଷ ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଗ୍ରାହକଗୋମେଟ୍ରିକ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ତୃତୀୟ ବକ୍ତବ୍ୟକୁ ସ୍ଥାନିତ, ଆମେ $\cos x \cos y \sin x$ ଏବଂ $\sin y$ ଦୃଷ୍ଟିରୁ $\cos x \times$ ମାଲନସ୍ y ଏବଂ $\cos x \times$ plus ପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇବା ସହିତ ଶେଷ କଲୁ

ତେଣୁ ଆମେ ଜାରି ରଖିବା | ତାହା ସହିତ ଏବଂ ଏହି ବକ୍ତବ୍ୟରେ ଆମେ ସାଇନ ଦୁଇଟି x ପାପ ଡିନି $x \cos$ ଦୁଇ $x \cos$ ଡିନି x ପାଇଁ ସାଇନ $x \cos x$ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଡେରିଭେସନ୍ସ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ସ ପାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ

ତେଣୁ ଶେଷ ଲେକ୍ଚର୍ସର ଶେଷ ଆଡକୁ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲୁ | x ମାଲନସ୍ $y \cos x \cos \phi$ plus sign $x \sin y$ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା' ପରେ ah କୁ ବଦଳାଇ ଏହି y କୁ ମାଲନସ୍ y ସହିତ ବଦଳାଇ ଆମେ ଅନ୍ୟ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଲୁ ଯେ $\cos x$ plus $y \cos x \cos \phi$ minus $\sin x \sin y$ ସହିତ ସମାନ | ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ଏହି ଦୁଇଟି ସୂତ୍ରକୁ ଜଣାଶୁଣା କୋଣ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୋଣର କୋସାଇନ୍ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଆମେ 45 ଡିଗ୍ରୀ ଏବଂ 30 ଡିଗ୍ରୀ ପାଇଁ କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ସାଇନ ଜାଣିଛୁ ଯାହା 15 ଡିଗ୍ରୀ 15 ର କୋସାଇନ୍ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ | ଏହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଡିଗ୍ରୀ 45 ସହିତ x ସହିତ ସମାନ | ଡିଗ୍ରୀ ଏବଂ y 30 ଡିଗ୍ରୀ ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଏଠାରେ ଲେଖା ହୋଇଛି

ତେଣୁ $\cos 45$ ମାଲନସ୍ 30 ଏବଂ ତା' ପରେ ଅବଶ୍ୟ ମୁଁ ଏଠାରେ ଏହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରେ
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ $\cos x$ ଯାହା $\cos 45 \cos y$ plus $\sin 45$ ଏଠାରେ ସାଇନ 30.

ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ସବୁ | ଡିଗ୍ରୀ 0 କି ଅଛି ଏବଂ ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ $\cos 45$ ସହିତ ସମାନ, ରୁଟ୍ 2 ଦ୍ୱାରା 1 ଏବଂ $\cos 30$ ରୁ 3 ର ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | ସାଇନ 45 ମଧ୍ୟ ମୂଲ୍ୟ 2 ଉପରେ 1 ଏବଂ ସାଇନ 30 ଅଧା ଅଟେ

ତେଣୁ ତୁମେ ପାଇବ ଯେପରି ସେପରି ହୁଏ | ତୁମେ ପନ୍ଦର ଡିଗ୍ରୀର କୋସ୍ ପାଇବ ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ ବର୍ଗ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ତିନି ଗୁଣ ଦୁଇଗୁଣ ରୁଟ୍ ଦୁଇ ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ $\cos x$ ମାଲନସ୍ y ପାଇଁ ଏହି ଦୁଇଟି ମାଲନସ୍ y basic ଲିକ୍ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କର ଏବଂ ପ୍ଲସ୍ x ପ୍ଲସ୍ y ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସରଳୀକରଣ ମଧ୍ୟ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇପାରେ ଯଦି ଆମକୁ ଦିଆଯାଏ | ଏହି ପ୍ରକାରର $2 \cos x \cos y$ ର ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ତେବେ ଏହା ଲେଖାଯାଇପାରିବ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା, ଯଦି ଆମେ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣକୁ ଯୋଡ଼ିବା ତେବେ ଆମେ $\cos x$ ମାଲନସ୍ y ପ୍ଲସ୍ $\cos x$ ପାଇବାକୁ ଯାଉଛୁ | ପ୍ଲସ୍ y ଏବଂ ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\sin x \sin y$ ବାଡ଼ିଲୁ ହେବାକୁ ଯାଉଛି କାରଣ ଏଠାରେ ଏକ ପ୍ଲସ୍ ଭାବରେ i ସା ମାଲନସ୍ ଏଠାରେ ଏବଂ ତା' ପରେ ଏହି ଦୁଇଟି ଯୋଡ଼ି ହୋଇଯିବ ଏବଂ ଆମେ ଦୁଇଟି $\cos x \cos y$ ପାଇବୁ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଦୁଇଟି $\cos x \cos y \times$ ମାଲନସ୍ y ପ୍ଲସ୍ \cos ସହିତ x ପ୍ଲସ୍ y ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଯଦି ଆମେ $\cos x$ ମାଲନସ୍ y ମାଲନସ୍ ଗଣନା କରୁ | $\cos x$ plus y ତେବେ ଏହି ସମୀକରଣରେ ଏହି ଶବ୍ଦଟି ବାଡ଼ିଲ ହୋଇଯିବ ଏବଂ ଆମେ ଦୁଇଟି $\sin x \sin y$ ପାଇବୁ

ତେଣୁ ଦୁଇଟି $\sin x \sin y \cos x$ minus y minus $\cos x$ plus y ସହିତ ସମାନ | ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆପଣ ଦେଖିବେ ଯେ ଏହି ପ୍ରକାରର ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଏହି ପ୍ରକାରର ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଅତି ସହଜ ହେବ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ସ୍ମରଣ କରି ପାରିବେ ତେବେ ଏହା ଭଲ ହେବ

ତେଣୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ମାରକ୍ ରେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଆମେ କିପରି 15 ଡିଗ୍ରୀର କୋସ୍ ଗଣନା କରିପାରିବା କେହି ଭାବି ପାରନ୍ତି ଯେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ | $\cos 15$ ଡିଗ୍ରୀ ଗଣନା କରିଛୁ ଆମେ \cos କୁ 15 ଡିଗ୍ରୀର ଅଧା ଗଣନା କରିପାରିବା ଯାହା 7.5 ଡିଗ୍ରୀର \cos ଅଟେ ଏବଂ ହିଁ ଏହା କରିବା ସମ୍ଭବ ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଥମେ x ର କୋସାଇନ୍ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଦୁଇ x ର କୋସାଇନ୍ ପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇବା ଏବଂ ତା' ପରେ କ'ଣ? ଆମେ କରିବୁ, ଆମେ x କୁ ପନ୍ଦର ଡିଗ୍ରୀର ଅଧା ସହିତ ସମାନ ରଖିବା | ତାପରେ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଆମେ ସାତ ପଏଣ୍ଟ ପାଞ୍ଚ ଡିଗ୍ରୀର \cos ସମାଧାନ କରିପାରିବା ଏବଂ ଖୋଜି ପାରିବା

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦୁଇଟି x ର \cos କୁ x ପ୍ଲସ୍ x ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ମାରକ୍ ଉପରେ x ପ୍ଲସ୍ y ପାଇଁ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରୁ କିନ୍ତୁ ସହିତ | $y \times$ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଏହି ସମୀକରଣରେ y ସହିତ x କୁ ସମାନ ରଖିବ ତୁମେ $\cos x$ କୁ $\cos x$ ମାଲନସ୍ ପାପ x ରେ ପାପ x ରେ ପାଇବ ଯାହା ଦ୍ୱାରା \cos ବର୍ଗ x ମାଲନସ୍ ପାପ ବର୍ଗ x ହେବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ପାପ ବର୍ଗ x ପ୍ଲସ୍ କୋସ୍ ବର୍ଗ x ଅଟେ | ସମସ୍ତ x ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି ସମୀକରଣରେ ଆମେ ସାଇନ ବର୍ଗ x କୁ ଗୋଟିଏ ମାଲନସ୍ କୋସ୍ ବର୍ଗ x ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇ ପାରିବା ଏବଂ ତାହା ହେଉଛି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଯାହା ଦ୍ୱାରା we ଠାରୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖୁ ଯେ ଦୁଇଟି x ର $\cos x$ ର ଦୁଇ ଗୁଣ ବର୍ଗ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ | ମାଲନସ୍ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଯଦି ତୁମେ x ର କୋସାଇନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଘଟେ ତେବେ ତୁମେ ଦୁଇଟି x ର କୋସାଇନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିପାରିବ ଏବଂ ବାସ୍ତବରେ ତୁମେ ଦେଖାଇ ପାରିବ ଯେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ମାଲନସ୍ ଦୁଇଥର ପାପ ବର୍ଗ x ସହିତ ସମାନ, ଯାହା ପାଇବା ଅତି ସରଳ | ତୁମକୁ କେବଳ ଦୁଇଟି ପାପ ପଛକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଏବଂ ଏହି ସମୀକରଣରେ ତୁମକୁ ଏହି \cos^2 କୁ ବଦଳାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ | 1 ମାଲନସ୍ ପାପ ବର୍ଗ x ଦ୍ୱାରା x ଚର୍ଚ୍ଚ ଅଟେ ଏବଂ ଏହିପରି ଭାବରେ ଆପଣ ଏହି ଶବ୍ଦକୁ ଏଠାରେ ପାଇଲେ ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା କିପରି ଆମେ \cos ସାତ ପଏଣ୍ଟ ପାଞ୍ଚ ଡିଗ୍ରୀ ଗଣନା କରିପାରିବା, ଏହା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ମାରକ୍ ଠାରୁ $\cos 15$ ଡିଗ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଥାଉ | ସମୀକରଣକୁ ଅନ୍ୟ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇପାରିବ

ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି \cos ବର୍ଗ x ଲେଖିବା ଗୋଟିଏ ପ୍ଲସ୍ \cos ଦୁଇଟି x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ
ତେଣୁ $\cos x$ ପ୍ଲସ୍ ବିଷୟରେ ଅସ୍ପଷ୍ଟତା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ମାଲନସ୍ x ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିବ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଏବଂ ଗଣନା କରିବା | x ପାଇଁ \cos ର ମୂଲ୍ୟ ସାତ ପଏଣ୍ଟ ପାଞ୍ଚ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣରେ x କୁ ସାତ ପଏଣ୍ଟ ପାଞ୍ଚ ସହିତ ସମାନ ରଖି କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସାତ ପଏଣ୍ଟ ପାଞ୍ଚ ଡିଗ୍ରୀର କୋସ୍ ଏକ ସକାରାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ସକରାତ୍ମକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ

ତେଣୁ ଆମେ ଯିବାକୁ ଯାଉଛୁ | କେବଳ ପଜିଟିଭ୍ ବର୍ଗ ମୂଲ୍ୟ ନିଅନ୍ତୁ
ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି 7.5 ଡିଗ୍ରୀର \cos ର ମୂଲ୍ୟ

ତେଣୁ ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅତି ସରଳ ଆମକୁ କେବଳ $\cos 15$ ଡିଗ୍ରୀର ମୂଲ୍ୟ ନେବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯାହାକୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ମାରକ୍ ରେ ଗଣନା କରିଥିଲୁ ଏବଂ ଏହାକୁ ଏଠାରେ ବଦଳାଇବା | ଗଣନା $e \cos x$ ମାଲନସ୍ y ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିର ବର୍ଗ ମୂଲ୍ୟ ଅନେକ ସରଳୀକରଣ କରାଯାଇପାରିବ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଆମେ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବୁ $x \times$ ମାଲନସ୍ ପାଇ 2 ଦ୍ୱାରା so ଠାରୁ ଏହା $\cos x \cos y$

ତେଣୁ ଏଠାରେ ତୁମର y ସମାନ | π ଦ୍ୱାରା ନବେ ଦଶକ ପ୍ଲସ୍ ପାପ x ସାଇନ y ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ π ଦ୍ୱାରା \cos ଶୂନ୍ୟ ଏବଂ π ଦ୍ୱାରା ସାଇନ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି ସମୀକରଣରେ ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟ ହେବ ଏବଂ କେବଳ ଦ୍ୱିତୀୟ ଶବ୍ଦ ଯାଉଛି | ଅବଦାନ
ତେଣୁ ଏହା x ର ସାଇନ ସହିତ ସମାନ ଅଟେ x ସମାନ ଭାବରେ x ପ୍ଲସ୍ ପି ଦ୍ୱାରା π ଠାରୁ ଶୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ \cos ର x ପ୍ଲସ୍ y ପାଇଁ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରିବୁ ଯାହା ଦ୍ୱାରା π ସମାନ ହେବ ଯି ହା $\cos x \cos y$ minus $\sin x \sin y$ ଏଠାରେ କାରଣ π ଦ୍ୱାରା \cos ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏହି ପ୍ରଥମ ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ

ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇଲୁ ମାଲନସ୍ ପାପ x ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ y ପ୍ଲସ୍ ସାଇ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଏବଂ y ମାଲନସ୍ ପାଇର ସାଇନ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ସ ଗଣନା କରିପାରିବା କିନ୍ତୁ ତୁମେ ହେବ | ବୋଧହୁଏ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହେଉଛି ଯେ ଆମେ x ପ୍ଲସ୍ y ର ସାଇନ ଏବଂ x ମିନିସ୍ ର ପାପ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଆବୃତ କରିନାହିଁ | ଆମକୁ y କିନ୍ତୁ ତାହା ସହିତ ଏପରି କିଛି ଯାହାକି ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ସ୍ମାରକ୍ ରେ କରିବୁ କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଏହା ବିନା ଆମେ y ପ୍ଲସ୍ ସାଇନକୁ ଦୁଇଥର ଗଣନା କରିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବା ଉଚିତ ଯଦି ତୁମେ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ଫେରିଯାଅ ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ସେହି କୋସ୍ ଲେଖୁଥିଲୁ | x ମାଲନସ୍ ପି ଦ୍ୱାରା by ଠାରୁ ବର୍ତ୍ତମାନ x ର ସାଇନ ଅଟେ ଯି ଆମେ ଏହି x କୁ ଏଠାରେ ବଦଳାଇବା ତେବେ ଆମେ କି ଠିଆଉ ଯେ x ବ ସ୍ତବରେ y plu π ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ତେବେ ଆମେ

ଯାହା ପାଇଁ ଯେଉଁଠି y plus π by 2 ଯାହା ଏହା ସହିତ ସମାନ | ଏ କିନ୍ତୁ x ସହିତ y ପୁଣି ସହିତ ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ଅଟେ
ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଏହି ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ

ତେଣୁ y ପୁଣି ର ସାଇନ ଦୁଇଟି ବଦଳରେ x ବଦଳରେ \cos ସହିତ ସମାନ, ଆମେ y ପୁଣି କୁ ଦୁଇ ଏବଂ ପରେ ମାଇନସ୍ ପି ଦ୍ୱି ଠାରୁ ଏ ଠାରେ ରଖୁ |
ସମାନ ଭାବରେ y ର \cos ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ y ମାଇନସ୍ ପି ର 2 ର ଚିହ୍ନ ହେଉଛି ଆମେ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ଫେରିଯିବା ଯାହାକୁ
ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ x ପୁଣି 2 ର ମାଇନସ୍ ପାପ x ସହିତ ସମାନ ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆମେ ଯାହା କରିବା ତାହା ହେଉଛି | ଆ x ଦ୍ୱାରା y ମାଇନସ୍ ପାଇ ସହିତ
ସମାନ୍ତରାଳ x କୁ ସମାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ | \cos ବର୍ତ୍ତମାନ x ବଦଳରେ ଆମକୁ y ମାଇନସ୍ ପି 2 କୁ ରଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ ତେଣୁ ଆମେ ଏ ଠାରେ
ଦୁଇଟି ପୁଣି ପାଇ ପାଇଥାଉ କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ଏକ ମାଇନସ୍ ଚିହ୍ନ ଅଛି ଏବଂ ଏ ଠାରେ ଆମର ମାଇନସ୍ ଚିହ୍ନ ନ ଥିବାରୁ ଆମକୁ a ର ଚିହ୍ନ ଆବଶ୍ୟକ | ମାଇନସ୍
ସାଇନ ଏଠାରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା yy ର ମାଇନସ୍ କୋସାଇନ ସହିତ ସମାନ ହୋଇଯାଏ

ତେଣୁ ଏହି ଚାରୋଟି ପରିଚୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ସ୍ଥଳରେ ଆମେ କିଛି ଉଦାହରଣ ସମସ୍ୟା କରିବା ସେତେବେଳେ
ଆମେ x ର \cos ପାଇଁ ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ସହିତ ସମାନ ହେବାକୁ ଯାଉଛୁ | ମାଇନସ୍ $y \cos x \cos y$ ସହିତ $\sin x \sin y$ $\cos x \cos y$
 $\sin x$ ଏବଂ $\sin y$ ଦୃଷ୍ଟିରୁ x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ ପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଆଣିବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ ଆମେ ପୂର୍ବ ପୃଷ୍ଠାରେ ଫଳାଫଳ ବ୍ୟବହାର
କରିବୁ | ଆମେ ଦେଖାଇଥିଲୁ ଯେ z ର ଯେକ ang ଶସି କୋଣ z ସାଇନ ପାଇଁ ସମାନ ଯଦି ତୁମେ ତେବେ x ର ସାଇନ x ମାଇନସ୍ ପାଇର ସାଇନ ସହିତ
ସମାନ ଅଟେ |

ତେଣୁ z ର ସାଇନ ହେଉଛି z ମାଇନସ୍ ପି ର କ ସାଇନ π by 2. ଏବଂ ଏଠାରେ ଆମେ ଏହାକୁ z ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବୁ

ତେଣୁ ଏହି ପରିଚୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯାହା ହେଉଛି ତାହା ହେଉଛି z ର ସାଇନ | \cos of z minus π by 2 କିନ୍ତୁ z ହେଉଛି x minus y
ତେଣୁ ଏହା z minus π ର \cos ଯାହାକୁ x minus y plus π ର \cos ଭାବରେ ଲେଖିପାରେ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ କୁ ଏଠାରେ ଦେଖନ୍ତି ଏକ ମାଇନସ୍ b କିମ୍ବା \cos ର x ମାଇନସ୍ y ଯେଉଁଠାରେ x ଏହାକୁ ନୂଆ y ଭାବରେ
ବ୍ୟବହାର କରିବି ଏବଂ ତା'ପରେ ଆମେ ଏହି ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରୁ

ତେଣୁ ଏହାକୁ $\cos x \cos y$ ସହିତ ସମାନ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ହେଉଛି ନୂଆ y

ତେଣୁ $\cos x \cos y \cos x \cos y$ ଏବଂ ତା'ପରେ ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରେ $\nu y y$ ର ସାଇନ x ଥର ସାଇନ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ \cos of y
plus ଦୁଇଟି $\cos y y$ plus π by two \cos by y plus π by minus $\sin y$

ତେଣୁ ମୁଁ କେବଳ ଏହି x କୁ ଏଠାରେ y ସହିତ ବଦଳାଇବାକୁ ଯାଉଛି

ତେଣୁ ଏହି ଜିନିଷଟି ଏଠାରେ $\cos x$ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ତା'ପରେ ସେଠାରେ ଏକ ମାଇନସ୍ ସାଇନ y ପୁଣି ସାଇନ x ଅଛି ଏବଂ ତା'ପରେ ପୂର୍ବରୁ ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରେ
ରୁ ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ y plus π ର ସାଇନ ସମାନ | \cos ର y ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଦ୍ୱି ଠାରୁ ଆମ ପାଖରେ y ପୁଣି ସାଇ 2 ଅଛି ଏବଂ ଏହା
ହେଉଛି ଅନ୍ତର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଯାହା ହେଉଛି x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ $x \cos y$ ସହିତ ସମାନ | $\sin \cos x \sin y$ ଏହି ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରି
ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସହଜରେ x plus y ର ସାଇନ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ପାଇପାରିବା | ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରେ x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ରେ ଥିବା y
ପରି, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ $x \cos y$ minus $\cos x \sin y$ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏଠାରେ କେବଳ ଏହି y କୁ ମାଇନସ୍ y ସହିତ ବଦଳାଇବା | ସାଇନସ୍ x ପୁଣି y ସହିତ ସାଇନସ୍ x କୋସ୍ ସହିତ ମାଇନସ୍ y ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ସାଇନସ୍
ସହିତ ସମାନ ହେବା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ କୋସାଇନ ଏକ ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ସାଇନ ଏକ ଅଲୁତ କାର୍ଯ୍ୟ

ତେଣୁ ମାଇନସ୍ y ର କୋସାଇନ ହେଉଛି $\cos y$ ଏବଂ ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ | ମାଇନସ୍ ସାଇନ y ଏହି ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଆଗକୁ
ପାଇଥାଉ ଯେ ସାଇନ x ପୁଣି y ଶେଷରେ ସାଇନ $x \cos y$ ପୁଣି $\cos x$ ସାଇନ y ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ରାଶି ଏବଂ ଦୁଇଟି କୋଣର ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ମଧ୍ୟ ପାଇଛୁ ଯାହା ହେଉଛି ଆମେ | ପୂର୍ବରୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥଳରେ କରିଥିଲି ଏବଂ ମୁଁ ଦୁଇଟି
ସମାନକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିସାରିଲି | ବର୍ତ୍ତମାନ ଏଠାରେ ଟାଇପ୍ ଯଦି ଆମେ ଏହି ଦୁଇଟି ସମୀକରଣକୁ ଏହି ଶବ୍ଦକୁ ଏଠାରେ ଯୋଡ଼ିବା ଏବଂ ଏଠାରେ ଏହି ଶବ୍ଦଟି ବାଡ଼ିଲୁ
ହୋଇଯିବ ଏବଂ ଏହି ଶବ୍ଦର ଦୁଇଗୁଣ ପାଇବ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଦୁଇଥର $\sin x \cos y \sin x$ plus y plus $a x x$ minus y ରେ ସମାନ
| ସମାନ manner ଙ୍ରେ ଯଦି ଆମେ ସାଇନ x ପୁଣି y ମାଇନସ୍ ପାପ x ମାଇନସ୍ y ଗଣନା କରୁ ତେବେ ଏହି ଦୁଇଟି ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ବାଡ଼ିଲୁ ହୋଇଯିବ ଏବଂ
 $\cos x \sin y$ ର ଦୁଇଗୁଣ ପାଇବ

ତେଣୁ ଦୁଇଟି $\cos x \sin y \sin x$ plus y minus $\sin x$ minus y will ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖନ୍ତୁ ଏକ କୋଣର ଦ୍ୱିଗୁଣର ଚିହ୍ନକୁ କିପରି
ଗଣନା କରାଯାଏ ଯଦି ଆମେ କେବଳ ଏହି କୋଣର ଚିହ୍ନ ଏବଂ କୋସାଇନ ଜାଣିବା ଅତି ସରଳ ତେବେ ଆମେ ପାପ x ପୁଣି y ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ କୁ ଫେରିଯିବା ଏବଂ
ଆମେ ଏହି y କୁ x ସହିତ ବଦଳାଇବା

ତେଣୁ ଆମେ ଦୁଇଟି ସାଇନ ପାଇଥାଉ | x ହେଉଛି x ପୁଣି x ର ସାଇନ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ସୂତ୍ରରେ ଆମର x ସହିତ x ସମାନ ଅଛି

ତେଣୁ y ଏଠାରେ x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ y ଏଠାରେ x ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ $\sin x \cos x$ plus $\cos x \sin x$ ପାଇଥାଉ ଯାହା ଦୁଇଥର $\sin x \cos$ ସହିତ ସମାନ | x ଏହାପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଦେଖୁଥିଲୁ କି
କିଛି କୋଣର ଅଧା ର କୋସାଇନ କିପରି ମିଳିବ

ତେଣୁ ଆମେ କିପରି କୋସାଇନ ଗଣନା କରିବାକୁ ଦେଖୁ | ପନ୍ଦର ଦ୍ୱି ଠାରୁ ଦୁଇ ଡିଗ୍ରୀ ଯେତେବେଳେ ଆମେ କେବଳ ପନ୍ଦର ଡିଗ୍ରୀର କୋସାଇନ ର ମୂଲ୍ୟ
ଜାଣିଥିଲୁ ସେହିପରି ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ ଆପଣଙ୍କୁ ଦେଖାଇବୁ କି କିପରି କିଛି କୋଣର ଅଧା ର ଚିହ୍ନକୁ ଗଣନା କରାଯାଏ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି ସୂତ୍ରରୁ \cos ଦୁଇଟି x ଏକ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ସାଇନ ସହିତ ସମାନ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଯାହାକୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ସ୍ଥଳରେ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏରେ ପାଇ ସାରିଲୁ

ତେଣୁ ମନିଷ୍ଟ୍ୟଲେସନ୍ କରି ଏଠାରୁ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା ହେଉଛି ପାପ ବର୍ତ୍ତ x ହେଉଛି ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ଦୁଇ x ଉପରେ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ $\sin x$
ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ଦୁଇ x ର ମାଇନସ୍ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମାନ | ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ଏଠାରେ ଏଠାରେ ପୁଣି ଏବଂ ମାଇନସ୍ ର ପସନ୍ଦ x ର ମୂଲ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର
କରିବ

ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଆମେ ଏହି ଫର୍ମୁଲା ବ୍ୟବହାର କରି 7.5 ଡିଗ୍ରୀର ସାଇନ ଖୋଜିବାକୁ ଚାହିଁବୁ ତେବେ ଆମେ 7.5 ଡିଗ୍ରୀର ସାଇନ ପାଇବା ବର୍ତ୍ତମାନ
ସମାନ ଅଟେ | 7.5 ଡିଗ୍ରୀ ହେଉଛି ଏକ ସକରାତ୍ମକ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ଏଠାରେ କେବଳ ସକରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ନେଇଥାଉ

ତେଣୁ ଏହା 2 ରୁ ଅଧିକ 15 ଡିଗ୍ରୀ କୋସ୍ ର ବର୍ତ୍ତମାନ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଏହା ଆମେ ଗଣନା କରିପାରିବା ଯେହେତୁ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ 15 ଡିଗ୍ରୀର କୋସାଇନ ର ମୂଲ୍ୟ
ଜାଣିଛୁ | ଏହା ଜାଣି | ସମୀକରଣ ଯାହା x ପୁଣି y ପୁଣି \cos ର x ମାଇନସ୍ y ହେଉଛି ଦୁଇଟି $\cos x \cos y$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ଯେ x ପ୍ରକୃତରେ
ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ କୋଣର ସମଷ୍ଟିର ଅଧା ସହିତ ସମାନ ଏବଂ y ହେଉଛି ଆହା ଅର୍ଦ୍ଧର ରାଶିର ଅଧା | ଏହି ଦୁଇଟି ସମାନ କୋଣର ପାର୍ଥକ୍ୟର a ଏବଂ b

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ x କୁ ଏକ ପୁଣି b ସହିତ ଦୁଇଟି ଏବଂ y କୁ ଏହି ସମୀକରଣରେ ମାଇନସ୍ b ଦ୍ୱି ଠାରୁ ବଦଳାଇବା ତେବେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା
ହେଉଛି ଦୁଇଟି $\cos a$ plus b ଦ୍ୱି ଠାରୁ $\cos a$ ମାଇନସ୍ b ଦ୍ୱି ଠାରୁ ସମାନ ସମାନ $\cos x$ plus y କିନ୍ତୁ x plus y ହେଉଛି
ଦୁଇଟି ଉପରେ ଏକ ପୁଣି b ଏବଂ ଦୁଇଟି ଉପରେ ମାଇନସ୍ b ଯାହା ଦ୍ୱି ଠାରୁ ଆମେ $\cos a$ ପାଇଥାଉ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ x ମାଇନସ୍ y ହେଉଛି b
ତେଣୁ $\cos x x$ ମାଇନସ୍ $y \cos$ ଅଟେ | b

ତେଣୁ ଏହି ଫର୍ମୁଲା ବାସ୍ତବରେ ଆପଣଙ୍କୁ ଦୁଇଟି କୋସାଇନ ର ରାଶି ରାଶି ର ଦୁଇଟି କୋସାଇନ ର ଉପାଦାନରେ ପରିଣତ କରିବାର ଏକ ଉପାୟ ଦେଇଥାଏ ଏବଂ ରାଶି
ଏବଂ ପାର୍ଥକ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ପାର୍ଥକ୍ୟ

ତେଣୁ ଯେକ $\sin a \cos b$ ଶସି କୋଣ ପାଇଁ a ଏବଂ b ଯାହାକି ଏହାର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ । କୋଣଗୁଡ଼ିକର କୋସାଇନ୍ ହେଉଛି ଦୁଇଥର ଏକ ପୁସ୍ତକ d ର ଦୁଇଥର କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ଦୁଇଥର ମାଇନସ୍ b ଦ୍ଵାରା କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଯଦି ଆମେ ମଧ୍ୟ ମନେ ରଖୁ । ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ପାଇଲୁ ଯେ ଦୁଇଟି ସାଇନ x ସାଇନ y x ମାଇନସ୍ y ମାଇନସ୍ କୋସ୍ x ପୁସ୍ତକ y ର ସମାନ ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ସମାନ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ ଏଠାରେ x ସହିତ ଏକ ପୁସ୍ତକ b ସହିତ ସମାନ ଏବଂ y ଦ୍ଵାରା ମାଇନସ୍ b ସହିତ ସମାନ । ଏଠାରେ ପହଞ୍ଚିବା ଶେଷ ହେଉଛି 2 ରୁ ଅଧିକ ପୁସ୍ତକ b ର ସାଇନସ୍ ରେ 2 ମାଇନସ୍ b ର ସାଇନସ୍ ରେ ଦୁଇଟି ସମାନ x ମାଇନସ୍ y b ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ b ମାଇନସ୍ x ପୁସ୍ତକ y ର କୋସାଇନ୍ ହେଉଛି ଏକ କୋସାଇନ୍
ତେଣୁ ଏହି ସୂତ୍ର ଆପଣଙ୍କୁ ପୁଣି ଦେଖାଏ । ଦୁଇଟି କୋଣର କୋସାଇନ୍ ର ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ରାଶିର ଅଧା ର ସାଇନ୍ ଉପାଦ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାର ଉପାୟ ଏବଂ ସେହି ଦୁଇଟି କୋଣର ପାର୍ଥକ୍ୟ ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ପୁସ୍ତକ y ଏବଂ ସାଇନସ୍ x ମାଇନସ୍ y ଦୁଇଟି ସାଇନ $x \cos$ ଅଟେ । y ର ଏବଂ ଆମେ ଏଠାରେ ସମାନ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ କରୁ, x ସହିତ ଏକ ପୁସ୍ତକ b ସହିତ ସମାନ ଏବଂ y ଦ୍ଵାରା ମାଇନସ୍ b ସହିତ ସମାନ,
ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ, ଦୁଇଥର ଏକ ପୁସ୍ତକ b ର ଦୁଇଗୁଣ ସାଇନସ୍ ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ମାଇନସ୍ b ର କୋସାଇନ୍ ରେ । ସମାନ x ପୁସ୍ତକ y ଏକ ପୁସ୍ତକ x ମାଇନସ୍ y ହେଉଛି $b x$ ମାଇନସ୍ y ହେଉଛି b

ତେଣୁ x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ b ର ସାଇନ ହେବ । ଏହି ସାଇନଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣକୁ ସାଇନ ଏବଂ କୋସାଇନ୍ ର ଉପାଦରେ ରୂପାନ୍ତର କରିବା ପାଇଁ ଏହା ଅନ୍ୟ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ସେହିଭଳି ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ପୁସ୍ତକ y ର ମାଇନସ୍ ସାଇନ x ମାଇନସ୍ y ସମାନ ଅଟେ କାରଣ x ପୁସ୍ତକ y ର ସାଇନ $x \cos y$ plus $\cos x \sin y$

ତେଣୁ । ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହାକୁ ସେହି ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ସହିତ ବଦଳାଇଥାଉ ଏବଂ x ପୁସ୍ତକ x ମାଇନସ୍ y ର ସାଇନ ପାଇଁ ସମାନ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଯାହା ଆମେ ପାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଏଠାରେ ଲେଖିପାରିବା ସାଇନ x ପୁସ୍ତକ y ସାଇନ $x \cos y$ ପୁସ୍ତକ $\cos x$ ସାଇନ y ଏବଂ ସାଇନ x ମାଇନସ୍ y ଅଟେ । $\sin x \cos y$ minus $\cos x \sin y$

ତେଣୁ ଯଦି ଆମେ ସାଇନ x ପୁସ୍ତକ y ରୁ ସାଇନ x ମାଇନସ୍ y କୁ ବାହାର କରିଦେବା ତେବେ ଆମେ ଯାହା ପାଇଥାଉ ତାହା 2 ଗୁଣ $\cos x \sin y$
ତେଣୁ ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିରେ ଆମେ ବାରମ୍ବାର x କୁ ଏକ ପୁସ୍ତକ ସହିତ ବଦଳାଇ ପାରିବା । b ଦ୍ଵାରା ଏବଂ y ଦ୍ଵାରା ମାଇନସ୍ b ଦ୍ଵାରା ଏବଂ ଆମେ ଯାହା ଶେଷ କରିବୁ ତାହା ହେଉଛି ଦୁଇଥର ଏକ ପୁସ୍ତକ b ର ଦୁଇଥର କୋସାଇନ୍ ଏକ ମାଇନସ୍ b ଦ୍ଵାରା ଦୁଇ ସମାନ ସାଇନ କାରଣ $a x$ ପୁସ୍ତକ y ହେଉଛି b ର ଏକ ମାଇନସ୍ ସଙ୍କେତ ।

ତେଣୁ ଏହା ଆପଣଙ୍କୁ ଦୁଇଟି କୋଣର ଚିହ୍ନର ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ରୂପାନ୍ତର କରିବାର ଏକ ଉପାୟ ପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଦେଖାଏ । ପୁଣିଥରେ ସାଇନ ଏବଂ କୋସାଇନ୍ ର ଉପାଦ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା କିପରି ଏକ କୋଣର ତିନିଥର କୋସାଇନ୍ ଏବଂ ସାଇନକୁ ଗଣନା କରାଯାଏ

ତେଣୁ ତିନୋଟି x ର କୋସାଇନ୍ ଦୁଇଟି x ପୁସ୍ତକ x ର କୋସାଇନ୍ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ପୁସ୍ତକ b ର କୋସାଇନ୍ ହେଉଛି କୋସାଇନ୍ । b ର ମାଇନସ୍ ସାଇନ୍ ଏକ କୋସ୍ ସାଇନ b ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଫର୍ମୁଲାକୁ ଦୁଇଟି x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁଛି

ତେଣୁ ଏହା ଏହାକୁ ଦୁଇଟି x ଏବଂ b ସହିତ x ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ବାଛିବ, ଆମେ ତିନି x ର କୋସାଇନ୍ କୁ ଦୁଇଥର ଦୁଇଥର \cos ପାଇବୁ । x ମାଇନସ୍ ସାଇନ x ର $x x$ ଦୁଇଥର ସାଇନ ଯାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ ଅଟେ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୁଇଟି x ର କୋସାଇନ୍ ଦୁଇ ଗୁଣ \cos ବର୍ଗ x ମାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ସେହି ଫର୍ମୁଲାକୁ ବ୍ୟବହାର କରୁ ଯାହା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ $\cos x$ ମାଇନସ୍ ପାଇଥିଲୁ ଏବଂ ଆମେ ମଧ୍ୟ ପାଇଥିଲୁ । ଦୁଇଟି x ର ସାଇନ ଦୁଇଥର ସାଇନ $x \cos x$ ଅଟେ ଯାହା \sin ଦ୍ଵାରା ଆମେ ଦୁଇଥର ପାପ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ସାଇନ x ଯାହା ମାଇନସ୍ ଦୁଇ କୋସାଇନ୍ ସହିତ ସମାନ ତେଣୁ ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦ ଦୁଇଥର କୋସାଇନ୍ x ଥର ସାଇନ ଅଟେ । ବର୍ଗ x କିନ୍ତୁ ସାଇନ ବର୍ଗ x କେବଳ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ କୋସ୍ ବର୍ଗ x ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ପାଇବୁ । $\cos^3 x$ minus $\cos x$ minus $2 \cos x$ plus $2 \cos^3 x$ ଯାହା ଏଠାରେ $2 \cos^3 x$ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ 2 ଏଠାରେ $4 \cos^3 x$ minus $3 \cos x$ ହୋଇଯାଏ ଯାହା \cos ଦ୍ଵାରା ଏହି ଫର୍ମୁଲା ଆପଣଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ x ର କୋସାଇନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଛନ୍ତି ତେବେ ଆପଣ ଅତି ସହଜରେ ତିନିଥର x ର କୋସାଇନ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କରିପାରିବେ ସେହିଭଳି ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥାଉ, ତିନିଥର x ସାଇନ୍ ତିନି ସାଇନର ସାଇନକୁ x ର ସାଇନ ଅନୁଯାୟୀ ଗଣନା କରିବା । ତିନୋଟି x ର ଆମେ ଏକ ପୁସ୍ତକ b ର ଫର୍ମୁଲା ସାଇନ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ସାଇନ ଏକ $\cos b$ plus $\cos a \sin b$ ଏବଂ ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଆମେ ଦୁଇ x ଏବଂ b କୁ x ପରି ରଖିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯେତେବେଳେ ସେମାନେ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଯିବେ । ଆମେ ତିନୋଟି x ର ସାଇନ ପାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଆମେ ତିନୋଟି x ର ସମାନ ସାଇନ ପାଇଥାଉ କିନ୍ତୁ a ହେଉଛି ଦୁଇଟି x
ତେଣୁ ଦୁଇଥର x ର ସାଇନ କିନ୍ତୁ b ହେଉଛି x

ତେଣୁ x ର \cos ଏବଂ x ର ଦୁଇ x ଗୁଣର ସାଇନ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି x ର ସାଇନ ହେଉଛି ଦୁଇଟି ସାଇନ $x \cos x$ ଏବଂ ଦୁଇଟି x ର କୋସାଇନ୍ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇଟି ପାପ ବର୍ଗ x

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି $2x$ କୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ । 0 ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ଏଠାରେ ପାପ ଦୁଇ x ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍
ତେଣୁ ଆମେ ଗୁଣ କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯେ $\cos x$ plus $\cos 2x$ ଗୋଟିଏ ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ପାପ ବର୍ଗ x

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ସାଇନ x ଗୁଣ \cos ବର୍ଗ x କିନ୍ତୁ \cos ବର୍ଗ x ହେଉଛି ଏକ ମାଇନସ୍ ପାପ ବର୍ଗ । x ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହି ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ଖୋଲିପାରିବା ତେଣୁ ଏହା ପାପ x ମାଇନସ୍ ଦୁଇ ପାପ କ୍ୟୁବ୍ x ହୋଇଯାଏ ଯାହାକୁ ଯଦି ଆପଣ ଅଧିକ ସରଳୀକୃତ କରନ୍ତି ତେବେ ଏହା ତିନୋଟି ସାଇନ x ମାଇନସ୍ ଚାରି ସାଇନ q ସହିତ ସମାନ ହେବ ଯାହା \cos ଦ୍ଵାରା ଏହା ତିନୋଟି x ର ସଙ୍କେତ ଅଟେ । ଆପଣ ଦେଖୁଛନ୍ତି ଯଦି ଆମେ କେବଳ x ର ସାଇନର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଥିବେ ତେବେ ଆପଣ $3x$ ର ସାଇନର ମୂଲ୍ୟ ପାଇପାରିବେ ଏବଂ ଅବଶ୍ୟ ଆପଣ ଏହାର ବିପରୀତ ମଧ୍ୟ କରିପାରିବେ କାରଣ ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଏହି ଅଂଶଟି ସାଇନ x ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଘନ ଅଟେ । ଯଦି ତୁମେ ତିନୋଟି x ର ସାଇନ୍ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଛ, ତୁମେ କ୍ୟୁବିକ୍ ସମୀକରଣର ମୂଳ ଖୋଜି ସମାଧାନ କରି x ର ସଙ୍କେତ ପାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହି ବକ୍ତୃତା ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକାଂଶ ଆମେ ସାଇନ ଏବଂ କୋସାଇନ୍ ବିଷୟରେ କହୁଛୁ ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଦେଖାଏ । x ପୁସ୍ତକ ର ସାଇନସ୍ x ପୁସ୍ତକ y ସାଇନସ୍ x ମାଇନସ୍ y \cos ର x plus $\sin y$ \cos of x minus y ଏବଂ ତାପରେ ଦୁଇଟି x \sin ର ତିନି x \cos ର ତିନି x \cos ର ତିନି x ର ସାଇନ କିନ୍ତୁ ତାପରେ ଆମେ ଏହି ଅନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ପରିଚିତ କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଯେହେତୁ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ ଅଫ୍ x କୁହାଯାଏ ଯେହେତୁ ତୁମେ ତୁମର ଟ୍ରାଜଗୋମେଟ୍ରିକ୍ ଅନୁପାତରୁ ଜାଣିଛ । ଏହାକୁ ଅଧିକ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବରେ ଏଠାରେ ପରିଚିତ କର । ଏଠାରେ ଥିବା ସର୍କଲରେ ଏବଂ ଯାହାର ସଂଯୋଜନାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି x କୋର୍ଡିନେଟ୍ ହେଉଛି a ଏବଂ y କୋର୍ଡିନେଟ୍ ହେଉଛି b

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି a ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି b ଏବଂ
ତେଣୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୋଣର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ କାରଣ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଅପ୍ରେସନ୍ ରେଡିଊକୁ ପ୍ରଥମେ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଏଠାରେ ଅଛି । ପ୍ରାରମ୍ଭରେ $0b$ ରେ

ତେଣୁ ରଶ୍ମିରେ ଆମର ଏଠାରେ ଏକ ରଶ୍ମି ଅଛି ଏବଂ b ପାଇଁ ଏହି ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଏହି କିରଣକୁ ଏହି କୋଣରେ x କୋଣ ଦ୍ଵାରା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ

ତେଣୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପରିମାଣ x ଅଟେ ଏବଂ
ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ ଯଦି ତୁମେ ଏହି ଡାହାଣକୁ ଦେଖ । ଏଠାରେ ତ୍ରିରଙ୍ଗା ଟ୍ରେକ୍ସ କାରଣ ଏହା ଏକ ପର୍ପେଣ୍ଡିକୁଲାର ଅଟେ
ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଏଠାରେ ଡାହାଣ କୋଣ ତ୍ରିରଙ୍ଗାକୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହି କୋଣର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ଵ length ର ଦ length ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସହିତ

ସମାନ

ତେଣୁ ଏହି କୋଣର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱ ହେଉଛି ଏହି ପାର୍ଶ୍ୱ ଯାହାର ଦ length ଘ୍ୟ | ସଂଲଗ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱ length ର ଦ length ଘ୍ୟ ଉପରେ b ସହିତ ସମାନ
ତେଣୁ ଏହି କୋଣ x ସହିତ ସଂଲଗ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱ ହେଉଛି ଏହି ପାର୍ଶ୍ୱ oa ଯାହାର ଦ length ଘ୍ୟ ଏତେ ଚାନ୍ଦ x ଅଟେ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ବୋଧହୁଏ ଏକ ବକ୍ରତା କିମ୍ବା
ହୁଁ ବକ୍ରତାରେ ଅଧିକ ଦେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତୁ | ଆମେ x ର ସାଇନକୁ ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱ ଭାବରେ ହାଇପୋଟେନ୍ୟୁସର ଦ length ଘ୍ୟ ଦ divided ାରା
ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥିବା ପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିଲୁ କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ ଯୁକ୍ତିତର୍କ ସର୍ତ୍ତାନ୍ତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ହାଇପୋଟେନ୍ୟୁସ ବାସ୍ତବରେ ଏକକ ଦ length ଘ୍ୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ
ତେଣୁ ସାଇନ x କେବଳ y କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସହିତ ସମାନ ଥିଲା | ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ p ଏବଂ x ର କୋସାଇନ୍ ଏହି ତାହାଣ କୋଣ ତ୍ରିଭୁଜର ସଂଲଗ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱ length ର
ଲମ୍ବ ସହିତ ସମାନ ଥିଲା ଯାହାକି ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ p ର x କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ ଯାହା ପରେ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନୁଭବ କଲୁ ଯେ b ଦ୍ୱାରା a ନାହିଁ | ଜିନିଷ
କିନ୍ତୁ ସାଇନ x କୁ x ର କୋସାଇନ୍ ଦ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ସମ୍ପର୍କ ପାଇଥାଉ ଯେ ଯେକ any ଶସି କୋଣ ପାଇଁ x ର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ x
ର କୋସାଇନ୍ ଉପରେ ସାଇନ x ସହିତ ସମାନ, ଆସନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ x ଅକ୍ଷରରେ ଚାନ୍ଦ x ର ଗ୍ରାଫକୁ ଷଡ଼ଯନ୍ତ୍ର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | ଏଠାରେ ଭୂସମାନ୍ତର
ଅକ୍ଷରେ ଏବଂ ଆମ ପାଇଁ ଏହା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଏହି ଯୁକ୍ତିତର୍କ ସର୍ତ୍ତାନ୍ତକୁ o ରେ କେନ୍ଦ୍ର ସହିତ ସାହାଯ୍ୟ କରିବୁ

ତେଣୁ କହିବା ଯେ ଆମେ ଯୁକ୍ତିତର୍କ କୋଣରୁ ଶୂନ୍ୟ ତିନି ସହିତ ସମାନ ହେବା

ତେଣୁ ଆମେ ଏଠାରେ ଶୂନ୍ୟରେ ଅଛୁ | ତିନି

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ x 0 ତିନିରେ ଥାଏ, ଆମେ ପ୍ରକୃତରେ ଏହି ସମୟରେ କ ewhere ଶସି ସ୍ଥାନରେ ଅଛୁ

ତେଣୁ କ rot ଶସି ଯୁକ୍ତିତର୍କ ନାହିଁ

ତେଣୁ ଏହି ଅପ୍ ବାସ୍ତବରେ ଏଠାରେ ଶେଷ ହୋଇଛି ଏବଂ ଏହି ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜନା ଗୋଟିଏ କମା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ ଚାନ୍ଦ x ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନ | y ସଂଯୋଜନର ଦ length ଘ୍ୟ ସହିତ y ସଂଯୋଜନର ଦ length ଘ୍ୟ ସହିତ x ସଂଯୋଜନର ମୂଲ୍ୟକୁ x
ଯେତେବେଳେ 0 ସହିତ ସମାନ ତେବେ ଆମେ ଏଠାରେ ଥାଉ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଦେଖନ୍ତି ଏହି ଅନୁପାତଟି କେବଳ 0 ସହିତ ସମାନ କାରଣ ଏହି ସମୟରେ y
ସଂଯୋଜନା ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ x ସମାନ t ରେ | x ର ଶୂନ୍ୟ ଚାନ୍ଦ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ

ତେଣୁ ଏହିଠାରେ ଆମେ ଗ୍ରାଫରେ ଶୂନ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ x କୁ ବ increase ାଇଥାଉ

ତେଣୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଏହି ରଶ୍ମି ଆମେ ଆଣ୍ଟିକ୍ଲୋକ୍ୱାଇଜ୍ ଦିଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁ ଯାହା ଦ going ାରା ଯାଉଛି | x ର ମୂଲ୍ୟ ବ so ାକୁ

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ x ର ମୂଲ୍ୟ ବ increase ାଇବୁ ତାହା ଘଟିବା ଆରମ୍ଭ କରେ ଯେ y ସଂଯୋଜନା ଯାହା ପ୍ରାରମ୍ଭରେ 0 ହେବା ଆରମ୍ଭ କରିବ,
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ x ରେ 45 ତିନି ସହିତ ସମାନ, ଆମର ଏଠାରେ ଏକ ସଠିକ୍ ଆଇସୋସେଲ୍ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି | ଯେଉଁଥି ପାଇଁ ଉଭୟ y କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଏବଂ x
କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସମାନ ତାହାଣ ହେବ ଏବଂ

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ x 45 ତିନି ଚାନ୍ଦ ସହିତ ସମାନ ହେବ, କାରଣ ଉଭୟ ସଂଯୋଜକ ମୂଲ ଦୁଇ ଉପରେ ଗୋଟିଏ ଅଟନ୍ତି

ତେଣୁ ସେହି ବିନ୍ଦୁଟି ଏଠାରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ x ସମାନ | ଚାରିଟି ପିଏକୁ କହିବା ଏହା ଏକ ଅଟେ

ତେଣୁ ଚାନ୍ଦ x ର ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ସେହି ପରି ଏକକୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ x ଆଗକୁ ବ increases ିବ ତାହା କ'ଣ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଉଦାହରଣ
ସ୍ୱରୂପ ଯେତେବେଳେ ଏହାର କିରଣ ଯେତେବେଳେ ରଶ୍ମିରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ | t ରେ ସେ ଆଣ୍ଟିକ୍ଲୋକ୍ୱାଇଜ୍ ଦିଗ ଏବଂ ଧରାଯାଉ କି ରଶ୍ମି ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାପ୍ତ ହୋଇଛି

ତେଣୁ କୋଣ ବର୍ତ୍ତମାନ କହିବା ଠାରୁ ଅଧିକ, ଧରାଯାଉ ଯଦି ଏହା ଚାଲିଗ ପାଞ୍ଚ ତିନି ହୋଇଥାନ୍ତା ତେବେ କୋଣ ବର୍ତ୍ତମାନ ଚାଲିଗ ପାଞ୍ଚ ତିନିରୁ ଅଧିକ

ତେଣୁ ବୋଧହୁଏ ଆମେ କ pi ଶସି ସ୍ଥାନରେ ପାଇ ଦ two ାରା ପାଖାପାଖି ଥାଉ | ତୁମେ ଯାଅ ଯେପରି କୋଣଟି ପାଇ ଦ by ାରା ନିକଟତର ହୁଏ ଯାହା ଘଟେ
ତାହା ହେଉଛି ବିନ୍ଦୁର x ସଂଯୋଜନା ହ୍ରାସ ହେବାକୁ ଲାଗେ ଏବଂ ଏହା ଶୂନ୍ୟର ଅତି ନିକଟତର ହୋଇଯାଏ

ତେଣୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ ଯେପରି ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ କିନ୍ତୁ y ସଂଯୋଜନା ତଥାପି ରହିଥାଏ | ଗୋଟିଏ ପାଖାପାଖି

ତେଣୁ ଏହା ପ୍ରାୟ ଏକ ସ୍ଥାନରେ ହେବ ଯେହେତୁ ତୁମେ ଦୁଇଥର ପାଇ ନିକଟତର ହେବ

ତେଣୁ ଏହା ସାମିତ ହେବ କିନ୍ତୁ ଏହା ଏହି କୋଣ x ର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟକୁ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ ଯେହେତୁ x ପାଖେଇ ଆସିବ ଏବଂ ଦ by ାରା ପାଇ ନିକଟତର ହେବ | ଅସୀମତା
କାରଣ ଗୋଟିଏ ପରେ ଶୂନ୍ୟ

ତେଣୁ ଏହା କିପରି ଯିବ

ତେଣୁ ଏହା ଅସୀମତାକୁ ଯିବ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ ଏହାକୁ ଚାଣି ପାରିବା ନକାରାତ୍ମକ ଦିଗ ପାଇଁ ସମାନ ଜିନିଷ ଅଙ୍କନ କରିବ ଯଦି ତୁମେ ଯଦି ଏଠାରୁ ଆରମ୍ଭ
କର ଏବଂ ଯଦି ତୁମେ ଘଣ୍ଟା ଦିଗକୁ ଯାଅ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ହ୍ରାସ ପାଇଲୁ ଘଟିଯିବ ଦିଗରେ ଯିବା ଆପଣଙ୍କୁ ଏହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୋଣର ନକାରାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ ଦେବ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏଠାରେ ଥାଉ ଏହି କୋଣଟି ଆମକୁ ମାଇନସ୍ ଚାଲିଗ ପାଞ୍ଚ କହିବା ଯାହା ଦ this ାରା ଏହି ଗ୍ରାଫରେ
ମାଇନସ୍ ପି ସହିତ x ସହିତ ସ ାନ | ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥାଉ ଯେକ any ଶସି ବିନ୍ଦୁର x ସଂଯୋଜନା ଆସନ୍ତୁ କହିବା ଏହି ଚତୁର୍ଥ
ଚତୁର୍ଥାଂଶରେ x ସଂଯୋଜନା ତଥାପି x ସଂଯୋଜନା ଏକ ସକାରାତ୍ମକ ହେବ କିନ୍ତୁ y ସଂଯୋଜକ ନକାରାତ୍ମକ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହି ଚତୁର୍ଥାଂଶରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ | x ର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ ନକାରାତ୍ମକ ହେବ ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି ଏହି କୋଣ 45 ତିନି
ଥାଏ ତେବେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖିବା ତାହା ହେଉଛି ମାଇନସ୍ 45 ର ଚାନ୍ଦ ମାଇନସ୍ 1 ସହିତ ସମାନ ହେବ କାରଣ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ବିନ୍ଦୁ ଦ କୁ ଏଠାରେ ଦେଖନ୍ତି
ତେବେ ଏହାର ସଂଯୋଜନା | ପଦ୍ଧତି ହେବ x କୋର୍ଡିନେଟ୍ ରୁଟ୍ 2 ଦ୍ୱାରା 1 ହେବ କିନ୍ତୁ y କୋର୍ଡିନେଟ୍ ରୁଟ୍ 2 ଦ୍ୱାରା ମାଇନସ୍ 1 ହେବ କାରଣ ଏହା ଚତୁର୍ଥ ଚତୁର୍ଥାଂଶ
ମାଇନସ୍ 1 ରୁଟ୍ 2 ରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ମୂଲ 2 ଦ us ାରା ମାଇନସ୍ 1 ଅନୁପାତ ନିଅନ୍ତି | ଗୋଟିଏ ଦ root ାରା ଗୋଟିଏ ଦ by ାରା | ତୁମେ ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ ପାଇବ
ଯାହା ଆମକୁ ଏଠାରେ କ say ଶସି ସ୍ଥାନରେ କହିବାକୁ ଦିଅ, ଏହା ହେଉଛି ମାଇନସ୍ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଏଠାରେ କ ewhere ଶସି ସ୍ଥାନରେ ଏବଂ ତା' ପରେ ସମାନ ଭାବରେ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ମାଇନସ୍ ପାଇରୁ ଆହାକୁ ଚାରି ଘଣ୍ଟା ବୁଲାଇ ମାଇନସ୍ ପାଇ
ଆଡକୁ 2 କୁ ପୁନର୍ବାର କ'ଣ ହୁଏ ତାହା ହେଉଛି x କୋର୍ଡିନେଟ୍ 0 କୁ ଯାଏ | କିନ୍ତୁ ଯେହେତୁ y କୋର୍ଡିନେଟ୍ ର ମୂଲ୍ୟ ନକାରାତ୍ମକ, ଏହି ଅନୁପାତ ମାଇନସ୍
ଅସୀମତାକୁ ଯିବ ଏବଂ ସମାନ manner ାରେ ଏହି ପୁରା ଗ୍ରାଫ୍ ପୂର୍ଣ୍ଣରୁ ଅଧିକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜାରି ରଖିବା ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରିବ

ତେଣୁ ଏହି ଗ୍ରାଫ୍ ସାଇନ x ତୁଳନାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରିବ | ଏବଂ cos xc sin x ଏବଂ cos x ସାମାନ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଯାହା ମୁଁ ବନ୍ଧନ ଦ୍ୱାରା କୁ
mean ାଏ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଯେକ any ଶସି x ପାଇଁ sin x ର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ମାଇନସ୍ ଏକ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିଲା ଏବଂ cos x ର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ
ମାଇନସ୍ ଏକ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ତାହା | x ର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ ସହିତ ତାହା ନୁହେଁ, ମୂଲ୍ୟ ପ୍ରକୃତରେ x କୋଣ ପାଇଁ ଅସମ୍ପର୍କ ହୋଇପାରେ ଯେତେବେଳେ ଏହା
ପ୍ରକୃତରେ pi ଦ od ାରା 2 ଗୁଣି ସହିତ ସମାନ ହୋଇଥାଏ କାରଣ ଯଦି ଆପଣ ଏହା ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଚାନ୍ଦ x ଛଡା ଆଉ କିଛି ନୁହେଁ | ର କୋସାଇନ୍ x
ତେଣୁ ଏହା ବହୁତ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ x ର ଚାନ୍ଦ ସେହି ସମସ୍ତ x ପାଇଁ ସାମାନ୍ୟ ହେବ ଯେଉଁଥି ପାଇଁ x ର କୋସାଇନ୍ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ x ର
କୋସାଇନ୍ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯାଏ ଯେତେବେଳେ x ଦୁଇଟି ଦ pi ାରା ଏକ ଅଭୁତ ଏକାଧିକ ହୋଇଥାଏ

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ବି x ଦୁଇଟି ଚାନ୍ଦ x ଦ pi ାରା ଏକ ଅଭୁତ ଏକାଧିକ ହେଉଛି ଏହା ମାଇନସ୍ ଅସୀମତା କିମ୍ବା ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅସୀମତା ହେବ ଯେପରି ମାଇନସ୍ x
ଏବଂ କୋନସ୍ ମାଇନସ୍ x ର ଗଣନା କରାଯାଇଥିବା ସାଇନ ଆମେ ମଧ୍ୟ ମାଇନସ୍ x ର ସମୟ ଗଣନା କରିପାରିବା କିନ୍ତୁ x ର ଚାନ୍ଦ ଠାରୁ ସାଇନସ୍ x ଦ cos
ାଠା ମାଇନସ୍ x ର ମାଇନସ୍ x ର ସାଇନସ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବ ମାଇନସ୍ x ର କୋସାଇନ୍ ଦ divided ାରା ବିଭକ୍ତ ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ କିଛି
ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ y ପରି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ଏବଂ ତା' ପରେ y ର ଚାନ୍ଦ ହେଉଛି cos ଦ୍ୱାରା ବିଭକ୍ତ | y କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ମାଇନସ୍ x ର ସାଇନ

ହେଉଛି ସାଇନ ଏକ ଅଲୁତ କାର୍ଯ୍ୟ, ଏହା ମାଇନସ୍ ପାପ x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ମାଇନସ୍ x ର କୋସାଇନ୍ ହେଉଛି କାରଣ \cos ଏକ ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ ଏହା x ର କୋସାଇନ୍ ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ତା' ପରେ $\cos x$ ଉପରେ $\sin x$ ହେଉଛି $|x$ ର \tan

ତେଣୁ ଏହା x ର ମାଇନସ୍ ଟାନ୍ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି x ର ଟାନ୍ ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ଅଲୁତ କାର୍ଯ୍ୟ କାରଣ t ମାଇନସ୍ x ର ମାଇନସ୍ ଟାନ୍ x ର ମାଇନସ୍ ଆମେ ପାଇପାରିବା x ପୁସ୍ ସାଇ ଏହାକୁ ପୁନର୍ବାର ଗ୍ରହଣ କରୁଥିବାରୁ ଏହାକୁ y y ର ସାଇନ୍ $y \cos c$ ଦ୍ୱାରା ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ

ତେଣୁ ଏହା x ପୁସ୍ ସାଇ ଦ୍ୱାରା x ପୁସ୍ ସାଇ ଦ୍ୱାରା x ପୁସ୍ ସାଇନ୍ $|pi$ ସମାନ ଅଟେ ଏବଂ ଆପଣ ପୁନର୍ବାର ଏହି ଫର୍ମୁଲାକୁ x ପୁସ୍ y ର ସାଇନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ

ତେଣୁ ଏହା ସାଇନ x ରେ $\cos y$ plus $\cos x$ କୁ ସାଇନ y ରେ ପରିଣତ ହେବ

ତେଣୁ ଏହା x ପୁସ୍ ର ସାଇନ x x ପୁସ୍ y ଦ୍ୱାରା $\cos x$ ଦ୍ୱାରା ବିଭକ୍ତ $|\cos y$ minus $\sin x$ sine y ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସାଇନ ସାଇ ଶୂନ୍ୟ

ତେଣୁ ଏହି ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ ଏବଂ ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଏହି ଶବ୍ଦ ଶୂନ୍ୟକୁ ଯିବ କାରଣ ସାଇନ ସାଇ ହେଉଛି

ତେଣୁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସାଇନ $x \cos pi \cos x \cos$ ଦ୍ୱାରା ବିଭକ୍ତ $|pi$ ଯାହା ସାଇନ x ଦ୍ୱାରା \cos ଦ୍ୱାରା $\cos x$ ସହିତ ସମାନ ଯାହା x ର ଟାନ୍ ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ବାସ୍ତବରେ pi ସହିତ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ହୋଇଥାଏ କାରଣ x ପୁସ୍ ର ଯେକ ang ଶସି କୋଣ ପାଇଁ x ଟ୍ୟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ x ର ସମାନ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଆମେ $|$ ଏପରିକି ଦେଖାଇପାରେ ଯେ x ମାଇନସ୍ ପାଇଁ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ x ର ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା 2 ଟା ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା pi ଦ୍ୱାରା ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ର ଟ୍ୟାନ୍ କ'ଣ? ପିନ୍ ସାଇନ ପାଇଁ $ilar$ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ 2 ମାଇନସ୍ x ଏବଂ \cos ର pi ଦ୍ୱାରା 2 ମାଇନସ୍ x ଯଦି ଆମେ ଏହାକୁ y ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ ତା' ହେଲେ y ର ଟାନ୍ ହେଉଛି $\cos y$ ଦ୍ୱାରା so ଦ୍ୱାରା

ତେଣୁ ଏହା pi ର ସାଇନସ୍ ଉପରେ 2 ମାଇନସ୍ x ଅଟେ $|$ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା but ଦ୍ୱାରା କିନ୍ତୁ ପୂର୍ବ ସ୍ଥାନକୁ ଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ ଦେଖାଇଥିଲୁ ଯେ ସାଇନ ସାଇନ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା \cos ଦ୍ୱାରା x ର \cos ସହିତ ସମାନ ଏବଂ \cos ର pi ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ x ସହିତ ସମାନ ଅଟେ ପ୍ରକୃତରେ x ର ଟାନ୍ ର ଓଲଟା

ସହିତ ସମାନ ଯାହାକୁ ସାଧାରଣତଃ $called$ କୁହାଯାଏ ଯାହା ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ନୂତନ କାର୍ଯ୍ୟ ଅଟେ ଯାହାକୁ ଆମେ ଏଠାରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଛୁ ଏହାର ପ୍ରକୃତ କୋଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ କୋଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍

ତେଣୁ ଏହାର କୋ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଭାବରେ ଲେଖା ହୋଇଛି କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଖଟ ଭାବରେ ଲେଖୁ

ତେଣୁ ଏହା x ର ଖଟ ଅଟେ $|$ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା \tan ଦ୍ୱାରା ଟାନ୍ ର x ହେଉଛି ଟାନ୍ ର ଓଲଟା ଯାହାକି x ର କୋଟ୍ ଭାବରେ ଲେଖା ହୋଇଛି ଏବଂ

ଏଠାରେ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଜି ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ x ପୁସ୍ y ଏବଂ $\cos x$ x ମାଇନସ୍ y ର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ସହିତ ଆରମ୍ଭ କରିଛୁ $|$ ଏବଂ ଆମେ \cos ଦୁଇଟି $x \cos three x \sin two x \sin three x$ ଏବଂ ଆମେ ଅନେକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସୂତ୍ର ପାଇଲୁ $|$ ଆହା ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଆହା ଫଙ୍କସନ୍ ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ

ଆଲୋଚନା କଲୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଏକ ଗ୍ରାଉଣ୍ଡନେଟ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ଭାବରେ ଫର୍ମାଲିଜ୍ କଲୁ ଏବଂ ଆମେ ଟାନ୍ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ସରଳ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ସହିତ ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ x ଦ୍ୱାରା ଆରମ୍ଭ କଲୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖାଇଲୁ ଯେ ଏହା ଟାନ୍ x ଉପରେ ଗୋଟିଏ ସହିତ ସମାନ $|$ ଟାନ୍ x ପାଇଁ ଗ୍ରାଫ୍ ଏବଂ ଆମେ ଦେଖୁଲୁ ଯେ

ଟାନ୍ ଆହା ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ pi ସହିତ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଆମେ ଏହି କୋଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଡୋମେନ୍ ଏବଂ ପରିସରକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଏବଂ ତା' ପରେ ଆମେ ଟାଙ୍ଗେଣ୍ଟ୍ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଫେରିବାକୁ ଯାଉଛୁ $|$ ସାଇନ ଏବଂ କୋସାଇନ୍ ପାଇଁ ଆମେ କ'ଣ କରିଥିଲୁ ଆମେ ଦେଖିବାକୁ ଯାଉଛୁ କି ଏହି

ରାଶି ପାଇଁ ସୂତ୍ର ବାହାର କରିପାରିବା କି ନାହିଁ ଏବଂ ରାଶି ଏବଂ କୋଣର ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଇଁ ଆମେ ସୂତ୍ର ବାହାର କରିପାରିବା

ତେଣୁ ଆମେ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଟାନ୍ ଦୃଷ୍ଟିରୁ x ପୁସ୍ y ଲେଖିବା କି ନାହିଁ $|x$ ଏବଂ $\tan y$ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ $\tan x$ ମାଇନସ୍ y ପାଇଁ ଏବଂ $2 x$ ର ଟାନ୍ ପାଇଁ ଏକ୍ସପ୍ରେସନ୍ ଏବଂ x ର ଟାନ୍ ପାଇଁ x ର ଧନ୍ୟବାଦ