

ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের এই দ্বিতীয় বক্তৃতায় স্বাগত প্রথম বক্তৃতায় আমরা ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের পটভূমির পরিচয় দিয়েছিলাম যা আপনি দশম শ্রেণিতে অধ্যয়ন করেছিলেন আমরা x এর দুটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন সাইন এবং কোসাইন প্রবর্তন করেছি এবং আমরা এর কিছু বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা শুরু করেছি।

তাই আমরা এই বক্তৃতায় এটি চালিয়ে যাব

তাই আমরা পরবর্তী প্রশ্নের উত্তর দিতে চাই যেটি x কিসের জন্য x এর কোসাইন শূন্যের সমান যদি আপনি মনে করেন আমাদের একটি একক বৃত্ত ছিল যার কেন্দ্র ছিল o এবং আসুন আমরা এই বিন্দুটি p বিবেচনা করি।

একক বৃত্ত যেখানে a এবং b স্থানাঙ্ক রয়েছে

তাই এই রেখার রেখাংশের দৈর্ঘ্য oa

তাই এই বিন্দুটি হল a এখানে a এবং এটি b এর দৈর্ঘ্য এবং আমরা জানি যে ঘূর্ণনের এই কোণের \cos ঘূর্ণনের সেই কোণের কোসাইনটি a তাহলে আমরা কী করব যদি আমরা x এর কোণ বের করার চেষ্টা করি কারণ x এর \cos শূন্যের সমান কারণ x এর \cos সেই বিন্দুর x স্থানাঙ্কের সমান

যা আমরা মূলত r এর কোণগুলি খুঁজছি অটেশন যার জন্য ঘূর্ণনের পরে চূড়ান্ত বিন্দুর x স্থানাঙ্ক শূন্যের সমান

তাই এই বৃত্তে দুটি বিন্দু রয়েছে যার জন্য x স্থানাঙ্ক শূন্যের সমান

তাই এখানে একটি বিন্দু

তাই এটি হল x অক্ষ এবং এটি হল y অক্ষ

তাই এই বিন্দুতে x স্থানাঙ্কটি শূন্য এবং তারপরে অন্য বিন্দুটি হল এই বিন্দুটি যা শূন্য বিয়োগ এক

তাই এই দুটি বিন্দু যেখানে x স্থানাঙ্কটি শূন্য এখন এখানে এই বিন্দুটি ঘূর্ণনের একটি কোণের সাথে মিলে যায়

তাই আমরা যদি শুরু করি আমরা এখানে এই রশ্মি দিয়ে শুরু করি তারপর আমরা এই রশ্মি এখানে পৌঁছাই যদি আমরা এটিকে একটি বিপ্লবের এক চতুর্থাংশ দ্বারা ঘোরাই যা 90 ডিগ্রি বা 2 রেডিয়ান দ্বারা পাই

তাই একটি সমাধান হল x দুটি রেডিয়ান দ্বারা π এর সমান এবং অন্যটি সমাধান হল যখন আপনি এই বিন্দুতে পৌঁছাবেন

তাই এই বিন্দুটি একটি বিপ্লবের তিন চতুর্থাংশের সাথে মিলে যায় এবং একটি বিপ্লবের তিন চতুর্থাংশ হয় 3 পাই বাই 2 রেডিয়ান

তাই এটি অন্য সমাধান এবং আমরা দেখেছি x এর সাইন এবং কোসাইন উভয়ই তাদের v পুনরাবৃত্তি করে দুই পাই এর প্রতিটি পূর্ণসংখ্যার গুণের পরে a values

তাই x এর $\cos x$ এর \cos এর $\cos x$ এর \cos যোগ k গুণ দুই π এর সমান

তাই $\cos x$ শূন্যের সমান এই সমীকরণের সমাধান যখন x সমান হয় n প্লাস অর্ধেক পাই যেখানে n পূর্ণসংখ্যা, আসুন আমরা কিছু কোণের সাইন এবং কোসাইন খুঁজে বের করার চেষ্টা করি যা আমরা প্রায়শই দেখতে পাই এখানে এই সমকোণ ত্রিভুজটি abc যেখানে এই কোণটি 90 ডিগ্রি এবং এই কোণটি থিটা অবশ্যই এই তৃতীয় কোণটি তাহলে পাই বাই দুই মাইনাস থিটা

তাই আমরা এখানে যা দেখব তা হল থিটা-এর \cos -এর দৈর্ঘ্য ab -এর দৈর্ঘ্য ac দ্বারা এবং π -এর সাইন বাই 2 মাইনাস থিটা সমান এখন আমরা দেখার চেষ্টা করছি অন্য কোণে যা এই কোণটি পাই বাই 2 বিয়োগ থিটা এখন একটি কোণের সাইনের সংজ্ঞা থেকে এই কোণের সাইন এই কোণের বিপরীতের সমান হবে

তাই এই কোণের বিপরীত দিকটি ab দ্বারা বিভক্ত কর্ণ যা ac

তাই আমরা এখানে কি দেখতে এই দুটি অনুপাত একই এবং

তাই থিটা-এর \cos সমান হয় পাই-এর সাইন বাই দুই মাইনাস থিটা,

তাই আপনি যদি যেকোনো কোণের সাইন জানেন তাহলে আপনিও জানতে পারবেন যদি আপনি প্রতিটি কোণের সাইন জানেন

প্রতিটি কোণের এই কোসাইনগুলি জেনে নিন

তাই মূলত তারা এক এবং অভিন্ন এবং এটি তাদের মধ্যে সম্পর্ক ভালভাবে আসুন আমরা কোস খুঁজে বের করার চেষ্টা করি এবং কিছু সাধারণভাবে কিছু কোণের জন্য সাইন ইন করার চেষ্টা করি যা আমরা সাধারণভাবে দেখতে পাই

তাই আসুন আমরা এটি চিন্তা করি সমদ্বিবাহু সমকোণ ত্রিভুজ abc যেখানে এটি 90 ডিগ্রি এবং এটি একটি সমদ্বিবাহু সমকোণ ত্রিভুজ

তাই ab সমান bc এক এককের সমান এবং কারণ এটি সমদ্বিবাহু যা এই বাহু এবং এই বাহু সমান দৈর্ঘ্যের এই কোণ এবং এই কোণ সমান হবে এবং

তাই উভয়েরই হবে 45 ডিগ্রী যা তাদের উভয়েরই π হবে 4 রেডিয়ান দ্বারা এবং পিথাগোরাস উপপাদ্য দ্বারা এই কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে ab এর বর্গমূল বর্গ প্লাস bc বর্গ যা দুটি এককের বর্গমূলের সমান

এবং

তাই এই কোণ π -এর \cos চার দ্বারা সংলগ্ন বিভাজ্য কর্ণের সমান হবে যা দুইটির বর্গমূল দ্বারা ভাগ করা হয়

এবং একইভাবে π -এর সাইন 4 দ্বারা হবে কর্ণ দ্বারা বিভক্ত বিপরীতের সমান হবে যা একই হবে

তাই যখন কোণটি 4 বা 45 ডিগ্রি দ্বারা π এর সমান হয় তখন সেই কোণটির কোসাইন এবং সাইন উভয়ই এক এবং একই এবং তারা দুটি লেটের বর্গমূলের উপর একের সমান আমরা আরেকটি ছোট উদাহরণ দেই যেখানে আমরা পাই এর সাইন

এবং কোসাইন 6 রেডিয়ান দ্বারা বের করতে চাই যা 30 ডিগ্রী

তাই আমাদের এখানে একটি ত্রিভুজ সমকোণ ত্রিভুজ আছে abc যেখানে এই কোণটি 6 রেডিয়ান বা 30 ডিগ্রী দ্বারা পাই

এবং আমরা চাই সাইন এবং কোসাইন খুঁজে বের করতে আসুন এই রেখাটি cb সরলরেখা cb কে এভাবে প্রসারিত করি এবং এখানে আরেকটি কোণ তৈরি করি যা ছয় দ্বারা বিয়োগ পাই এর সমান

তাই আমরা এখানে আরেকটি রশ্মি তৈরি করি যাতে এই কোণটির মাত্রা এই কোণটিও ছয় দ্বারা পাই ঠিক আছে এখন এই রশ্মি এবং এই সরল রেখাটি এই বিন্দুতে ছেদ করতে চলেছে আসুন আমরা একে d বলি এবং এখন আমরা এই ত্রিভুজ acd -এর উপর ফোকাস করি তবে তার আগে আমরা যা দেখতে পাই তা হল যদি আমরা শুধু ah তাকাই এই দুটি ত্রিভুজে abc হল একটি ত্রিভুজ এবং অন্য ত্রিভুজ হল adb

তাই এই ত্রিভুজটি এবং আমরা বুঝতে পারি যে এই দুটি ত্রিভুজই সঙ্গতিপূর্ণ কারণ তাদের একটি সাধারণ বাহুর ab রয়েছে এবং এই কোণটি 90 এবং এই লাইনটি cd একটি সরল রেখা।

কোণটিও 90 এবং তারপর অবশ্যই নির্মাণের মাধ্যমে এই এবং এই কোণটি এই কোণটি এবং এই কোণটিও সমান এবং তাই ত্রিভুজ abc এবং ত্রিভুজ abd

তাই ত্রিভুজ abc এবং ত্রিভুজ abd সর্বসম বা ঠিক একই এবং

তাই বাহুর দৈর্ঘ্যও একই সমান

তাই ধরুন যদি এই এটি এক এককের সমান হয় তাহলে বিজ্ঞাপনটিও এক একক কারণ এই দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হয় এবং আসুন আমরা বৃহত্তর ত্রিভুজ adc -এ ফোকাস করি

তাই আমি এখন আমি আছি এই ত্রিভুজটি

adc এই বিশেষ ত্রিভুজটির কথা বলছি আমরা দেখতে পাচ্ছি যে এই দুটি ত্রিভুজের সামঞ্জস্য অনুসারে এই কোণ এবং এই কোণটি সমান হতে হবে

তাই যদি এই কোণের পরিমাপ থিটা হয় তবে এই কোণটিও থিটা এবং এই মোট কোণটি এখানে পাই।

তিন বা ষাট ডিগ্রী দ্বারা

তাই আমরা এখন যা দেখতে পাচ্ছি তা হল যে আপনি যদি এই ত্রিভুজটি দেখেন adc এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ দিয়ে শুরু করবে কারণ এই কোণ এবং এই কোণটি সমান এবং

তাই যেহেতু একটি ত্রিভুজের সমস্ত অভ্যন্তরীণ কোণের যোগফল 180 ডিগ্রি এই 60 ডিগ্রী যা পাই বাই 3 প্লাস থিটা প্লাস থিটা তাই পাই বাই 3 প্লাস থিটা প্লাস থিটাকে পাই রেডিয়ান হতে হবে এবং যা আসলে বোঝায় যে থিটা পাই বাই তিন রেডিয়ান এর সমান

তাই এই থিটাও পাই বাই তিন এই কোণটিও পাই তিন দ্বারা এবং এটি অবশ্যই পাই তিন দ্বারা

তাই এই ত্রিভুজ adc একটি সমবাহু ত্রিভুজ এটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ কারণ তিনটি কোণই 3 রেডিয়ান বা 60 ডিগ্রী দ্বারা π এর সমান এবং

তাই এই লাইন সেগমেন্ট সিডির দৈর্ঘ্যও অন্য দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হবে যা এক একক

তাই এই সিডিটিও দৈর্ঘ্যের এক একক

তাই এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল সিডির দৈর্ঘ্য আরও এক ইউনিট কারণ এই দুটি ত্রিভুজ abc এবং abd এই দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য bc এবং bd সঙ্গতিপূর্ণ

তাই এই দৈর্ঘ্য এবং এই দৈর্ঘ্য সমান হতে হবে

তাই যদি পুরো দৈর্ঘ্য cd এক একক হয় তাহলে দেখা যাচ্ছে যে এই দৈর্ঘ্যটি অর্ধেক একক হতে হবে।

অর্ধেক একক হতে হবে এবং

তাই এখন আমরা বলতে পারি যে এই কোণ পাই এর কোসাইন ছয় দ্বারা দুঃখিত এই কোণের এই চিহ্ন

তাই এই কোণের পাই এর সাইন ছয় বাই সমান

তাই

পাই এর সাইন বাই 6 হবে

তাই সাইনের সমান এই কোণের

তাই আসুন আমরা এই ত্রিভুজ abc -এ ফোকাস করি যার কর্ণের দৈর্ঘ্য এক একক এবং cb অর্ধেক এককের সমান এবং সেইজন্য π -এর সাইন বাই ছয় হবে কর্ণের বিপরীত যা অর্ধেক হবে এক দ্বারা বিভক্ত যা অর্ধেক সমান

তাই এই সহজ গঠন মাধ্যমে $ction$ আমরা দেখিয়েছি যে পাই এর সাইন বাই ছয় অর্ধেকের সমান এবং একইভাবে কারণ আগের ক্লাসে আমরা দেখিয়েছিলাম যে সাইন বর্গ x প্লাস বর্গ x এক

তাই সেই সম্পর্ক ব্যবহার করে আপনি যা দেখতে পারেন তা হল পাই এর \cos by six হবে দুই দ্বারা তিন রুটের সমান অন্য একটি প্রশ্ন যা মনে আসবে তা হল x এর সাইন এবং বিয়োগ x এর সাইনের মধ্যে এবং একইভাবে বিয়োগ x এর xn \cos এর \cos এর মধ্যে কোন সম্পর্ক আছে

তাই আমরা আবার এখানে o কেন্দ্রে একটি একক বৃত্ত আঁকলাম।

এটি হল x অক্ষ এটি হল x অক্ষ এটি হল y অক্ষ এবং আমাদের এখানে একটি বিন্দু p আছে যার x এবং y স্থানাঙ্ক

যথাক্রমে e এবং b এবং ঘূর্ণনের এই কোণটি হল x

তাই যদি আমি এটি থেকে একটি লম্ব ড্রপ করি

এই বিন্দুতে x অক্ষের উপর p বিন্দু a তারপর এই দৈর্ঘ্য oa হবে a এর সমান

তাই এই oa হবে a এর সমান এবং এই দৈর্ঘ্যটি এখানে b এর সমান হবে এখন আমাদের ঘোরানো যাক যেহেতু আমরা এই কোণ বিয়োগ করতে আগ্রহী তাহলে আমাদের বিয়োগ x পেতে হবে আমাদের r করতে হবে এই নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধটিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘোরান একই পরিমাণ ঘূর্ণন যা আমরা এই কোণ x এর জন্য করেছি

তাই আপনি যখন এটিকে একই পরিমাণে ঘোরান তখন এই কোণটি বিয়োগ হবে x এবং যখন আমরা ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরি তখন এখান থেকে শুরু

করে এখান থেকে এখানে যাওয়ার সময় আমরা যে পরিমাণ ঘূর্ণন করেছি, আসুন আমরা বলি যে বিয়োগ x -এর চিহ্ন খুঁজে বের করতে আমরা একটি বিন্দু q -এ পৌঁছেছি বিয়োগ x -এর বিয়োগ $x \sin$ -এর চিহ্ন খুঁজে বের করার জন্য বিয়োগ x এর স্থানাঙ্কটি অনুমান করার সমান হবে বিন্দু q হল c এবং d তারপর বিয়োগ x এর সাইন

তাই x এর সাইন b এর সমান যা আমরা ইতিমধ্যে জানি যে বিয়োগ x এর সাইন সমান হবে
তাই এটি বিপরীত

তাই ah এই বিন্দু q এর y স্থানাঙ্ক যা হল d কে কর্ণের দৈর্ঘ্য দ্বারা ভাগ করা হয় যা এক এর সমান
তাই বিয়োগ s এর সাইন d এর সমান

তাই মূলত আমাদের দেখতে হবে এই d এবং b এর মধ্যে কোন সম্পর্ক আছে কিনা এখন আসুন এই ah ত্রিভুজটি দেখি
তাই এই বিন্দুটি a যদি আমরা এখানে এই দুটি ত্রিভুজ দেখি সূত্রাং একটি ত্রিভুজ ওব

তাই এখানে এই ত্রিভুজটি এবং অন্য ত্রিভুজটি ওক তারপর আমরা যা দেখি তা হল দুঃখিত
তাই এই দুটি ত্রিভুজের মধ্যে তারা সর্বসম কারণ

তাই ত্রিভুজ ওপ চেষ্টা ত্রিভুজ ওক এর সাথে সর্বসম্মত এবং কারণটি হচ্ছে অবশ্যই এই দিক o উভয়ের উভয়ের কাছেই সাধারণ

এই ত্রিভুজ oap -এর এই পার্শ্ব op ত্রিভুজ oaq -এর দৈর্ঘ্য oq সমান কারণ উভয়ই এই একক বৃত্তের ব্যাসার্ধ
তাই আমাদের দুটি বাহু আছে যা সমান এবং তারপর এই কোণ x এখানে যা এই ত্রিভুজটির aop কোণ এই কোণের সমান

কারণ উভয়ের মাত্রাই একই
তাই এই দুটি ত্রিভুজ এখন সঙ্গতিপূর্ণ যখন আমরা আসলে এই বিন্দুটি আঁকতাম তখন আমরা একটি বাদ দিয়েছিলাম এই

বিন্দু p থেকে x অক্ষ পর্যন্ত লম্ব
তাই এটি এখন 90 ডিগ্রী ছিল কারণ এই দুটি ত্রিভুজ সঙ্গতিপূর্ণ এই কোণটিও এই কোণের সমান হওয়া উচিত যা 90 ডিগ্রী হবে

এবং
তাই আমরা যা দেখি তা হল এই প্যাক আসলে একটি সরলরেখা হবে কারণ এই কোণটি 90 এবং এটি 90

তাই এখানে মোট কোণটি এই মোট কোণটি 180 ডিগ্রী এবং
তাই এই paq একটি সরল রেখা যা দ্বিখণ্ডিত যা মূলত কোণটির সাথে ছেদ করেছে x অক্ষ 90 ডিগ্রীতে এবং

তাই এটি স্পষ্ট যে এই বিন্দু q এর x স্থানাঙ্কটিও a এর সমান হবে
তাই c সমান a

তাই দেখায় যে এটি এই কারণে যে এই পুরো রেখাটি একটি সরল রেখা এবং এটি 90 ডিগ্রীতে x অক্ষের সাথে ছেদ করেছে
তাই মূলত এখানে এই রেখার অংশটি এই স্থানাঙ্ক অক্ষের y স্থানাঙ্ক অক্ষের সমান্তরাল কারণ এই দুটি রেখা সমান্তরাল

এখানে এই নির্দিষ্ট বিন্দুর স্থানাঙ্ক c এর সমান হতে হবে এর সমান হবে এই এখানে a ঠিক
তাই c সমান a কিন্তু এখন d সম্পর্কে কি কারণ এখানে এই দুটি ত্রিভুজ সর্বসম প্রথম ত্রিভুজের এই বাহুর দৈর্ঘ্য

t এর সমান হবে তার হবে ত্রিভুজ oaq -এর এই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান
তাই

এই দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্যের মাত্রাও b এর সমান হবে কিন্তু যেহেতু এটি চতুর্থ চতুর্ভুজটিতে রয়েছে এটি ah x অক্ষের নিচে
তাই d হবে বি বিয়োগের সমান হতে হবে যেখান থেকে আমরা উপসংহারে পৌঁছেছি যে এখন এখান থেকে এবং এখানে

থেকে
তাই আমরা এই উপসংহারে পৌঁছেছি যে বিয়োগ x এর সাইন হবে বিয়োগের সমান যা

সাইন x এর বিয়োগের সমান যা এই সত্য থেকে অনুসরণ করে যে b সাইন x এর সমান দিয়ে শুরু করুন এবং
তাই আমরা যা দেখি তা হল বিয়োগ x এর সাইন সাইন x এর বিয়োগের সমান এবং এটি একটি খুব মৌলিক সম্পর্ক এখন

এই ধরনের ফাংশন যেখানে f এর বিয়োগ x এর বিয়োগ fx এর একটি বিশেষ নাম রয়েছে এবং সেগুলি হল বিজোড়
ফাংশন বলা হয় তাদের বলা হয় বিজোড় ফাংশন যদি আমরা এখানে একই চিত্র ব্যবহার করি তবে আমরা যা দেখতে পাব তা

হল x এর \cos যদি আপনি এই ত্রিভুজ ওপটি দেখেন তবে x এর \cos এই দৈর্ঘ্যের সমান একটি দ্বারা ভাগ করা হয় যা a
এবং বিয়োগ x এর \cos কি বিয়োগ x এর জন্য আমরা এই ত্রিভুজটির দিকে তাকাই oaq এবং বিয়োগ x এর \cos

তারপর সমান হবে সমান a ভাগ করা কর্ণ দ্বারা যার দৈর্ঘ্য এক
তাই এটিও a এর সমান এবং

তাই x এর \cos এবং বিয়োগ x এর \cos সর্বদা সমান এবং এই ধরনের ফাংশন যেখানে x এর f এর f এর সমান যখন
 x এর f এর যদি একটি ফাংশন f থাকে যেমন x এর f বিয়োগ x এর সমান x সমস্ত x এর জন্য

তাই এটি শুধুমাত্র x এর একটি মানের জন্য নয় বরং সমস্ত মানের জন্য x এর
তাই এখানেও যদি এটিকে একটি বিজোড় ফাংশন হিসাবে ডাকতে হয় তবে ফাংশনটি অবশ্যই x এর একটি মানের জন্য নয়

বরং এর ডোমেনে x এর সমস্ত মানের জন্য এই সম্পর্কটিকে অবশ্যই সন্তুষ্ট করতে হবে যাতে আমরা দেখতে পাই যে \cos
 x সমান x এর সমস্ত মানের জন্য বিয়োগ x এর \cos থেকে বাস্তব সংখ্যার সাথে জড়িত বাস্তব সংখ্যার সেট যা \cos

ফাংশনের ডোমেইন
তাই এই ধরনের ফাংশনগুলিকে জোড় ফাংশন বলা হয় সেগুলিকে জোড় ফাংশন বলা হয়

তাই পরবর্তীতে আমরা একটি অনুসন্ধান করার চেষ্টা করি $\sin x$ এবং $\cos x$ এর মানের পরিসরের মধ্যে একটু গভীর বা

একটু গভীর খনন করুন যখন আমরা x কে শূন্য থেকে দুই পাইতে বাড়াই তখন আমরা সরে যাই, তাই যখন আমরা এর মধ্যে থাকি যখন এই কোণ x ঘূর্ণন কোণ x শূন্যের মধ্যে থাকে এবং তাই 0 হয় যখন আপনি আমরা এখানে এবং আপনি যখন আমরা এই বিন্দুটিকে ঘোরের বিপরীত দিকে বৃত্তে নিয়ে যাই এই বিন্দুতে না পৌঁছানো পর্যন্ত দিকনির্দেশ আমরা সব সময়ই প্রথম চতুর্ভুজে থাকি তাই যখন $x = 0$ এবং π বাই 2 রেডিয়ানের মধ্যে থাকে তখন বিন্দু p প্রথম চতুর্ভুজে থাকে এবং যেহেতু $\sin x$ হল b এর y স্থানাঙ্কের সমান পয়েন্ট এবং $\cos x$ বিন্দুর x স্থানাঙ্কের সমান এখন প্রথম চতুর্ভুজে x স্থানাঙ্ক আপনি এখানে শূন্য এবং একের মধ্যে দেখতে পাচ্ছেন এবং তাই $\cos x$ এর মধ্যে থাকবে ব্যবধান শূন্য থেকে এক তাই $\cos x$ শূন্যের চেয়ে বড় হবে এবং একের চেয়ে কম হবে যেখানে সাইন x যা এই বিন্দুর ah y স্থানাঙ্কও ব্যবধান শূন্য থেকে একের মধ্যে থাকবে তাই আমি এখানে একটি কোঁকড়া বন্ধনী রাখছি কারণ আমি প্রথম চতুর্ভুজটিকে x কম বলে সংজ্ঞায়িত করেছি π than দুই দ্বারা তাই $\sin x$ কে 1 হতে হবে একের চেয়ে ess কারণ ah $\sin x$ শুধুমাত্র একের সমান হয় যখন $x = \pi$ এর সমান দুই দ্বারা এবং তাই এটি কখনই এই মানটি অর্জন করতে পারবে না এবং তাই এখানে একটি বৃত্তাকার বন্ধনী রয়েছে এবং একইভাবে আমরা এই টেবিলের অন্যান্য এন্ট্রিগুলি পূরণ করতে পারি যদি আমরা বৃত্ত বরাবর অগ্রসর হই, যদি আমরা এই বিন্দু থেকে কাঁটার বিপরীত দিকে অগ্রসর হই তাহলে আমরা দ্বিতীয় চতুর্ভুজ এ থাকি তাই যখন ঘূর্ণন কোণটি পাই বাই দুই এর মধ্যে থাকে তাই পাই বাই দুই এর মধ্যে পাই পর্যন্ত এতটা পথ π হল অর্ধেক ঘূর্ণন তাই দ্বিতীয় চতুর্ভুজে সাইন x হল মূলত যদি আপনি দেখতে পান $\sin x$ হল y স্থানাঙ্ক ডান তাই সাইন x আবার এর মাঝে থাকবে ah এর ধনাত্মক দিকে এটি এই অনুভূমিক x অক্ষের উপরের দিকে সুতরাং দ্বিতীয় চতুর্ভুজের যেকোনো বিন্দুর y স্থানাঙ্ক সর্বদা শূন্য এবং একের মধ্যে থাকবে তাই এটিও এর মধ্যে থাকবে তবে এই ক্ষেত্রে এটি শূন্য এবং একের মধ্যে থাকবে কিন্তু দ্বিতীয় চতুর্ভুজের কোসাইনের জন্য $\cos x$ এর জন্য যা ঘটবে তা হল যে পয়েন্ট t এই y অক্ষের অপর পাশে রয়েছে তাই কি ঘটবে x স্থানাঙ্কটি ঋণাত্মক হয়ে যায় এবং যেহেতু একটি কোণের \cos \sin বৃত্তের সংশ্লিষ্ট বিন্দুর x স্থানাঙ্কের সমান কারণ বৃত্তে $\cos x$ এর মান দ্বিতীয় চতুর্ভুজ থেকে যাবে তাই যখন আমরা এখানে থাকি তখন এই পাই এর কোসাইন বাই দুই আসলে শূন্য এবং যখন আমরা এই বিন্দুতে পৌঁছাই তখন এটি এই বিন্দুর সমান এই স্থানাঙ্কটি বিয়োগ এক কমা শূন্য তাই x স্থানাঙ্ক বিয়োগ এক একশত আশি ডিগ্রির কোসাইন বিয়োগ একের সমান তাই x এর দ্বিতীয় চতুর্ভুজ কোসাইনটি বিয়োগ এক এবং শূন্যের মধ্যে থাকবে এবং একইভাবে অন্যান্য এন্ট্রিগুলি পূরণ করা যেতে পারে তাই মূলত আমাদেরকে কাঁটার বিপরীত দিকে চলতে হবে দিক এখন থেকে শুরু করে যখন আমরা আরও এগিয়ে যাই তখন আমরা এই বিন্দু পর্যন্ত তৃতীয় চতুর্ভুজে থাকি এবং তারপর থেকে যখন আমরা এই বিন্দু থেকে আরও এগিয়ে যাই যেখানে আমরা শুরু করি তখন আমরা চতুর্থ চতুর্ভুজে রয়েছি এখন আসুন আমরা ট্র্যাক করি সাইন ফাংশনের গ্রাফ প্লট করতে y তাই x অক্ষে আমাদের ঘূর্ণনের কোণ x আছে y অক্ষে আমাদের কাছে ঘূর্ণন কোণের সাইনের মান আছে x তাই আসুন বলি এটি একটি এবং এটি বিয়োগ এক এবং আসুন আমরা বলি যে এখন আমি এই বিন্দুতে কেন্দ্র সহ ah একক ব্যাসার্ধের একটি ছোট বৃত্ত আঁকছি এবং আমরা বলি যে আমরা এই বিন্দু থেকে শুরু করি এখানে এই বিন্দু থেকে শুরু করি এবং এখন এই বিন্দুতে কাঁটার বিপরীত দিকে যাওয়ার চেষ্টা করি আমরা জানি যে পূর্ববর্তী স্লাইডগুলি থেকে প্রথমে আমরা জানি যে কোন বিন্দুর x এর সাইন এই বিন্দুর y স্থানাঙ্কের সমান হবে এখন এই বিন্দুতে যখন x এই বিন্দুতে ঘূর্ণনের কোন কোণ নেই সেখানে ঘূর্ণন নেই তাই ঘূর্ণনের কোণ শূন্য তাই x অক্ষে আমরা এখানে x সমান শূন্য এবং যেহেতু আমরা এখানে বৃত্তের এই বিন্দুতে আছি y স্থানাঙ্কটি শূন্য এবং তাই x এর সাইন সমান শূন্য হবে শূন্য তাই আমরা এই বিন্দুটিকে এভাবে আঁকব আমরা যতদূর এন্টিক্লকওয়াইজ ডাইরেক্ট এ এগিয়ে যাই আসুন আমরা বলি যে আমরা এই অবস্থান এবং এই অবস্থানের মধ্যে অর্ধেক পথ পৌঁছেছি যা এখানে রয়েছে তাই আমরা সেখানে কোথাও রয়েছি তাই এটিকে 90 ডিগ্রির অর্ধেক হতে হবে যা পাই দ্বারা চার বা পঁয়তাল্লিশ ডিগ্রি তাই যখন আমরা এখানে পৌঁছাব তখন এই কোণের চিহ্ন ah - এর y স্থানাঙ্কের সমান হবে এই বিন্দুটি যা মূল দুই দ্বারা একের সমান হবে যা প্রায় শূন্য বিন্দু সাত শূন্য সাত তাই আমরা এখানে দেখতে পাচ্ছি এটি 4 দ্বারা π এবং 4 দ্বারা $\sin \pi$ এর মান 0. 707 এবং তাই এটি 1 এবং এর অর্ধেক হবে

তাই এটি 0.

5 হবে

তাই আসুন আমরা কিছু বলতে পারি প্রায় এত দুঃখিত দুঃখিত এটি 2 দ্বারা 3 হবে

তাই 0.

66 হবে

তাই এটি এমন কিছু হবে

তাই এই দৈর্ঘ্যটি থেকে এরকম কিছু হবে এখানে থেকে এখানে কারণ এখানে একটিকে তিনটি ছোট বর্গ দেখানো হয়েছে

তাই $\sin \pi$ বাই চার হবে আনুমানিক এক আহ শূন্য পয়েন্ট সাত

তাই আপনি যখন শূন্য থেকে পাই বাই চারে যাবেন যখন সাইন x এর এই গ্রাফটি প্লট করবেন তখন এটি এরকম কিছু দেখায় এবং তারপর যখন আমরা আরো কাঁটার বিপরীত দিকে আরও পঁয়তাল্লিশ ডিগ্রীতে যান যেখানে আমরা এই বিন্দুতে পৌঁছেছি যার স্থানাঙ্ক যার y স্থানাঙ্ক একের সমান এবং এই ঘূর্ণনের কোণটি এখন পাই বাই 2

তাই সাইন পাই বাই 1 এবং

তাই এখন আমরা এই বিন্দুতে পৌঁছেছি আমরা গ্রাফটিকে এইভাবে সংযুক্ত করি তারপর ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে এই বিন্দু থেকে শুরু করে এবং তারপরে এই দিকে যাচ্ছি আমরা [সঙ্গীত] দ্বিতীয় চতুর্ভুজে আছি কিন্তু এখন এখানে দ্বিতীয় চতুর্ভুজের যেকোনো বিন্দুতে y স্থানাঙ্কের মান কম হতে হবে একের চেয়ে কারণ আমরা এখানে নেমে আসছি তাই সাইন x আবার এক থেকে কমতে শুরু করবে এবং যতক্ষণ না আমরা এখানে এই বিন্দুতে পৌঁছাই, তাই এই বিন্দুর জন্য এখানে মোট ঘূর্ণন কোণ হল একটি সরল রেখা যা 180 ডিগ্রি বা পাই রেডিয়ান এবং এই বিন্দুর স্থানাঙ্ক এখানে বিয়োগ এক শূন্য

তাই এই বিন্দুর y স্থানাঙ্ক শূন্য এবং

তাই এক আশি ডিগ্রির সাইন শূন্য এবং

তাই দ্বিতীয় চতুর্ভুজে যদি আমরা এই গ্রাফটি প্লট করার চেষ্টা করি এরকম কিছু দেখাবে

তাই এখানে এই বিন্দুটি এখানে এই বিন্দুর সাথে মিলে যায় পাই এর সাইন শূন্যের সমান এবং তারপর আমরা আরও এগিয়ে যেতে পারি এবং আমাদের এখানে যেকোন বিন্দুর জন্য এখানে উদাহরণ স্বরূপ এখানে এই বিন্দুটি বলতে হবে আমাদের কেবল এখান থেকে শুরু করে ঘূর্ণনের মোট কোণটি দেখতে হবে এবং তারপরে ঘূর্ণনের কোণের সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমরা এই বিন্দুটি পাই এবং তারপরে আমাদের কেবল এই বিন্দুর y স্থানাঙ্কটি দেখতে হবে এবং y স্থানাঙ্কটি প্লট করতে হবে y অক্ষ এখানে এভাবেই আমরা এই গ্রাফটি সম্পূর্ণ করি,

তাই আপনি যদি এটিকে আরও তিন পাই বাই টু এ করার চেষ্টা করেন যা এই বিন্দুতে তিন পাই বাই দুই এর সাইন হবে বিয়োগ একের সমান

তাই আপনার এখানে কোথাও থাকা উচিত

তাই আপনি চেষ্টা করলে এটি সংযোগ করার জন্য আপনি এইরকম একটি গ্রাফ পেতে পারেন

এবং তারপরে

তাই পাই থেকে 3 পাই বাই 2 এ যাওয়া হল যখন আপনি তৃতীয় চতুর্ভুজটিতে থাকবেন এবং তারপরে আপনি যদি এগিয়ে যান তবে আপনি চতুর্থ চতুর্ভুজে আছেন এবং আপনার বক্ররেখা দেখতে পাবেন যে ভালো কিছু

তাই এই আপনি কিভাবে x এর x কোসাইন এর ah সাইন প্লট করেন একইভাবে প্লট করা যেতে পারে এটি ঠিক যে এই পয়েন্টের y স্থানাঙ্কের দিকে তাকিয়ে ah এর পরিবর্তে আপনাকে এখানে y -তে

এই প্রতিটি বিন্দুর x স্থানাঙ্কের মান প্লট করতে হবে অক্ষ এইভাবে আপনি x এর কোসাইনের জন্য গ্রাফটি পেতে পারেন আমরা নিজেরাই আমাদের কাছে যাচ্ছি না ধরুন আপনার কাছে x এবং y দুটি কোণ আছে এবং আপনি সাইন x সাইন y $\cos x \cos y$ এর মান জানেন

তাই আপনি মান খুঁজে পেতে পারেন? এই কোণ x বিয়োগ y আপনি x বিয়োগ y এর কোসাইন খুঁজে পেতে পারেন এবং তারপরে x যোগ y এর কোসাইন বা x যোগ দুই y এর কোসাইন x প্লাস দুই y এর কোসাইন বা দ্বিগুণ x এর সাইন খুঁজে পেতে পারেন

তাই আমরা পরবর্তীতে এই বিষয়ে আলোচনা করতে যাচ্ছি আমরা $\cos x \sin x \cos y \sin y$ এর পরিপ্রেক্ষিতে পার্থক্যের কোসাইন এবং কোণের যোগফল প্রকাশের জন্য সূত্র বের করতে যাচ্ছি এবং ধরুন যে

তাই o এই একক বৃত্তের কেন্দ্র এবং এখানে q এই বিন্দুটি বিবেচনা করি

তাই আমাকে একটি নীল ব্যবহার করতে দিন কলমও

তাই ঘূর্ণনের এই কোণটি x হতে দিন এবং তারপরে আমাদের আরেকটি বিন্দু p এবং let আছে আমরা বলি যে এই বিন্দু p এর ঘূর্ণনের কোণ হল y

তাই

x এর সাইন এবং কোসাইন এর সংজ্ঞা থেকে স্থানাঙ্ক এবং y এই বিন্দু q এর স্থানাঙ্ক হবে x স্থানাঙ্ক হবে x এর \cos এবং y স্থানাঙ্ক হবে সাইন এই বিন্দু p এর জন্য x এর x স্থানাঙ্ক হবে y এর \cos এবং y স্থানাঙ্ক হবে y এর \sin এবং তারপর অবশ্যই এখানে এই কোণটি x বিয়োগ y বিয়োগ y এর সমান হবে এবং এখন আমরা আরেকটি বিন্দু o আঁকি যেটি এমন যে

এখান থেকে r পর্যন্ত যাওয়ার জন্য এর ঘূর্ণনের কোণ সমান

তাই লাল রঙের এই কোণটি x বিয়োগ y এর সমান

তাই এটি x বিয়োগ y ও

তাই এখন আমাদের কাছে আছে এবং আমরা বলি যে এখানে এই বিন্দুটি a এর সমান সুতরাং এই বিন্দু a এর স্থানাঙ্ক একটি কমা শূন্য এই বিন্দু r এর স্থানাঙ্ক হবে কারণ এই ah বিন্দু r এর ঘূর্ণনের কোণ হল x বিয়োগ y লাল রঙে
তাই স্থানাঙ্কগুলি x বিয়োগ y এর \cos হতে চলেছে x স্থানাঙ্ক y স্থানাঙ্ক হল x বিয়োগ y এর সাইন এখন আমরা দুটিতে ফোকাস করি ত্রিভুজ

তাই আমরা যাচ্ছি

তাই আমরা প্রথমে ত্রিভুজ opq দেখব

তাই আমি এখানে p এবং q যোগ করি এই সবুজ ডটেড রেখার সাথে

তাই ত্রিভুজের একটি ত্রিভুজ opq অন্য ত্রিভুজটি oar

তাই ত্রিভুজ oar

তাই জন্য যে আমাদের একসাথে যোগ করতে হবে anr এখন আপনি যদি এই দুটি ত্রিভুজটি দেখেন তবে আমরা যা দেখতে পাচ্ছি তা হল ত্রিভুজ opq তে এই ত্রিভুজের এই পাশের oq দৈর্ঘ্য

বা ত্রিভুজ oar এর সমান কারণ oq এবং বা উভয়ের ব্যাসার্ধ এই একক বৃত্তের এই বৃত্তটি এই ত্রিভুজ opq এর আরও পাশের op টিও একক দৈর্ঘ্যের কারণ এটি আরেকটি ব্যাসার্ধ

তাই এই ত্রিভুজের এই অর্ধটি opq এই সমস্ত অর্ধটিও একক দৈর্ঘ্যের যা এই ত্রিভুজ ওয়ারের কারণে oa এর সমান। সুতরাং আপনি যদি এই ত্রিভুজটি দেখেন o এটি বিন্দু aa এবং তারপর r

তাই এই oa ও ব্যাসার্ধ

তাই op ত্রিভুজের opq ত্রিভুজ oar এর পাশের oa এবং এই ত্রিভুজ o এর আরও কোণ poq এর সমান pq ত্রিভুজ oar এর কোণ aor এর সমান কারণ এই দুটি কোণ x বিয়োগ y এর সমান এবং

তাই এই দুটি ত্রিভুজ সর্বসম তারা এখন এই সত্যটি ব্যবহার করে যে তারা সর্বসম কারণ তারা তাদের সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্যের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ বাহুগুলি সমান হওয়া উচিত এবং

তাই এই পাশের qp এর দৈর্ঘ্য

যা এই ত্রিভুজের সবুজ ডটেড রেখা দ্বারা দেখানো হয়েছে opq অবশ্যই ত্রিভুজ oar এর বাহুর ar এর দৈর্ঘ্যের সমান হতে হবে কারণ এই দুটি ত্রিভুজ সর্বসম এখন আমরা চেষ্টা করব এই সত্যটি ব্যবহার করার জন্য এখন আরও এখন এই লাইনটি

আহ এই দৈর্ঘ্য qp বিন্দু q এবং p এর মধ্যে দূরত্ব ছাড়া আর কিছুই নয় যেখানে বিন্দু q এর স্থানাঙ্ক রয়েছে $\cos x \sin x$ এবং বিন্দু p এর স্থানাঙ্ক রয়েছে $\cos y$ এবং $\sin y$ মানে qp লেখা qp বর্গক্ষেত্র লেখার সমান সমান

তাই যদি দুটি দৈর্ঘ্য সমান হয় তবে তাদের বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যও সমান এখন qp বর্গক্ষেত্রটি $\cos x$ এর সমান হবে $\sin y$ পুরো বর্গ

তাই এটি qp বর্গ সমান $\cos x$ বিয়োগ $\cos \phi$ পূর্ণ বর্গ প্লাস সাইন x বিয়োগ $\sin y$ পুরো বর্গ ডান

তাই এটি qp বর্গক্ষেত্র এবং এটি ar বর্গক্ষেত্রের সমান হতে হবে

এখন আমরা ar বর্গ কি বিন্দু a এবং বিন্দু r এর স্থানাঙ্কগুলি জানুন a বিন্দুর স্থানাঙ্কগুলি হল এক শূন্য r বিন্দুর স্থানাঙ্ক হল $\cos x$ বিয়োগ y এবং $\sin x$ বিয়োগ y

তাই এই রেখার অংশের বর্গক্ষেত্রের ভারসাম্যের দৈর্ঘ্য

$\cos x$ বিয়োগের সমান হবে y বিয়োগ একটি পুরো বর্গ প্লাস সাইন x বিয়োগ y বিয়োগ শূন্য পুরো বর্গক্ষেত্র যা হবে x বিয়োগ y এর সাইন বর্গ

তাই এই দুটি সমান

তাই আসুন পরবর্তী স্লাইডে তাদের আরও সরল করার চেষ্টা করি প্রথম অভিব্যক্তি $\cos x$ বিয়োগ $\cos y$ whole বর্গ প্লাস সাইন এক্স মাইনাস $\sin y$ পুরো বর্গ সমান

তাই প্রথম বর্গ সমান \cos বর্গ x প্লাস \cos বর্গ y বিয়োগ দুই $\cos x \cos y$ এবং তারপর প্লাস দ্বিতীয় বর্গ সমান সাইন বর্গ x প্লাস সাইন বর্গ y বিয়োগ 2 দুই সাইন x সাইন y কিন্তু তারপর w e জানি যে যেকোন কোণের জন্য x

সাইন বর্গ x প্লাস কস বর্গ x সমান

তাই এই দুটি যোগ হয়ে এক যোগে পরিণত হয় এবং এই দুটিও যোগ হয়ে এক বিয়োগ দুই $\cos x \cos y$ বিয়োগ দুই সাইন $x \sin y$ হয় এবং এটি $2 \cos x \cos y$ এর সমান ছিল

তাই এটি ছিল প্রথম অভিব্যক্তিটির সরলীকরণ এবং এটি এই নির্দিষ্ট পদটির সমান আহ এই বিশেষ অভিব্যক্তিটি যা দ্বিতীয় অভিব্যক্তি

তাই আসুন এটিকেও প্রসারিত করি

তাই আমরা বলেছিলাম যে এটি এর সমান হতে হবে $\cos x$ বিয়োগ y বিয়োগ 1 পুরো বর্গ প্লাস সাইন বর্গ এর x বিয়োগ y যা \cos বর্গ x বিয়োগ y প্লাস এক বিয়োগ দুই $\cos x$ বিয়োগ y প্লাস সাইন বর্গ x বিয়োগ y যা এখন এই \cos

বর্গক্ষেত্রের সমান x বিয়োগ y এবং \sin বর্গ x বিয়োগ y এক পর্যন্ত যোগ হবে

তাই এটি এক যোগ এক বিয়োগ দুই বিয়োগ x বিয়োগ y থেকে সরল হবে যেহেতু এটি এবং এগুলি সমান

তাই আপনি যখন সমান করেন যখন আমরা তাদের সমান করি তখন আমরা যা পাই তা হল x বিয়োগ y এর \cos সমান $\cos x \cos y$ প্লাস $\sin x \sin y$ এবং এটি একটি খুব মৌলিক ফলাফল যা আমরা পরবর্তীতে আমাদের ah

অন্যান্য বক্তৃতায় ব্যবহার করব ঠিক আছে

তাই আমরা এখনই দেখেছি যে x বিয়োগ y এর যেকোনো দুটি কোণ x এবং y

cos দেওয়া হয়েছে $x \cos y$ প্লাস $\sin x \sin y$ কিভাবে x প্লাস y এর cos সম্পর্কে আমরা $\cos x$ বিয়োগ y -এর জন্য এই সূত্রটি ব্যবহার করতে পারি $\cos x$ plus y -এর জন্য একটি অভিব্যক্তি বের করতে নিম্নরূপ আমরা এটিকে x বিয়োগ বিয়োগ y এর cos হিসাবে লিখতে পারি এবং তাহলে এই সূত্রটি ব্যবহার করুন তাই এই সূত্রটি ব্যবহার করে এটি হয়ে যাবে $\cos x$ হয়ে যাবে \cos এর বিয়োগ y এর সাথে সাইন x বিয়োগ y এর সাইন যা $\cos x$ এর সমান এখন আমরা দেখিয়েছি যে \cos একটি জোড় ফাংশন তাই বিয়োগ y এর \cos $\cos y$ এর সমান তাই আমাদের এখানে $\cos y$ আছে কিন্তু y এর সাইন একটি r ফাংশন এবং তাই বিয়োগ y এর সাইন হল বিয়োগ সাইন y তাই আমরা এখানে একটি বিয়োগ চিহ্ন পাই এবং এটি বিয়োগ $\sin x$ সাইন y হয়ে যায় তাই এটি দিয়ে আমরা শেষ করি দ্বিতীয় বক্তৃত্তা যেখানে আমরা সাইন এবং কোসাইন এর মধ্যে আরও সম্পর্ক নিয়ে শুরু করেছি কিভাবে সাইন ফাংশন একটি বিজোড় ফাংশন এবং কোসাইন ফাংশন একটি জোড় ফাংশন আমরা সাইন এবং কোসাইন এর জন্য গ্রাফ কিভাবে প্লট করতে হয় তাও দেখিয়েছি এবং পরিশেষে আমরা এখানে পার্থক্যের কোসাইন এবং দুটি কোণের যোগফলের জন্য একটি অভিব্যক্তি বের করেছি পরের ক্লাসে আমরা আলোচনা করব কিভাবে ah বের করতে হয় মূলত এই সমীকরণগুলো থেকেই শুরু করে আমরা পার্থক্যের চিহ্ন বের করব এবং দুই কোণের যোগফলের সাইন এবং কোসাইন দ্বিগুণ এবং তিনগুণ কোণ এবং আরও কিছু সম্পর্কের চিহ্ন বের করব।