त्रिकोणमितीय कार्यों पर इस दूसरे व्याख्यान में आपका स्वागत है पहले व्याख्यान में हमने त्रिकोणमितीय कार्यों की पृष्ठभूमि पेश की थी जो आपने दसवीं कक्षा में पढ़ी थी हमने एक्स के दो त्रिकोणमितीय कार्यों साइन और कोसाइन की शुरुआत की थी और हमने इसके कुछ गुणों पर चर्चा करना शुरू कर दिया था।

इसलिए हम इस व्याख्यान में इसे जारी रखेंगे,
इसलिए हम अगले प्रश्न का उत्तर देना चाहेंगे जो कि x के लिए x के कोज्या बराबर शून्य है यदि आपको याद है कि हमारे पास एक इकाई वृत्त था जिसका केंद्र o था और आइए हम इस बिंदु p पर विचार करें यूनिट सर्कल जिसमें ए और बी समन्वय होता है,
इसलिए इस सेगमेंट लाइन सेगमेंट की लंबाई ओए
इसलिए यह बिंदु यहां ए है और यह लंबाई बी है और हम जानते हैं कि रोटेशन के इस कोण का कोसाइन रोटेशन के कोण का कोज्या है तो हम क्या हैं यदि हम कोण x का पता लगाने की कोशिश कर रहे हैं क्योंकि x का cos शून्य के बराबर है क्योंकि x का cos उस बिंदु के x निर्देशांक के बराबर है
जिसे हम अनिवार्य रूप से r के कोणों की तलाश कर रहे हैं ओटेशन जिसके लिए रोटेशन के बाद अंतिम बिंदु का एक्स निर्देशांक शून्य के बराबर है,
इसलिए इस सर्कल पर दो बिंदु हैं जिनके लिए एक्स निर्देशांक शून्य के बराबर है,
इसलिए यहां एक बिंदु है तो यह एक्स अक्ष है और यह है y अक्ष तो इस बिंदु पर x निर्देशांक शून्य है और फिर दूसरा बिंदु यह बिंदु है जो शून्य शून्य से एक है
इसलिए ये दो बिंदु हैं जहां x निर्देशांक शून्य है अब यह बिंदु यहां रोटेशन के कोण से मेल खाता है
इसलिए हम शुरू करते हैं हम यहाँ इस किरण से शुरू करते हैं तो हम इस किरण तक पहुँचते हैं यहाँ पहुँचते हैं यदि हम इसे एक चौथाई चक्कर से घुमाते हैं जो कि 90 डिग्री या pi से 2 रेडियन है तो
इसलिए एक समाधान यह है कि x दो रेडियन द्वारा pi के बराबर है और दूसरा समाधान यह है कि जब आप इस बिंदु तक पहुँचते हैं तो यह बिंदु एक क्रांति के तीन चौथाई से मेल खाता है और एक क्रांति का तीन चौथाई भाग 3 पाई गुणा 2 रेडियन है,
इसलिए यह दूसरा समाधान है और जैसा कि हमने देखा है कि x की साइन और कोसाइन दोनों अपने v को दोहराते हैं दो pi के प्रत्येक पूर्णांक गुणज के बाद alues तो x का cos वही होता है जैसे x का cos का cos, x का cos जमा k गुना दो pi होता है,
इसलिए इस समीकरण का हल cos x बराबर शून्य होता है जब x बराबर होता है से n जोड़ आधा गुना pi जहां n पूर्णांक है आइए हम कुछ कोणों की ज्या और कोज्या का पता लगाने का प्रयास करें जो अक्सर हमारे सामने आते हैं आइए हम इस समकोण त्रिभुज पर ध्यान केंद्रित करते हैं abc जहां यह कोण 90 डिग्री है और यह कोण किसका थीटा है बेशक यह तीसरा कोण पीआई बटा टू माइनस थीटा है तो हम यहां जो देखेंगे वह यह है कि थीटा का कॉस सेगमेंट एब बटा एसी की लंबाई के बराबर है और पीआई बटा 2 माइनस थीटा के बराबर है जो अब हम देखने की कोशिश कर रहे हैं दूसरे कोण पर जो यह कोण pi बटा 2 घटा थीटा है अब एक कोण की ज्या की परिभाषा से संकेत इस कोण की ज्या इस कोण के विपरीत के बराबर होगी
इसलिए इस कोण के विपरीत यह भुजा ab से विभाजित है कर्ण जो एसी है तो हम यहां क्या देखते हैं यह है कि ये दो अनुपात समान हैं और
इसलिए थीटा का cos बराबर है pi की ज्या बटा दो घटा थीटा
इसलिए यदि आप किसी भी कोण की ज्या जानते हैं तो आप यह भी जान सकते हैं कि क्या आप प्रत्येक कोण का संकेत जानते हैं जो आप कर सकते हैं प्रत्येक कोण के इन कोसाइन को अनिवार्य रूप से जानते हैं,
इसलिए अनिवार्य रूप से वे एक और समान हैं और यह उनके बीच का संबंध है, आइए हम कुछ सामान्य कोणों के लिए कॉस और साइन खोजने का प्रयास करें , जो हम आम तौर पर देखते हैं तो आइए हम इसके बारे में सोचें समद्विबाहु समकोण त्रिभुज abc जहाँ यह 90 डिग्री है और यह एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है
इसलिए ab बराबर bc एक इकाई के बराबर है और क्योंकि यह समद्विबाहु है जो कि यह भुजा है और यह भुजा समान लंबाई की है यह कोण और यह कोण भी बराबर होंगे और
इसलिए दोनों में से प्रत्येक 45 डिग्री होगा जो कि दोनों 4 रेडियन से pi होगा और पाइथागोरस प्रमेय द्वारा इस कर्ण की लंबाई ab का वर्गमूल होगी वर्ग जोड़ बीसी वर्ग जो दो इकाइयों के वर्गमूल के बराबर है
और
इसलिए इस कोण का cos pi बटा चार
कर्ण से विभाजित आसन्न के बराबर होगा जो एक को दो के वर्गमूल से विभाजित किया जाता है और इसी तरह से pi की ज्या 4 से विभाजित होगी विपरीत के बराबर हो जो कर्ण से विभाजित हो जो भी समान होगा
इसलिए जब कोण pi बटा 4 या 45 डिग्री के बराबर हो तो उस कोण के कोसाइन और ज्या दोनों एक और समान होते हैं और वे दो के वर्गमूल पर एक के बराबर होते हैं हम एक और छोटा उदाहरण लेते हैं जहां हम 6 रेडियन द्वारा पाई की साइन और कोसाइन का पता लगाना चाहते हैं जो कि 30 डिग्री है
इसलिए हमारे पास यहां एक त्रिभुज समकोण त्रिभुज है जहां यह कोण 6 रेडियन या 30 डिग्री से पाई है और हम चाहेंगे ज्या और कोज्या ज्ञात करने के लिए आइए हम इस रेखा cb को सीधी रेखा cb को इस तरह बढ़ाते हैं और आइए हम यहां एक और कोण बनाते हैं जो माइनस pi बटा छह के बराबर है,
इसलिए हम यहां एक और किरण की रचना करते हैं जैसे कि यह कोण का परिमाण है यह कोण भी छह गुणा pi है ठीक है अब यह किरण और यह सीधी रेखा इस बिंदु पर प्रतिच्छेद करने जा रही है आइए हम इसे d कहते हैं और अब हम इस त्रिभुज AC पर ध्यान

केंद्रित करते हैं
लेकिन इससे पहले हम जो देखते हैं वह यह है कि यदि हम केवल ah देखते हैं इन दो त्रिभुजों में एबीसी त्रिभुजों में से एक है और दूसरा त्रिभुज एडीबी है
इसलिए यह त्रिभुज और हमें पता चलता है कि ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं क्योंकि उनकी एक उभयनिष्ठ भुजा है और यह कोण 90 है और क्योंकि यह रेखा सीडी एक सीधी रेखा है कोण भी 90 है और फिर निश्चित रूप से इस और इस कोण की रचना से यह कोण और यह कोण भी बराबर हैं और
इसलिए त्रिभुज एबीसी और त्रिभुज अब्द हैं
इसलिए त्रिभुज एबीसी और त्रिभुज एबीडी
सर्वांगसम हैं या बिल्कुल समान हैं और
इसलिए पक्षों की लंबाई भी है बराबर तो मान लीजिए कि अगर यह एसी एक इकाई के बराबर है तो विज्ञापन भी एक इकाई है क्योंकि ये दो त्रिकोण सर्वांगसम हैं , आइए हम बड़े त्रिभुज एडीसी पर ध्यान केंद्रित करें
इसलिए अब मैं हूं इस त्रिभुज की बात करें तो हम देखते हैं कि इन दोनों त्रिभुजों की सर्वांगसमता से यह कोण और यह कोण बराबर होना चाहिए,
इसलिए यदि इस कोण का माप थीटा है तो यह कोण भी थीटा है और यहाँ यह कुल कोण pi है तीन या साठ डिग्री से तो अब हम जो देखते हैं वह यह है कि यदि आप इस त्रिभुज को देखते हैं तो यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है क्योंकि यह कोण और यह कोण बराबर हैं और
इसलिए त्रिभुज के सभी आंतरिक कोणों का योग 180 डिग्री है।
यह 60 डिग्री जो पीआई ब 3 प्लस थीटा प्लस थीटा है सो पीआई बटा 3 प्लस थीटा प्लस थीटा को पीआई रेडियन होना चाहिए और जिसका वास्तव में मतलब है कि थीटा तीन रेडियन से पाई के बराबर है
इसलिए यह थीटा भी तीन से पीआई है यह कोण भी है पीआई बटा थ्री और यह निश्चित रूप से पीआई बटा थ्री है
इसलिए यह त्रिभुज एडीसी एक समबाहु त्रिभुज है यह एक समबाहु त्रिभुज है क्योंकि सभी तीन कोण पीआई बटा 3 रेडियन या 60 डिग्री के बराबर हैं और
इसलिए इस रेखा खंड की
लंबाई भी अन्य दो पक्षों की लंबाई के बराबर होगी जो एक इकाई है
इसलिए यह सीडी भी एक इकाई आगे की लंबाई की है
इसलिए अब हमारे पास यह है कि सीडी की लंबाई
एक इकाई आगे है क्योंकि ये दो त्रिभुज abc और abd इन दोनों भुजाओं की लंबाई bc और bd के सर्वांगसम हैं
इसलिए यह लंबाई और यह लंबाई बराबर होनी चाहिए
इसलिए यदि पूरी लंबाई cd एक इकाई है तो यह पता चलता है कि यह लंबाई आधी इकाई होनी चाहिए आधी इकाई होनी चाहिए और
इसलिए अब हम कह सकते हैं कि इस कोण की कोज्या pi बटा छह क्षमा करें इस कोण का यह चिन्ह
इसलिए इस कोण की ज्या pi बटा छह बराबर है,
इसलिए pi बटा 6 की ज्या बराबर ज्या होगी तो आइए हम इस त्रिभुज एबीसी पर ध्यान केंद्रित करें जिसका कर्ण लंबाई एक इकाई है और सीबी आधा इकाई के बराबर है और
इसलिए पाई बटा छह की ज्या कर्ण से विपरीत होगी जो एक से आधा विभाजित होगा जो आधा के बराबर है
इसलिए इस सरल रचना के माध्यम से हमने दिखाया कि पाई बटा छह की ज्या आधे के बराबर होती है और इसी तरह क्योंकि पिछली कक्षा में हमने दिखाया था कि ज्या वर्ग x जोड़ cos वर्ग x एक है
इसलिए उस संबंध का उपयोग करके आप जो दिखा सकते हैं वह यह है कि pi बटा छह का cos होगा बराबर मूल तीन बटा दो एक और प्रश्न जो मन में आता है कि क्या x की ज्या और ऋणात्मक x की ज्या के बीच कोई संबंध है और इसी तरह xn के cos के बीच शून्य से x का cos है,
इसलिए हमने फिर से यहां एक इकाई वृत्त खींचा है जिसका केंद्र o है यह एक्स अक्ष है यह एक्स अक्ष है यह वाई अक्ष है और हमारे यहां एक बिंदु पी है जिसका एक्स और वाई निर्देशांक क्रमशः ई और बी हैं और रोटेशन का यह कोण एक्स है
इसलिए यदि मैं इससे लंबवत छोड़ देता हूं
इस बिंदु पर x अक्ष पर बिंदु p, तो यह लंबाई o बराबर होगी,
इसलिए यह o बराबर होगा और यह लंबाई यहाँ b के बराबर होगी,
अब हम इस कोण को घटाकर x में रुचि रखते हैं।
तो हमें शून्य से x प्राप्त करने की आवश्यकता है, हमें r .
की आवश्यकता है इस विशेष त्रिज्या को दक्षिणावर्त दिशा में उसी मात्रा में घुमाएँ जो हमने इस कोण x के लिए किया था,
इसलिए जब आप इसे उसी राशि से घुमाते हैं तो यह कोण माइनस x होता है और जब हम यहाँ से शुरू करते हैं जब हम दक्षिणावर्त दिशा में घूमते हैं रोटेशन की उतनी ही मात्रा जो हमने यहां से यहां जाने पर की थी, हम कहते हैं कि हम एक बिंदु q पर पहुंचकर माइनस x का साइन ढूंढते हैं माइनस x का साइन माइनस x का पता लगाते हैं,
इसलिए यह मान लेने के बराबर होगा कि इसका कोऑर्डिनेट बिंदु q, c और d है, तो माइनस x की ज्या है, तो x की ज्या b के बराबर है, जिसे हम पहले से ही जानते हैं कि माइनस x की साइन बराबर होगी,
इसलिए यह विपरीत है,
इसलिए ah का y निर्देशांक इस बिंदु q है जो कि है d को कर्ण की लंबाई से विभाजित किया जाता है जो एक के बराबर होता है
इसलिए ऋणात्मक s की ज्या d के बराबर होती है

इसलिए अनिवार्य रूप से हमें यह देखने की आवश्यकता है कि क्या इस d और b के बीच कोई संबंध है अब आइए हम इस त्रिभुज को देखें तो यह बिंदु एक है यदि हम इन दो त्रिभुजों को यहाँ देखें तो एक त्रिभुज oab है तो यह यहाँ त्रिभुज है और दूसरा त्रिभुज oaq है तो हम जो देखते हैं वह खेद है कि इन दोनों त्रिभुजों के बीच वे सर्वांगसम हैं क्योंकि

इसलिए त्रिभुज oap त्रिभुज oaq के सर्वांगसम है और इसका कारण यह है कि बेशक यह भुजा o उन दोनों के लिए उभयनिष्ठ है , इस त्रिभुज oap का यह भुजा op त्रिभुज oaq की लंबाई oq के बराबर है क्योंकि ये दोनों इस इकाई वृत्त की त्रिज्या हैं

इसलिए हमारे पास दो भुजाएँ हैं जो समान हैं और फिर यह कोण x यहाँ जो इस त्रिभुज का कोण है, इस कोण के बराबर है क्योंकि ये दोनों परिमाण में समान हैं

इसलिए ये दोनों त्रिभुज अब सर्वांगसम हैं जब हमने वास्तव में इस बिंदु को खींचा था जिसे हमने गिरा दिया था इस बिंदु p से x अक्ष पर लंबवत

इसलिए यह अब 90 डिग्री था क्योंकि ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं यह कोण भी इस कोण के बराबर होना चाहिए जो कि 90 डिग्री भी होगा और

इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि यह पाक वास्तव में एक सीधी रेखा होगी क्योंकि यह कोण 90 है और यह 90 है

इसलिए यहाँ कुल कोण यह कुल कोण 180 डिग्री है और

इसलिए यह पाक एक सीधी रेखा है जो समद्विभाजक है जो मूल रूप से प्रतिच्छेद करती है x अक्ष 90 डिग्री पर है और

इसलिए यह स्पष्ट है कि इस बिंदु q का x निर्देशांक भी a के बराबर होगा

इसलिए c बराबर है

इसलिए यह दर्शाता है कि क्योंकि यह इस तथ्य के कारण है कि यह पूरी रेखा एक सीधी रेखा है और यह एक्स अक्ष के साथ 90 डिग्री पर प्रतिच्छेद कर रहा है,

इसलिए अनिवार्य रूप से यहां यह रेखा खंड इस समन्वय अक्ष के समानांतर है, y समन्वय अक्ष क्योंकि ये दो रेखाएं समानांतर हैं , इस विशेष बिंदु के समन्वय सी के बराबर होना होगा के बराबर होगा यह यहाँ ठीक है

इसलिए c बराबर है, लेकिन अब d का क्या होगा क्योंकि यहाँ ये दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं , पहले त्रिभुज की इस भुजा की लंबाई t के बराबर होगी उसकी इच्छा त्रिभुज oaq के इस पक्ष की लंबाई के बराबर होगी

इसलिए यह लंबाई इस लंबाई का परिमाण भी b के बराबर होगी लेकिन चूंकि यह चौथे चतुर्थांश में है, यह इस पर ah x अक्ष के नीचे है

इसलिए d होगा माइनस बी के बराबर हो जहां से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि अब यहां और यहां से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि माइनस एक्स की साइन माइनस बी के बराबर होगी जो कि साइन एक्स के माइनस के बराबर है जो इस तथ्य से आगे बढ़ती है कि बी बराबर है साइन एक्स से के साथ शुरू करें और

इसलिए हम जो देखते हैं वह यह है कि माइनस एक्स की साइन साइन एक्स के माइनस के बराबर है और यह एक बहुत ही मौलिक संबंध है अब इस प्रकार के फ़ंक्शन जहां माइनस एक्स का माइनस एफएक्स के बराबर है, उनका एक विशेष नाम है और वे हैं विषम फलन कहलाते हैं, वे विषम फलन कहलाते हैं यदि हम यहाँ समान आकृति का उपयोग करते हैं तो हम यह भी देख सकते हैं कि x का cos यदि आप इस त्रिभुज oap को देखते हैं तो x का cos इस लंबाई के बराबर होता है जो एक से विभाजित होता है जो कि a और माइनस x का cos क्या होता है माइनस x के लिए हम इस त्रिभुज oaq को देखते हैं और माइनस x का cos तब बराबर होगा, जो कि एक लंबाई वाले कर्ण से विभाजित है,

इसलिए यह भी a के बराबर है और

इसलिए x का cos और माइनस x का cos हमेशा बराबर होता है।

और ऐसे फलन जहां x का f, x के f के f के बराबर है, यदि कोई फलन f है, तो x का f, सभी x के लिए ऋण x के f के बराबर है, जो कि x के केवल एक मान के लिए नहीं है, बल्कि सभी मानों के लिए है x का तो यहाँ भी यह है कि यदि इसे एक विषम फलन कहा जाना है तो फलन को इस संबंध को न केवल x के एक मान के लिए बल्कि उसके डोमेन में x के सभी मानों के लिए संतुष्ट करना चाहिए,

इसलिए हम देखते हैं कि cos x बराबर है वास्तविक संख्या से संबंधित x के सभी मानों के लिए ऋणात्मक x का cos, वास्तविक संख्याओं का समुच्चय जो कि cos फलन का डोमेन है,

इसलिए ऐसे फलनों को सम फलन कहा जाता है , उन्हें सम फलन कहा जाता है ,

इसलिए आगे हम एक तल्लीन करने का प्रयास करते हैं पाप x और cos x as .

के मानों की श्रेणी में थोड़ा गहरा या थोड़ा गहरा खोदें हम आगे बढ़ते हैं क्योंकि हम x को शून्य से दो pi तक बढ़ाते हैं,

इसलिए जब हम इस कोण x के बीच होते हैं तो रोटेशन कोण x शून्य के बीच होता है और

इसलिए 0 तब होता है जब आप यहां होते हैं और जैसे ही आप इस बिंदु को वृत्त पर वामावर्त में घुमाते हैं दिशा जब तक हम इस बिंदु तक नहीं पहुँचते हैं हम सभी हमेशा पहले चतुर्थांश में होते हैं

इसलिए जब x 0 और pi बटा 2 रेडियन के बीच होता है तो बिंदु p पहले चतुर्थांश में होता है और चूँकि sin x, b के y निर्देशांक के बराबर होता है बिंदु और cos x

अब पहले चतुर्थांश में बिंदु के x निर्देशांक के बराबर है, जैसा कि आप यहां देख सकते हैं कि x निर्देशांक शून्य और एक के बीच है और

इसलिए cos x इसके बीच होगा शून्य से एक के अंतराल में होगा

इसलिए cos x शून्य से बड़ा और एक के बराबर से कम होगा जबकि साइन एक्स जो कि इस बिंदु का एएच वाई निर्देशांक है, अंतराल शून्य से एक में भी होगा,

इसलिए मैंने यहां एक घुंघराले ब्रैकेट रखा है क्योंकि मैंने पहले चतुर्थांश को x कम के रूप में परिभाषित किया है pi से दो तो sin x

होगा l एक से अधिक क्योंकि आह साइन एक्स केवल एक के बराबर है जब एक्स बराबर पीआई बटा दो और
इसलिए यह इस मान को कभी प्राप्त नहीं करेगा और
इसलिए यहां एक गोल ब्रैकेट है और इसी तरह हम उदाहरण के लिए इस तालिका की अन्य प्रविष्टियों को भर सकते हैं यदि हम वृत्त के साथ आगे बढ़ते हैं यदि हम इस बिंदु से वामावर्त दिशा में आगे बढ़ते हैं तो हम दूसरे चतुर्थांश में होते हैं,
इसलिए जब रोटेशन कोण pi बटा दो के बीच होता है तो pi बटा दो इतना ही होता है pi तक तो पीआई आधा घूर्णन है
इसलिए दूसरे चतुर्थांश में साइन एक्स मूल रूप से है यदि आप पाप एक्स को वाई समन्वय सही देखते हैं तो साइन एक्स फिर से इस क्षैतिज एक्स अक्ष के ऊपरी तरफ आह के सकारात्मक पक्ष पर स्थित होगा।
तो दूसरे चतुर्थांश में किसी भी बिंदु का y निर्देशांक हमेशा शून्य और एक के बीच होगा
इसलिए यह भी बीच में होगा लेकिन इस मामले में यह शून्य और एक के बीच होगा लेकिन दूसरे चतुर्थांश में कोसाइन के लिए cos x के लिए क्या होता है वह बिंदु t इस y अक्ष के दूसरी ओर है तो क्या होता है कि x निर्देशांक ऋणात्मक हो जाता है और चूँकि कोण की cos sine वृत्त पर संबंधित बिंदु के x निर्देशांक के बराबर होती है क्योंकि cos x का मान दूसरा चतुर्थांश
तब से जाएगा जब हम यहां इस पीआई की कोज्या दो से वास्तव में शून्य है और जब हम इस बिंदु पर पहुंचते हैं तो यह बराबर होता है इस बिंदु का यह समन्वय शून्य से एक अल्पविराम शून्य है
इसलिए एक्स समन्वय शून्य से एक है
इसलिए एक सौ अस्सी डिग्री का कोज्या शून्य से एक के बराबर है,
इसलिए दूसरे चतुर्थांश में x की कोज्या शून्य से एक और शून्य के बीच होगी और इसी तरह से अन्य प्रविष्टियां भरी जा सकती हैं
इसलिए मूल रूप से हमें वामावर्त में चलते रहना होगा यहां से शुरू होकर जब हम आगे बढ़ते हैं तो हम इस बिंदु तक तीसरे चतुर्थांश में होते हैं और फिर जब हम इस बिंदु से आगे बढ़ते हैं जहां से हमने शुरू किया था तो हम चौथे चतुर्थांश में हैं अब आइए ट्र y साइन फ़ंक्शन के ग्राफ को प्लॉट करने के लिए
इसलिए x अक्ष पर हमारे पास y अक्ष पर रोटेशन का कोण x है, हमारे पास रोटेशन के कोण के साइन का मान है x तो मान लें कि यह एक है और यह माइनस एक है और मान लीजिए कि अब मैंने
इस बिंदु o पर केंद्र के साथ ah इकाई त्रिज्या का एक छोटा वृत्त खींचा है और हम कहते हैं कि हम इस बिंदु से शुरू करते हैं यहाँ इस बिंदु से शुरू करते हैं और अब इस बिंदु पर वामावर्त दिशा में जाने की कोशिश करते हैं हम जानते हैं कि सबसे पहले पिछली स्लाइड्स से हम जानते हैं कि किसी भी बिंदु के x की साइन इस बिंदु के y निर्देशांक के बराबर होगी, अब इस बिंदु पर जब x इस बिंदु पर रोटेशन का कोई कोण नहीं है,
इसलिए कोई रोटेशन नहीं है रोटेशन का कोण शून्य है
इसलिए एक्स अक्ष पर हम यहां शून्य के बराबर हैं और चूंकि हम इस बिंदु पर सर्कल पर हैं,
इसलिए वाई निर्देशांक शून्य है और
इसलिए शून्य के बराबर x की साइन शून्य होगी
इसलिए हम इस बिंदु को इस प्रकार खींचते हैं हम जैसे-जैसे वामावर्त दिशा में आगे बढ़ते हैं, हम कहते हैं कि हम इस स्थिति और इस स्थिति के बीच आधे रास्ते तक पहुँचते हैं जो यहाँ है
इसलिए हम कहीं हैं
इसलिए इसे 90 डिग्री का आधा होना चाहिए जो कि चार या पैंतालीस डिग्री से pi है
इसलिए जब हम यहाँ पहुँचते हैं तो इस कोण का चिन्ह यह बिंदु ah के y निर्देशांक के बराबर होगा जो एक बटा रूट दो के बराबर होगा जो लगभग शून्य दशमलव सात शून्य सात है
इसलिए हम यहां देखते हैं कि यह pi बटा 4 है और sin pi का मान 4 0.
707 है और
इसलिए तब से यह 1 है और इसका आधा होगा तो यह 0.
5 होगा तो चलिए कुछ इस बारे में कुछ कहते हैं क्षमा करें क्षमा करें यह 2 बटा 3 होगा तो यह 0.
66 है तो यह कुछ ऐसा होगा
इसलिए यह लंबाई कुछ इस तरह से होगी यहाँ से यहाँ क्योंकि एक को यहाँ तीन छोटे वर्ग दिखाए गए हैं
इसलिए sin pi by four लगभग एक ah ज़ीरो पॉइंट सात होगा
इसलिए जब आप ज़ीरो से pi तक चार जाते हैं जब आप साइन x के इस ग्राफ को प्लॉट करते हैं तो यह कुछ इस तरह दिखता है और फिर जब हम आगे वामावर्त दिशा में एक और पैंतालीस डिग्री से चलते हैं, जो हम इस बिंदु तक पहुँचते हैं जिसका निर्देशांक है जिसका y निर्देशांक एक के बराबर है और रोटेशन का यह कोण अब pi बटा 2 है
इसलिए sine pi बटा 2 1 है और
इसलिए हम अब इस बिंदु पर पहुँचते हैं हम ग्राफ को इस तरह जोड़ते हैं, फिर इस बिंदु से शुरू करते हुए आगे की घड़ी की विपरीत दिशा में और फिर इस दिशा में जाने पर हम [संगीत] दूसरे चतुर्थांश में हैं लेकिन अब दूसरे चतुर्थांश में किसी भी बिंदु पर y निर्देशांक का मान कम होना चाहिए।
एक से अधिक क्योंकि हम यहां नीचे आ रहे हैं
इसलिए साइन एक्स फिर से एक से घटने लगेगा और जब तक हम यहां इस बिंदु तक नहीं पहुंच जाते हैं, तो इस बिंदु के लिए यहां कुल रोटेशन कोण एक सीधी रेखा है जो 180 डिग्री या पीआई रेडियन है और इस बिंदु का समन्वय यहाँ शून्य से एक शून्य है
इसलिए इस बिंदु का y निर्देशांक शून्य है और
इसलिए एक अस्सी डिग्री की साइन शून्य है और

इसलिए दूसरे चतुर्थांश में यदि हम इस ग्राफ को प्लॉट करने का प्रयास करते हैं
कुछ इस तरह दिखेगा तो यह बिंदु यहाँ इस बिंदु से मेल खाता है यहाँ पर पीआई की साइन शून्य के बराबर है और फिर हम आगे बढ़ सकते हैं और हमें यहां किसी भी बिंदु के लिए उदाहरण के लिए यहां आइए हम इस बिंदु को यहां कहें हमें बस यहां से शुरू होने वाले रोटेशन के कुल कोण को देखने की जरूरत है और फिर उस रोटेशन के कोण के अनुरूप हमें यह बिंदु मिलता है और हमें बस इस बिंदु के y निर्देशांक को देखने की जरूरत है और उस y निर्देशांक को प्लॉट किया जाना है y अक्ष यहाँ है कि हम इस ग्राफ को कैसे पूरा करते हैं,
इसलिए यदि आप इसे तीन पीआई बटा दो पर आगे करने की कोशिश करते हैं जो इस बिंदु पर तीन पीआई बटा दो की साइन माइनस वन के बराबर होगी तो आपको यहां कहीं होना चाहिए,
इसलिए यदि आप कोशिश करते हैं इसे जोड़ने के लिए आपको कुछ इस तरह का एक ग्राफ मिल सकता है
और फिर
इसलिए पीआई से 3 पीआई तक 2 तक जाना तब होता है जब आप तीसरे चतुर्थांश में होते हैं और फिर आगे जाते हैं तो आप चौथे चतुर्थांश में होते हैं और आपका वक्र दिखेगा ऐसा कुछ तो यह आप कैसे प्लॉट करते हैं एक्स की एक्स कोसाइन की एह साइन को इसी तरह से प्लॉट किया जा सकता है, बस इस बिंदु के y निर्देशांक को देखने के बजाय आपको y
पर इनमें से प्रत्येक बिंदु के x निर्देशांक का मान प्लॉट करना होगा।
अक्ष इस प्रकार है कि आप एक्स के कोसाइन के लिए ग्राफ कैसे प्राप्त करते हैं हम खुद के पास नहीं जा रहे हैं मान लीजिए कि आपके पास दो कोण x और y हैं और आप साइन x साइन y cos x cos y के मान जानते हैं तो क्या आप मान पा सकते हैं इस कोण का x घटा y क्या आप x घटा y का कोज्या और फिर x जमा y का कोज्या या x का जोड़ दो y का कोज्या और x का जोड़ दो y का कोज्या या दो बार का ज्या ज्ञात कर सकते हैं, तो यह है जिसे हम आगे संबोधित करने जा रहे हैं हम अंतर की कोज्या और कोणों के योग को cos x sine x cos y sin y के रूप में व्यक्त करने के लिए सूत्र प्राप्त करने जा रहे हैं और मान लीजिए कि o इस इकाई वृत्त का केंद्र है और इस बिंदु q पर विचार करें तो मुझे नीले रंग का उपयोग करने दें कलम भी तो मान लीजिए कि यह घूर्णन कोण x है और फिर हमारे पास एक और बिंदु p है और मान लीजिए हम कहते हैं कि इस बिंदु के लिए रोटेशन का कोण y है
इसलिए x और y की साइन और कोसाइन की परिभाषा से निर्देशांक इस बिंदु q के निर्देशांक होंगे x निर्देशांक x का cos होगा और y निर्देशांक साइन होगा इस बिंदु के लिए x का x निर्देशांक y का cos होगा और y निर्देशांक y का ज्या होगा और फिर निश्चित रूप से यहां यह कोण x घटा yx घटा y के बराबर होगा और अब हम एक और बिंदु भी खींचते हैं जैसे कि इसके लिए यहां से r तक पहुंचने के लिए रोटेशन का कोण बराबर है,
इसलिए लाल रंग में यह कोण भी x घटा y के बराबर है, जो कि x माइनस y भी है,
इसलिए अब हमारे पास है और हम कहते हैं कि यहां यह बिंदु एक के बराबर है
इसलिए इस बिंदु a में एक अल्पविराम शून्य है , इस बिंदु r के निर्देशांक होंगे क्योंकि इस ah बिंदु r के लिए रोटेशन का कोण x माइनस y लाल रंग में है,
इसलिए निर्देशांक x माइनस y के cos होने जा रहे हैं, x निर्देशांक है y निर्देशांक x घटा y का ज्या है आइए अब हम दो पर ध्यान दें त्रिभुज
इसलिए हम भी जा रहे हैं
इसलिए हम पहले त्रिभुज opq को देखेंगे तो मुझे इस हरे रंग की बिंदीदार रेखा के साथ p और q को मिलाने दें,
इसलिए त्रिभुजों में से एक त्रिभुज opq है जिसे माना जाने वाला अन्य त्रिभुज ऊर है
इसलिए त्रिभुज ऊर
इसलिए के लिए
यदि आप इन दो त्रिभुजों को देखते हैं तो हमें एक साथ जुड़ने की आवश्यकता है, तो हम जो देखते हैं वह यह है कि त्रिभुज opq में इस त्रिभुज की भुजा oq भुजा या त्रिभुज ऊर की लंबाई के बराबर होती है क्योंकि oq और या दोनों की त्रिज्या होती है इस इकाई वृत्त का यह वृत्त इस त्रिभुज के आगे की ओर का opq भी इकाई लंबाई का है क्योंकि यह एक और त्रिज्या है
इसलिए इस त्रिभुज opq का यह op भी इकाई लंबाई का है जो इस त्रिभुज ऊर के कारण o के बराबर भी है।

इसलिए यदि आप इस त्रिभुज को देखते हैं o यह बिंदु a है और फिर r है तो यह o भी त्रिज्या है
इसलिए op त्रिभुज का है opq त्रिभुज oar की भुजा o के बराबर है और इस त्रिभुज का आगे का कोण poq o है।
pq
त्रिभुज ऊअर के कोण a या के बराबर है क्योंकि ये दोनों कोण x घटा y के बराबर हैं और
इसलिए ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं, इस तथ्य का उपयोग करते हुए कि वे सर्वांगसम हैं क्योंकि वे सर्वांगसम हैं क्योंकि वे सभी संगत पक्षों की लंबाई के अनुरूप हैं।
भुजाएँ समान होनी चाहिए और
इसलिए इस त्रिभुज opq
की हरी बिंदीदार रेखा द्वारा दर्शाई गई इस भुजा qp की लंबाई त्रिभुज ऊर की भुजा ar की लंबाई के बराबर होनी चाहिए , क्योंकि ये दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं, अब हम कोशिश करेंगे इस तथ्य का उपयोग करने के लिए अब आगे यह रेखा आह यह लंबाई qp और कुछ नहीं बल्कि बिंदु q और p के बीच की दूरी है जहां बिंदु q के निर्देशांक cos x sin x हैं और बिंदु q के निर्देशांक cos y और sin yi का अर्थ है qp लिखना बराबर ar समान है qp वर्ग लिखना बराबर है
इसलिए यदि दो लंबाई समान हैं तो उनकी वर्ग लंबाई भी बराबर है अब qp वर्ग बस cos xm के बराबर होगा inus cos y पूरा

वर्ग तो यह qp वर्ग बराबर है cos x माइनस cos phi पूरा वर्ग प्लस साइन x माइनस sin y पूरा वर्ग दाएँ तो वह qp वर्ग है और वह ar वर्ग के बराबर होना चाहिए अब ar वर्ग क्या है बिंदु a और बिंदु r के निर्देशांकों को जानें बिंदु a के निर्देशांक एक शून्य है, बिंदु r के निर्देशांक cos x घटा y और sin x घटा y है,
 इसलिए इस रेखा खंड ar की वर्ग संतुलन लंबाई
cos x घटा के बराबर होगी y घटा एक पूर्ण वर्ग जोड़ साइन x घटा y घटा शून्य पूरा वर्ग जो x घटा y का साइन वर्ग होगा,
 इसलिए ये दोनों बराबर हैं तो आइए अगली स्लाइड में उन्हें और सरल बनाने का प्रयास करें पहला व्यंजक cos x घटा cos y संपूर्ण वर्ग जोड़ साइन x घटा पाप y पूरा वर्ग बराबर होता है तो पहला वर्ग बराबर होता है cos वर्ग x जोड़ cos वर्ग y घटा दो cos x cos y और फिर जमा दूसरा वर्ग साइन वर्ग x जमा साइन वर्ग y घटा 2 दो साइन x साइन y के बराबर होता है लेकिन तो फिर ई जानते हैं कि किसी भी कोण के लिए x साइन स्क्वायर एक्स प्लस कॉस स्क्वायर एक्स एक के बराबर है
 इसलिए ये दोनों जुड़ जाते हैं और एक प्लस बन जाते हैं ये दोनों भी जुड़ जाते हैं और एक माइनस टू कॉस एक्स कॉस वाई माइनस टू साइन एक्स साइन वाई और बन जाते हैं।
  यह उस के बराबर था जो पहली अभिव्यक्ति का सरलीकरण था और वह इस विशेष शब्द के बराबर है, यह विशेष अभिव्यक्ति जो दूसरी अभिव्यक्ति है तो आइए हम इसका विस्तार करें ताकि हमने कहा कि यह बराबर होना चाहिए कॉस एक्स माइनस वाई माइनस 1 पूरा वर्ग प्लस साइन स्क्वायर ऑफ एक्स माइनस वाई जो कि कॉस स्क्वायर एक्स माइनस वाई प्लस वन माइनस टू कॉस एक्स माइनस वाई प्लस साइन स्क्वायर ऑफ एक्स माइनस वाई के बराबर है जो अब इस कॉस स्क्वायर के बराबर है एक्स माइनस वाई और पाप स्क्वायर एक्स माइनस वाई एक तक जोड़ देगा,
 इसलिए यह एक प्लस वन माइनस टू कॉस एक्स माइनस y को सरल कर देगा क्योंकि यह और ये बराबर हैं
 इसलिए जब आप बराबर करते हैं तो हम उन्हें बराबर करते हैं जो हमें मिल रहा है कि x घटा y का cos c .
 के बराबर है os x cos y plus sine x sine y और यह एक बहुत ही मौलिक परिणाम है जिसका उपयोग हम अपने ah अन्य व्याख्यानों में बाद में ओके पर करेंगे ,
 इसलिए हमने अभी देखा कि किसी भी दो कोण x और y दिए गए हैं , x घटाकर y के बराबर cos   x cos y plus sin x sin y कैसे x जमा y के cos के बारे में हम इस सूत्र का उपयोग cos x घटा y के लिए भी cos x जमा y के लिए एक व्यंजक व्युत्पन्न करने के लिए
कर सकते हैं, हम इसे माइनस y के x माइनस के cos के रूप में लिख सकते हैं और फिर इस फॉर्मूले का उपयोग करें ताकि यह इस फॉर्मूले का उपयोग कर सके यह कॉस x में माइनस y के कॉस में माइनस y के
साइन में बन जाएगा जो कि कॉस x के बराबर है अब हमने दिखाया था कि कॉस एक सम फंक्शन है
 इसलिए माइनस y का कॉस cos y के बराबर है
 इसलिए हमारे यहाँ cos y है लेकिन y की साइन एक r फ़ंक्शन है और
 इसलिए माइनस y की साइन माइनस साइन y है और
 इसलिए हमें यहाँ एक माइनस साइन मिलता है और यह माइनस sin x sine y हो जाता है
 इसलिए इसके साथ हम समाप्त करते हैं दूसरा व्याख्यान जहां हमने साइन और कोसाइन के बीच अधिक संबंधों के साथ शुरुआत की थी कैसे किया गया कि साइन फ़ंक्शन एक विषम फ़ंक्शन है कोसाइन फ़ंक्शन एक सम फ़ंक्शन है हमने यह भी दिखाया कि साइन और कोसाइन के लिए ग्राफ़ कैसे प्लॉट करें और अंत में हमने अंतर के कोसाइन और दो कोणों के योग के लिए यहां एक अभिव्यक्ति भी प्राप्त की अगली कक्षा में हम इस बात पर चर्चा करेंगे कि मूल रूप से इन समीकरणों से ही आह कैसे निकाला जाए, हम अंतर का चिन्ह और दो कोणों की साइन और कोसाइन और कुछ अन्य संबंधों का योग प्राप्त करेंगे।