पिछले व्याख्यान में त्रिकोणमितीय कार्यों पर तीसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है,
हमने एक्स माइनस वाई और कॉस ऑफ एक्स प्लस वाई के लिए कॉस एक्स कॉस वाई साइन एक्स और साइन वाई के संदर्भ में एक अभिव्यक्ति प्राप्त की है,
इसलिए हम जारी रखेंगे इसके साथ और इस व्याख्यान में हम साइन दो x sin तीन x cos दो x cos तीन x के लिए sine x cos x और कुछ अन्य व्युत्पत्तियों के लिए व्यंजक प्राप्त करने जा रहे हैं,
इसलिए पिछले व्याख्यान में हमने यह साबित किया कि cos of x माइनस y बराबर है cos x cos phi plus साइन x sine y और फिर ah को इस y को माइनस y से बदलने पर हमें दूसरा एक्सप्रेशन मिलता है कि cos x plus y बराबर cos x cos phi माइनस sin x sin y है।
इसका उपयोग किया जा सकता है इन दो सूत्रों का उपयोग प्रसिद्ध कोणों के अलावा किसी अन्य कोण के कोसाइन को खोजने के लिए किया जा सकता है उदाहरण के लिए हम पहले से ही कोसाइन और साइन को 45 डिग्री और 30 डिग्री के लिए जानते हैं ताकि 15 के कोसाइन को खोजने के लिए इस्तेमाल किया जा सके इस सूत्र का उपयोग करके डिग्री और x के बराबर 45 डिग्री और y 30 डिग्री के बराबर है,
इसलिए यहाँ लिखा गया है
इसलिए 45 माइनस 30 और फिर निश्चित रूप से मैं यहाँ इस सूत्र का उपयोग करता हूँ
इसलिए हमें जो मिलता है वह है cos x जो कि 45 cos y प्लस साइन 45 यहाँ साइन 30 है।
तो ये सभी हैं डिग्री ठीक है और यह निश्चित रूप से कॉस 45 के बराबर 1 बटा रूट 2 के बराबर है और कॉस 30 बराबर 3 बटा 2 के रूट के बराबर है ।
साइन 45 भी 1 बटा रूट 2 है और साइन 30 आधा है तो आप इस तरह से प्राप्त करते हैं आपको पन्द्रह डिग्री का cos मिलता है जो एक जमा के बराबर होता है तीन बटा दो गुणा मूल दो का वर्गमूल अब cos x घटा y और जमा x जमा y के लिए इन दो बुनियादी सूत्रों का उपयोग करके अन्य सरलीकरण भी उदाहरण के लिए यहां प्राप्त किए जा सकते हैं यदि हमें दिया गया है इस प्रकार का एक व्यंजक 2 cos x cos y तो इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है, आइए हम इन दो समीकरणों पर ध्यान केंद्रित करें,
इसलिए यदि हम इन दो समीकरणों को बाईं ओर जोड़ते हैं तो हमें cos x घटा y प्लस cos x प्राप्त होगा।
प्लस वाई और दाईं ओर पाप एक्स पाप वाई रद्द करने जा रहा है क्योंकि यहां प्लस के रूप में i यहां सा माइनस और फिर ये दोनों जुड़ जाएंगे और हमें दो कॉस एक्स कॉस वाई मिलते हैं और
इसलिए दो कॉस एक्स कॉस वाई
एक्स माइनस वाई प्लस कॉस ऑफ एक्स प्लस वाई के बराबर है और इसी तरह अगर हम कॉस एक्स माइनस वाई माइनस की गणना करते हैं cos x plus y तो इन दोनों समीकरणों में यह पद रद्द हो जाएगा और हमें दो sin x sin y मिलेंगे,
इसलिए दो sin x sin y बराबर है cos x घटा y घटा cos x जमा y तो बाद में जब हम बहुत कुछ करते हैं उदाहरण आप देखेंगे कि इस प्रकार के सूत्र बहुत उपयोगी होंगे और यह अच्छा होगा यदि आप इसे याद कर सकते हैं तो हमने पिछली स्लाइड में देखा कि हम 15 डिग्री के cos की गणना कैसे कर सकते हैं कोई सोच सकता है कि अब हम cos 15 डिग्री की गणना की है क्या हम 15 डिग्री के आधे के cos की गणना कर सकते हैं जो कि 7.
5 डिग्री का cos है और हां ऐसा करने के लिए संभव है कि हम पहले x के कोसाइन के संदर्भ में दो x की कोज्या के लिए एक व्यंजक प्राप्त करें और फिर क्या हम यह करेंगे कि हम x को पन्द्रह डिग्री के बराबर पन्द्रह डिग्री का आधा करेंगे और तब हम देखेंगे कि हम सात दशमलव पांच डिग्री के कॉस को हल कर सकते हैं और पता लगा सकते हैं,
इसलिए अब दो एक्स के कॉस को एक्स प्लस एक्स के कॉस के रूप में लिखा जा सकता है
और फिर हम
एक्स प्लस वाई के कॉस के लिए पिछली स्लाइड पर फॉर्मूला का उपयोग करते हैं लेकिन साथ में y बराबर x
इसलिए जब आप इस समीकरण में y को x के बराबर रखते हैं तो आपको cos x गुणा cos x घटा sin x गुणा sin x प्राप्त होता है जिससे कि cos वर्ग x घटा sin वर्ग x हो जाता है लेकिन हम जानते हैं कि sin वर्ग x जमा cos वर्ग x है सभी x के लिए एक के बराबर है और
इसलिए इस समीकरण में हम साइन वर्ग x को एक घटा cos वर्ग x से बदल सकते हैं और यही वह व्यंजक है जो हमें मिलता है
इसलिए अब हम देखते हैं कि दो x का cos
x के कोसाइन के दो गुना वर्ग के बराबर है माइनस वन
इसलिए यदि आपको x की कोज्या का मान पता चल जाता है तो आप दो x की कोज्या के मान की गणना कर सकते हैं और वास्तव में आप यह दिखा सकते हैं कि यह एक माइनस टू गुना पाप वर्ग x के बराबर है, जो कि बहुत सरल है।
आपको बस दो कदम पीछे जाने की जरूरत है और इस समीकरण में यहां आपको इस कॉस स्क्वेयर को बदलने की जरूरत है एक्स टर्म बाय 1 माइनस सिन स्क्वायर एक्स हैं और इस तरह आपको यह शब्द यहां मिलता है, यह एक्सप्रेशन अब देखते हैं कि हम कॉस सेवेन पॉइंट फाइव डिग्री की गणना कैसे कर सकते हैं, यह देखते हुए कि हम पिछली स्लाइड से कॉस 15 डिग्री का मान जानते हैं।

समीकरण को दूसरे तरीके से भी लिखा जा सकता है,
इसलिए हम लिख सकते हैं कि दो कॉस स्क्वायर एक्स एक प्लस कॉस टू एक्स के बराबर है और
इसलिए कॉस एक्स प्लस के बारे में अस्पष्टता के बराबर है और माइनस एक्स के मूल्य पर निर्भर करेगा अब आइए कोशिश करें और गणना करें x के लिए x के cos का मान सात दशमलव पाँच के बराबर है
इसलिए हम यहाँ इस समीकरण में x को सात दशमलव पाँच के बराबर रखते हैं लेकिन हम जानते हैं कि सात दशमलव पाँच डिग्री का

cos एक धनात्मक संख्या या धनात्मक वास्तविक संख्या है और
इसलिए हम जा रहे हैं केवल धनात्मक वर्गमूल लें,
इसलिए यह 7.
5 डिग्री के cos का मान है,
इसलिए दाईं ओर बहुत सरल है, हमें केवल कॉस 15 डिग्री का मान लेने की आवश्यकता है जिसे हमने पिछली स्लाइड में परिकलित किया था और इसे यहां और फिर स्थानापन्न करें कंप्यूटर प्रणालियों e इस व्यंजक का वर्गमूल cos x घटा y सूत्र का उपयोग करते हुए कई अन्य सरलीकरण किए जा सकते हैं उदाहरण के लिए हम यह देखने की कोशिश करेंगे कि x घटा pi बटा 2 का क्या cos है तो यह cos x cos y है
इसलिए यहां आपका y बराबर है पाई बटा दो नब्बे डिग्री प्लस पाप x साइन y हम जानते हैं कि पाई बटा दो शून्य है और पाई बटा दो एक के बराबर है और
इसलिए इस योग में यहां पहला पद शून्य होगा और केवल दूसरा पद होगा योगदान दें तो यह x की ज्या के बराबर है इसी तरह x का cos जमा pi बटा दो है
इसलिए अब हम x प्लस y के cos के लिए y के बराबर pi बटा दो के लिए सूत्र का उपयोग करेंगे जो कि cos x cos y घटा sin x sin y फिर से है यहाँ क्योंकि pi बटा दो का cos शून्य है, यह पहला पद शून्य के बराबर है और
इसलिए हमें जो मिलता है वह ऋणात्मक x है इसी तरह हम y जमा pi की ज्या के लिए दो और y घटा pi की ज्या के लिए व्यंजक की गणना कर सकते हैं, लेकिन आप होंगे शायद यह सोचकर कि हमने x जमा y की ज्या और x min .
के sin के व्यंजकों को शामिल नहीं किया है हमें y लेकिन इसके साथ कुछ ऐसा है जो हम अगली कुछ स्लाइड्स में करेंगे, लेकिन इसके बिना भी हम y प्लस pi की साइन को दो से गणना करने में सक्षम होना चाहिए यदि आप इस समीकरण पर वापस जाते हैं, जहां हमने लिखा था कि cos of एक्स माइनस पीआई बटा टू अब एक्स की साइन है अगर हम इस एक्स को यहां से बदलते हैं तो हम कहते हैं कि एक्स वास्तव में वाई प्लस पीआई बटा 2 के बराबर है तो हमें जो मिलता है वह वाई प्लस पीआई बटा 2 की साइन है जो कि इसके बराबर है एक्सप्रेशन लेकिन x के बराबर y प्लस pi बटा टू के साथ
इसलिए हम यहां इस प्रतिस्थापन का उपयोग कर रहे हैं
इसलिए y प्लस pi बटा टू का साइन
x के बजाय कॉस के बराबर है हम y प्लस pi को दो से और फिर माइनस pi को दो से यहां रखते हैं।
बस y का cos है इसी तरह हम यह पता लगा सकते हैं कि y माइनस pi बटा 2 का कौन सा चिन्ह है, क्या हम इस समीकरण पर वापस जाते हैं कि हमने अभी-अभी व्युत्पन्न किया था क्योंकि x प्लस pi बटा 2 माइनस sin x के बराबर है, तो यहाँ हम क्या करते हैं हम प्रतिस्थापन x के बराबर y घटा pi बटा 2 करने का प्रयास करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि साइन y घटा pi बटा 2 का ऋण eq है ual to cos now x के बजाय हमें y माइनस pi को 2 से लगाना है।

इसलिए हमें मिलता है कि यहाँ दो से एक प्लस pi है लेकिन यहाँ एक माइनस साइन है और चूंकि हमारे यहाँ माइनस साइन नहीं है,
इसलिए हमें एक लगाने की आवश्यकता है यहाँ पर माइनस साइन हो जाता है
इसलिए यह yy की माइनस कोसाइन के बराबर हो जाता है,
इसलिए ये चार सर्वसमिकाएँ बहुत उपयोगी हैं और हम देखेंगे कि जब हम
इस स्लाइड में बाद में कुछ उदाहरण समस्याएँ करते हैं तो अब हम
x के cos के लिए इस व्यंजक के समान व्युत्पन्न करने जा रहे हैं।
माइनस y बराबर cos x cos y plus sin x sin yi x माइनस y के लिए cos x cos y sine x और sine y के संदर्भ में एक व्यंजक प्राप्त करने जा रहा हूँ और उसके लिए हम पिछले पृष्ठ पर परिणाम का उपयोग करेंगे जहाँ हमने दिखाया था कि किसी भी कोण के लिए ज्या z z की ज्या बराबर होती है यदि आप तो x की ज्या x घटा pi बटा 2 की कोज्या के बराबर होती है।
तो z की ज्या z घटा से pi बटा z ऋण की 2 कोज्या होती है pi बटा 2.
और यहाँ हम इसे z के बराबर मानेंगे
इसलिए इस पहचान का उपयोग करने से हमें जो मिलता है वह z की ज्या है कॉस ऑफ़ z माइनस pi बटा 2 लेकिन z है x माइनस y तो यह z माइनस pi बटा टू की कोज्या है जिसे मैं x माइनस y प्लस pi बटा 2 के कोसाइन के रूप में लिख सकता हूँ
इसलिए अब यदि आप इस एक्सप्रेशन को यहाँ देखते हैं तो फॉर्म कॉस का है माइनस बी या कॉस ऑफ एक्स माइनस वाई जहां मैं इसे नए वाई के रूप में मानूंगा और फिर हम इस फॉर्मूले का उपयोग करते हैं,
इसलिए हम इसे कॉस एक्स कॉस एनयू वाई के बराबर पाते हैं,
इसलिए यह नया वाई है
इसलिए कॉस एक्स कॉस वाई cos x cos nu i और फिर प्लस साइन x गुना sine of nu y अब पिछली स्लाइड से हम जानते हैं कि y प्लस टू कॉस ऑफ़ y प्लस pi बटा टू कॉस ऑफ़ y प्लस pi बटा टू माइनस sin y है
इसलिए मैं बस हूँ इस x को यहाँ y से बदलने जा रहे हैं,
इसलिए यहाँ यह शब्द cos x बन जाता है और फिर एक ऋण चिह्न y प्लस साइन x होता है और फिर पिछली स्लाइड से हमने y प्लस pi की साइन को दो से समान किया था।
y के cos के रूप में
इसलिए इसका उपयोग करते हुए कि हमारे पास y जमा pi बटा 2 की ज्या है और यह अंतिम व्यंजक है जो कि x घटा y की ज्या

साइन x cos ym के बराबर है inus cos x sin y इस फॉर्मूले का उपयोग करके अब हम आसानी से x प्लस y की साइन के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकते हैं, हमें बस इस y को साइन x प्लस y के लिए माइनस y से बदलने की आवश्यकता है, हम इसे x माइनस माइनस y की साइन के रूप में लिखते हैं,

इसलिए यह माइनस y y की तरह है जो हमने पिछली स्लाइड से x माइनस y की साइन के लिए व्यंजक में दिया था, हम जानते हैं कि x माइनस y की साइन साइन x cos y माइनस cos x sine y है और

इसलिए यहाँ बस इस y को माइनस y से बदल दिया जाएगा।

एक्स प्लस वाई की साइन प्राप्त करें , माइनस वाई की साइन एक्स कॉस माइनस वाई माइनस कॉस एक्स साइन ऑफ माइनस वाई अब हम जानते हैं कि कोसाइन एक सम फंक्शन है और साइन एक ऑड फंक्शन है

इसलिए माइनस वाई की कोसाइन कॉस वाई है और माइनस वाई की साइन है माइनस साइन y इन दो तथ्यों का उपयोग करके हम आगे पाते हैं कि साइन एक्स प्लस वाई अंत में साइन एक्स कॉस वाई प्लस कॉस एक्स साइन वाई के बराबर है,

इसलिए अब हमने दो कोणों के योग और अंतर के संकेत के लिए व्यंजक भी प्राप्त किए हैं जो कि हम हैं पिछली कुछ स्लाइड्स में किया था और मैंने दो समानों को संक्षेप में प्रस्तुत किया है यदि हम इन दो समीकरणों को इस पद को यहाँ जोड़ दें तो यह पद रद्द हो जाएगा और इस पद का दोगुना प्राप्त होगा और

इसलिए दो गुना sin x cos y पाप x जमा y जोड़ के बराबर है x ऋण y एक में इसी तरह अगर हम साइन एक्स प्लस वाई माइनस साइन एक्स माइनस वाई की गणना करते हैं तो यह शब्द इन दो शर्तों को रद्द कर दिया जाएगा और दो बार कॉस एक्स साइन वाई मिलेगा

इसलिए दो कॉस एक्स साइन वाई बराबर पाप एक्स प्लस वाई माइनस साइन एक्स माइनस वाई होगा अब देखें कि कोण के दोहरे के चिह्न की गणना कैसे करें यदि हम इस कोण के चिह्न और कोसाइन को जानते हैं x बहुत सरल है तो हम sin x प्लस y के व्यंजक पर वापस जाते हैं और हम इस y को x से प्रतिस्थापित करते हैं ताकि हमें ज्या दो प्राप्त हो x , x प्लस x का ज्या है अब इस सूत्र में हमारे पास y बराबर x है, तो y यहाँ x के बराबर है और y यहाँ x के बराबर है,

इसलिए हमें sin x cos x प्लस cos x sin x मिलता है जो दो गुना sin x cos के बराबर है x पहले हमने देखा था कि किसी कोण के आधे भाग की कोज्या कैसे ज्ञात की जाती है

इसलिए हमने देखा कि कोज्या की गणना कैसे की जाती है पन्द्रह बटा दो डिग्री जब हम केवल पन्द्रह डिग्री के कोसाइन का मान जानते थे तो इसी तरह हम आपको दिखाएंगे कि किसी कोण x के आधे के चिह्न की गणना कैसे करें,

इसलिए हम इस सूत्र से शुरू करते हैं क्योंकि दो एक्स बराबर एक घटा दो साइन वर्ग x जिसे हम पिछली स्लाइडों में से एक पर पहले ही प्राप्त कर चुके हैं,

इसलिए यहाँ से जोड़तोड़ करने से हमें जो मिलता है वह है पाप वर्ग x एक ऋण दो x बटा दो है और

इसलिए पाप x बराबर है

एक ऋण का मूल घटा cos दो x दो से अधिक यहाँ फिर से प्लस और माइनस का चुनाव x के मान पर निर्भर करेगा , उदाहरण के लिए यदि हम इस सूत्र का उपयोग करके 7.

5 डिग्री की साइन का पता लगाते हैं तो हमें 7.

5 डिग्री की ज्या मिलती है जो अब हम जानते हैं कि ज्या के बराबर है 7.

5 डिग्री एक धनात्मक वास्तविक संख्या है और

इसलिए हम यहां केवल धनात्मक चिह्न लेते हैं,

इसलिए यह 1 माइनस कॉस के वर्गमूल के बराबर है 15 डिग्री 2 से अधिक और यह हम गणना कर सकते हैं क्योंकि हम पहले से ही 15 डिग्री के कोसाइन का मान जानते हैं यह जानो समीकरण है कि एक्स प्लस वाई प्लस कॉस ऑफ एक्स माइनस वाई दो कॉस एक्स कॉस वाई है, अब मान लीजिए कि एक्स वास्तव में दो अलग-अलग कोणों के योग के आधे के योग के बराबर है और y आधे के योग का आधा है इन दो समान कोणों ए और बी के अंतर के बारे में,

इसलिए यदि हम एक्स को प्लस बी के साथ दो और वाई के साथ एक माइनस बी के साथ दो से प्रतिस्थापित करते हैं तो हमें जो मिलता है वह यह है कि दो कॉस ए प्लस बी दो से कॉस ए माइनस बी बटा टू बराबर अब कॉस एक्स प्लस वाई है लेकिन एक्स प्लस वाई एक प्लस बी है जो दो से अधिक है और एक माइनस बी दो से अधिक है जो कि ए है

इसलिए हमें कॉस ए मिलता है और इसी तरह एक्स माइनस वाई बी है

इसलिए एक्स माइनस वाई का कॉस है बी तो यह सूत्र वास्तव में आपको दो कोसाइनों के योग को योग के दो कोसाइनों के योग में परिवर्तित करने का एक तरीका देता है और अंतर योग और अंतर के योग का आधा हिस्सा है,

इसलिए किसी भी कोण के लिए ए और बी कॉस ए प्लस कॉस बी जो कि योग है कोणों की कोज्या एक जोड़ d की दो गुना कोज्या है एक ऋणात्मक b की दो गुना कोज्या और इसी तरह अगर हम भी याद रखें हमने यह भी व्युत्पन्न किया था कि दो साइन x साइन y बराबर कॉस ऑफ़ x माइनस y माइनस कॉस ऑफ़ x प्लस y और फिर से वही प्रतिस्थापन यहाँ x के बराबर a प्लस b बटा टू और y बराबर माइनस b बटा टू के साथ कर रहे हैं हम क्या करेंगे अंत में यहां प्राप्त करना

एक प्लस बी की साइन में 2 है और एक माइनस बी की साइन में दो बराबर एक्स माइनस वाई बराबर बी है

इसलिए बी माइनस एक्स प्लस वाई की कोसाइन एक कोसाइन है ,

इसलिए यह सूत्र आपको फिर से देता है योग के आधे की ज्या के गुणनफल के रूप में दो कोणों की कोज्या के अंतर को व्यक्त करने का तरीका और उन दो कोणों के अंतर को इसी तरह हम जानते हैं कि x की ज्या प्लस y जमा x घटा y की ज्या दो sin x cos है y का और हम यहाँ फिर से वही प्रतिस्थापन करते हैं जिसमें x बराबर a जोड़ b बटा दो और y बराबर एक ऋण b बटा दो होता है, तो हमें जो मिलता है वह a जोड़ b का दो बटा दो गुना एक ऋण b बटा दो का कोज्या होता है बराबर x जोड़ y एक जोड़ की ज्या है

x घटा y, bx घटा है, y है, तो x घटा है, y , b का ज्या होगा, यह
ज्या के इन योगों को ज्या और कोज्या के गुणनफल में परिवर्तित करने के लिए एक और व्यंजक है, इसी तरह हम यह भी जानते हैं कि x की ज्या y घटा x की ज्या घटा y बराबर होती है क्योंकि x जमा y की ज्या ज्या x cos y जमा cos x sine y होती है।
जब हम इसे उस व्यंजक से प्रतिस्थापित करते हैं और x जमा x ऋण y की ज्या के लिए भी समान व्यंजक प्राप्त करते हैं तो हम इसे यहाँ लिख सकते हैं sine x plus y is sine x cos y plus cos x sine y और sine x ऋण y है साइन एक्स कॉस वाई माइनस कॉस एक्स पाप वाई
इसलिए यदि हम साइन एक्स माइनस वाई को पाप एक्स प्लस वाई से घटाते हैं तो हमें
2 गुना कॉस एक्स पाप वाई मिलता है,
इसलिए इस अभिव्यक्ति में यहां और फिर से हम एक्स को प्लस के साथ बदल सकते हैं b बटा दो और y माइनस b बटा टू के साथ और जो हम अंत में प्राप्त करेंगे वह है a प्लस b की दो गुना कोज्या माइनस b बटा दो बराबर साइन a की क्योंकि x जमा y b का माइनस साइन है तो यह आपको दो कोणों t .
के चिह्न के अंतर को परिवर्तित करने के तरीके के लिए एक व्यंजक देता है o फिर से साइन और कोसाइन का उत्पाद अब देखते हैं कि कोण के तीन गुना कोसाइन और साइन की गणना कैसे की जाती है
ताकि तीन x की कोज्या को दो x प्लस x की कोज्या के रूप में लिखा जा सके
लेकिन हम जानते हैं कि a प्लस b की कोज्या कोसाइन है a cos of b घटा sine a sine b अब इस फॉर्मूले का उपयोग करके दो x के बराबर है तो यह a इसे दो x और b के बराबर
x के रूप में चुनेगा हम तीन x की कोज्या प्राप्त करेंगे जैसे cos दो x गुना cos एक्स माइनस साइन दो एक्स गुना ज्या एक्स जो अब के बराबर है हम जानते हैं कि दो एक्स की कोज्या दो गुना कॉस स्क्वायर एक्स माइनस वन के बराबर है
इसलिए हम उस परिणाम का उपयोग करते हैं जो हमने पहले के समय कोस एक्स माइनस प्राप्त किया था और हमने भी प्राप्त किया था दो x की ज्या दो गुना ज्या x cos x है,
इसलिए हम पाप के लिए उपयोग करने जा रहे हैं वर्ग x लेकिन ज्या वर्ग x और कुछ नहीं बल्कि एक घटा क्योंकि वर्ग x है तो अंत में हमें दो मिलते हैं कॉस क्यूब एक्स माइनस कॉस एक्स माइनस टू कॉस एक्स प्लस टू कॉस क्यूब एक्स जो कि 2 कॉस क्यूब एक्स यहां और 2 के बराबर है ताकि 4 कॉस क्यूब एक्स माइनस 3 कॉस एक्स हो जाए तो यह कोसाइन है
इसलिए यह फॉर्मूला आपकी मदद करता है
इसलिए यदि आप x की कोज्या का मान जानते हैं तो आप बहुत आसानी से तीन गुना x की कोज्या के मान की गणना कर सकते हैं इसी तरह अब हम एक और व्यंजक प्राप्त करते हैं जो x की ज्या के पदों में तीन गुणा x ज्या की गणना करता है,
इसलिए पुन: ज्या तीन एक्स में से हम ए प्लस बी के बराबर साइन ए कॉस बी प्लस कॉस ए पाप बी के सूत्र का उपयोग करने जा रहे हैं और हम उपयोग करने जा रहे हैं हम एक्स के रूप में दो एक्स और बी को एक्स के रूप में रखने जा रहे हैं ताकि जब वे जुड़ जाएं हमें तीन x की ज्या प्राप्त होती है,
इसलिए हमें तीन x की ज्या प्राप्त होती है , a की ज्या के बराबर होती है, लेकिन a की ज्या दो की x गुणा होती है, लेकिन b की x की ज्या होती है,
इसलिए x की घातांक और x की ज्या की x की दो गुणा की ज्या होती है।
पता है कि दो x की ज्या दो ज्या x cos x है और दो x की कोज्या एक घटा दो पाप वर्ग x है,
इसलिए हम इन दो का उपयोग करने जा रहे हैं o यहां अभिव्यक्ति है तो यह पाप दो x के लिए अभिव्यक्ति है
इसलिए हम गुणा करने जा रहे हैं कि कॉस एक्स प्लस कॉस टू एक्स एक माइनस दो पाप वर्ग एक्स है
इसलिए दो साइन एक्स गुणा कॉस स्क्वायर एक्स लेकिन कॉस स्क्वायर एक्स एक घटा पाप वर्ग है x और जब हम इस अभिव्यक्ति को खोल सकते हैं तो यह sin x घटा दो sin घन x हो जाता है, जिसे यदि आप और सरल करते हैं तो यह x के तीन साइन x घटा चार साइन q के बराबर होगा,
इसलिए यह आपका तीन x का संकेत है, फिर से आप देख सकते हैं कि हम कर सकते हैं यदि आप x की साइन का मान जानते हैं तो आप 3x की साइन का मान पा सकते हैं और निश्चित रूप से आप इसके विपरीत भी कर सकते हैं क्योंकि यह वास्तव में है यदि आप देखते हैं कि यह हिस्सा साइन एक्स के संदर्भ में घन है तो यदि आप तीन x की ज्या का मान जानते हैं, तो आप एक घन समीकरण की जड़ों को हल करके x का चिह्न प्राप्त कर सकते हैं , इस व्याख्यान के अधिकांश भाग की हम बात कर रहे हैं और पिछले व्याख्यान में भी हम साइन और कोसाइन के बारे में बात कर रहे हैं और इसके लिए व्यंजक दे रहे हैं।
x की ज्या y x की ज्या घटा x प्लू की y cos sy cos of x माइनस y और फिर दो x sine of तीन x cos का दो x cos का तीन x लेकिन फिर हम x के स्पर्शरेखा नामक इस अन्य फ़ंक्शन को पेश करने जा रहे हैं जैसा कि आप पहले से ही अपने त्रिकोणमितीय अनुपात से जानते होंगे लेकिन हम इसे यहां और अधिक औपचारिक रूप से पेश करें अब हम फिर से इकाई त्रिज्या के एक इकाई सर्कल पर विचार करते हैं जिसका केंद्र इस बिंदु ओ पर है और यह क्षैतिज अक्ष एक्स अक्ष है ऊर्ध्वाधर अक्ष वाई अक्ष है और मान लीजिए कि हमारे पास यह बिंदु पी है
यहां सर्कल पर और जिनके निर्देशांक हैं एक्स निर्देशांक ए है और वाई समन्वय बी है
इसलिए यह एक है और यह बी है और
इसलिए रोटेशन के कोण के स्पर्शक हैं क्योंकि यदि आप देखते हैं कि यह सेशन त्रिज्या शुरू में यहां है शुरुआत में तो इस तरह किरण हमारे पास शुरू में एक किरण ओब है और बी के लिए इस बिंदु पी तक पहुंचने के लिए हमें इस केंद्र के चारों ओर एक्स के कोण से इस किरण को घुमाना होगा,
इसलिए रोटेशन की मात्रा एक्स है और

इसलिए अब यह स्पर्शरेखा है यदि आप इसे सही से देख रहे हैं त्रिभुज को यहाँ देखें क्योंकि यह एक लंबवत है
इसलिए यदि आप यहाँ समकोण त्रिभुज को देखते हैं तो इस कोण की स्पर्शरेखा
विपरीत भुजा की लंबाई के विपरीत के मान के बराबर होती है
इसलिए इस कोण की विपरीत भुजा x वह भुजा है जिसकी लंबाई है बी के बराबर बी तो बी आसन्न पक्ष की लंबाई पर
इसलिए इस कोण के लिए आसन्न पक्ष यह पक्ष है ओ जिसकी लंबाई इतनी तन है एक्स बी बटा ए है और यदि आप
शायद व्याख्यान एक या हां व्याख्यान एक में आगे देखने की कोशिश करते हैं हमने x की ज्या को विपरीत भुजा की लंबाई को कर्ण की लंबाई से विभाजित करने के रूप में परिभाषित किया था, लेकिन चूंकि यह एक इकाई वृत्त है, यह कर्ण वास्तव में इकाई लंबाई का एक त्रिज्या है और
इसलिए साइन x बस y निर्देशांक के बराबर था इस बिंदु का p और x का कोज्या इस समकोण त्रिभुज की आसन्न भुजा की लंबाई के बराबर था जो कि इस बिंदु p के x निर्देशांक के अलावा और कुछ नहीं है जो कि a है और तब हमें तुरंत पता चला कि b बटा a नहीं है बात है लेकिन साइन एक्स को एक्स के कोसाइन से विभाजित किया गया है और
इसलिए हमें यह संबंध मिलता है कि किसी भी कोण एक्स के लिए एक्स के स्पर्शरेखा एक्स के कोसाइन पर साइन एक्स के बराबर है आइए अब हम वाई अक्ष बनाम एक्स पर टैन एक्स के ग्राफ को प्लॉट करने का प्रयास करें यहां क्षैतिज अक्ष पर और हमारे लिए ऐसा करने के लिए हम फिर से इस इकाई सर्कल की मदद लेंगे, जिसका केंद्र o है, तो मान लें कि हम रोटेशन के कोण से शुरू करते हैं x शून्य डिग्री के बराबर है
इसलिए हम यहां कहीं शून्य पर हैं डिग्री
इसलिए जब x 0 डिग्री पर होता है तो हम वास्तव में इस बिंदु पर कहीं होते हैं क्योंकि कोई रोटेशन नहीं होता है
इसलिए यह ऑप वास्तव में यहां खत्म हो जाता है और इस बिंदु का समन्वय एक अल्पविराम शून्य है और
इसलिए चूंकि तन x अनुपात के बराबर है y का निर्देशांक इस बिंदु के y निर्देशांक की लंबाई से x निर्देशांक के मान तक है,
इसलिए जब x 0 के बराबर है तो हम यहां हैं और फिर यदि आप देखते हैं कि यह अनुपात केवल 0 के बराबर है क्योंकि इस बिंदु पर y निर्देशांक शून्य है
इसलिए x बराबर t .
पर o x का ज़ीरो टैन शून्य है
इसलिए यह वह जगह है जहाँ हम ग्राफ़ पर x के बराबर शून्य पर हैं और फिर जैसे-जैसे हम x बढ़ाते हैं तो हमारा मतलब यह है कि यह किरण हम वामावर्त दिशा में घूमने की कोशिश करते हैं ताकि यह जा रहा हो x के मान में वृद्धि करें,
इसलिए जब हम x का मान बढ़ाते हैं तो जो होना शुरू होता है वह यह है कि y निर्देशांक जो शुरू में 0 था, सकारात्मक मान लेना शुरू कर देगा उदाहरण के लिए x के बराबर 45 डिग्री पर हमारे पास एक समद्विबाहु त्रिभुज है।
जिसके लिए y निर्देशांक और x निर्देशांक दोनों बराबर सही होंगे और
इसलिए जब x 45 डिग्री के बराबर है, तो x का तन एक के बराबर होगा क्योंकि दोनों निर्देशांक एक बटा रूट दो हैं
इसलिए वह बिंदु यहां कहीं है तो जब x बराबर चार से पीआई करने के लिए मान लें कि यह एक है
इसलिए टैन एक्स का मान शून्य से बढ़कर एक हो जाएगा और फिर जब एक्स आगे बढ़ता है तो क्या होता है कि उदाहरण के लिए मान जब किरण आगे घूमती है में वह वामावर्त दिशा में है और मान लीजिए कि किरण अब यहाँ खत्म हो गई है,
इसलिए अब कोण हमारे कहने से अधिक है तो मान लीजिए कि अगर यह पैंतालीस डिग्री था तो कोण अब पैंतालीस डिग्री से अधिक है,
इसलिए शायद हम कहीं दो से पीआई के करीब हैं आप जाते हैं क्योंकि कोण दो से pi के करीब जाता है क्या होता है कि बिंदु का x निर्देशांक कम होना शुरू हो जाता है और यह शून्य के बहुत करीब हो जाता है
इसलिए अनिवार्य रूप से a शून्य हो जाता है
इसलिए a शून्य पर जाता है लेकिन y निर्देशांक अभी भी है एक के करीब तो यह लगभग एक होगा क्योंकि आप दो से पीआई के करीब जाते हैं, क्योंकि यह सीमित होगा लेकिन यह इस कोण x के स्पर्शरेखा को शून्य पर जाएगा क्योंकि x पास जाता है और पीआई के करीब दो से जाना शुरू हो जाएगा अनंत क्योंकि एक शून्य से तो यह इस तरह से जाएगा
इसलिए यह अनंत तक जाएगा और इसी तरह हम इसे आकर्षित कर सकते हैं आह नकारात्मक पक्ष के लिए एक ही चीज़ खींच सकते हैं
इसलिए यदि आप यहां से शुरू करते हैं और यदि आप दक्षिणावर्त दिशा में जाते हैं तो अब हम कम हो गए हैं जैसे हम जानते हैं दक्षिणावर्त दिशा में जाने से आपको इस रोटेशन कोण के नकारात्मक मान मिलेंगे ,
इसलिए ऐसा है उदाहरण के लिए जब हम यहां हैं तो यह कोण हमें माइनस पैंतालीस कहता है ताकि इस ग्राफ पर x के बराबर माइनस pi बटा फोर से मेल खाती हो लेकिन जब हम इस तरफ होते हैं तो किसी भी बिंदु का x निर्देशांक मान लें कि इस चौथे चतुर्थांश में x निर्देशांक अभी भी x निर्देशांक है, फिर भी सकारात्मक रहेगा लेकिन y निर्देशांक ऋणात्मक होने वाला है और
इसलिए इस चतुर्थांश में यहाँ का मान x की स्पर्शरेखा ऋणात्मक होगी और यदि आप उदाहरण के लिए इसे आजमाते हैं यदि यह कोण 45 डिग्री है तो हम जो देखेंगे वह यह है कि माइनस 45 का टैन माइनस 1 के बराबर होगा क्योंकि यदि आप इस बिंदु q को यहां देखते हैं तो इसके निर्देशांक बिंदु x निर्देशांक होगा रूट 2 से 1 होगा लेकिन y निर्देशांक शून्य से 1 रूट 2 से होगा क्योंकि यह चौथे चतुर्थांश में शून्य से 1 रूट 2 पर है।

इसलिए जब आप माइनस 1 के अनुपात को रूट 2 से विभाजित करते हैं एक से जड़ दो आपको माइनस वन मिलता है जो कि हम कहते हैं कि यहां कहीं यह माइनस वन है तो कहीं और फिर इसी तरह जब हम माइनस पीआई से चार और क्लॉकवाइज माइनस पीआई बाय 2 की ओर फिर से जाते हैं तो क्या होता है कि एक्स कोऑर्डिनेट 0 पर जाता है लेकिन चूंकि y निर्देशांक का मान ऋणात्मक है, यह अनुपात इस तरह से माइनस इनफिनिटी में जाएगा और इसी तरह से इस पूरे ग्राफ को

pi से आगे दो बार घुमाते हुए भरा जा सकता है, इस ग्राफ को साइन x की तुलना में पूरा किया जा सकता है और cos xc sin x और cos x बाउंडेड फंक्शन थे , मेरा मतलब बंधुआ से है कि किसी भी x के लिए sin x का मान हमेशा माइनस वन और प्लस वन के बीच था और कॉस x का मान भी माइनस वन और प्लस वन के बीच था लेकिन वह एक्स के स्पर्शरेखा के साथ ऐसा नहीं है , मूल्य वास्तव में अनिवार्य रूप से एक्स कोण एक्स के लिए असीमित हो सकता है जब यह वास्तव में पीआई के विषम गुणकों के बराबर 2 के बराबर होता है क्योंकि यदि आप देखते हैं तो यह कुछ भी नहीं है लेकिन टैन एक्स कुछ भी नहीं है लेकिन साइन एक्स द्वारा की कोज्या x तो यह बहुत स्पष्ट है कि x का तन उन सभी x के लिए असीमित होगा, जिसके लिए x की कोज्या शून्य हो जाती है और हम जानते हैं कि x की कोज्या शून्य पर तभी जाती है जब x , pi का दो से एक विषम गुणज हो,

इसलिए जब भी x दो टैन x द्वारा पाई का एक विषम गुणज है, यह अनबाउंड होगा यह माइनस इनफिनिटी या प्लस इनफिनिटी होगा,

इसलिए जैसे हमारे पास माइनस एक्स की एएच कंप्यूटेड साइन और माइनस एक्स की कॉस थी, हम माइनस एक्स के समय की गणना भी कर सकते हैं लेकिन एक्स के टैन के बाद से साइन एक्स बटा कॉस है माइनस एक्स का टैन माइनस एक्स की साइन के बराबर होगा जो माइनस xi के कोसाइन से विभाजित होगा, इसका मतलब है कि हम इसे किसी अन्य वेरिएबल y के रूप में मान सकते हैं और फिर y का टैन y की साइन है जिसे कॉस से विभाजित किया गया है।

y लेकिन हम जानते हैं कि माइनस x की साइन है, क्योंकि साइन एक विषम फलन है, यह माइनस sin x के बराबर है और माइनस x की कोज्या है, क्योंकि cos एक सम फंक्शन है, यह x के कोसाइन के बराबर है, लेकिन फिर sin x बटा cos x है x का टैन तो यह x के माइनस टैन के बराबर है

इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि x का टैन वास्तव में एक विषम फलन है क्योंकि t माइनस एक्स में से एक टैन एक्स का माइनस है हम एक्स प्लस पीआई की साइन को फिर से पा सकते हैं क्योंकि वाई का टैन साइन वाई बाय कॉस वाई है

इसलिए यह एक्स प्लस पीआई के कॉस बाय एक्स प्लस पीआई की साइन है जो अब एक्स प्लस की साइन है।

pi के बराबर है और आप फिर से x जमा y की ज्या के लिए इस सूत्र का उपयोग कर सकते हैं,

इसलिए यह sine x गुणा cos y जोड़ cos x साइन y में होगा,

इसलिए यह x जमा pi की ज्या है जो x जमा y के cos से विभाजित है, cos x है cos y घटा sin x sine y अब हम जानते हैं कि pi की ज्या शून्य है

इसलिए यह पद शून्य हो जाएगा और यहां भी यह पद शून्य हो जाएगा क्योंकि pi की ज्या है तो जो बचा है वह है sine x cos pi cos x cos से विभाजित पीआई जो साइन एक्स बटा कॉस एक्स के बराबर है जो एक्स के टैन के बराबर है तो हम जो देखते हैं वह वास्तव में पीआई के साथ आवधिक है क्योंकि किसी भी कोण के लिए एक्स प्लस पीआई के स्पर्शरेखा एक्स के स्पर्शरेखा के बराबर है और इसी तरह हम यह भी दिखा सकता है कि x घटा pi की स्पर्श रेखा x की स्पर्श रेखा के बराबर होगी, तो आइए देखें कि pi बटा 2 घटा x की स्पर्शरेखा का क्या tan है क्योंकि हमारे पास सिम था pi की ज्या के लिए 2 घटा x और cos की pi बटा 2 घटा x के लिए ilar सूत्र अब यदि हम इसे y मानते हैं तो y का tan sin y बटा cos y है

इसलिए यह pi की ज्या 2 घटा x अप cos of pi है दो माइनस x द्वारा लेकिन पिछली स्लाइड्स से हमने दिखाया था कि pi की साइन साइन बटा टू माइनस x बराबर है cos of x और cos of pi बटा टू माइनस x बराबर sine of x

इसलिए टैन ऑफ़ पाई बटा टू माइनस x जैसा है वास्तव
में x के tan के व्युत्क्रम के बराबर होता है जिसे आमतौर पर कहा जाता है जो वास्तव में एक नया कार्य है जिसे हम यहां परिभाषित कर रहे हैं, इसे वास्तव में cotangent cotangent कहा जाता है,

इसलिए इसे सह स्पर्शरेखा के रूप में लिखा जाता है लेकिन हम इसे संक्षेप में cot के रूप में लिखते हैं

इसलिए यह x का cot है।

पाई का टैन बटा टू माइनस x, x के टैन का विलोम है जिसे x की खाट के रूप में भी लिखा जाता है और यहाँ इस कक्षा में आज तीसरे व्याख्यान में हमने x जमा y के cos और x घटा y के cos के व्यंजकों के साथ शुरुआत की और हमने cos दो x cos तीन x sin दो x sin तीन x और हम के लिए कई अलग-अलग सूत्र निकाले हैं आह स्पर्शरेखा आह फ़ंक्शन पर भी चर्चा की, हम इसे एक त्रिकोणमितीय फ़ंक्शन के रूप में औपचारिक रूप देते हैं और हमने
टैन ऑफ़ पाई बाय टू माइनस एक्स के लिए कुछ सरल अभिव्यक्तियों के साथ शुरुआत की, उदाहरण के लिए यहां हम दिखाते हैं कि यह एक बटा टैन एक्स के बराबर है जिसे हमने आकर्षित किया है टैन एक्स के लिए ग्राफ और हमने देखा कि टैन ए टैंगेंट फ़ंक्शन आवधिक है और अगली कक्षा में हम इस कॉटेंजेंट फ़ंक्शन के डोमेन और रेंज को परिभाषित करने जा रहे हैं और फिर हम टेंगेंट फ़ंक्शन पर वापस आने जा रहे हैं और जैसे हमने साइन और कोसाइन के लिए क्या किया हम यह देखने जा रहे हैं कि क्या हम इस योग के लिए और योग के तन के लिए और कोणों के अंतर के लिए सूत्र प्राप्त कर सकते हैं,

इसलिए हम यह देखने जा रहे हैं कि क्या हम टैन के संदर्भ में x प्लस y का टैन लिख सकते हैं एक्स और टैन वाई और इसी तरह टैन एक्स माइनस वाई के लिए और एक्स के टैन के संदर्भ में 2 एक्स के टैन और 3 एक्स के टैन के लिए भी अभिव्यक्ति

धन्यवाद