त्रिकोणमितीय फंक्शन्सवरील या दुसऱ्या व्याख्यानात स्वागत आहे पहिल्या लेक्चरमध्ये आम्ही त्रिकोणमितीय फंक्शन्सची पार्श्वभूमी मांडली होती जी तुम्ही दहावीत शिकली होती आम्ही दोन त्रिकोणमितीय फंक्शन्स सायन आणि कोसाइन x ची ओळख करून दिली होती आणि आम्ही त्याच्या काही गुणधर्मांवर चर्चा सुरू केली होती.
म्हणून आपण या व्याख्यानात ते पुढे चालू ठेवू
त्यामुळे आपण पुढील प्रश्नाचे उत्तर देऊ इच्छितो की
x बरोबर x ची कोसाइन म्हणजे शून्य कशासाठी आहे, जर आपल्याला आठवत असेल की आपल्याकडे एक एकक वर्तुळ आहे ज्याचे केंद्र o होते आणि आपण हा बिंदू p वर विचार करू.
एकक वर्तुळ ज्यामध्ये a आणि b समन्वय असतात
त्यामुळे या रेषाखंडाची लांबी oa आहे
त्यामुळे हा बिंदू a येथे a आहे आणि हा b लांबीचा आहे आणि आपल्याला माहित आहे की या रोटेशनच्या कोनाचा cos रोटेशनच्या कोनाचा cos आहे म्हणून आपण x चा कोन शोधण्याचा प्रयत्न करत आहोत कारण x चा cos शून्य असतो कारण x चा cos हा त्या बिंदूच्या x समन्वयाच्या बरोबरीचा असतो तर
आपण r चे कोन शोधत आहोत.
ओटेशन ज्यासाठी परिभ्रमणानंतर अंतिम बिंदूचा x समन्वय शून्य असतो म्हणून या वर्तुळावर दोन बिंदू आहेत ज्यासाठी x समन्वय शून्याच्या बरोबरीचा आहे म्हणून येथे एक हा बिंदू आहे म्हणून हा x अक्ष आहे आणि हा आहे y अक्ष म्हणून या बिंदूवर x समन्वय शून्य आहे आणि नंतर दुसरा बिंदू हा बिंदू आहे जो शून्य वजा एक आहे म्हणून हे दोन बिंदू आहेत जेथे x समन्वय शून्य आहे आता हा बिंदू येथे रोटेशनच्या कोनाशी संबंधित आहे म्हणून आपण प्रारंभ करू तर आपण येथे या किरणाने सुरुवात करतो मग आपण हा किरण येथे पोहोचतो तो येथे पोहोचतो जर आपण एका चतुर्थांश क्रांतीच्या 90 अंशांनी किंवा पाई ने 2 रेडियनने फिरवले तर एक उपाय असा आहे की x दोन रेडियनने पाई आहे आणि दुसरा उपाय म्हणजे जेव्हा तुम्ही या बिंदूवर पोहोचता तेव्हा हा बिंदू
एका क्रांतीच्या तीन चतुर्थांशांशी संबंधित असतो आणि क्रांतीचा तीन चतुर्थांश भाग 3 pi बाय 2 रेडियन असतो म्हणून तो दुसरा उपाय आहे आणि आपण x चे साइन आणि कोसाइन दोन्ही त्यांच्या v ची पुनरावृत्ती पाहिली आहे.
दोन pi च्या प्रत्येक पूर्णांक गुणाकारानंतर alues
त्यामुळे x ची cos x च्या cos प्रमाणे x अधिक k गुणिले दोन pi च्या cos सारखीच असते म्हणून cos x शून्य बरोबर या समीकरणाचे समाधान x समान असते तेव्हा
n ते n अधिक अर्धा गुणा पाई जेथे n पूर्णांक आहे अशा काही कोनांचे साइन आणि कोसाइन शोधण्याचा प्रयत्न करूया जे आपल्याला अनेकदा आढळतात आपण या काटकोन त्रिकोणावर abc येथे लक्ष केंद्रित करू या जेथे हा कोन 90 अंश आहे आणि हा कोन थीटा आहे अर्थात हा तिसरा कोन पाई बाय दोन वजा थीटा आहे तर आपण इथे काय पाहणार आहोत की थीटाचा cos हा खंडाच्या ab च्या लांबीच्या ac प्रमाणे आहे आणि pi चा sine by 2 उणे थीटा आहे आता आपण पाहण्याचा प्रयत्न करत आहोत.
दुसऱ्या कोनात हा कोन पाई बाय 2 वजा थीटा आहे आता एका कोनाच्या साइनच्या व्याख्येतील चिन्ह या कोनाच्या विरुद्धच्या कोनाच्या बरोबर असेल म्हणून या कोनाच्या विरुद्ध बाजूने भागाकार केला आहे कर्ण जे ac आहे
त्यामुळे आपण येथे काय पाहतो ही दोन गुणोत्तरे सारखीच आहेत आणि म्हणून थीटाचा cos पाई च्या sine बाय दोन उणे थीटा इतका आहे, म्हणून जर तुम्हाला कोणत्याही कोनाची साइन माहित असेल तर तुम्हाला प्रत्येक कोनाचे चिन्ह माहित असल्यास तुम्ही हे देखील ओळखू शकता.
प्रत्येक कोनाचे हे कोसाइन जाणून घ्या
त्यामुळे मूलत: ते एक आणि समान आहेत आणि हा त्यांच्यातील संबंध चांगला आहे, चला आपण कॉस शोधण्याचा प्रयत्न करूया आणि काही सामान्यतः काही कोनांसाठी चिन्हांकित करूया जे आपल्याला सामान्यतः आढळतात
त्यामुळे आपण याचा विचार करूया.

समद्विभुज काटकोन त्रिकोण abc जेथे हे ९० अंश आहे आणि हा समद्विभुज काटकोन त्रिकोण आहे म्हणून ab समान bc एक एकक आहे आणि समद्विभुज असल्यामुळे ही बाजू आहे आणि ही बाजू समान लांबीची आहे हा कोन आणि हा कोन सुद्धा समान असेल आणि म्हणून ते दोन्ही प्रत्येकी ४५ अंश असतील जे दोन्ही पाई द्वारे ४ रेडियन असतील आणि पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार या कर्णाची लांबी ab चे वर्गमूळ असेल.
चौरस अधिक बीसी वर्ग जो दोन एककांच्या वर्गमूळाच्या बरोबरीचा आहे
आणि म्हणून या कोन pi चा cos चार ने
भागाकार कर्णाने भागिले समीप असेल जे एक भागिले दोनचे वर्गमूळ असेल आणि त्याच रीतीने pi चा sine 4 ने भागेल कर्णाने विरुद्ध भागाकार समान असेल जो सुद्धा समान असेल म्हणून जेव्हा कोन पाई बरोबर 4 किंवा 45 अंश असेल तेव्हा त्या कोनाचे कोसाइन आणि साइन दोन्ही एक आणि समान असतात आणि ते दोन लेट्सच्या वर्गमूळावर एक समान असतात.
आपण आणखी एक लहान उदाहरण घेऊ जिथे आपल्याला pi चा सायन आणि कोसाइन
6 रेडियनने शोधायचे आहे जे 30 अंश आहे म्हणून आपल्याकडे एक त्रिकोण काटकोन त्रिकोण आहे abc जेथे हा कोन 6 रेडियन किंवा 30 अंशाने pi आहे आणि आम्हाला आवडेल साइन आणि कोसाइन शोधण्यासाठी आपण ही रेषा cb या सरळ रेषा cb प्रमाणे वाढवू या आणि येथे दुसरा कोन बनवू या जो उणे पाई सह सह असेल तर आपण येथे हा दुसरा किरण अशा प्रकारे तयार करूया की हा कोन किती आहे हा कोन देखील पाई सह सह आहे ठीक आहे आता हा किरण आणि ही सरळ रेषा या बिंदूला छेदणार आहेत याला आपण d म्हणू आणि आता आपण या त्रिकोणाच्या acd वर लक्ष केंद्रित करूया पण त्याआधी आपण जे पाहतो ते म्हणजे आपण फक्त ah पाहिल्यास या दोन त्रिकोणांवर abc हा त्रिकोणांपैकी एक आहे आणि दुसरा त्रिकोण adb आहे

 त्यामुळे हा त्रिकोण आणि आपल्या लक्षात येते की हे दोन्ही त्रिकोण एकरूप आहेत कारण त्यांची एक समान बाजू ab आहे आणि हा कोन 90 आहे आणि ही रेषा cd ही सरळ रेषा आहे.
कोन देखील 90 आहे आणि नंतर अर्थातच बांधकामानुसार हा आणि हा कोन हा कोन आणि हा कोन देखील समान आहेत आणि म्हणून त्रिकोण abc आणि त्रिकोण abd
त्यामुळे त्रिकोण abc आणि त्रिकोण abd
एकरूप किंवा तंतोतंत समान आहेत आणि म्हणून बाजूंच्या लांबी देखील आहेत समान म्हणजे समजा हा ac एका युनिटच्या बरोबरीचा असेल तर जाहिरात देखील एक एकक आहे कारण हे दोन त्रिकोण एकरूप आहेत पुढे आपण मोठ्या त्रिकोण adc वर लक्ष केंद्रित करूया म्हणून मी आता मी आहे या त्रिकोणाविषयी बोलतांना आपण पाहतो की या दोन त्रिकोणांच्या एकरूपतेने हा कोन आणि हा कोन समान असावा म्हणून जर या कोनाचे माप थिटा असेल तर हा कोन देखील थीटा असेल आणि येथे हा एकूण कोन pi आहे.
तीन किंवा साठ अंशांनी तर आता आपण हे पाहतो की आपण हा त्रिकोण adc पाहिल्यास त्याचा समद्विभुज त्रिकोण सुरू होईल कारण हा कोन आणि हा कोन समान आहेत आणि म्हणून त्रिकोणाच्या सर्व अंतर्गत कोनांची बेरीज 180 अंश आहे हे 60 अंश जे pi बाय 3 अधिक थीटा अधिक थीटा आहे
त्यामुळे pi बाय 3 अधिक थीटा अधिक थीटा हे pi रेडियन असणे आवश्यक आहे आणि ज्याचा अर्थ असा होतो की थीटा समान पाई बाय तीन रेडियन आहे
त्यामुळे ही थीटा देखील pi बाय तीन आहे हा कोन देखील आहे pi बाय तीन आणि हे अर्थातच pi बाय तीन आहे म्हणून हा त्रिकोण adc समभुज त्रिकोण आहे तो समभुज त्रिकोण आहे कारण तिन्ही कोन पाई बरोबर 3 रेडियन किंवा 60 अंश आहेत आणि म्हणून या रेषाखंडाची cd ची लांबी देखील इतर दोन बाजूंच्या इतर लांबीच्या समान असेल जी एक एकक आहे
त्यामुळे ही cd सुद्धा एक एकक लांबीची आहे
त्यामुळे आता आपल्याकडे जे आहे ते म्हणजे cd ची लांबी पुढे एक एकक आहे कारण abc आणि abd हे दोन त्रिकोण bc आणि bd या दोन बाजूंची लांबी एकरूप आहेत
त्यामुळे ही लांबी आणि ही लांबी समान असणे आवश्यक आहे म्हणून जर संपूर्ण लांबी cd एक एकक असेल तर ही लांबी अर्धा एकक असणे आवश्यक आहे.
अर्धा एकक असणे आवश्यक आहे आणि म्हणून आता आपण असे म्हणू शकतो की या कोनाच्या pi चा कोसाइन सह सह क्षमस्व या कोनाचे हे चिन्ह म्हणून या कोनाच्या पायची सायन बाय सहा समान आहे म्हणून पाई बाय 6 ची साइन बरोबर असेल या कोनाचा तर आपण या त्रिकोणावर लक्ष केंद्रित करूया abc ज्याचे कर्ण एक एकक लांबीचे आहे आणि cb अर्ध्या एककाच्या बरोबरीचे आहे आणि म्हणून pi चा साइन सहा बाय सहा हा कर्णाच्या विरुद्ध असेल जो अर्धा भाग एकाने अर्धा असेल तर या साध्या रचनेद्वारे ction आम्ही दाखवले की pi ची sine by six हा अर्धा असतो आणि त्याचप्रमाणे कारण मागील वर्गात आम्ही दाखवले होते की sine स्क्वेअर x अधिक cos स्क्वेअर x हा एक आहे
त्यामुळे तो संबंध वापरून तुम्ही दाखवू शकता की pi चा cos by six असेल.
समान बरोबर तीन बाय दोन असा आणखी एक प्रश्न मनात येईल तो म्हणजे x ची साइन आणि वजा x ची साइन आणि त्याचप्रमाणे x ची xn cos वजा x च्या cos यांच्यात काही संबंध आहे का म्हणून आपण येथे पुन्हा o केंद्रस्थानी एकक वर्तुळ काढले आहे.
हा x अक्ष आहे हा हा x अक्ष आहे हा y अक्ष आहे आणि आपल्याकडे p येथे एक बिंदू आहे ज्याचे x आणि y निर्देशांक अनुक्रमे e आणि b आहेत आणि रोटेशनचा हा कोन x आहे म्हणून मी यावरून लंब सोडल्यास
या बिंदूवर x अक्षावर p बिंदू a नंतर ही लांबी oa a च्या बरोबरीची असेल तर ही oa a च्या बरोबरीची असेल आणि ही लांबी येथे b च्या बरोबर असेल आता आपण फिरू या कारण आपल्याला या कोनात उणे x मध्ये स्वारस्य आहे मग आपल्याला उणे x मिळवण्यासाठी r आवश्यक आहे या विशिष्ट त्रिज्याला घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने
आपण या कोन x साठी जेवढे रोटेशन केले त्याच प्रमाणात ओटेट करा म्हणजे जेव्हा तुम्ही तो त्याच प्रमाणात फिरवता तेव्हा हा कोन उणे x असेल आणि जेव्हा आपण घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने फिरतो तेव्हा येथून प्रारंभ होतो इथून इकडे जाताना जितके परिभ्रमण केले तितकेच आपण असे म्हणू की आपण उणे x चे चिन्ह शोधण्यासाठी q बिंदूवर पोहोचतो वजा x चे वजा x sin चे चिन्ह शोधूया
त्यामुळे याचा समन्वय समजा समान असेल
बिंदू q हा c आणि d नंतर वजा x चा sine आहे
त्यामुळे x ची sine b च्या बरोबरी आहे म्हणजे आपल्याला आधीच माहित आहे की वजा x ची sine समान असेल म्हणून हे विरुद्ध आहे म्हणजे ah या बिंदूचा y समन्वय आहे q जो आहे d ला कर्णाच्या लांबीने भागले जे एक समान आहे
त्यामुळे वजा s चा साइन d च्या बरोबरीचा आहे म्हणून मूलतः आपण या d आणि b मध्ये काही संबंध आहे का ते पाहणे आवश्यक आहे
आता आपण हा ah त्रिकोण पाहू या म्हणजे हा बिंदू a आहे जर आपण येथे हे दोन त्रिकोण पाहिले तर तर एक त्रिकोण ओअब आहे म्हणजे हा त्रिकोण इथे आहे आणि दुसरा त्रिकोण ओक आहे मग आपण जे पाहतो ते क्षमस्व आहे म्हणून या दोन त्रिकोणांमध्ये ते एकरूप आहेत कारण म्हणून त्रिकोण ओप प्रयत्न आहे त्रिकोण ओकशी एकरूप आहे आणि त्याचे कारण आहे अर्थात ही बाजू o या दोघांमध्ये सामाईक आहे या त्रिकोणाच्या ओपची बाजू
ओक त्रिकोणाच्या oq च्या लांबीच्या समान आहे कारण ते दोन्ही या एकक वर्तुळाची त्रिज्या आहेत म्हणून आपल्याकडे दोन बाजू आहेत ज्या समान आहेत आणि नंतर हा कोन x येथे जो या त्रिकोणाचा aop कोन आहे तो या कोनाच्या बरोबरीचा आहे कारण ते दोन्ही परिमाण समान आहेत म्हणून हे दोन त्रिकोण आता एकरूप आहेत जेव्हा आपण हा बिंदू काढला होता तेव्हा आपण a सोडला होता या बिंदू p पासून x अक्षापर्यंत लंब आहे
त्यामुळे आता हे 90 अंश होते कारण हे दोन त्रिकोण एकरूप आहेत हा कोन देखील या कोनाच्या बरोबरीचा असावा जो 90 अंश असेल

आणि म्हणून आपण पाहतो की हा paq प्रत्यक्षात एक सरळ रेषा असेल कारण हा कोन 90 आहे आणि हा 90 आहे म्हणून येथे एकूण कोन हा एकूण कोन 180 अंश आहे आणि म्हणून ही paq एक सरळ रेषा आहे जी द्विभाजित आहे जी मुळात छेदत आहे.

x अक्ष 90 अंशांवर आहे आणि म्हणून हे स्पष्ट आहे की या बिंदूचा x समन्वय q बरोबरही असेल a

so c बरोबर a म्हणून हे दर्शविते की कारण ही संपूर्ण रेषा सरळ रेषा आहे आणि हे x अक्षाला 90 अंशांनी छेदत आहे म्हणून मूलत: येथे हा रेषाखंड या समन्वय अक्षाच्या y समन्वय अक्षाच्या समांतर आहे कारण या दोन रेषा समांतर आहेत कारण या विशिष्ट बिंदूचा समन्वय c येथे समान असेल.

हे अ येथे बरोबर आहे म्हणून c a च्या बरोबरीचे आहे पण आता d चे काय कारण येथे हे दोन त्रिकोण एकरूप आहेत पहिल्या त्रिकोणाच्या या बाजूची लांबी

t बरोबर असेल त्याची लांबी ओक त्रिकोणाच्या या बाजूच्या लांबीइतकी असेल म्हणून ही लांबी या लांबीची विशालता देखील b सारखीच असेल परंतु हे चौथ्या चतुर्थांशात असल्याने हे ah x अक्षाच्या खाली आहे म्हणून d होईल वजा b च्या बरोबरीचे व्हा जिथून आपण असा निष्कर्ष काढतो की आता येथून आणि येथून आपण असा निष्कर्ष काढतो की वजा x ची साइन उणे b च्या बरोबर असेल जी साइन x च्या वजा बरोबर असेल जी वस्तुस्थितीवरून येते की b समान x ची साइन सह प्रारंभ करा आणि म्हणून आपण जे पाहतो ते म्हणजे वजा x ची सायन x च्या वजा बरोबर आहे आणि हा एक अतिशय मूलभूत संबंध आहे आता या प्रकारच्या फंक्शन्समध्ये f चे वजा x च्या वजा fx चे एक विशेष नाव आहे आणि ते आहेत विषम फंक्शन्स म्हणतात त्यांना विषम फंक्शन्स म्हणतात जर आपण इथे तीच आकृती वापरली तर आपण हे देखील पाहू शकतो की x ची cos जर तुम्ही या त्रिकोणी oapकडे बघितले तर x चा cos या लांबीला भागिले म्हणजे a आणि वजा x ची cos म्हणजे काय वजा x साठी आपण या त्रिकोणाकडे पाहतो oaq आणि उणे x चा cos नंतर समान असेल a भागिले कर्ण ज्याची लांबी एक आहे म्हणून हे देखील a च्या समान आहे आणि म्हणून x चा cos आणि उणे x चा cos नेहमी समान असतो आणि अशी फंक्शन्स जिथे x च्या f च्या f च्या f च्या बरोबरीने x च्या f च्या वेळी f फंक्शन f असेल तर x चे f सर्व x साठी वजा x च्या f च्या बरोबरीचे असेल तर ते फक्त x च्या एका मूल्यासाठी नाही तर सर्व मूल्यांसाठी असेल x चे तर येथे देखील हे जर त्याला विषम फंक्शन म्हणायचे असेल तर फंक्शनने हा संबंध फक्त x च्या एका मूल्यापुरता नाही तर त्याच्या डोमेनमधील x च्या सर्व मूल्यांसाठी पूर्ण केला पाहिजे म्हणून आपण पाहतो की cos x समान आहे वास्तविक संख्येशी संबंधित x च्या सर्व मूल्यांसाठी वजा x च्या cos पर्यंत वास्तविक संख्यांचा संच जो cos फंक्शनचा डोमेन आहे म्हणून अशी फंक्शन्स सम फंक्शन्स आहेत असे म्हटले जाते ते सम फंक्शन्स आहेत असे म्हटले जाते म्हणून पुढे आपण एक शोधण्याचा प्रयत्न करू sin x आणि cos x च्या मूल्यांच्या श्रेणीमध्ये थोडे खोल किंवा थोडे खोल खणणे जसे आपण x ला शून्य वरून दोन pi पर्यंत वाढवतो तेव्हा आपण हलतो तेव्हा जेव्हा आपण दरम्यान असतो तेव्हा हा कोन x रोटेशन कोन x शून्याच्या दरम्यान असतो आणि तेव्हा 0 असतो जेव्हा आपण येथे असतो आणि जसे आपण वर्तुळावर हा बिंदू घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने हलवतो या बिंदूपर्यंत पोहोचेपर्यंत दिशा आपण सर्व आहोत आपण नेहमी पहिल्या चतुर्थांशात असतो म्हणून जेव्हा x 0 आणि pi बाय 2 रेडियन्स दरम्यान असतो तेव्हा बिंदू p पहिल्या चतुर्थांशात असतो आणि sin x हा b च्या y समन्वयाच्या बरोबर असतो बिंदू आणि cos x हे बिंदूच्या x समन्वयाच्या बरोबरीचे आहे आता पहिल्या चतुर्थांश मधील x समन्वय येथे शून्य आणि एक दरम्यान आहे आणि म्हणून cos x हे मध्यांतर शून्य ते एक दरम्यान असेल म्हणून cos x शून्यापेक्षा मोठे आणि एकापेक्षा कमी समान असेल तर साइन x जो या बिंदूचा ah y समन्वय आहे अंतराल शून्य ते एक मध्ये असेल म्हणून मी येथे एक कुरळे कंस ठेवतो कारण मी प्रथम चतुर्थांश x कमी असल्याचे परिभाषित केले आहे pi पेक्षा दोन बाय म्हणून sin x ला l असणे आवश्यक आहे ess पेक्षा एक कारण ah sine x फक्त एक च्या बरोबरीचा असतो जेव्हा x बरोबर pi by दोन असतो आणि म्हणून ते कधीही एक हे मूल्य प्राप्त करू शकत नाही आणि म्हणून येथे एक गोल कंस आहे आणि त्याचप्रमाणे आपण या टेबलच्या इतर नोंदी भरू शकतो.

जर आपण वर्तुळाच्या बाजूने फिरलो तर जर आपण या बिंदूपासून पुढे घड्याळाच्या उलट दिशेने पुढे गेलो तर आपण दुसऱ्या चतुर्भुजात आहोत म्हणजे जेव्हा रोटेशन कोन pi बाय दोन मध्ये असेल तर pi बाय दोन पर्यंत pi पर्यंत इतका असेल pi हे अर्धे आवर्तन आहे

त्यामुळे दुसऱ्या चतुर्थांश मध्ये sine x हे मुळात तुम्हाला sin x हा y समन्वय उजवीकडे दिसला तर sine x पुन्हा ah च्या धनाच्या बाजूस आहे आणि या आडव्या x अक्षाच्या वरच्या बाजूला आहे.

त्यामुळे दुसऱ्या चतुर्थांशातील कोणत्याही बिंदूचा y समन्वय नेहमी शून्य आणि एक दरम्यान असेल

त्यामुळे हे देखील दरम्यान असेल परंतु या प्रकरणात ते शून्य आणि एक दरम्यान असेल परंतु दुसऱ्या चतुर्थांशातील कोसाइनसाठी cos x साठी काय होते तो मुद्दा t या y अक्षाच्या दुसऱ्या बाजूला आहे

त्यामुळे काय होते x समन्वय ऋणात्मक होतो आणि कारण कोनाचा cos sine वर्तुळावरील संबंधित बिंदूच्या x समन्वयाच्या बरोबरीचा असतो कारण cos x चे मूल्य दुसरा चतुर्थांश येथून जाईल म्हणजे जेव्हा आपण येथे असतो तेव्हा या पाईचा कोसाइन बाय दोन हा प्रत्यक्षात शून्य असतो आणि जेव्हा आपण या बिंदूवर पोहोचतो तेव्हा हा बिंदू इतका असतो हा या बिंदूचा समन्वय वजा एक स्वल्पविराम शून्य आहे

त्यामुळे x समन्वय वजा एक आहे एकशे ऐंशी अंशाचा कोसाइन वजा एकच्या बरोबरीचा असतो

त्यामुळे दुसऱ्या चतुर्थांशात x चा कोसाइन उणे एक आणि शून्याच्या दरम्यान असेल आणि त्याच पद्धतीने इतर नोंदी भरल्या जाऊ शकतात म्हणून मुळात आपल्याला घड्याळाच्या उलट दिशेने फिरत राहावे लागेल इथून दिशा सुरू होऊन जेव्हा आपण पुढे जातो तेव्हा या बिंदूपर्यंत आपण तिसऱ्या चतुर्थांशात असतो आणि नंतर या बिंदूपासून पुढे गेल्यावर आपण जिथून सुरुवात केली होती तिथून आपण चौथ्या चतुर्थांशात आहोत आता आपण tr करूया.

y ला साइन फंक्शनचा आलेख प्लॉट करायचा म्हणजे x अक्षावर आपल्याकडे y अक्षावर x रोटेशनचा कोन आहे x रोटेशनच्या कोनाच्या साइनचे मूल्य आहे म्हणून आपण म्हणू या की हे एक आहे आणि हे वजा एक आहे आणि आपण असे म्हणूया की आता मी या बिंदूवर केंद्र असलेल्या ah युनिट त्रिज्याचे एक लहान वर्तुळ काढले आहे आणि आपण म्हणू या की आपण या बिंदूपासून सुरुवात करू

या येथे या बिंदूपासून सुरू करा आणि आता या बिंदूवर घड्याळाच्या उलट दिशेने जाण्याचा प्रयत्न करा आधीच्या स्लाईड्सवरून आपल्याला माहीत आहे की , कोणत्याही बिंदूच्या x ची साइन
आता या बिंदूच्या y समन्वयाइतके असेल जेव्हा x या बिंदूवर रोटेशनचा कोन नसतो तेव्हा रोटेशन नसते.
 रोटेशनचा कोन शून्य आहे म्हणून x अक्षावर आपण येथे x शून्याच्या बरोबरीने आहोत आणि आपण येथे वर्तुळावर या बिंदूवर असल्यामुळे y समन्वय शून्य आहे आणि म्हणून x ची साइन शून्य बरोबर शून्य असेल म्हणून आपण हा बिंदू काढू.
 आम्ही पुढील दिशेने पुढे जात असताना घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने tion आपण म्हणू या की आपण या स्थानाच्या आणि या स्थानाच्या दरम्यानच्या अर्ध्या वाटेने पोहोचू जे येथे आहे म्हणून आपण तिथे कुठेतरी आहोत म्हणून हे 90 अंशाच्या अर्धे असावे जे pi चा चार किंवा पंचेचाळीस अंश आहे, म्हणून जेव्हा आपण येथे पोहोचू तेव्हा या कोनाचे चिन्ह आहे हा बिंदू ah च्या y समन्वयाच्या बरोबरीचा असेल जो मूळ दोनच्या एक बरोबर असेल जो अंदाजे शून्य बिंदू सात शून्य सात आहे म्हणून आपण येथे पाहतो की हा pi बाय 4 आहे आणि 4 बाय sin pi चे मूल्य 0.
707 आहे आणि तेव्हापासून हे 1 आहे आणि त्यातील अर्धा असेल म्हणजे हे 0.
5 असेल तर आपण काहीतरी म्हणू या अंदाजे इतके क्षमस्व क्षमस्व हे 2 बाय 3 असेल म्हणजे 0.
66 असेल तर हे असे काहीतरी असेल म्हणजे ही लांबी वरून काहीतरी असेल येथे ते येथे कारण येथे एक तीन लहान चौरस दाखवले आहे
 त्यामुळे sin pi by चार अंदाजे एक आह शून्य बिंदू सात असेल
 त्यामुळे जेव्हा तुम्ही शून्य वरून pi by चार वर जाता तेव्हा तुम्ही हा sine x चा आलेख प्लॉट करता तेव्हा ते असे काहीतरी दिसते आणि मग जेव्हा आम्ही पुढे घड्याळाच्या उलट दिशेने आणखी पंचेचाळीस अंशांनी आपण या बिंदूवर पोहोचतो ज्याचा समन्वय आहे ज्याचा y समन्वय एक समान आहे आणि हा रोटेशनचा कोन आता पाई बाय 2 आहे म्हणून साइन पाई बाय 2 हा 1 आहे आणि म्हणून आपण या बिंदूवर पोहोचू.
 आपण आलेख अशा रीतीने जोडतो मग पुढे घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने या बिंदूपासून सुरू होऊन या दिशेला जाताना आपण [संगीत] दुसऱ्या चतुर्थांशात आहोत पण आता दुसऱ्या चतुर्थांशातील कोणत्याही बिंदूवर y समन्वयाचे मूल्य कमी असणे आवश्यक आहे.
  एकापेक्षा एक कारण आपण इथे खाली येत आहोत
 त्यामुळे सायन x पुन्हा एक वरून कमी होण्यास सुरुवात होईल आणि जोपर्यंत आपण या बिंदूवर पोहोचू तोपर्यंत या बिंदूसाठी एकूण रोटेशन कोन ही एक सरळ रेषा आहे जी 180 अंश किंवा pi रेडियन आहे आणि या बिंदूचा समन्वय आहे येथे वजा एक शून्य आहे
 त्यामुळे या बिंदूचा y समन्वय शून्य आहे आणि म्हणून एक ऐंशी अंशाची साइन शून्य आहे आणि म्हणून दुसऱ्या चतुर्थांश मध्ये जर आपण हा आलेख प्लॉट करण्याचा प्रयत्न केला तर ते wi.
  असे काहीतरी दिसेल
 त्यामुळे येथे हा बिंदू येथे या बिंदूशी संबंधित आहे pi चा sine बरोबर शून्य आहे आणि नंतर आपण पुढे जाऊ शकतो आणि आपल्याला येथे कोणत्याही बिंदूसाठी आवश्यक आहे उदाहरणार्थ येथे हा बिंदू येथे सांगूया आपल्याला फक्त येथून प्रारंभ होणारा रोटेशनचा एकूण कोन पाहण्याची आवश्यकता आहे आणि नंतर त्या रोटेशनच्या कोनाशी संबंधित आपल्याला हा बिंदू मिळेल आणि आपल्याला या बिंदूचा y समन्वय पाहण्याची आवश्यकता आहे आणि y समन्वय प्लॉटवर प्लॉट केला पाहिजे y अक्ष येथे असा आहे की आपण हा आलेख पूर्ण करतो, जर तुम्ही याला तीन पाय बाय टू वर करण्याचा प्रयत्न केला तर या बिंदूवर तीन पाई बाय टू ची sine वजा एक असेल
 त्यामुळे तुम्ही इथे कुठेतरी असाल तर तुम्ही प्रयत्न केल्यास ते जोडण्यासाठी तुम्हाला असा काहीतरी आलेख मिळेल आणि मग
 त्यामुळे pi वरून 3 pi by 2 वर जाणे म्हणजे तुम्ही तिसऱ्या चतुर्थांशात असाल आणि नंतर पुढे गेल्यास तुम्ही चौथ्या चतुर्थांशात आहात आणि तुमचा वक्र दिसेल असे काहीतरी म्हणून हे तुम्ही x च्या x कोसाइनचे ah sine कसे प्लॉट करता ते त्याच पद्धतीने प्लॉट केले जाऊ शकते, फक्त या बिंदूंचा y समन्वय पाहण्याऐवजी तुम्हाला
या प्रत्येक बिंदूच्या x समन्वयाचे मूल्य येथे y वर प्लॉट करावे लागेल.
  अक्ष अशा प्रकारे तुम्हाला x च्या कोसाइनचा आलेख मिळेल आम्ही स्वतःकडे जात नाही असे समजा की तुमच्याकडे x आणि y असे दोन कोन आहेत आणि तुम्हाला sine x sine y cos x cos y ची मूल्ये माहित आहेत म्हणून तुम्ही मूल्य शोधू शकता या कोनात x उणे y चा कोसाइन x वजा y शोधू शकता आणि नंतर x अधिक y चा कोसाइन किंवा x अधिक दोन y चा कोसाइन x अधिक दोन y किंवा दुप्पट x ची कोसाइन शोधू शकता, म्हणून आपण पुढे हे संबोधित करणार आहोत cos x sine x cos y sin y च्या संदर्भात फरकाचा कोसाइन आणि कोनांची बेरीज व्यक्त करण्यासाठी आपण सूत्रे काढणार आहोत आणि समजा की o या एकक वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि हा बिंदू q येथे विचारात घ्या, म्हणून मी निळा वापरू.
 पेन देखील म्हणून हा रोटेशनचा कोन x असू द्या आणि नंतर आपल्याकडे दुसरा बिंदू p आणि let आहे आपण म्हणतो की या बिंदू p साठी रोटेशनचा कोन y आहे म्हणून x च्या साइन आणि कोसाइनच्या व्याख्येतील समन्वय आणि y या बिंदूचा समन्वय q हा x समन्वय असेल x चा cos असेल आणि y समन्वय सायन असेल या बिंदू p साठी x चा x समन्वय y चा cos असेल आणि y समन्वय y ची sine असेल आणि नंतर अर्थातच येथे हा कोन x उणे yx वजा y असेल आणि आता आपण दुसरा बिंदू देखील काढू अशा आहेत की
येथून r पर्यंत जाण्यासाठी याच्या फिरण्याचा कोन समान आहे म्हणून लाल रंगातील हा कोन x उणे y देखील आहे म्हणजे तो x उणे y देखील आहे म्हणून आता आपल्याकडे आहे आणि आपण असे म्हणू की येथे हा बिंदू a च्या समान आहे म्हणून या बिंदू a मध्ये एक स्वल्पविराम शून्य आहे या बिंदूचे समन्वय r असेल कारण या बिंदू r साठी रोटेशनचा कोन x वजा y लाल रंगात आहे
 त्यामुळे निर्देशांक x उणे y चे cos होणार आहेत x समन्वय y समन्वय x वजा y ची साइन आहे आता आपण दोन वर लक्ष केंद्रित करूया त्रिकोण म्हणून आपण देखील जात आहोत म्हणून आपण प्रथम त्रिकोण opq पाहणार आहोत, म्हणून मी येथे p आणि q या हिरव्या ठिपके असलेल्या रेषेसह जोडू या म्हणजे त्रिकोणांपैकी एक त्रिकोण opq आहे दुसरा त्रिकोण मानला जायचा आहे तर त्रिकोण

oar आहे आता आपल्याला एकत्र जोडण्याची गरज आहे
anr जर तुम्ही हे दोन त्रिकोण बघितले तर आपल्याला असे दिसते की त्रिकोण opq मध्ये या त्रिकोणाची ही बाजू oq बाजूच्या किंवा त्रिकोणाच्या ओअरच्या लांबीच्या समान आहे कारण oq आणि किंवा दोन्ही त्रिज्या आहेत या एकक वर्तुळाचे हे वर्तुळ
या त्रिकोणाच्या opq च्या पुढील बाजूचे op देखील एकक लांबीचे आहे कारण ती दुसरी त्रिज्या आहे
त्यामुळे या त्रिकोणाचा opq हा opq हा सर्व op देखील एकक लांबीचा आहे जो या त्रिकोणाच्या oar मुळे oa च्या समान आहे.
म्हणून जर तुम्हाला हा त्रिकोण o हा बिंदू aa आहे आणि नंतर r दिसला तर हा oa देखील त्रिज्या आहे म्हणून op त्रिकोणाचा आहे opq हा त्रिकोण oar च्या बाजूच्या oa
सारखा आहे आणि या त्रिकोणाचा पुढील कोन poq आहे pq हा त्रिकोण oaroar च्या कोन aor सारखा आहे कारण हे दोन्ही कोन x उणे y च्या बरोबरीचे आहेत आणि म्हणून हे दोन त्रिकोण एकरूप आहेत ते आता एकरूप आहेत हे तथ्य वापरून ते एकरूप आहेत कारण ते त्यांच्या सर्व बाजूंच्या लांबीशी एकरूप आहेत बाजू समान असाव्यात आणि म्हणून या त्रिकोणाच्या
हिरव्या ठिपक्याच्या रेषेने दर्शविलेल्या या बाजूच्या qp ची लांबी opq त्रिकोणाच्या बाजूच्या ar च्या लांबीच्या समान असणे आवश्यक आहे कारण हे दोन त्रिकोण एकरूप आहेत आता आपण प्रयत्न करू आता ही वस्तुस्थिती वापरण्यासाठी आता ही ओळ ah ही लांबी qp बिंदू q आणि p मधील अंतर आहे जेथे बिंदू q मध्ये cos x sin x समन्वय आहे आणि बिंदू q मध्ये cos y आणि sin yi म्हणजे qp लिहा qp चौरस लिहिण्याइतके ar समान आहे म्हणून जर दोन लांबी समान असतील तर त्यांच्या वर्गाची लांबी देखील समान असेल आता qp वर्ग फक्त cos xm च्या समान असेल inus cos y पूर्ण चौरस म्हणून हा qp चौरस आहे cos x उणे cos phi पूर्ण चौरस अधिक sine x वजा sin y संपूर्ण चौरस बरोबर म्हणजे तो qp चौरस आहे आणि तो ar चौरस आहे काय ar स्क्वेअर आता आपण बिंदू a आणि बिंदू r चे समन्वय जाणून घ्या बिंदू a चे निर्देशांक एक शून्य आहे बिंदू r चे समन्वय cos x उणे y आणि sin x उणे y आहे म्हणून या रेषाखंड ar ची वर्ग समतोल लांबी
cos x उणे समान असेल y वजा एक संपूर्ण चौरस अधिक साइन x वजा y वजा शून्य संपूर्ण चौरस जो x वजा y चा sine वर्ग असेल
त्यामुळे हे दोन्ही समान आहेत म्हणून आपण पुढील स्लाइडमध्ये प्रथम अभिव्यक्ती cos x उणे cos y पूर्ण करण्याचा प्रयत्न करूया चौरस अधिक साइन x वजा पाप y संपूर्ण चौरस समान म्हणून पहिला चौरस cos चौरस x अधिक cos वर्ग y वजा दोन cos x cos y आणि नंतर अधिक दुसरा वर्ग समान चौरस x अधिक साइन चौरस y वजा 2 दोन साइन x साइन y पण नंतर w मला माहित आहे की कोणत्याही कोनासाठी x साइन स्क्वेअर x अधिक cos स्क्वेअर x एक समान आहे म्हणून हे दोन जोडले जातात आणि एक होतात आणि हे दोन देखील जोडले जातात आणि एक वजा दोन cos x cos y वजा दोन साइन x sin y होतात आणि हे the समान होते म्हणून ते पहिल्या अभिव्यक्तीचे सरलीकरण होते आणि ते या विशिष्ट पदाच्या समान आहे अह ही विशिष्ट अभिव्यक्ती जी दुसरी अभिव्यक्ती आहे, म्हणून आपण ते देखील विस्तृत करूया म्हणून आम्ही म्हटले की हे समान असणे आवश्यक आहे cos x उणे y वजा 1 संपूर्ण चौरस अधिक x वजा y चा साइन स्क्वेअर जो cos स्क्वेअर x वजा y अधिक एक वजा दोन cos x वजा y अधिक x वजा y चा साइन स्क्वेअर जो आता या cos स्क्वेअरच्या समान आहे x उणे y आणि sin स्क्वेअर x उणे y एक पर्यंत जोडले जाईल
त्यामुळे हे एक अधिक एक वजा दोन वजा x x वजा y आता सोपे होईल कारण हे आणि हे समान आहेत म्हणून जेव्हा आपण समीकरण करतो तेव्हा आपण त्यांना समान करतो तेव्हा आपल्याला काय मिळते x उणे y ची cos बरोबर c आहे os x cos y plus sine x sine y आणि हा एक अतिशय मूलभूत परिणाम आहे जो आपण नंतर आपल्या ah इतर व्याख्यानांमध्ये वापरणार आहोत ठीक आहे म्हणून आपण आत्ताच पाहिले की x आणि y cos चे कोणतेही दोन कोन दिलेले x वजा y समान cos x cos y plus sin x sin y x अधिक y च्या cos बद्दल कसे आहे आपण cos x उणे y साठी हे सूत्र वापरू शकतो cos x अधिक y साठी देखील एक अभिव्यक्ती काढण्यासाठी खालीलप्रमाणे आपण हे लिहू शकतो cos of x वजा y आणि मग हे फॉर्म्युला वापरा म्हणजे हे सूत्र वापरून हे होईल cos x ची cos मध्ये cos y y plus sine x मध्ये sine of y च्या sine मध्ये cos x जे cos x च्या बरोबरीचे आहे आता cos हे सम फंक्शन आहे म्हणून cos of y चा cos होईल.
cos y च्या बरोबरी आहे म्हणून इथे cos y आहे पण y चा sine हे r फंक्शन आहे आणि म्हणून वजा y ची sine वजा sine y आहे आणि म्हणून आपल्याला येथे वजा चिन्ह मिळते आणि ते उणे sin x sine y होते
त्यामुळे आपण यासह समाप्त करतो दुसरे व्याख्यान जिथे आम्ही साइन आणि कोसाइनमधील अधिक संबंधांसह सुरू केले साइन फंक्शन हे विषम फंक्शन आहे आणि कोसाइन फंक्शन एक सम फंक्शन आहे हे देखील आम्ही साइन आणि कोसाइनसाठी आलेख कसे प्लॉट करायचे हे देखील दाखवले आणि शेवटी आम्ही फरकाच्या कोसाइन आणि दोन कोनांच्या बेरीजसाठी येथे एक अभिव्यक्ती देखील काढली.
पुढील वर्गात आपण अह कसे काढायचे याच्या चिन्हावर चर्चा करू , मुळात या समीकरणांवरूनच आपण फरक आणि दोन कोनांची बेरीज आणि कोनांच्या दुप्पट आणि तिप्पट कोनांचे साइन आणि कोसाइन आणि इतर काही संबंध काढू.