त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील तिसऱ्या व्याख्यानामध्ये आपले स्वागत आहे शेवटच्या लेक्चरमध्ये आम्ही cos of x उणे y आणि cos of x अधिक y साठी cos x cos y sine x आणि sine y साठी अभिव्यक्ती काढली
त्यामुळे आम्ही पुढे चालू ठेवू त्यासह आणि या व्याख्यानात आपण साइन टू x sin थ्री x cos दोन x cos थ्री x साठी sine x cos x आणि इतर काही व्युत्पत्ती देखील प्राप्त करणार आहोत म्हणून शेवटच्या व्याख्यानाच्या शेवटी आम्ही सिद्ध केले की cos of x उणे y हे cos x cos phi अधिक चिन्ह x sine y च्या बरोबरीचे आहे आणि नंतर ah च्या जागी या y ला वजा y ने बदलून आम्हाला दुसरी अभिव्यक्ती मिळाली की cos x अधिक y हे cos x cos phi वजा sin x sin y इतके आहे हे वापरले जाऊ शकते या दोन सूत्रांचा उपयोग सुप्रसिद्ध कोनांच्या व्यतिरिक्त इतर कोनाचा कोसाइन शोधण्यासाठी केला जाऊ शकतो उदाहरणार्थ आपल्याला 45 अंश आणि 30 अंशांसाठी कोसाइन आणि साइन आधीच माहित आहे जेणेकरून 15 ची कोसाइन शोधण्यासाठी वापरली जाऊ शकते.
हे सूत्र वापरून अंश आणि x बरोबर ४५ डिग्री आणि y बरोबर 30 अंश म्हणजे इथे लिहिले आहे म्हणून cos 45 उणे 30 आणि नंतर अर्थातच मी येथे हे सूत्र वापरतो
त्यामुळे आपल्याला cos x मिळेल जे cos 45 cos y अधिक sine 45 येथे sine 30 आहे.
अंश ठीक आहे आणि हे अर्थातच cos 45 च्या बरोबरीचे आहे 1 च्या बरोबर 2 रूट 2 आणि cos 30 हे 3 ओव्हर 2 च्या रूटच्या बरोबरीचे आहे.
sine 45 देखील 1 ओव्हर रूट 2 आणि साइन 30 अर्धा आहे
त्यामुळे तुम्हाला ते कसे मिळेल तुम्हाला cos पंधरा अंश मिळाल्याचे एक अधिक वर्गमूळ तीन च्या दोन गुणा दोन गुणाच्या मूळ दोन च्या समान
आहे या प्रकारातील 2 cos x cos y ची अभिव्यक्ती नंतर लिहिली जाऊ शकते म्हणून आपण येथे या दोन समीकरणांवर लक्ष केंद्रित करूया, जर आपण ही दोन समीकरणे डाव्या बाजूला जोडली तर आपल्याला cos x उणे y अधिक cos x मिळेल.
plus y आणि उजव्या बाजूला sin x sin y रद्द होणार आहे कारण येथे प्लस म्हणून मी येथे sa उणे आणि नंतर हे दोन जोडले जातील आणि आपल्याला दोन cos x cos y मिळेल आणि म्हणून दोन cos x cos y हे
x वजा y अधिक cos च्या x अधिक y च्या cos च्या बरोबरीचे आहे आणि त्याचप्रमाणे जर आपण cos x उणे y वजा मोजले तर cos x plus y नंतर या दोन्ही समीकरणांमधील ही संज्ञा रद्द होईल आणि आपल्याला दोन sin x sin y मिळेल
त्यामुळे दोन sin x sin y cos x उणे y वजा cos x अधिक y च्या बरोबरीचे आहे म्हणून नंतर जेव्हा आपण बरेच काही करू उदाहरणे तुम्ही पहाल की या प्रकारची सूत्रे खूप सुलभ असतील आणि जर तुम्हाला ते लक्षात ठेवता आले तर ते चांगले होईल, म्हणून आम्ही मागील स्लाइडमध्ये पाहिले की आपण 15 अंशांची कॉस कशी मोजू शकतो हे एखाद्याला वाटेल की आता आपण cos 15 अंशांची गणना केली आहे आपण 15 अंशांच्या अर्ध्या cos ची गणना करू शकतो जी cos 7.
5 अंश आहे आणि हो हे शक्य आहे म्हणून ते करण्यासाठी प्रथम x च्या कोसाइनच्या संदर्भात दोन x च्या कोसाइनसाठी एक अभिव्यक्ती काढूया आणि मग काय आपण x ला पंधरा अंशाच्या अर्ध्या पंधरा अंशांइतके ठेवू आणि नंतर आपण पाहू की आपण सात बिंदू पाच अंशांची cos सोडवू शकतो आणि शोधू शकतो
त्यामुळे आता दोन x ची cos x अधिक x ची cos म्हणून लिहिता येईल आणि नंतर
x अधिक y च्या cos साठी मागील स्लाइडवरील सूत्र वापरतो परंतु y च्या बरोबरीचे x म्हणून जेव्हा तुम्ही या समीकरणात x बरोबर y ठेवता तेव्हा तुम्हाला cos x मध्ये cos x वजा sin x sin x मध्ये cos स्क्वेअर x वजा पाप स्क्वेअर x होतो पण आम्हाला माहित आहे की sin स्क्वेअर x अधिक cos स्क्वेअर x आहे सर्व x साठी एक समान आहे आणि म्हणून या समीकरणामध्ये आपण साइन स्क्वेअर x ला एक वजा cos स्क्वेअर x ने बदलू शकतो आणि ही अभिव्यक्ती आपल्याला मिळते म्हणून आता आपण पाहतो की दोन x चा cos
x च्या कोसाइनच्या दोन पट चौरस आहे वजा एक म्हणून जर तुम्हाला x च्या कोसाइनचे मूल्य माहित असेल तर तुम्ही दोन x च्या कोसाइनचे मूल्य मोजू शकता आणि खरेतर तुम्ही हे दाखवू शकता की हे देखील एक वजा दोन पट sin स्क्वेअर x च्या बरोबरीचे आहे हे अगदी सोपे आहे.
तुम्हाला फक्त दोन पावले मागे जावे लागेल आणि या समीकरणात तुम्हाला हा cos squ बदलण्याची गरज आहे आहेत x टर्म बाय 1 वजा sin स्क्वेअर x आणि अशा प्रकारे तुम्हाला ही संज्ञा येथे मिळते ही अभिव्यक्ती आता आपण cos सात पॉइंट पाच अंशांची गणना कशी करू शकतो ते पाहू या कारण आपल्याला आधीच्या स्लाइडवरून cos 15 अंशांचे मूल्य माहित आहे.

समीकरण दुसऱ्या प्रकारे देखील लिहीले जाऊ शकते म्हणून आपण दोन cos वर्ग x हे एक अधिक cos दोन x बरोबर असे लिहू शकतो आणि म्हणून cos x हे अधिक आणि वजा बद्दलच्या संदिग्धतेच्या बरोबरीचे आहे x च्या मूल्यावर अवलंबून असेल आता आपण प्रयत्न करू आणि गणना करूया x साठी x चे cos चे मूल्य सात बिंदू पाच च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण या समीकरणात x बरोबर सात बिंदू पाच ठेवतो परंतु आपल्याला माहित आहे की सात बिंदू पाच अंशांची cos ही एक सकारात्मक संख्या किंवा सकारात्मक वास्तविक संख्या आहे आणि म्हणून आपण जाणार आहोत फक्त धनात्मक वर्गमूळ घ्या म्हणजे हे cos चे मूल्य 7.
5 अंश आहे
त्यामुळे उजव्या बाजूला अगदी सोपे आहे आपल्याला फक्त cos 15 अंशांचे मूल्य घ्यावे लागेल जे आपण मागील स्लाइडमध्ये मोजले होते आणि ते येथे आणि नंतर बदला संगणक e या अभिव्यक्तीचे वर्गमूळ cos x उणे y सूत्र वापरून इतर अनेक सरलीकरणे करता येतात , उदाहरणार्थ आपण x उणे pi by 2 चे cos काय आहे हे पाहण्याचा प्रयत्न करू म्हणजे हे cos x cos y आहे
त्यामुळे येथे तुमचे y बरोबर आहे.
pi बाय दोन नव्वद अंश अधिक sin x sine y आपल्याला माहित आहे की pi ची cos by two शून्य आहे आणि pi

ची sine by two एक बरोबर आहे आणि म्हणून या बेरीजमधील पहिली संज्ञा शून्य असेल आणि फक्त दुसरी संज्ञा असेल योगदान द्या म्हणजे हे x च्या sine च्या समान आहे त्याचप्रमाणे x च्या cos अधिक pi by two आहे म्हणून आपण आता x अधिक y चे cos बरोबर y समान pi by two साठी सूत्र वापरू जे cos x cos y उणे पाप x sin y पुन्हा आहे येथे cos of pi by two हे शून्य आहे ही पहिली संज्ञा शून्य बरोबर आहे आणि
त्यामुळे आपल्याला वजा sin x मिळतो त्याचप्रमाणे आपण y च्या sine plus pi by two आणि sine of y वजा pi by two साठी अभिव्यक्तींची गणना करू शकतो पण तुम्ही असे व्हाल कदाचित आश्चर्य वाटेल की आपण x अधिक y च्या sine आणि x min च्या sin साठी अभिव्यक्ती समाविष्ट केलेली नाहीत us y पण त्यासोबत आपण पुढील काही स्लाईड्स मध्ये करणार आहोत पण इथे त्याशिवाय देखील आपण y अधिक pi ची sine by two ची गणना करू शकू, जर तुम्ही या समीकरणाकडे परत गेलात तर
इथे आम्ही cos of लिहिले होते.
x वजा pi by two म्हणजे x ची sine आहे आता जर आपण येथे x बदलला तर आपण म्हणतो की x बरोबर y अधिक pi by 2 तर आपल्याला y अधिक pi by 2 ची sine मिळेल जी याच्या बरोबरीची आहे एक्स्प्रेशन पण x च्या बरोबर y अधिक pi बाय दोन म्हणून आपण येथे हे प्रतिस्थापन वापरत आहोत म्हणून y अधिक pi बाय दोन ची sine x ऐवजी cos च्या बरोबर आहे आपण y अधिक pi by two आणि नंतर pi by two येथे उणे pi by two लावू.
फक्त y ची cos आहे त्याचप्रमाणे y उणे pi by 2 चे कोणते चिन्ह आहे हे आपण शोधू शकतो का या समीकरणाकडे परत जाऊया जे आपण आताच काढले आहे x plus pi by 2 चे cos sin x बरोबर आहे वजा पाप x म्हणून आपण काय करू ते येथे आहे आपण x समान y उणे pi बरोबर 2 ने प्रतिस्थापन करण्याचा प्रयत्न करतो
त्यामुळे आपल्याला जे मिळेल ते म्हणजे साइन y वजा pi बाय 2 चे वजा eq आहे ual ते cos आता x च्या ऐवजी y वजा pi 2 ने लावावे लागेल.

त्यामुळे येथे अधिक pi by two आहे परंतु येथे वजा चिन्ह आहे आणि येथे वजा चिन्ह नसल्यामुळे आपल्याला a लावावे लागेल.
येथे वजा चिन्ह करा म्हणजे हे yy च्या उणे कोसाइनच्या बरोबरीचे होईल म्हणून या चार ओळख खूप उपयुक्त आहेत आणि आपण या स्लाइडमध्ये नंतर काही उदाहरण समस्या करू तेव्हा आपण आता
x च्या cos साठी या अभिव्यक्ती प्रमाणेच प्राप्त करणार आहोत.
उणे y बरोबर cos x cos y अधिक sin x sin yi मी x उणे y च्या sine साठी cos x cos y sine x आणि sine y साठी एक अभिव्यक्ती काढणार आहे आणि त्यासाठी आम्ही मागील पृष्ठावरील निकाल वापरू.
आम्ही दाखवले होते की कोणत्याही कोनाची z ची sine z ची sine बरोबर असेल तर तुम्ही तर x ची सायन x वजा pi बाय 2 च्या कोसाइनची सायन आहे.
म्हणून z ची साइन z वजा pi च्या 2 कोसाइन z वजा ची कोसाइन आहे pi द्वारे 2.
आणि येथे आपण हे z च्या बरोबरीचे मानू, म्हणून ही ओळख वापरून आपल्याला z ची sine आहे cos of z उणे pi by 2 पण z हा x उणे y आहे
त्यामुळे हा z वजा pi by 2 चा cosine आहे ज्याला मी x उणे y अधिक pi by 2 चा cosine म्हणून लिहू शकतो, तर आता जर तुम्हाला येथे ही अभिव्यक्ती दिसली तर cos ची आहे a वजा b किंवा cos of x उणे y जेथे मी यास नवीन y मानणार आहे आणि नंतर आपण हे सूत्र वापरतो
त्यामुळे आपल्याला हे cos x cos nu y च्या बरोबरीचे होईल म्हणून हे नवीन y आहे
त्यामुळे cos x cos y cos x cos nu i आणि नंतर अधिक चिन्ह x गुणिले nu y च्या sine आता मागील स्लाइडवरून आपल्याला माहित आहे की y चा cos अधिक दोन cos y plus pi by two cos of y अधिक pi by 2 हे वजा sin y आहे म्हणून मी फक्त आहे हा x येथे y ने बदलणार आहे
त्यामुळे ही गोष्ट येथे cos x होईल आणि नंतर तेथे y अधिक साइन x वजा चिन्ह आहे
आणि नंतर मागील स्लाइडवरून आपण प्राप्त केले आहे की y अधिक pi बाय दोन ची साइन समान आहे y ची cos म्हणून म्हणून वापरून आपल्याकडे y अधिक pi ची sine by 2 आहे आणि ती अंतिम अभिव्यक्ती आहे जी
x उणे y ची sine x cos ym च्या बरोबरीची आहे inus cos x sin y हे सूत्र वापरून आपण आता x अधिक y च्या sine साठी सहजपणे अभिव्यक्ती काढू शकतो, आपल्याला फक्त sine x plus y साठी या y ला वजा y ने बदलण्याची आवश्यकता आहे.
आपण हे x वजा वजा y ची sine म्हणून लिहू
त्यामुळे हे वजा y
आधीच्या स्लाईडवरून x उणे y च्या साइनसाठी दिलेल्या y प्रमाणे आहे, आपल्याला माहित आहे की x उणे y ची साइन ही sine x cos y वजा cos x sine y आहे आणि म्हणून येथे फक्त या y च्या जागी वजा y इच्छा आहे x अधिक y ची सायन मिळवा वजा y च्या sine x cos बरोबर y वजा cos x x sine of y ची आता आपल्याला माहित आहे की कोसाइन एक सम फंक्शन आहे आणि साइन एक विषम कार्य आहे म्हणून वजा y चा कोसाइन cos y आहे आणि वजा y ची साइन आहे वजा साइन y या दोन तथ्यांचा वापर करून आपल्याला पुढे असे समजले की sine x अधिक y हे शेवटी sine x cos y अधिक cos x sine y च्या बरोबरीचे आहे म्हणून आता आपण दोन कोनांच्या बेरीज आणि फरकाच्या चिन्हासाठी अभिव्यक्ती देखील काढली आहे जी आपण मागील दोन स्लाइड्समध्ये केले आणि मी दोन समीकरणांचा सारांश दिला आहे आता इथे ही संज्ञा आणि येथे ही संज्ञा ही दोन समीकरणे जोडली तर ती रद्द होईल आणि या पदाच्या दुप्पट मिळेल आणि म्हणून दोन वेळा sin x cos y समान आहे

sin x अधिक y अधिक चिन्ह x वजा y a मध्ये त्याच पद्धतीने जर आपण साइन x अधिक y उणे पाप x उणे y ची गणना केली तर या दोन संज्ञा रद्द केल्या जातील आणि cos x sine y च्या दुप्पट मिळतील म्हणून दोन cos x sine y समान sin x अधिक y वजा चिन्ह x उणे y होईल आता कोनाच्या दुहेरीचे चिन्ह कसे मोजायचे ते पहा जर आपल्याला या कोनाचे चिन्ह आणि कोसाइन x हे अगदी सोपे असेल तर आपण sin x अधिक y च्या अभिव्यक्तीकडे परत जाऊ आणि या y च्या जागी x ने बदलू म्हणून आपल्याला साइन दोन मिळेल x हा x अधिक x चा साइन आहे आता या सूत्रात आपल्याकडे y बरोबर x आहे
त्यामुळे येथे x बरोबर y आणि x येथे y बरोबर आहे म्हणून आपल्याला sin x cos x अधिक cos x sin x मिळेल जे sin x cos च्या दोन पट आहे x पूर्वी आपण काही कोनाच्या अर्ध्या भागाचा कोसाइन कसा शोधायचा ते पाहिले होते म्हणून कोसाइनची गणना कशी करायची ते आपण पाहिले पंधरा बाय दोन अंश जेव्हा आपल्याला फक्त पंधरा अंशांच्या कोसाइनचे मूल्य माहित होते तेव्हा त्याचप्रमाणे x च्या अर्ध्या कोनाच्या चिन्हाची गणना कशी करायची ते आम्ही तुम्हाला दाखवू म्हणून आपण या सूत्राने सुरुवात करू कारण दोन x एक वजा दोन साइनच्या बरोबरीचे स्क्वेअर x जो आपण आधीच्या एका स्लाईडवर आधीच काढला आहे,
त्यामुळे इथून फेरफार करून आपल्याला जे मिळते ते म्हणजे sin स्क्वेअर x म्हणजे एक वजा cos दोन x दोन वर आणि म्हणून sin x हा एक वजा cos दोन x च्या अधिक वजा मूळ आहे.
दोन वर पुन्हा इथे प्लस आणि मायनसची निवड x च्या मूल्यावर अवलंबून असेल, उदाहरणार्थ, जर आपण हे सूत्र वापरून 7.
5 अंशांची साइन शोधू लागलो तर आपल्याला येथे 7.
5 अंशांची साइन मिळेल जे आता आपल्याला माहित आहे की 7.
5 अंश ही एक सकारात्मक वास्तविक संख्या आहे आणि म्हणून आपण येथे फक्त धन चिन्ह घेतो म्हणजे ते 1 वजा cos च्या 15 अंशाच्या 2 वरील वर्गमूळाच्या समान आहे आणि हे आपण मोजू शकतो कारण आपल्याला 15 अंशांच्या कोसाइनचे मूल्य आधीच माहित आहे.
हे जाणून घ्या x वजा y ची cos अधिक y अधिक cos ची x वजा y दोन cos x cos y आहे असे समीकरण आता समजा की x दोन भिन्न कोनांच्या बेरजेच्या अर्ध्या भागाच्या बेरजेइतके आहे आणि y हा ah अर्ध्या बेरजेच्या अर्धा आहे या दोन समान कोन a आणि b च्या फरकामुळे जर आपण x ला अधिक b ने दोन ने आणि y ला वजा b ने दोन ने बदलले तर या समीकरणात आपल्याला काय मिळेल ते म्हणजे दोन cos a अधिक b ने cos a मध्ये उणे b बाय दोन बरोबरी आता cos x अधिक y पण x अधिक y हा एक अधिक b पेक्षा जास्त दोन अधिक a वजा b वर दोन जो a आहे
त्यामुळे आपल्याला cos a मिळेल आणि त्याचप्रमाणे x उणे y म्हणजे b म्हणून x वजा y ची cos आहे b म्हणून हे सूत्र तुम्हाला दोन कोसाइनची बेरीज दोन कोसाइनच्या बेरीज आणि फरकांच्या बेरजेच्या निम्म्या आणि फरकांच्या गुणाकारात रूपांतरित करण्याचा मार्ग देते
त्यामुळे कोणत्याही कोनासाठी a आणि b cos a अधिक cos b जी बेरीज आहे कोनांचा कोसाइन हा एक अधिक d च्या दुप्पट कोसाइन आहे आणि एक वजा b च्या दोन गुणा कोसाइन आहे आणि त्याचप्रमाणे आपण हे देखील लक्षात ठेवले तर आम्ही हे देखील काढले आहे की दोन sine x sine y बरोबर cos of x उणे y वजा cos of x अधिक y आणि पुन्हा तेच प्रतिस्थापन येथे x समान a प्लस b by two आणि y बरोबर a वजा b by two आम्ही काय करू शेवटी येथे मिळवणे म्हणजे 2 मध्ये a प्लस b च्या 2 च्या वर 2 मध्ये a वजा b च्या sine च्या वर दोन समान x वजा y b च्या बरोबरी आहे
त्यामुळे b वजा x अधिक y चे कोसाइन a चे कोसाइन आहे म्हणून हे सूत्र तुम्हाला पुन्हा एक देते दोन कोनांच्या कोसाइनचा फरक बेरीजच्या अर्ध्या भागाच्या साइनचा गुणाकार म्हणून व्यक्त करण्याचा मार्ग आणि त्या दोन कोनांमधील फरक त्याचप्रमाणे आपल्याला माहित आहे की x अधिक y अधिक x वजा y ची साइन दोन sin x cos आहे y ची आणि आपण तीच प्रतिस्थापना येथे पुन्हा x बरोबर a अधिक b च्या बरोबरीने दोन आणि y समान b वजा b च्या बरोबरीने करतो
त्यामुळे आपल्याला जे मिळते ते एक अधिक b च्या दोन पेक्षा जास्त b च्या कोसाइनमध्ये दोन पेक्षा जास्त b च्या कोसाइन आहे समान x अधिक y आहे a
so a ची sine a plus x उणे y आहे bx वजा y आहे b तर x वजा y ची sine असेल b म्हणून या साइन्सच्या बेरजेचे साइन आणि कोसाइनच्या गुणाकारात रूपांतर करण्यासाठी ही आणखी एक अभिव्यक्ती आहे
त्याचप्रमाणे आपल्याला हे देखील माहित आहे की x अधिक y ची साइन x वजा y ची सायन बरोबर असते कारण x अधिक y ची सायन x cos y अधिक cos x sine y आहे जेव्हा आपण हे त्या अभिव्यक्तीसह बदलतो आणि x अधिक x वजा y च्या sine साठी समान अभिव्यक्ती देखील आपल्याला मिळते तेव्हा आपण ते येथे लिहू शकतो sine x अधिक y म्हणजे sine x cos y अधिक cos x sine y आणि sine x उणे y आहे sine x cos y उणे cos x sin y म्हणून जर आपण sine x उणे y sin x अधिक y मधून वजा केले तर आपल्याला 2 पट cos x sin y मिळेल म्हणून ही अभिव्यक्ती येथे आणि पुन्हा या अभिव्यक्तीमध्ये आपण x ला अधिक ने बदलू शकतो b द्वारे दोन आणि y एक वजा b सह दोन आणि आपण जे मिळवू ते म्हणजे
a प्लस b च्या दोन पट कोसाइन आणि a वजा b च्या बरोबरीचे साइन a ची दोन बरोबरी कारण x अधिक y हे b चे वजा चिन्ह आहे तर हे तुम्हाला दोन कोन t च्या चिन्हाचा फरक रूपांतरित करण्याच्या पद्धतीसाठी अभिव्यक्ती देते o पुन्हा सायन आणि कोसाइनचे गुणाकार आता आपण पाहू या की कोसाइन आणि कोसाइनच्या तीनदा कोसाइन कसे काढायचे
त्यामुळे तीन x ची कोसाइन दोन x अधिक x ची कोसाइन म्हणून लिहिता येईल परंतु आपल्याला माहित आहे की अधिक b चा कोसाइन कोसाइन आहे a cos of b minus sine a sine b आता हे सूत्र इथे दोन x च्या बरोबरीने वापरत आहे
त्यामुळे हे a ते दोन x आणि b बरोबर x असे निवडेल आपल्याला
cos दोन x गुणिले cos म्हणून तीन x चा कोसाइन मिळेल x उणे सायन x च्या दोन x गुणिले साइन जे समान आहे आता आपल्याला माहित आहे की दोन x ची कोसाइन दोन पट cos चौरस x वजा एक आहे म्हणून आपण तो परिणाम वापरतो जो आपण पूर्वी cos x उणे काढला होता आणि आपण प्राप्त केला होता दोन x ची साइन दोन गुणिले sine x cos x आहे म्हणजे आपण

sin दोन x येथे गुणिले sine x साठी वापरणार आहोत जे x च्या उणे दोन कोसाइनच्या बरोबरीचे आहे म्हणून ही विशिष्ट संज्ञा आहे दोन वेळा कोसाइन x गुणिले साइन स्क्वेअर x पण साइन स्क्वेअर x हे दुसरे काहीच नाही तर एक वजा cos स्क्वेअर x म्हणून शेवटी दोन मिळतील cos cube x उणे cos x उणे दोन cos x अधिक दोन cos cube x जे बरोबर आहे 2 cos cube x येथे आणि 2 येथे म्हणजे 4 cos cube x उणे 3 cos x होईल म्हणजे ते cosine आहे

त्यामुळे हे सूत्र तुम्हाला मदत करेल जर तुम्हाला x च्या कोसाइनचे मूल्य माहित असेल तर तुम्ही x च्या तीन पट x च्या कोसाइनचे मूल्य अगदी सहजपणे मोजू शकता त्याचप्रमाणे आता आपण x च्या साइनच्या संदर्भात तीन x च्या तीन पट x च्या साइनची गणना करण्यासाठी आणखी एक अभिव्यक्ती काढू.

थ्री x चे आपण a प्लस b चे sine sine a cos b अधिक cos a sin b हे सूत्र वापरणार आहोत आणि आपण a दोन x आणि b ला x म्हणून ठेवणार आहोत जेणेकरून ते जोडले जातील आपल्याला तीन x ची sine मिळते म्हणून आपल्याला तीन x ची sine बरोबर a ची sine मिळते पण a दोन x ची sine असते b च्या दोन x पट cos पण b ची x म्हणून x ची cos अधिक cos x ची दोन x पट sine असते हे जाणून घ्या की दोन x चे साइन दोन साइन x cos x आणि दोन x चे कोसाइन एक वजा दोन पाप वर्ग x आहे म्हणून आपण हे tw वापरणार आहोत o येथे अभिव्यक्ती आहेत म्हणून ही sin दोन x साठी अभिव्यक्ती आहे म्हणून आपण गुणाकार करणार आहोत की cos x अधिक cos दोन x एक वजा दोन पाप वर्ग x आहे म्हणून दोन साइन x गुणा cos वर्ग x परंतु cos वर्ग x एक वजा पाप वर्ग आहे x आणि तेव्हा आपण ही अभिव्यक्ती उघडू शकतो म्हणजे ते sin x वजा दोन sin cube x होईल जे आपण आणखी सोपे केले तर ते x चे तीन साइन x वजा चार साइन q इतके होईल म्हणजे ते आपले तीन x चे चिन्ह आहे म्हणून पुन्हा तुम्ही पाहू शकता जर तुम्हाला फक्त x च्या साइनचे मूल्य माहित असेल तर तुम्ही 3x च्या साइनचे मूल्य शोधू शकता आणि अर्थातच तुम्ही त्याउलट देखील करू शकता कारण हे खरे आहे जर तुम्हाला हा भाग साइन x च्या दृष्टीने घन आहे असे दिसले तर जर तुम्हाला तीन x चे साइनचे मूल्य माहित असेल तर आपण घन समीकरणाची मुळे शोधून सोडवून x चे चिन्ह शोधू शकता

या व्याख्यानातील बहुतेक भाग आपण बोलत आहोत आणि मागील व्याख्यान देखील आपण साइन आणि कोसाइन बद्दल बोलत आहोत आणि अभिव्यक्ती देत आहोत.

x प्लस y sine of x वजा y cos of x plu x उणे y चे sy cos आणि नंतर दोन x sine ची sine of two x cos ची दोन x cos ची तीन x cos पण नंतर आम्ही x ची स्पर्शिका नावाची ही दुसरी फंक्शन सादर करणार आहोत कारण तुम्हाला तुमच्या त्रिकोणमितीय गुणोत्तरांवरून आधीच माहिती असेल

पण आम्ही आता येथे अधिक औपचारिकपणे परिचय करून देऊ, म्हणून पुन्हा आपण येथे एकक त्रिज्याचे एकक वर्तुळ विचारात घेऊ ज्याचे केंद्र o या बिंदूवर आहे आणि हा क्षैतिज अक्ष आहे x अक्ष आहे अनुलंब अक्ष हा y अक्ष आहे आणि समजा आपल्याकडे हा बिंदू p आहे.

येथे वर्तुळावर आहे आणि ज्याचे निर्देशांक a आहेत x समन्वय a आहे आणि y समन्वय b आहे म्हणून हा a आहे आणि हा b आहे आणि म्हणून रोटेशनच्या कोनाची स्पर्शिका आहे कारण जर तुम्हाला ही op त्रिज्या दिसली तर ती येथे आहे सुरुवातीला ob येथे

त्यामुळे किरण आपल्याजवळ सुरुवातीला एक किरण ob येथे आहे आणि b या बिंदूवर पोहोचण्यासाठी आपल्याला हा किरण या केंद्राभोवती o x च्या कोनाने फिरवावा लागेल म्हणून रोटेशनचे प्रमाण x आहे आणि म्हणून ही स्पर्शिका आता जर तुम्ही हे बरोबर बघा येथे gle त्रिकोण कारण हा लंब आहे म्हणून जर तुम्ही काटकोन त्रिकोण पाहिला तर येथे या कोनाची स्पर्शिका विरुद्ध बाजूच्या लांबीच्या विरुद्ध बाजूच्या मूल्याच्या बरोबरीची आहे म्हणून या कोनाची विरुद्ध बाजू x ही बाजू आहे जिची लांबी आहे समीप बाजूच्या लांबीवर b so b समान आहे म्हणून या कोनाची शेजारील बाजू x ही बाजू oa आहे ज्याची लांबी एक इतकी टॅन x b वर a आहे आणि जर तुम्ही कदाचित व्याख्यानात अधिक पाहण्याचा प्रयत्न केला तर एक किंवा होय व्याख्यान एक आपण x ची sine ही विरुद्ध बाजूची विरुद्ध

बाजूची लांबी कर्णाच्या लांबीने भागली म्हणून परिभाषित केली होती परंतु हे एकक वर्तुळ असल्याने हे कर्ण प्रत्यक्षात एकक लांबीची त्रिज्या आहे आणि म्हणून sine x फक्त y समन्वयाच्या समान आहे या बिंदूचा p आणि x चा कोसाइन या काटकोन त्रिकोणाच्या समीप बाजूच्या लांबीच्या बरोबरीचा होता जो या बिंदू p चा x समन्वयाशिवाय काहीच नाही जो a आहे आणि मग आपल्या लगेच लक्षात आले की b by a आहे गोष्ट पण sine x ला x च्या कोसाइनने भागले आणि म्हणून आपल्याला असा संबंध प्राप्त होतो की x च्या कोणत्याही कोनासाठी x ची स्पर्शिका x च्या कोसाइनवर sine x बरोबर

असते आता आपण

tan x चा आलेख y अक्ष विरुद्ध x वरील प्लॉट करण्याचा प्रयत्न करूया येथे क्षैतिज अक्षावर आणि ते करण्यासाठी आपण पुन्हा या युनिट वर्तुळाची मदत घेऊ येथे केंद्र o वर आहे, म्हणून आपण असे म्हणू की आपण परिभ्रमण x च्या कोनापासून शून्य अंशांच्या बरोबरीने सुरू करतो म्हणून आपण येथे कुठेतरी शून्यावर आहोत अंश म्हणून जेव्हा x 0 अंशांवर असतो तेव्हा आपण या बिंदूवर प्रत्यक्षात कुठेतरी असतो

त्यामुळे कोणतेही रोटेशन नसल्यामुळे हा op येथे आहे आणि या बिंदूचा समन्वय एक स्वल्पविराम शून्य आहे आणि म्हणून tan x हे गुणोत्तराच्या बरोबरीचे आहे या बिंदूच्या y निर्देशांकाच्या लांबीच्या y समन्वयाच्या x समन्वयाच्या मूल्यापर्यंत, म्हणून जेव्हा x 0 च्या बरोबरीचा असतो तेव्हा आपण येथे असतो आणि नंतर जर तुम्हाला हे गुणोत्तर फक्त 0 सारखे दिसते कारण या बिंदूवर y समन्वय शून्य आहे म्हणून x समान t o x चे शून्य टॅन हे शून्य आहे म्हणून आपण आलेखावर x समान शून्यावर असतो आणि नंतर x वाढवतो तेव्हा आपण त्याचा अर्थ असा होतो की हा किरण आपण घड्याळाच्या उलट दिशेने फिरवण्याचा प्रयत्न करतो म्हणजे तो पुढे जाईल.

x चे मूल्य वाढवा म्हणजे जेव्हा आपण x चे मूल्य वाढवतो तेव्हा काय घडू लागते ते म्हणजे y समन्वय जो सुरुवातीला 0 होता तो सकारात्मक मूल्ये घेण्यास सुरुवात करेल उदाहरणार्थ x समान 45 अंश येथे आपल्याकडे उजवा समद्विभुज त्रिकोण आहे ज्यासाठी y समन्वय आणि x समन्वय दोन्ही समान उजवे असतील आणि म्हणून x जेव्हा x 45 अंश टॅन असेल तेव्हा x समान असेल कारण

दोन्ही समन्वय मूळ दोन वर एक आहेत म्हणून तो बिंदू येथे कुठेतरी आहे म्हणजे x समान असताना चार बाय चार असे म्हणू या की हे एक आहे म्हणून टॅन x चे मूल्य शून्य ते एक असे वाढेल आणि नंतर x पुढे गेल्यावर
काय होते ते म्हणजे
 so चे मूल्य उदाहरणार्थ जेव्हा किरण पुढे फिरते तेव्हा t मध्ये तो घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने आणि समजा किरण आता इथे संपला आहे तर आताचा कोन अधिक आहे असे म्हणू या, तर समजा हा पंचेचाळीस अंश असेल तर कोन आता पंचेचाळीस अंशांपेक्षा जास्त असेल तर कदाचित आपण पाईच्या दोन बाय दोन जवळ कुठेतरी असू.

तुम्ही कोन pi च्या दोनने जवळ जाताना काय होते की बिंदूचा x समन्वय कमी होऊ लागतो आणि तो शून्याच्या अगदी जवळ येतो
 त्यामुळे मूलत: a शून्यावर जातो म्हणून a शून्यावर जातो पण y समन्वय स्थिर असतो एकाच्या जवळ म्हणजे आपण pi च्या दोन च्या जवळ जाताना ते कुठेतरी अंदाजे एक असेल
 त्यामुळे हे मर्यादित असेल परंतु हे या कोनाच्या स्पर्शिकेच्या शून्यावर जाईल अनंत कारण शून्य एक एक करून, हे असे कसे जाईल
 त्यामुळे ते अनंताकडे जाईल आणि त्याचप्रमाणे आपण ते काढू शकतो आह नकारात्मक बाजूसाठी समान गोष्ट काढा म्हणजे जर तुम्ही येथून सुरुवात केली तर आणि जर तुम्ही घड्याळाच्या दिशेने गेलात तर.
 आता आम्ही कमी झालो आहोत म्हणून आम्ही kn   ow घड्याळाच्या दिशेने जाण्याने तुम्हाला या रोटेशन अँगलची नकारात्मक मूल्ये मिळतील, म्हणून हे असे आहे, उदाहरणार्थ जेव्हा आपण येथे असतो तेव्हा हा कोन उणे पंचेचाळीस असे म्हणू या म्हणजे या आलेखावरील x समान वजा pi च्या चार बाय चारशी संबंधित असेल पण जेव्हा आपण या बाजूला असतो तेव्हा कोणत्याही बिंदूचा x समन्वय या चौथ्या चतुर्थांश मध्ये x समन्वय हा अजूनही x समन्वय आहे a अजूनही सकारात्मक असेल पण y समन्वय ऋणात्मक होणार आहे आणि म्हणून या चौकोनात येथे मूल्य x ची स्पर्शिका ऋण असेल आणि जर तुम्ही प्रयत्न केला तर उदाहरणार्थ हा कोन 45 अंश असेल तर आपण काय पाहणार आहोत ते म्हणजे वजा 45 चा टॅन वजा 1 असेल कारण जर तुम्हाला हा बिंदू q येथे दिसला तर याचे समन्वय बिंदू असेल x समन्वय मूळ 2 द्वारे 1 असेल परंतु y समन्वय मूळ 2 द्वारे उणे 1 असेल कारण तो मूळ 2 द्वारे 1 वजा चौथ्या चतुर्थांश मध्ये चालू आहे.
 म्हणून जेव्हा तुम्ही मूळ 2 ने भागाकार वजा 1 चे गुणोत्तर घ्याल मूळ दोन द्वारे एक तुम्हाला उणे एक मिळेल जे आपण इथे कुठेतरी हे मायनस वन आहे असे म्हणू या तर कुठेतरी इथे आणि मग त्याचप्रमाणे जेव्हा आपण उणे pi वरून घड्याळाच्या दिशेने चार पुढे उणे pi 2 च्या दिशेने ah वर जातो तेव्हा पुन्हा काय होते
की x समन्वय 0 वर जातो परंतु y निर्देशांकाचे मूल्य ऋणात्मक असल्याने हे गुणोत्तर अशाप्रकारे वजा अनंतापर्यंत जाईल आणि त्याच पद्धतीने हा संपूर्ण आलेख pi च्या पुढे दोनने फिरत राहून भरला जाऊ शकतो
 त्यामुळे हा आलेख साइन x च्या तुलनेत पूर्ण होऊ शकतो.
 आणि cos xc sin x आणि cos x ही बाउंडेड फंक्शन्स होती मला बॉन्डेड म्हणजे काय म्हणतात ते असे आहे की कोणत्याही x साठी sin x चे मूल्य नेहमी वजा एक आणि अधिक एक दरम्यान असते आणि cos x चे मूल्य देखील उणे एक आणि अधिक एक दरम्यान होते परंतु ते x च्या स्पर्शिकेने असे नाही की x च्या कोन x साठी मूलत:
2 च्या pi च्या विषम गुणाकाराच्या बरोबरीचे असते तेव्हा मूल्य खरोखरच अमर्यादित जाऊ शकते कारण जर तुम्हाला हे दिसत असेल तर tan x हे दुसरे दुसरे काहीही नाही परंतु sine x by आहे च्या कोसाइन x म्हणून हे अगदी स्पष्ट आहे की x चा टॅन त्या सर्व x साठी अमर्यादित असेल ज्यासाठी x चा कोसाइन शून्यावर जातो आणि आपल्याला माहित आहे की x चा कोसाइन शून्यावर जातो तेव्हाच x हा pi चा दोन चा विषम गुणाकार असतो तेव्हा जेव्हा x pi चा विषम गुणाकार आहे दोन टॅन x अनबाउंड असेल तो उणे अनंत किंवा अधिक अनंत असेल म्हणून ज्याप्रमाणे आपण वजा x ची ah आणि उणे x ची cos ची गणना केली होती त्याचप्रमाणे आपण वजा x ची वेळ देखील काढू शकतो परंतु x चा टॅन असल्याने sine x द्वारे cos x tan वजा x बरोबर असेल वजा x च्या कोसाईने भागिले वजा xi च्या कोसाईने भागिले म्हणजे आपण याला y चे इतर व्हेरिएबल मानू शकतो आणि नंतर y चा टॅन म्हणजे y ची साइन भागिले cos of   y पण आपल्याला माहित आहे की वजा x ची साइन आहे कारण sine हे विषम कार्य आहे कारण हे वजा sin x च्या बरोबरीचे आहे आणि उणे x चे कोसाइन आहे कारण cos हे सम कार्य आहे ते x च्या कोसाइन बरोबर आहे परंतु नंतर sin x वर cos x आहे x चा टॅन म्हणजे हे x च्या वजा टॅनच्या बरोबरीचे आहे म्हणून आपण जे पाहतो ते म्हणजे x चा टॅन प्रत्यक्षात एक विषम कार्य आहे कारण t   वजा x चा a हा टॅन x ची वजा आहे x अधिक pi चा सायन आपण शोधू शकतो हे y चे y tan हे cos y चे y y प्रमाणे घेतले तर x अधिक pi च्या cos द्वारे x अधिक pi आता x अधिकचे साइन आहे pi समान आहे आणि तुम्ही हे सूत्र पुन्हा x अधिक y च्या sine साठी वापरू शकता
 त्यामुळे ते sine x मध्ये cos y अधिक cos x y मध्ये sine असेल
त्यामुळे x अधिक pi चा sine भागिले x अधिक y आहे cos x   cos y उणे sin x sine y आता आपल्याला माहित आहे की pi चा साइन शून्य आहे म्हणून ही संज्ञा शून्यावर जाईल आणि येथेही ही संज्ञा शून्यावर जाईल कारण pi ची sine आहे
 त्यामुळे sine x cos pi भागिले cos x cos आहे pi जो sine x बरोबर cos x आहे जो x च्या tan च्या बरोबरीचा आहे
 त्यामुळे आपण जे पाहतो ते असे आहे की स्पर्शिका फंक्शन pi सह नियतकालिक असते कारण x अधिक pi चा x स्पर्शिका x च्या स्पर्शिकेच्या समान असते आणि त्याचप्रमाणे आपण x उणे pi ची स्पर्शिका x च्या स्पर्शिकेच्या बरोबरीची असेल हे देखील दाखवू शकतो तर आपण sim असल्यामुळे आपण पाई च्या स्पर्शिकेचा टॅन बाय 2 वजा x म्हणजे काय ते पाहू.
 इलर फॉर्म्युला साठी पाई चे साइन बाय 2 वजा x आणि पाई चे कॉस बाय 2 वजा x आता जर आपण हे y मानले तर y चा टॅन हा cos y द्वारे s y आहे म्हणून ही pi च्या cos वर 2 वजा x वर पाईची साइन आहे दोन वजा x ने पण मागील स्लाइड्सवरून आम्ही दाखवले होते की pi चा sine बाय दोन वजा x x च्या cos बरोबर आहे आणि pi चा cos बाय दोन वजा x x च्या

sine च्या बरोबर आहे
त्यामुळे pi चा टॅन बाय दोन वजा x आहे.
प्रत्यक्षात x च्या tan च्या व्युत्क्रमाच्या बरोबरी
ज्याला सामान्यतः म्हणतात हे एक नवीन फंक्शन आहे जे आपण येथे परिभाषित करत आहोत त्याला प्रत्यक्षात cotangent cotangent म्हणतात
त्यामुळे ते co tangent असे लिहिले आहे पण आपण थोडक्यात cot असे लिहितो
त्यामुळे ही x ची cot आहे pi चा टॅन बाय दोन वजा x हा x च्या टॅनचा फक्त व्युत्क्रम आहे जो x चा cot म्हणून देखील लिहिला जातो आणि या वर्गात आज तिसऱ्या लेक्चरमध्ये आपण x च्या cos plus y आणि cos of x उणे y या शब्दांसह सुरुवात केली आहे.
आणि आम्ही cos two x cos थ्री x sin दोन x sin थ्री x साठी अनेक भिन्न भिन्न सूत्रे मिळविली आणि आम्ही ah tangent ah फंक्शनची देखील चर्चा केली आम्ही ते त्रिकोणमितीय फंक्शन म्हणून औपचारिक करतो आणि आम्ही टॅन ऑफ पाई च्या दोन वजा x साठी काही सोप्या अभिव्यक्तीसह सुरुवात केली उदाहरणार्थ येथे आम्ही दर्शवितो की ते टॅन x वर एक समान आहे आम्ही देखील काढले टॅन x साठी आलेख आणि आम्ही पाहिले की टॅन आह टॅन्जेंट फंक्शन pi सह नियतकालिक आहे पुढील वर्गात आपण या कोटँजेंट फंक्शनचे डोमेन आणि श्रेणी परिभाषित करणार आहोत आणि नंतर आपण स्पर्शिका फंक्शनवर परत येणार आहोत आणि जसे आपण साइन आणि कोसाइनसाठी काय केले ते आपण पाहणार आहोत की आपण या बेरीजसाठी आणि कोनांच्या बेरजेच्या टॅनसाठी आणि कोनांच्या फरकासाठी सूत्रे काढू शकतो का म्हणून आपण टॅनच्या संदर्भात x अधिक y चा टॅन लिहू शकतो का ते पाहणार आहोत.
x आणि tan y आणि त्याचप्रमाणे tan x उणे y साठी आणि x च्या tan च्या दृष्टीने 2 x आणि 3 x च्या tan साठी देखील एक्सप्रेशन्स
धन्यवाद