

مثلی افعال کے پہلے لیکچر میں خوش آمدید، ہم اس پس منظر کے بارے میں تھوڑا سا بحث کرتے ہوئے شروع کریں گے جس کا مطالعہ آپ نے پہلے ہی دسویں جماعت میں کیا ہو گا یہ بنیادی طور پر یونانی لفظ ہے جو ٹریگونو اور میٹرون پر مشتمل ہے اس لیے مثلث میٹرونوم کا مطلب پیمائش ہے۔

کا مطالعہ مثلث کے اطراف کی پیمائش کرنا اور مثلث کے زاویوں اور اطراف کے درمیان تعلق کو بھی تلاش کرنا مثال کے ah تو بنیادی طور پر یہاں لیتے ہیں abc اس دائیں زاویہ مثلث کو ah طور پر ہم تو یہ 90 ڈگری ہے اس زاویہ کو تھیٹا ہونے میں آپ نے مطالعہ کیا ہوگا۔ آپ کا ٹریڈ اسٹینڈرڈ کہ جہاں آپ نے اپنے مثلثی تناسب کی اور تھیٹا کا ٹینجٹ $\sin \theta \cos \theta$ وضاحت کی ہو گی مثال کے طور پر جو کہ دائیں جانب دائیں زاویہ کے مخالف ہے ac کو ملحقہ سائیڈ اور اس طرف ab تو اس زاویہ تھیٹا کے لیے ہم کہتے ہیں کہ اس طرف اس زاویہ کے e کو ملحقہ طرف اور سڈ کہا جاتا ہے ab زاویہ مثلث کو فرضی کہا جاتا ہے اور اس طرف اس زاویہ تھیٹا کے لئے اس طرف تھیٹا کے طور پر لکھتے cos مخالف تھیٹا کو ظاہری طور پر مخالف سمت کہا جائے گا اور اگر آپ تھیٹا کی کوزائن کو یاد کرتے ہیں جسے آپ

مختصر شکل ہے۔ cos لکھا جاتا ہے اور cosine قسم کی مختصر شکل ہے اس لیے یہ دراصل ah کے لیے cosine دراصل cos تو ab اس کے لیے تھیٹا آپ پہلے ہی پڑھ چکے ہیں کہ یہ دراصل ملحقہ سائیڈ کی لمبائی کے برابر ہے جو کہ فرضی حصے کی لمبائی پر سیگنٹ مخالف سمت کی لمبائی sine sin theta سائن کی مختصر شکل ہے۔ sin کی لمبائی ہے پھر ac sine theta کی لمبائی ہے جو ہے اور پھر آخر میں ٹین تھیٹا ac ہے جس کو فرضی کی لمبائی سے تقسیم کیا جاتا ہے جو bc کے برابر ہے جو اس صورت میں لائن سیگنٹ ہے لہذا یہ پہلے سے ہی ہے جس bc جو اس زاویہ تھیٹا کا ٹینجٹ ہے اس کی لمبائی کے برابر ہے۔ مخالف سمت جو ملحقہ طرف کی لمبائی پر ms کا آپ نے مطالعہ کیا ہے بس ان مثلثی تناسب کو آپ نے مختلف مسائل کو حل کرنے کے لئے استعمال کیا ہے۔ تو ان میں سے ایک مسئلہ اونچے فاصلوں سے متعلق ہے مثال کے طور پر یہ خاص مسئلہ یہاں آہ جہاں آپ کے پاس ایک اونچی عمارت ہے جس میٹر ہے اور جب آپ اس مقام پر کھڑے ہوتے ہیں عمارت کے اوپری حصے کو دیکھیں h کی اونچائی آپ کو معلوم نہیں ہے کہ اونچائی کے حوالے سے ناپتے ہیں وہ 30 ڈگری ہے جب آپ عمارت کی طرف 10 میٹر کے فاصلے پر کسی دوسرے ab جس بلندی کا زاویہ آپ زمینی تک جاتے ہیں c مقام

میٹر ہے اور دوبارہ اوپر کی طرف دیکھیں۔ عمارت کی بلندی واضح طور پر بڑھ جاتی ہے کہ ہم 60 ڈگری کہتے ہیں اور AC 10 تو یہ فاصلہ پھر آپ کو بلاشبہ ان بلندی زاویوں کی اس پیمائش کی بنیاد پر عمارت کی اونچائی معلوم کرنے یا اس کی اونچائی کا اندازہ لگانے کے لیے کہا جاتا میٹر کہتے s کے برابر ہونے میں ہم bcb کی نشاندہی کرنے دیں۔ اونچائی یہاں دوری h ہے لہذا آپ جس طرح سے یہ کرتے ہیں اسی طرح ہیں اور پھر آپ ٹینجٹ فارمولہ استعمال کرتے ہیں

s تو اگر آپ اس کے لیے ٹینجٹ فارمولہ استعمال کرتے ہیں اس زاویہ کے لیے جو 30 ڈگری ہے جو آپ کو ملے گا وہ ٹین ہے۔ 30 ڈگری کا جمع 10 یہاں ملحقہ ہے اور یقیناً آپ جانتے ہیں s ہے مخالف سمت اور h کے برابر ہے کیونکہ اس 30 ڈگری زاویہ کے لیے h جمع 10 پر اس مثلث کو اور آپ دوبارہ زاویہ کی مماس کو 60 ڈگری cdb کہ ٹین تھرٹی جڑ تین پر ایک کے برابر ہے اور پھر آپ دوسرے مثلث کو دیکھیں کے برابر تقسیم کریں گے اس صورت میں ساٹھ کا ٹین جڑ تین کے s بلندی کا زاویہ لکھیں اور اسی فارمولے کو استعمال کرتے ہوئے آپ اسے دونوں کو تلاش کرنے کے قابل ہونا چاہئے یہاں ایک چھوٹا سا آہ سوال s اور h برابر ہے۔ اب آپ کے پاس دو مساواتیں اور دو نامعلوم ہیں آپ کو ہے لہذا پچھلے صفحہ میں جب ہم اس فرضی کو مخالف اور ملحقہ طرف پر بحث کر رہے تھے تو اس کی تعریف بالکل واضح ہے کہ کون سا رخ مخالف ہے کیونکہ یہ وہ رخ ہے جو اس زاویہ تھیٹا کے مخالف آہ کا ہے لہذا مثال کے طور پر اگر میں غور کروں

تو آئیے ایک ہی دائیں زاویہ مثلث کو دوبارہ کہتے ہیں لیکن اس زاویہ پر غور کرنے کے بجائے اگر تھیٹا ہونا تھا اگر یہ تھیٹا ہوتا acb ہونا تھا۔ ای دیگر زاویہ زاویہ th تو تھیٹا وہ رخ ہے جو صحیح زاویہ کے مخالف ہے اس لیے یہ اب بھی hypotenuse تو پھر بھی فرضی کی تعریف وہی رہتی ہے کیونکہ ہو گا bc ہی رہے گا لیکن ملحقہ اور مخالف اطراف اب بدلیں گے اب یہ سائیڈ hypotenuse وہ رخ ہے جو دراصل اس زاویہ کے مخالف ہے اب ab مخالف طرف ہو گا کیونکہ اب یہ ab ملحقہ طرف ہو گا اور یہ طرف bc تو یہ طرف اس وجہ سے اگر آپ آہ زاویہ یا کوئی ایسی چیز دیکھی ہوگی جس کا آپ کو ہر جگہ سامنا ہوگا تو ایک فطری سوال ذہن میں آتا ہے کہ ان زاویوں کی پیمائش کیسے کی جائے تو ایک عام پیمانہ جو ہم جانتے ہیں وہ ڈگری ہے لیکن اس سے پہلے ہم اس کی وضاحت کرتے ہیں کہ اب ہمارا زاویہ کیا ہے اس رے او اے پر غور کریں۔

کے گرد گھماتے ہیں o تو یہ ایک کرن ہے اور ہم کہتے ہیں کہ ہم اس شعاع کو اس نقطہ کو مقررہ طور پر رکھے گا اور پھر ہم ترتیب دیں گے o تو یہ اس نقطہ اور پھر ہم اس طرح حرکت کریں گے ixed کے اس نقطہ کو رکھیں گے۔ f تو ہم تو اس مقررہ نقطہ کو ورٹیکس کہا جائے گا اور فرض کریں کہ ہم اسے گھڑی کی مخالف سمت میں منتقل کرتے ہیں اور کہتے ہیں کہ یہ ہے کی طرف b تو یہاں یہ ٹپ اس سے آگے بڑھتا ہے اس نقطہ کو کہتے ہیں اس نئے نقطہ کو عام طور پر زاویہ کا ابتدائی رخ کہا oa تو یہ لمبائی اور یہ لمبائی ایک جیسی ہے اور ہم اسے اس طرح گھماتے ہیں ٹھیک ہے اب اس طرف جاتا ہے لہذا جب آپ اسے گھمائیں تو یہ زاویہ یہ ہے یہ زاویہ کچھ نہیں بلکہ اس کا پیمانہ ہے کہ آپ اسے کتنی گردش کرتے ہیں۔ اس بات کا پیمانہ کہ جب آپ اس پوزیشن سے اس پوزیشن پر جاتے ہیں کو ٹرمینل سائیڈ کہا جاتا ہے جب گردش گھڑی ob کو زاویہ کی ابتدائی طرف کہا جاتا ہے اس طرف o تو کتنی گردش ہوتی ہے لہذا اس طرف کی سمت مخالف ہو جیسا کہ یہاں اس مثال میں ہے زاویہ کو مثبت کہا جاتا ہے اور اگر گھماؤ ایسا ہے تو یہ کہتے ہیں مثال کے طور پر میں اب اس کو گھڑی کی مخالف سمت میں گھمانے کے بجائے یہاں ایک اور کھینچتا ہوں اگر ہم اسے گھڑی کی سمت میں گھمائیں

تو ہم کہتے ہیں کہ ہم یہاں سے یہاں جاتے ہیں۔ تو یہ ابتدائی سائیڈ ہے یہ ٹرمینل سائیڈ ہے لہذا ہم اسے اب گھڑی کی سمت میں گھما رہے ہیں تو اس صورت میں عام طور پر کنونشن یہ ہے کہ یہ زاویہ اب منفی ہوگا زاویوں کی پیمائش کے لیے زاویوں کے دو مشہور پیمانہ ہیں ایک کو کہا جاتا ہے ایک عام طور پر ایک راستہ ہے۔ اس کی پیمائش کرنا ڈگریوں کے لحاظ سے ہے اس کی پیمائش کرنے کا دوسرا طریقہ چمک کے لحاظ سے ہے لہذا ہم پہلے ڈگریوں پر بات کریں گے کیونکہ یہ وہ چیز ہے جس کا آپ پہلے ہی مطالعہ کر چکے ہوں گے لہذا اگر ہم ایک مکمل انقلاب کے ساتھ شروع کریں

تو ایک بار پھر ہم اس رے او اے پر غور کرتے ہیں اور فرض کریں کہ ہم اسے اس طرح گھماتے ہیں تو ہم اسے پورے راستے پر لے جاتے ہیں اور پھر ہم اسے واپس لاتے ہیں تو ایک مکمل انقلاب

تو ایک مکمل انقلاب کو 360 ڈگری کہا جاتا ہے اب اس کے پیچھے کوئی ریاضی نہیں ہے آپ جانتے ہیں کیوں؟ اسے 360 کہا جاتا ہے 450 یا 720 وجوہات ہو سکتی ہیں جیسا کہ اب ہم جانتے ہیں کہ بنیادی طور پر تاریخی ہیں لہذا ہم 360 ڈگری پر قائم رہیں گے اور یقیناً ایک مکمل 800 اور یقیناً 1 ڈگری ایک مکمل انقلاب کے 1 بائی 360 ویں حصے کے برابر ہو گی ٹھیک ہے اس طرح ایک ڈگری کی 360 انقلاب ڈگری ہے۔

تو ایک ڈگری بنیادی طور پر ایک مکمل انقلاب کا 360 واں حصہ ہوتا ہے اب ائیے اس رے او اے کو دوبارہ دیکھتے ہیں۔ اب اگر آپ دیکھیں کہ اگر ایک مکمل انقلاب 360 ڈگری کہلاتا ہے

تو اگر ہم انقلاب کا صرف ایک چوتھائی حصہ کرتے ہیں

تو مثال کے طور پر اگر ہم اس او اے سے جائیں جو حقیقت میں افقی طور پر لیٹا ہوا ہے تو اب کہتے ہیں جو کھڑا ہے۔ سیدھا جو سیدھا کھڑا ہے اور اگر آپ یہاں اس زاویہ کو دیکھیں

کو دوبارہ کسی دوسرے سے گھماتے ہیں ob تو اگر آپ دیکھیں کہ کیا آپ اس سے شروع کرتے ہوئے گھمائیں گے اگر ہم اسے دوبارہ گھمائیں شعاع کو ob تو ہم کہتے ہیں کہ یہ زاویہ تھیٹا کے برابر ہے لہذا ہم اسے گھڑی کی مخالف سمت میں کسی اور تھیٹا کے ذریعے دیکھیں

c کے مقابلے میں مخالف سمت میں اس لیے یہ کچھ اس طرح نظر آئے گا کہ چلیں oa تو ہمیں بالکل دائیں طرف لیٹ جانا چاہیے لیکن

سے شروع ہونے والا ایک اور کلاک وائر موڑ ہمیں یہاں لے جانا چاہیے oc تو یہ بھی تھیٹا ہونا چاہیے اور پھر

تو یہ ایک اور تھیٹا ہے اور پھر اسی زاویہ تھیٹا سے ایک اور کلاک وائر والی اصطلاح ہمیں واپس وہاں لے جائے گی جہاں سے ہم نے شروع کیا تھا

لیکن پھر جو ہم دیکھتے ہیں وہ ہے۔ وہ چوتھی بار کیونکہ اگر آپ ان تمام زاویوں کو جوڑتے ہیں oa جو کہ تو چار گنا تھیٹا بالکل ایک مکمل انقلاب کے برابر ہے جسے ہم نے آخری صفحہ دیکھا ہے کہ یہ 360 ڈگری کے برابر ہونا چاہیے اور اس لیے یہ

زاویہ تھیٹا 360 کا چوتھائی ہے جو 90 ڈگری ہے۔ اور یہی وجہ ہے کہ اگر آپ لیٹے کی پوزیشن سے بدل کر سیدھے دائیں طرف جاتے ہیں تو اس شعاع کی گردش کی مقدار 90 ڈگری ہو گی جس طرح دوسری آہ کے بہت سے حصے میں آپ دوسرے تمام زاویوں کی وضاحت کر سکتے ہیں جیسے 180 ڈگری

تو 180 ڈگری ہو گی اگر آپ آہ پر واپس جائیں

سے شروع کرتے ہیں اور اگر آپ 2 90 ڈگری گردش لیتے ہیں oa تو ہم آخری سلائڈ پر واپس جائیں گے اگر آپ

کی طرف جاتے ہیں ob سے oa تو مثال کے طور پر اگر آپ

بالکل oc تک ایک اور 90 ڈگری گردش اور آپ جو دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ یہ soc سے ob ہے۔ ایک بار 90 ڈگری گھماؤ اور پھر t تو یہ

ایک سیدھی coa ایک سیدھی لکیر ہے لہذا ca کے بالکل مخالف ہے لہذا بنیادی طور پر یہ oa ایسا ہے جیسا کہ بالکل نیچے پڑا ہے اور اس

لکیر ہے اور گردش کا زاویہ یہ 90 جمع یہ 90 ہے اور یہ 180 ڈگری ہے اسی لیے ہم عام طور پر کہتے ہیں کہ سیدھی لکیر 180 ڈگری ہے

زاویوں کی ایک اور پیمائش کو ریڈین کہا جاتا ہے اور یہ اس کے لیے نیا ہو سکتا ہے۔ آپ میں سے کچھ

پر ہے اور جس کا رداس ایک ایک یونٹ o تو جس طرح سے اس کی تعریف کی گئی ہے ائیے ہم یہاں دائرے کو دیکھیں یا جس کا مرکز اس نقطہ

ہے پر غور کریں oa تو یہ ایک یونٹ کا دائرہ ہے ٹھیک ہے اور پھر اس رے

کی لمبائی اب ایک اکائی ہے جب آپ فرض کرتے ہیں کہ ہم اسے گھڑی کی مخالف سمت میں گھمانا شروع کرتے ہیں اور oa تو یہ ایک ہے رداس یہاں صرف اس نوک کے ذریعے منتقل ہونے والے فاصلے کی مقدار پر

توجہ مرکوز کرتے ہیں

کو تھوڑا سا حرکت دیتے ہیں oa تو مثال کے طور پر اگر آپ اس

یہ اور ٹپ یہاں آتا ہے ke تو یہ شعاع کچھ لیٹی نظر آئے گی۔

تو یہ ابھی طے شدہ فاصلہ ہے اگر آپ گردش کے زاویہ کو بڑھاتے رہیں گے

تو اس قوس کی لمبائی صحیح بڑھے گی لہذا اگر ہم نقطہ تک بڑھتے رہیں

تو ہمیں کہتے ہیں

کی لمبائی بھی ایک اکائی ہے جو اس یونٹ ab کی طرف جاتے ہیں کہ اس قوس b پر ہم ایک نقطہ a تو ہم نے سرے سے آغاز کیا۔ کیا نقطہ

کے دائرے کے رداس کے دائیں طرف ہے

تو جب ایسا ہوتا ہے

ایک طالب علم کے ذہن میں یہ فطری سوال پیدا ہوتا ہے کہ اگر فرض کریں کہ میرے یہاں ایک a تو گردش کا زاویہ ایک ریڈین کہا جاتا ہے لہذا

تک گھماؤں اور اس آرک سی ڈی کی لمبائی کتنی ہے یقیناً یہ ہے؟ od سے oc ہے اور اب میں اسے دو ریڈینز کے زاویے سے oc رداس

ایسا لگتا ہے کہ یہ یقینی طور پر ایک اکائی نہیں ہوگی شاید ایک یونٹ سے زیادہ لیکن یہ دیکھنا بہت مشکل نہیں ہے کہ یہ زاویہ دو ریڈین کچھ بھی

نہیں ہے بلکہ یہ ایک ریڈین سے کرن کو گھومنے والی گردشوں کی دو لگاتار تکرار پر مشتمل ہے۔ دو بار

پر شعاع کے سرے سے شروع کرتے ہیں اور ہم کہتے ہیں کہ ہم نے پہلے ایک ریڈین سے a تو فرض کریں کہ ہم ابتدائی طور پر اس نقطہ

گھمایا

کہتے ہیں اور تعریف کے مطابق جو ہم نے دیکھا ہے وہ ہے کیونکہ یہ گردش کا زاویہ ایک ریڈین ہے اور b تو آپ اس مقام تک پہنچ گئے ہمیں

تک بھی ایک اکائی ہے لیکن ہم قوس کی b ظاہر ہے کہ اس قوس کی لمبائی یہاں پر اس قوس کی اب یہ لمبائی یہاں سے شروع ہوتی ہے اس نقطہ

لمبائی تلاش کر رہے ہیں جب زاویہ مرکز میں کم ہو جائے وہ قوس دو ریڈین ہے

سے آگے بڑھتے ہیں اور ہم ایک دوسرے ریڈین کے ذریعے ایک دوسرے سے آگے گھومتے ہیں b تو ہم کیا کرتے ہیں پھر ہم

تو ہم اس طرح شروع کرتے ہیں اور پھر ہم دوبارہ ایک ریڈین سے گھومتے ہیں

کہتے ہیں۔ یہاں پر c تو ہم آخر میں پہنچتے ہیں ہمیں کچھ نقطہ

پر پہنچیں c تو یہ بالکل ایک ریڈین کے طور پر نظر نہیں آ رہا ہے لیکن ائیے فرض کریں جب آپ اس نقطہ

تو یہاں سے شروع کریں

ab کو دیکھیں اور اگر آپ دیکھیں سیکٹر اے obc تک شروع کریں اگر آپ اس مخصوص سیکٹر c سے نقطہ b تو اس نقطہ

سے ob بھی ایک یونٹ کے برابر ہونی چاہیے کیونکہ ایک بار پھر bc تو یہ سیکٹر کون سا ہے وہ بالکل ایک جیسے ہیں اور اس لیے یہ لمبائی

ہونی چاہیے۔ ایک ریڈین bc تک جانے والا ایک ریڈین ہے اس لیے اس قوس کی لمبائی oc سے ob سے شروع ہونے والی گردش کا زاویہ oc

بھی ہو اور پھر یقیناً ہمیں جواب مل جائے گا کیونکہ اگر اب آپ کو اس سوال کا جواب مل جائے گا کہ ہم آپ سے اس آرک سی ڈی کی لمبائی معلوم ہے ac کرنے کے لیے کہاں کہہ رہے تھے جو دائرے کے مرکز میں دو ریڈینز کے زاویے کو کم کرتا ہے۔ یہاں جو ہمارے پاس ہے وہ ایک آرک

کی بات کر رہا ہوں جہاں مرکز میں زاویہ 1 ریڈین جمع 1 ریڈین ہے جو کہ 2 ریڈین ہے اور آپ دیکھتے ہیں کہ قوس کی ac تو میں اس آرک لمبائی یہ ایک ریڈین ہے اور یہ معذرت ایک اکائی جمع یہ ایک اکائی تو اس کی گل ایک اکائی جمع ایک اکائی دو اکائیاں ہیں اور اس لیے اگر مرکز میں کسی بھی قوس کے ذریعے جمع کیا جائے والا زاویہ دو ریڈین ہے تو اس قوس کی لمبائی دو اکائیوں کے دائیں ہو گی تو معلوم ہوتا ہے کہ اگر تم اگر آپ گردش کے زاویہ کو دوگنا کرتے ہیں تو متعلقہ قوس کی لمبائی بھی دوگنی ہو جائے گی اس لیے اس میں ایک چھوٹی سی میز ہے اگر قوس کی لمبائی اگر آہ ہو تو قوس کی لمبائی ایک اکائی ہے

تو مرکز میں ذیلی زاویہ ہے ایک ریڈین یا اس کے برعکس اگر آپ مرکز میں موجود زاویہ کو دو ریڈینز تک بڑھاتے ہیں اور جیسا کہ ہم نے پچھلی سلائیڈ میں دیکھا ہے کہ قوس کی لمبائی ایک یونٹ سے دو یونٹ ہو جائے گی اگر مثال کے طور پر مرکز میں جھکا ہوا زاویہ ہے کوئی بھی کسر یا اعشاریہ کوئی بھی حقیقی عدد جیسے تین پوائنٹ ایک سات ریڈینز پھر قوس کی لمبائی تین پوائنٹ ایک سات یونٹ ہوگی اب ہم جانتے ہیں کہ یہاں ایک دائرے کے لیے ہم کہتے ہیں کہ رداس ایک اکائی اگر میں اس نقطہ سے شروع کروں اس طرح جائیں اور پھر ایک پر واپس آجائیں اگر آپ i تو اسے دیکھیں یہ او اے اور میں ایک مکمل انقلاب کرتے ہیں جس کا مطلب یہ ہے کہ مکمل انقلاب کرتے ہیں

کہ قوس کی لمبائی اور ذیلی زاویہ برابر ہیں میرا t سے جانا fac یونٹس کے برابر ہوگی اور اس وجہ سے اس pi تو قوس کی لمبائی دو گنا مطلب یہ ہے کہ اگر قوس کی لمبائی ایک اکائی ہے

تو مرکز میں جھکا ہوا زاویہ ایک ریڈین ہے اور اگر آپ اسے دوگنا کرتے ہیں تو مرکز میں جھکا ہوا زاویہ بھی دوگنا ہو جاتا ہے۔ اس کے ذریعے اگر قوس کی لمبائی ایک یونٹ سے بڑھ کر دو پانی یونٹ ہو جائے تو یہ واضح رہے کہ اس مکمل انقلاب کے ذریعے مرکز میں جو زاویہ جمع کیا گیا ہے وہ دو پانی ریڈین کے برابر ہونا چاہیے اور اس لیے یہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک مکمل انقلاب دو پانی کے برابر ہے۔ ریڈینز

جیسا کہ آپ سب جانتے ہیں کہ ایک مستقل ہے یہ ایک pi تو یہ یاد رکھنے کی بات ہے کہ یہاں ایک مکمل انقلاب پانی ریڈینز کے برابر ہے یقیناً افقی مستقل ہے اور یہ ایک دائرے کے فریم کے تناسب کے برابر ہے۔ دائرے کا قطر اس لیے آپ اس کائنات میں کوئی بھی دائرہ لیں چاہے وہ چھوٹا ہو یا جتنا بڑا ہو اگر اسی دائرے کے لیے اگر آپ فریم کا حساب لگائیں اگر آپ فریم کو قطر سے تقسیم کرتے ہیں اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا ہے کہ آپ کتنا بڑا یا d تو آپ کو اسی دائرے کا قطر معلوم ہوتا ہے کہا جاتا ہے اس سے متعلق ایک اور سوال جو ذہن pi چھوٹا یا جو بھی دائرہ کھینچتے ہیں وہ تناسب ہمیشہ ایک مستقل ہوتا ہے اور اس مستقل کو میں آسکتا ہے

تو ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ اندرونی دائرہ یہاں

تو میرے پاس کیا ہے جیسا کہ آپ اس تصویر میں دیکھ رہے ہیں دو مرتکز دائرے ہیں

پر ایک ہی مرکز ہے۔ o تو ایک یہ آہ دائرہ ہے جس کا رداس چھوٹا ہے اور دوسرا بیرونی دائرے کا ایک بڑا رداس ہے اور ان دونوں کا اس نقطہ اور ہم کہتے ہیں کہ ہمارے یہاں ایک کرن ہے اس مخصوص شعاع کو اور ہم اسے گھڑی کی مخالف سمت میں ایک ریڈین سے گھماتے ہیں تاکہ شعاع اب یہاں آئے

تو اندرونی دائرے کے لیے جس کا رداس ایک یونٹ ہے ہم جانتے ہیں کہ اس قوس کی لمبائی رداس کے برابر ہوگا جو کہ ایک اکائی صحیح ہے یونٹس کا رداس ہے r لیکن ہم یہ کہتے ہیں کہ اس بیرونی دائرے میں

بیرونی دائرے e سے گھماتے ہیں۔ w تو یہ وہی ہے جس کی میں بات کر رہا ہوں اور یہ بھی گھومتا ہے ہم اس مخصوص شعاع کو ایک ریڈین اور ہے یقیناً ایک اکائی نہیں ہوگی کیونکہ ایک اکائی اندرونی دائرے میں قوس کی لمبائی تھی اور x پر قوس کی لمبائی دیکھنا چاہتے ہیں جو یہ لمبائی جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ یقینی طور پر ہے ایک یونٹ سے زیادہ لیکن یہ کتنا ہے

تو اگر آپ اس جدول میں بیرونی دائرے کے لیے دیکھتے ہیں

تو ہمیں بتا دیں کہ ہم اس قوس کی لمبائی کو نہیں جانتے

اکائیوں کے برابر ہے x تو بیرونی دائرے کے لیے اگر یہ قوس کی لمبائی

تو جیسا کہ ہم نے کھینچا ہے۔ یہ یہاں مرکز میں ذیلی زاویہ ایک ریڈین ہے ٹھیک ہے اور پچھلی سلائیڈ سے پچھلے سے ہم جانتے ہیں کہ ایک مکمل انقلاب کتنے ریڈین کے برابر ہے ایک مکمل انقلاب دو پانی ریڈین کے برابر ہے

تو یہ ایک مکمل انقلاب ہے۔ اگر آپ مرکز میں ایک قوس کے ذریعے گھٹایا ہوا زاویہ دو پانی ریڈین ہے جو کہ ایک انقلاب کے مساوی ہے

تو اگر آپ قوس کے ذریعے جمع کردہ زاویہ کو ایک ریڈین سے دو پانی ریڈین تک بڑھاتے ہیں جو کہ ایک مکمل انقلاب ہے

گنا بڑھا رہے ہیں pi کو بھی اسی تناسب میں بڑھنا چاہئے جو یہ ہے کہ اگر یہاں آپ زاویہ کو دو th تو قوس کی لمبائی

تک بڑھنا چاہئے لیکن پھر ہم جانتے ہیں کہ قوس ایک مکمل pi x سے دو x تک بڑھنی چاہئے اسے pi x سے دو x تو قوس کی لمبائی x گنا pi ہے اور اسے دو گنا r گنا pi مکمل ایک مکمل انقلاب کے لیے لمبائی کچھ نہیں بلکہ بیرونی دائرے کا طواف ہے جو درحقیقت دو گنا

اکائیوں کے برابر کے سوا کچھ بھی نہیں ہے r ہونا چاہیے۔ x کے برابر ہونا چاہیے کیونکہ ہمیں اس ٹیبل سے بھی ملا ہے اور اس لیے یہ لہذا جو ہم دیکھتے ہیں وہ یہ ہے کہ ہم عام طور پر ایک ریڈین کی تعریف بھی کر سکتے ہیں جیسا کہ عام طور پر یونٹ کے دائرے کو دیکھنے کے کا دائرہ ہے اور اگر ہم گھمائیں r بجائے اگر ہمارے پاس رداس

تو ہمیں کہتے ہیں۔ یہ نظر جیسا کہ ہم اس رداس کو یہاں بیرونی دائرے کے رداس پر دیکھتے ہیں، آئیے اب اس رداس کو دیکھتے ہیں اس شعاع کو اب اگر ہم اسے ایک ریڈین سے گھماتے ہیں

تو ہم یہاں پہنچ جاتے ہیں اس صورت میں کیونکہ ہم اسے ایک ریڈین سے گھماتے ہیں اس مخصوص قوس کو لمبائی خود رداس کے برابر ہوگی جو ہے لہذا بنیادی طور پر ایک ریڈین کو گردش کے زاویہ کے طور پر بیان کیا جاسکتا ہے کہ اس گردش کے زاویہ کے مطابق آرک کی لمبائی r کہ

دائرے کے رداس کے برابر ہے اگلا مرحلہ ہے تو دیکھتے ہیں اگر آپ اسے oa کا دائرہ ہے اور آپ اسے r تو یہ کیا ہے ہم پچھلی سلائیڈ میں بات کر رہے تھے کہ اگر آپ کے پاس رداس کی اکائی ہے اگلا سوال ہے فرض کریں کہ ہمارے پاس ایک r ایک ریڈین سے گھمائیں گے اور یہاں اس قوس کی لمبائی رداس کے برابر ہوگی جو

ہے اور میں اسے تھیٹا ریڈینز کے ذریعے گھماتا ہوں اور اس آرک سی ڈی کی لمبائی کا عمومی فارمولا کیا ہے oc ہے

اگر گردش کا زاویہ ایک ریڈین ہے r تو پھر ہمارے پاس یہاں ایک ٹیبل ہے ہم پچھلی سلائیڈ سے جانتے ہیں کہ اگر رداس کے اس دائرے میں

یونٹ ہوگی اگر یہ دو ریڈین ہے r تو قوس کی لمبائی رداس کے برابر

یونٹ بن جائے گی اگر یہ کوئی حقیقی عدد ہے r تو یقیناً قوس کی لمبائی بھی دوگنی ہو جائے گی یہ عام طور پر دو مثال کے طور پر ریڈینز پر تین پوائنٹس fo r تو ایک ریڈین ہو جائے گی اور اس لیے اگر زاویہ عام طور پر کچھ تھیٹا ریڈینس ہے مثلاً یہاں اس طرح r تو قوس کی لمبائی بھی تناسب سے بڑھ کر 3.98 تو قوس کی لمبائی بھی بڑھنی چاہیے کیونکہ اگر ایسا ہو رہا ہے تو اس کا موازنہ کیا جا رہا ہے۔ ایک ریڈین میں ہم اسے بڑھا رہے ہیں یا کم کر رہے ہیں تھیٹا ریڈینز میں اس لیے یہاں تھیٹا کا ایک ضرب کرنے والا کے تناسب سے بڑھنی چاہیے اور اسی طرح r سے تھیٹا r عنصر ہے جو ایک سے تھیٹا کی طرف جاتا ہے اور اس لیے آرک کی لمبائی بھی ہمیں اپنا جواب ملتا ہے۔ کہ گردش تھیٹا کے اس زاویہ کے مطابق اس قوس کی لمبائی تھیٹا ٹائم آر یونٹس کے برابر ہوگی کیونکہ آپ میں سے بہت سے لوگوں نے اب تک اندازہ لگایا ہوگا کہ ان پیمانوں کے درمیان ایک تعلق ہے جس پر ہم اب بات کریں گے لہذا ہم نے پہلے کہا تھا کہ ایک مکمل o انقلاب 360 ڈگری ہے یعنی جب ہم ڈگری کی تعریف کر رہے تھے اور بعد میں ہم نے یہ بھی کہا کہ ایک مکمل انقلاب دو کے برابر ہوتا ہے۔ ریڈینز اور اس لیے چونکہ ان کا ایک ہی ہونا ہے دو پائی ریڈین تین سو ساٹھ ڈگری کے برابر ہونے چاہئیں اور اس لیے ایک ریڈین تین ساٹھ کے pi برابر ہے بائیس ہائے سات جو کہ ایک pi ڈگری سے تقسیم اس لیے اگر آپ اس تخمینے کا استعمال کرتے ہیں کہ pi برابر ہونا چاہیے دو تخمینہ ہے

تو آپ کو صرف 360 کو 44 بذریعہ 7 تقسیم کیا جائے گا جو کہ تقریباً 57.27 ڈگری ہے ڈگری آپ کو ریڈین سے ڈگریوں میں تبدیل کرے گا، مثال کے طور پر اگر میں آپ سے پوچھیں x 2 pi تو یہاں یہ فارمولہ 1 ریڈین برابر 360 ریڈین کتنی ڈگری کے برابر ہے 4 pi کہ ڈگری جو کہ 45 کے برابر ہوگا ڈگری pi گنا 360 پر 4 pi ریڈین ہے x 2 pi pi x 4 تو یہ بہت آسان ہے کیونکہ 1 ریڈین 360 اس طرح سے آپ ریڈین سے ڈگریوں میں تبدیل ہوتے ہیں اور پھر یقیناً کوئی آپ سے پوچھ سکتا ہے کہ ٹھیک ہے اگر میں آپ کو ڈگریوں کے لحاظ سے ایک زاویہ دوں

تو آپ اسے ریڈین میں کیسے تبدیل کریں گے اس لیے یہ بھی بہت آسان ہے پوری دلیل کو الٹا دیں اور کہیں کہ اب تین ساٹھ ڈگری پائی ریڈین کے برابر ہے اور اس لیے ایک ڈگری $nverse$ $invert$ تو ہم صرف میں تین ساٹھ ریڈینز پر دو پائی کے برابر ہونی چاہئے اور فرض کریں کہ اگر کوئی آپ سے پوچھے کہ چلئے کہ بتائے کہ تین سو ریڈین کتنے ہیں۔ اور ایک سو پینتیس ڈگری یہ بہت آسان ہے کیونکہ اگر ایک ڈگری دو پائی بذریعہ تین ساٹھ ریڈین ہے تو ایک پینتیس ڈگری تین ساٹھ ریڈینز پر دو پائی سے ضرب ایک پینتیس کے برابر ہو گا جو تین پائی پر تین پائی کے برابر ہو گا۔ لہذا تین پائی کو چار ریڈین سے تقسیم کیا گیا ہے لہذا تبدیلی بہت آسان ہے اُنہی ہم یہاں ایک چھوٹی سی مثال لیتے ہیں تو میں نے جو یہاں کہیں چاہئے وہ ایک گھڑی ہے تاکہ آپ 12 بج کر 3 منٹ 6 بج کر 9 منٹ دیکھ سکیں اور کہا جاتا ہے کہ گھڑی کے منٹ ہاتھ کی لمبائی پانچ سینٹی میٹر کے برابر ہوتی ہے اس کی لمبائی پانچ سینٹی میٹر کے برابر ہوتی ہے اب نوک کتنی حرکت کرتی ہے منٹ ہاتھ کی نوک بیالیس منٹ میں کتنی حرکت کرتی ہے

تو اُنہی اندازہ لگاتے ہیں۔ میں نے کہا کہ منٹ کا ہاتھ شروع کرنے کے لیے اس پوزیشن پر تھا اور پھر اسے کسی زاویے سے گھومنا پڑتا ہے اور پھر آخر کار 42 منٹ کے بعد یہ یہاں تک پہنچ جاتا ہے تو اُنہی پہلے گردش کے اس زاویے کو جاننے کی کوشش کریں اب ہمیں معلوم ہے کہ ایک مکمل انقلاب دو پائی ریڈین کے برابر ہے لیکن پھر یہ ہونے والا ہے جو دراصل r ایک مکمل انقلاب نہیں ہے یہ صرف اس لیے ہے کیونکہ اس صورت میں گھڑی کے منٹ ہاتھ کا ایک مکمل انقلاب ایک منٹ کے برابر ہے جبکہ ہم جانتے ہیں کہ اس مسئلہ میں ہم سے یہ معلوم کرنے کے لیے کہا گیا ہے کہ 42 منٹ میں ٹپ کتنی حرکت کی ہے 60 اور کیونکہ 42 60 سے کم ہے یہ ایک مکمل انقلاب نہیں ہے درحقیقت یہ ایک انقلاب کے ساٹھ کے مقابلے میں 42 کے برابر ہے کیونکہ ایک مکمل انقلاب سے مطابقت رکھتا ہے۔ دو پائی ریڈینز کی گھماؤ کے لیے 42 ہائی ساٹھ ایک ریوولوشن 42 پر ساٹھ گنا دو پائی ریڈین کے مساوی ہو گا جو ایک کیونکہ سوال آپ سے پوچھ رہا ہے کہ gth پوائنٹ چار پائی ریڈین کے برابر ہے اور پھر ہم لین کو کیسے تلاش کریں گے؟ یہاں اس قوس کی منٹ ہاتھ کی نوک 42 منٹ میں کتنی دور ہوتی ہے تاکہ اس بڑے قوس کی لمبائی کو زاویہ تھیٹا کے ذریعہ اس گردش سے مل سکے جیسا کہ ہم نے گردش کے تھیٹا کے زاویہ کے برابر ہوگا اس دائرے کے رداس کے اوقات اس معاملے میں دائرے کا رداس 1 پچھلی سلائیڈ پر دیکھا تھا۔ یہ قوس اس منٹ ہاتھ کی لمبائی کے برابر ہے جو کہ پانچ سینٹی میٹر ہے کو تخمینہ کے طور پر استعمال pi تو جواب ایک کے برابر ہے۔ پوائنٹ چار پائی ضرب پانچ سینٹی میٹر اور اگر آپ بائیس بائیس کے برابر کرتے ہیں

تو آپ اسے ایک پوائنٹ چار گنا بائیس ضرب سات گنا پانچ سینٹی میٹر تک پہنچائیں گے جو 22 سینٹی میٹر کے برابر ہونے والا ہے تو یہ تھا آہ تھوڑا سا پس منظر جس کے بارے میں آپ میں سے بہت سے لوگ اب اس سیشن اور اُنہی والے دوسرے سیشنز کا مقصد جانتے ہوں کلاسوں کے دو مثلثی فنکشنز ہیں اس لیے ہم $revious$ میں سیکھا ہوگا۔ p گے کہ ان مثلثی تناسب کو عام کرنا ہو گا جو آپ نے پہلے ہی اپنے دوبارہ سائن اور کوزائن پر واپس جاتے ہیں اور ان کو سائن اور کوزائن فنکشنز میں عام کرنے کی کوشش کرتے ہیں اس لیے اس سلائیڈ میں جو y محور اور عمودی کو x ہمارے یہاں ہے وہ ایک یونٹ کا دائرہ ہے اس کا رداس ایک یونٹ ہے جس کا مرکز اس مقام پر ہے۔ اس افقی محور کو y اور a کوارڈینیٹ بالترتیب y اور x پر غور کریں جس کے p محور کے طور پر پکاریں اب یہاں یونٹ کے دائرے پر اس نقطہ پر پیش کرتے ہیں محور پھر یہ لمبائی ایک اکائیوں کے برابر ہے یہ ایک اکائی ہے اور یہ لمبائی x تو اس کا کیا مطلب ہے کہ اگر آپ اس نقطہ کو سے جوڑتے ہیں p کو اس نقطہ o اکائیوں کے برابر ہوگا اور اُنہی اس نقطہ b محور پر اس نقطہ کا پروجیکشن ہے اور یقیناً یہ y تو اگر ہم اسے دیکھتے ہیں

کے x کی سائن اور x کہتے ہیں اور اب ہم ان فنکشنز کو x تو یہاں ہمارے پاس جو ہے وہ ایک صحیح زاویہ مثلث ہے اور اُنہی اس زاویہ کو کو باضابطہ طور پر بیان کرنے کے لیے تیار ہیں cos اور ہم اس نقطہ کو کہتے ہیں op اس مثلث کو t کا سائن برابر ہوگا جیسا کہ آپ پہلے ہی کر چکے ہیں۔ پہلے پڑھا ہے اگر آپ دیکھیں x تو کو فرض کی لمبائی سے تقسیم کیا گیا ہے لیکن چونکہ یہ ایک اکائی کا دائرہ ہے یہ فرضی اکائی کی B کے برابر ہے b سائن b کا x کہ کے برابر ہوگا جو $cosine$ a کا x کا کوارڈینیٹ اور اسی طرح p کے برابر ہے۔ اس پوائنٹ y کی سائن صرف اس x لمبائی کا ہے لہذا کوارڈینیٹ کے برابر ہے جو یقیناً اب ہے ہم ان x کا کوسائن اس نقطہ کے x کہ ایک بار پھر اکائی کی لمبائی کا ہے لہذا یہ صرف ایک ہے لہذا دو فنکشنز سائن اور کوزائن کی وضاحت کر رہے ہیں ہمیں اس فنکشن کی رینج اور ڈومین کی وضاحت کرنے کی ضرورت ہے اگر آپ دیکھتے ہیں حقیقی قدر ہے x یہ x کہ یہ

r اور سائن ہے اصلی نمبروں کا سیٹ cos تو یہ کوئی بھی حقیقی قیمت لے سکتا ہے اور اس وجہ سے اس فنکشن کا ڈومین یہ دونوں فنکشنز کا سائن x اس لیے ڈومین حقیقی نمبروں کے سیٹ کے برابر ہے اور اب ہم رینج کے بارے میں بات کرتے ہیں اگر آپ مثال کے طور پر دیکھیں کہ حرکت کرتا ہے لہذا p پوائنٹ s اب بطور تھی p کوارڈینیٹ کے برابر ہے۔ اس نقطہ کے y کے لیے x کے لیے کسی بھی x فنکشن اس حرکت کرتے ہیں اگر آپ شروع کرتے ہیں

یہاں تھا p تو ہم کہتے ہیں فرض کریں کہ اگر ہم شروع میں کہتے ہیں کہ

یہاں ہے p تو جب

صفر کے برابر ہے اور پھر جب آپ آگے بڑھتے ہیں x تو

بڑھنا شروع ہوتا ہے۔ اور آپ اس طرح چلتے رہ سکتے ہیں تاکہ آپ جاتے وقت x تو ہمیں کہتے ہیں کہ اس دائرے پر گھڑی کی مخالف سمت میں کوارڈینیٹ کی پیمائش کر سکتے ہیں کیونکہ ہر ایک مختلف y اور x کی ہر قدر کے لئے آپ اصل میں x کی مختلف قدریں حاصل کریں اور x کوارڈینیٹ تلاش کر سکتے ہیں اور y اور x کے لئے جو آپ کے پاس ہے وہ دائرے پر ایک نقطہ ہے۔ اکائی کا دائرہ بنائیں اور آپ وہاں سے x کی یہ قدر اور b تلاش کر سکتے ہیں لیکن ایک چیز دیکھنا ہے کہ \cos کی سائن اور x اس وجہ سے آپ واقعی اس طرح کے کسی بھی پر کسی بھی پوائنٹ کے لئے دائرے کا ایک سے کم ہونا ضروری ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ یہ نقطہ دائرے پر ہے اور اس کا اور اس p کی قدر دونوں ایک یونٹ سے کم ہونے چاہئیں کیونکہ اگر آپ مثال کے طور پر یہاں یہ صحیح b اور a لیے چونکہ رداس ایک یونٹ کے برابر ہے اور یہ دیکھتے ہیں p زاویہ مثلث دیکھیں اگر آپ یہ خاص نقطہ

کو یہاں اس رداس سے کم ہونا چاہیے اگر آپ اسے یہاں پیش کرتے ہیں b ظاہر ہے اس سے کم ہے اور اسی طرح اس a تو یہ

کے برابر ہے اس لیے اسے بھی رداس سے کم ہونا چاہیے اور رداس ایک اکائی ہے لہذا ایک چیز یقینی ہے کہ دونوں کو ایک سے کم ہونا b تو یہ ہے لہذا یہ ایک اوپری حد ہے لہذا ہمیشہ کم ہونا p چاہئے وہ ایک کے برابر بھی ہو سکتے ہیں اب مثال کے طور پر ہم یہ کہتے ہیں کہ یہ نقطہ ضروری ہے۔ ایک سے زیادہ کیونکہ اس دائرے پر کسی بھی نقطہ کا سب سے بڑا ایکس کوارڈینیٹ اس پوائنٹ سے زیادہ نہیں ہوگا اس لیے یہاں اس پوائنٹ کا کوارڈینیٹ 1 کوما 0 ہے۔ اس لیے دائرے پر کسی بھی پوائنٹ کا ایکس کوارڈینیٹ ایک سے زیادہ نہیں ہو سکتا اس لیے ایک ایک سے کم کوارڈینیٹ اوپر نہیں ہو y کوارڈینیٹ نہیں ہو سکتا کیونکہ یہ نقطہ صفر ایک ہے اس لیے کوئی y ہے اسی طرح دائرے پر کسی بھی نقطے کا نہیں کوارڈینیٹ یا کوئی y سکتا یا اس آہ مخصوص لائن کے اوپر آہ نہیں ہو سکتا ، ہم کہتے ہیں کیونکہ ہمارے یہاں یہ لائن موجود ہے لہذا کوئی کو دوسری طرف سے ایک کے برابر سے کم ہونا چاہئے مثال کے طور پر اگر ہم اس لمحے اسے b پوائنٹ اس لائن سے اوپر نہیں ہوگا۔ لہذا نوے ڈگری سے زیادہ گھماتے ہیں

q تو ہم کہتے ہیں کہ ہمارے یہاں ایک نقطہ ہے

کوارڈینیٹ ہے منفی اور سب سے بڑی منفی قدر جو اس دائرے پر کسی بھی نقطہ کا x تو ظاہر ہے جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس نقطہ کا کوارڈینیٹ ہو سکتی ہے جب ہم پہنچتے ہیں x

x تو ہم کہتے ہیں کہ ہم گھومتے ہیں اور اس خاص نقطہ پر پہنچتے ہیں جس کا کوارڈینیٹ مائنس ون کوما صفر ہے لہذا کسی بھی نقطہ کا کوارڈینیٹ کو بھی ایک کے برابر سے بڑا ہونا چاہیے تاکہ آپ اس سائن اور کوزائن y کوارڈینیٹ زیادہ ہونا چاہیے۔ مائنس ون کے برابر اسی طرح فنکشن دونوں کی رینج دیکھ سکیں

a ہے $\cos x$ اور b $\sin x$ دونوں کی حد ہے کیونکہ \cos تو یہ

تو سائن اور کوزائن فنکشن دونوں کی رینج مائنس ون سے پلس ون کے درمیان ہے اس لیے کچھ اور خاصیتیں ہیں جن کی وجہ سے ہم نے ان فنکشنز کی وضاحت کی ہے ہم کچھ خاصی

توں پر بات کر سکتے ہیں کہ یہ فنکشنز پورا کریں گے

پچھلی سلائیڈ پر جہاں ہم نے دائرہ کھینچا تھا میں ابھی آپ کے لیے ایک دائرہ کھینچتا ہوں k تو اگر ہم واپس جائیں

اور بنایا تھا۔ a کوارڈینیٹ کے ساتھ بطور y اور x کو p محور ہے اور ہم نے اس پوائنٹ y محور تھا اور یہ یہاں x کوارڈینیٹ x تو یہ b کا سائن x ہے اور ہم نے کہا تھا کہ a اُنیس ہم کہتے ہیں کہ یہاں یہ نقطہ o ہے b تھا اور یہ لمبائی a تھا یہ x بالترتیب یہ b پھر پائنتھاگورس تھیوری سے ہم جانتے ہیں oap کے اب اگر آپ دیکھیں اس دائرے زاویہ مثلث پر یہاں a برابر \cos کا x کے برابر ہے اور مربع os کہ

کچھ نہیں ہے لیکن بنیادی طور پر oa مربع کے برابر ہے اور اس لیے اب یہ op مربع ap مربع پلس $oaoa$ اس سیگمنٹ کی لمبائی o تو ایک کے برابر ہے op مربع اب چونکہ یہ ایک یونٹ کا دائرہ ہے یہ op مربع برابر ہے b کیا ہے ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ ایک مربع جمع

کے سوا کچھ نہیں ہے $a \cos x$ تو یہ ایک کے برابر ہے اور

ایک کے برابر ہے x مربع $\sin x \sin x$ جمع d مربع \cos تو ہمیں جو ملتا ہے وہ ہے

$\cos x$ اور x ہمیشہ ایک ہوتا ہے اب ہم نے پہلے ہی کہا تھا کہ سائن x مربع $s \cos$ کے لئے $x \sin$ مربع $x \sin$ تو کسی بھی مائنس ون اور پلس ون کے درمیان ہوں گے

صفر ہو جاتا ہے اگر آپ اس دائرے کو دوبارہ دیکھیں x تو ایسا کب ہوتا ہے کہ

گردش کا زاویہ ہونے کی وجہ سے x کوارڈینیٹ کے برابر ہے y اس دائرے پر موجود پوائنٹس کے x تو اس دائرے پر پوائنٹس کے ساتھ کوارڈینیٹ صفر y صفر کے برابر ہونے کا بنیادی مطلب یہ ہے کہ ہم یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ ایسا کس نقطہ کے لیے ہوتا ہے کہ $\sin x$ کے برابر ہو جاتا ہے تاکہ اگر آپ اس دائرے کو دیکھیں اور دائرے کے تمام پوائنٹس کو دیکھیں کوارڈینیٹ صفر ہے y تو صرف دو پوائنٹس ہیں جہاں

صفر کے برابر ہے x تو ایک یہ پوائنٹ ہے جو ایک صفر ہے اب اس پوائنٹ کے لیے زاویہ

کوارڈینیٹ صفر ہے یہ نقطہ ہے اور آپ اس y صفر کے برابر ہے دوسرا نقطہ جہاں x صفر ہے جب x تو یہ ایک ہے حل یہ ہے کہ سائن ریڈینز یا 180 ڈگری پر گھما کر اس نقطہ سے اس مقام تک پہنچتے ہیں جو کہ بنیادی طور پر نصف انقلاب ہے۔ π شعاع یا اس رداس کو

صفر کے برابر ہے جب یا x تو یقینی طور پر ہم دیکھتے ہیں کہ

$\cos x$ اور $\sin x$ کے برابر ہے لیکن پھر ہمیں ایک چیز کا بھی احساس ہونا چاہئے کہ یہ دونوں فنکشن π صفر کے برابر ہے یا x تو کو ضرب سے بڑھا یا گھٹائیں گے۔ دو پائی کا کیونکہ دو پائی ریڈینز ایک مکمل انقلاب سے مطابقت رکھتے ہیں لہذا x ان کی قدر دہرائیں گے اگر ہم

کے برابر ہے اب y coordinate $\sin x$ جس کے لیے \sin پر غور کرتے ہیں جہاں p مثال کے طور پر فرض کریں کہ ہم اس نقطہ سے شروع کرتے ہوئے گھمائیں گے اگر ہم اسے اس سمت میں لے جائیں اور ایک بنائیں۔ مکمل گھماؤ op ہم اسے

کی بجائے جو زاویہ ہمارے پاس ہے وہ یہ ہے کہ ہم کچھ ایسا کرنے جا رہے ہیں x تو اس

x تو ایک مکمل گردش اور پھر دوسرا

ہے ریڈین درست ہیں لیکن ہمیں جو احساس ہے وہ یہ ہے کہ نقطہ کے π جمع دو x نہیں ہے بلکہ x تو اب جو زاویہ ہم دیکھ رہے ہیں وہ

تک پہنچ جاتے ہیں لہذا یہ نتیجہ اخذ کیا جاسکتا ہے کہ اور چونکہ p ریڈین کے بعد بھی ہم ایک ہی نقطہ π جمع دو x نقاط مساوی ہیں کیونکہ کوارڈینیٹ یقینی طور پر ایک جیسے ہونے جا رہے ہیں اور اس وجہ سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں y اور x ہم ایک ہی نقطہ پر پہنچتے ہیں

جمع چھ پائی دیکھیں گے کیونکہ جوڑے سے دو x جمع چار پائی یا x جمع دو پائی کی سائن ایک جیسے ہیں اور اگر ہم x کی سائن اور x کہ پائی ریڈینز صرف ایک مکمل انقلاب کر رہے ہیں اور ایسا نہیں ہے کہ جب آپ ایک مکمل انقلاب کرتے ہیں

کی x کی سائن x تو آپ کو تبدیل نہیں ہوتا ہے کہ ہم بنیادی طور پر دائرے پر ایک ہی نقطہ پر آتے ہیں لہذا ہم لکھ سکتے ہیں کہ عام طور پر

جمع x کا کوزائن x گنا دو پائی ریڈین اور یہی بات کوزائن کے لیے بھی درست ہے k کے لیے پلس k سائن کے برابر ہے کسی بھی انٹیجر بھی ہے \cosine کی x کے بھی برابر ہے اور اس لیے \cosine کے π پلس فور x کے برابر ہے اور یہ \cosine کے π دو کے کوسائن کے برابر ہے اور اس لیے اب اس مسئلے کی طرف واپس جانا جہاں سے ہم نے شروع کیا k جمع x کے لیے k کسی بھی انٹیجر ہوگا۔ بہت سے 1 کے برابر π کا نشان صفر کے علاوہ صفر کے برابر ہے اور x کی وہ قدریں تلاش کرنا تھیں جن کے لیے x تھا صفر کے برابر جمع دو پائی بھی ایک حل ہوگا اور اس لیے چار پائی بھی اس مساوات کا حل x کے برابر صفر ایک حل ہے x دوسرے حل کیونکہ n کا صفر کے برابر ہوگا صفر کا مطلب ہے x صفر کے برابر اور اس لیے اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں کہ نشان $\sin x$ ہوگا کا کوئی بھی عدد عدد لیں اگر آپ اس زاویہ کا نشان لیں π کے ایک عدد عدد کے برابر ہونے سے ہے لہذا آپ π x مطلب ہو سکے کوئی بھی عدد k صفر کے برابر کا نشان ملے گا تاکہ x تو آپ کو تو یہ منفی بھی ہو سکتا ہے لہذا اس کلاس میں ہم نے جو کچھ پڑھا اس کا تھوڑا سا پس منظر تھا جو آپ نے اپنی جماعت 10 میں پڑھا تھا اور پھر ہم کا اور ہم نے اگلی کلاس میں ان دو فنکشنز کی کچھ x کے دو مثلثی فنکشنز \cos اور x بنیادی مثلثی تناسب کو عام کرنے کی کوشش کرتے ہیں بنیادی خصوصیات پر تبادلہ خیال کیا ہم ان دو فنکشنز کی کچھ اور خصوصیات کے ساتھ جاری رکھیں گے اور بعد میں مزید فنکشنز جیسے ٹین آف اور دیگر فنکشنز پر مزید بحث کریں گے۔ اُن آپ کا شکریہ x