ସ୍ welcome ାଗତ ଛାତ୍ରମାନେ ସମ୍ପର୍କ ଉପରେ ଅନ୍ତିମ ବକ୍ତୃତାକୁ ସ୍ୱାଗତ କରନ୍ତି
ତେଣୁ ଶେଷରେ ଆମେ ଆଜି ଯିବାକୁ ଯାଉଛୁ ଆମକୁ ପୂର୍ବ ବକ୍ତୃତା କାର୍ଯ୍ୟରେ କିଛି ଅଧିକ ଜିନିଷ ଦେଖିବାକୁ ପଡିବ ଯାହା ବିଷୟରେ କିଛି ତଥ୍ୟ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯାହା ବିଷୟରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା | ଫଙ୍କସନ୍ ଗୁଡିକର ଆହା ଗୁଣଗୁଡିକ ସେମାନେ ଆଜି ଛକ ଏବଂ ୟୁନିଅନ୍ସରେ କିପରି ଆଚରଣ କରନ୍ତି ଆସନ୍ତୁ, ଆସନ୍ତୁ ଜାଣିବା ସପ୍ଲିମେଣ୍ଟରେ ଫଙ୍କସନ୍ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ଆପଣଙ୍କଠାରୁ ସେଟ୍ x ରୁ ଏକ ସେଟ୍ y ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି
ତେଣୁ ଯଦି x ର ଏକ ସବ୍ସେଟ୍ ଅଛି | x ର ଏକ ସବ୍ସେଟ୍ ଅଛି , ପ୍ରଶ୍ନଟି ହେଉଛି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଧରାଯାଉ, ଆସନ୍ତୁ ଏକ ସରଳକୁ ଦେଖିବା
ତେଣୁ ଆହା ସବୁଠାରୁ ଜିନିଷ ହେଉଛି ଆମେ ଚାହୁଁ x x ମାଇନସ୍ ର ଏହା ସମାନ ଯେପରି fx ମାଇନସ୍ ଫା ନିମ୍ନ ସମାନତା ସତ୍ୟ କରେ | ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏହାକୁ ବୁ to ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହାକୁ ଆପଣ ମାନଚିତ୍ର f କିମ୍ବା ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ f ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ବ୍ୟବଧାନ ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ଚାରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ r fx ଦ୍ୱାରା x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଦେଖିବା | ଯେପରି ଖୋଲା 0 ବନ୍ଦ 4. ବର୍ତ୍ତମାନ ଏଠାରେ ଯଦି ଆପଣ x ମାଇନସ୍ ର x ର ଏକ ସପ୍ଲିମେଣ୍ଟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରନ୍ତି ତେବେ ଏହା ମାଇନସ୍ ଚାରି ପାଖାପାଖି ଶୂନକୁ ବନ୍ଦ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଯଦି ଆପଣ fx କୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଶୂନ୍ୟର ନିକଟତର | ଷୋହଳ କୂଅର f ଖୋଲା ଶୂନ ପାଖାପାଖି ଷୋହଳ ପାଖାପାଖି ତୁମର ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତ ଜିନିଷ ଅଛି ଯଦି ତୁମେ fx ମାଇନସ୍ ଫାକୁ ଦେଖ, ଏହା ଅନ୍ୟ ପଟେ ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଯଦି ଜଣେ x ମାଇନସ୍ f ର ଗଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ ତେବେ ଏହା ହେବାକୁ ଯାଉଛି | ଶୂନ ପାଖାପାଖି ଦୁଇରୁ ଷୋହଳ ପାଖାପାଖି ଯାହା ଆମେ ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛୁ ତାହା ହେଉଛି ଯେ fx ମାଇନସ୍ ଫି ସଠିକ୍ ଭାବରେ x ମାଇନସ୍ f ରେ ଧାରଣ କରିଛି, ଏହା ହେଉଛି ଏହି ଉଦାହରଣ ମାଧମରେ ଆମେ ଯାହା ଦେଖିଲୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଟି ହେଉଛି ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ଅଟେ | ସମସ୍ତ ଫଙ୍କସନ୍ f
ତେଣୁ xy ରୁ ଯେକ any ଣସି ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇଁ x ମାଇନସ୍ a ର f ରେ ଥିବା ଏହି fx ମାଇନସ୍ ଫା ବାସ୍ତବରେ ଏହାର ଉତ୍ତର ହେଉଛି ହଁ
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯେ y fx ମାଇନସ୍ ଫେ ସହିତ ଅଛି ଯାହା y y fx ର ଅଟେ କିନ୍ତୁ y କରେ | ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି, ତାହା ବର୍ତ୍ତମାନ f ର ନୁହେଁ | f ର ତଳେ x ର ପ୍ରତିଛବି ଯାହା ତୁରନ୍ତ ସୂଚିତ କରେ ଯେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ x ର ଏକ ଉପାଦାନରେ ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏ x ଅଛି ଯେପରି y ବର୍ତ୍ତମାନ fx ଫର୍ମରେ ଅଛି, ଅନ୍ୟ ପଟେ y f ର ନୁହେଁ ଯାହା ତୁରନ୍ତ ସୂଚିତ କରେ ଯେ ସେଠାରେ କ exist ଣସି ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ | ଏକ ଉପାଦାନକୁ କ୍ୟାପ୍ କରନ୍ତୁ ଯେପରି y ହେଉଛି f ର ଏକ ଫର୍ମ
ତେଣୁ ଏହି ଦୁଇଟି ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ x x ର ଅଟେ କିନ୍ତୁ x କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ର ନୁହେଁ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଅଛି ଆମେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ x ର ଏକ ଉପାଦାନ ଉତ୍ପାଦନ କରିଛୁ ଯାହା ଏକ ନୁହେଁ | ଯାହାର ପ୍ରତିଛବି yfx ହେଉଛି x ମାଇନସ୍ ର f ଅଟେ
ତେଣୁ fx ମାଇନସ୍ ଫା x ର ମାଇନସ୍ ଫାଇନ୍ ରେ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଦୁଇଟି ଜିନିଷକୁ ଦେଖିବା, ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଏକ ଛକ f ର ଏକ f ଛକ f ରେ ଅଛି | b ଏବଂ ଦ୍ one ିତୀୟଟି fx ମାଇନସ୍ fa ରେ x ମାଇନସ୍ ର f ରେ ଅଛି ଯାହା ଫଙ୍କସନ୍ ପାଇଁ ଅଭାବ ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ these ାରା ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନତା ଠିକ୍ ରହିଥାଏ କିମ୍ବା ଆମକୁ f ଉପରେ ଅଧିକ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ଯାହା ଦ୍ equality ାରା ସମାନତା ଆମକୁ ଧରି ରଖେ | ଆମର ଉଦାହରଣ ଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖନ୍ତୁ | e ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଥିଲା ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ଚାରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ r ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ fx ଦ୍ୱାରା x ବର୍ଗ ସହିତ ଦିଆଯାଇଥିବା ମ୍ୟାପିଙ୍ଗ୍ ହେଉଛି ଏହା ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ x ବର୍ଗ ସହିତ fx ସମାନ ଥିଲା କିନ୍ତୁ ଯଦି ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଆପଣ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତି ତେବେ ଏଥିରେ କ’ଣ ଅଭାବ ଅଛି | ଦୁଇଟି ମାଇନସ୍ ର f ସହିତ ସମାନ, ଚାରିଟି ସହିତ ସମାନ , ପ୍ରକୃତରେ ଏହା ହେଉଛି ଯେ ଆମର fx ମାଇନସ୍ x ର f ସହିତ ସମାନ, ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଅଛି
ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯାହା ଏହିପରି ବ୍ୟବହାର କରେ ନାହିଁ
ତେଣୁ ଚାଲନ୍ତୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା | ପରିଭାଷା ସହିତ ଆମେ ଏପରି ଏକ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖୁଛୁ ଯେବେବି ତୁମେ ଯେତେବେଳେ କୋଡ୍ ମାଇନ୍ରେ ଏକ ଉପାଦାନ ପାଇବ ଯାହା ଡୋମେନ୍ ର କିଛି ଉପାଦାନର ଚିତ୍ର ତେବେ ଆମକୁ ଯାହା ଦରକାର ତାହା ହେଉଛି ଏକମାତ୍ର ଉପାଦାନ ଯାହାର ପ୍ରତିଛବି ସେହି ସ୍ଥିର ଉପାଦାନ |
ତେଣୁ ଏହାକୁ ଲେଖିବା
ତେଣୁ f ରୁ x ରୁ y କୁ କହିବା ଯେ fs ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଇଞ୍ଜେକ୍ଟିଭ୍ ଯଦି x ର f ଗୋଟିଏ x ର f ସହିତ ସମାନ, ଯାହା x କୁ x x ସହିତ ସମାନ କରିବା ଉଚିତ ତେବେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଗୋଟିଏ ପରି ମାପିବା | କିମ୍ବା ଇ ject ୍ଜେକ୍ଟିଭ୍ ଯଦି ଆମେ ପୂର୍ବାବଲୋକନକୁ ଦେଖିବା ତେବେ ଏକ ଉଦାହରଣ କରିବା | s ଉଦାହରଣ fx x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ତେବେ f ଗୋଟିଏ ନୁହେଁ ଯାହାକି ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଏହା ଗୋଟିଏ ନୁହେଁ ଗୋଟିଏ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା, ଆସନ୍ତୁ r ରୁ r ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଦେଖିବା, fx ଦ୍ୱାରା x କ୍ୟୁବ୍ ସହିତ ସମାନ | ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍, ଆସନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖାଇବା ଯେ f ହେଉଛି x ର ଗୋଟିଏ f, ଗୋଟିଏ x ଗୋଟିଏ ଏବଂ x ଦୁଇଟି ପାଇଁ x ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ, ତେବେ f ର ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ୱାରା ଏହା କ’ଣ ବୁ ly ାଏ ଏହା x x କ୍ୟୁବ୍ x ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ହେବ | କ୍ୟୁବ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କ୍ୟୁବ୍ ମୂଳ ନେଇ ଆମ ପାଖରେ x ଗୋଟିଏ କ୍ୟୁବ୍ ଅଛି , ଏହାର କ୍ୟୁବ୍ ମୂଳ x ଦୁଇଟି କ୍ୟୁବ୍ ର କ୍ୟୁବ୍ ମୂଳ ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ କ୍ୟୁବ୍ ଏହାର କ୍ୟୁବ୍ ମୂଳ ଆପଣଙ୍କୁ x ଗୋଟିଏ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଦେବାକୁ ଯାଉଛି | x ଦୁଇଟି ଅଛି କାରଣ x ଦୁଇଟି କ୍ୟୁବ୍ ର କ୍ୟୁବ୍ ମୂଳ ହେଉଛି x ଦୁଇଟି
ତେଣୁ f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ପ୍ରାକୃତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଯାହା ଏଠାରେ ପଚାରିବାକୁ ଚାହିଁବ ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ y କ one ଣସି ବ୍ୟକ୍ତି ବର୍ଗ ମୂଳକୁ ନେଇ ପାରିବେ ନାହିଁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ତୁମର ଚାରିଟି ଅଛି କାହିଁକି ଗୋଟିଏ ନେଇ ପାରିବ ନାହିଁ | ଚାରିଟିର ବର୍ଗ ମୂଳ ଏବଂ ତା’ପରେ କୁହ ଯେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଗୋଟିଏ କିନ୍ତୁ ଯଦି ତୁମେ ତା ’କର | ଚାରିଟିର ବର୍ଗ ମୂଳ ତାପରେ ତୁମର ଦୁଇଟି ମୂଳ ଅଛି ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଯୁକ୍ତ ଦୁଇ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ମାଇନସ୍ ଦୁଇ
ତେଣୁ ତୁମର ଚାରିଟି ବର୍ଗ ମୂଳ ଅଛି ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଗୋଟିଏ ନୁହେଁ ଗୋଟିଏ ଆସନ୍ତୁ ଆମକୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ x ସମାନ କରିବା | 1 2 3 4 ଏବଂ 5 ଏବଂ ଚାଲନ୍ତୁ y କୁ ତିନୋଟି ଚାରି ପାଞ୍ଚ ଛଅ ସାତ ଏବଂ ଆଠଟି ପରିଭାଷିତ କରିବା, ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ କୁ x ରୁ y କୁ ଦେଖିବା ପରି ଏହାକୁ x ସହିତ x ସହିତ ସମାନ ପରିଭାଷିତ କରିବା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଦୁ sorry ଖିତ x ଯୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ଠିକ୍ ଅଛି | ହେଉଛି x ପ୍ଲସ୍ ଦୁଇ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏକ ଚିତ୍ରକଳା manner ଙ୍ଗରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ତିନି ଚାରି ଏବଂ ପାଞ୍ଚ ତିନି ଚାରି ପାଞ୍ଚ ଛଅ ସାତ ଏବଂ ଆଠଟି ତୁମର ଏହି ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ଅଛି ଯଦି ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ଫଙ୍କସନ୍ ତିନିଟି ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଚାରି ତିନୋଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି | ପାଞ୍ଚ ଚାରିଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଛଅଟି ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏବଂ ଶେଷରେ ପାଞ୍ଚଟି ସାତୋଟି ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏଠାରେ ଆପଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବେ ଯେ 3 4 5 6 ରେଞ୍ଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରି ଇମେଜ୍ ପାଇଛି
ତେଣୁ ତିନୋଟିର ପ୍ରିମିଡ୍ ଠିକ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ସେଠାରେ | x ର ଅନ୍ୟ କ element ଣସି ଉପାଦାନ ନୁହେଁ ଯାହା r ଦେଇଥାଏ | ଏହି f ଦ୍ is ାରା ତିନୋଟି ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଚାରୋଟି ଦୁଇଟି ପାଇଁ ଏକମାତ୍ର ପ୍ରି ଇମେଜ୍ ଏବଂ ପାଞ୍ଚଟି ପାଇଁ ଛଅ ଚାରିଟି ପାଇଁ ଏକମାତ୍ର ପ୍ରି ଇମେଜ୍ ଏବଂ ସାତ ପାଞ୍ଚ ପାଇଁ ଏକମାତ୍ର ପ୍ରି ଇମେଜ୍
ତେଣୁ ଏହିପରି f ଏଥିରେ ଗୋଟିଏ | ଏହି ପ୍ରକାରର ଉଦାହରଣଗୁଡିକରେ ଯେଉଁଠାରେ ଏହାକୁ ଚିତ୍ରଣ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ସହଜ ଅଟେ, ଏହା ସର୍ବଦା ଭଲ ଯେ ଆପଣ ସେହି ଚିତ୍ରକୁ ଏକ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କନ୍ତି କାରଣ ଚିତ୍ର କିମ୍ବା ଏହି ପ୍ରକାରର ଚିତ୍ରକଳା ପ୍ରତିନିଧୀ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟ ଗୋଟିଏ କି ନୁହେଁ ତାହା ବୁ understanding ିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ | କିମ୍ବା ବର୍ତ୍ତମାନ ନୁହେଁ, ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଧାରଣାକୁ ଦେଖିବା, x ରୁ y କୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅନ୍ କିମ୍ବା ସର୍ଜେକ୍ଟିଭ୍ କୁହାଯାଏ ଯଦି f ର କୋ ଡୋମିନ f ର ପରିସର ସହିତ ସମାନ, ଯେତେବେଳେ f ର co ଡୋମେନ୍ f ପରିସର ସହିତ ସମାନ | କୁହନ୍ତୁ ଯେ ଏହିପରି ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ଅଛି କିମ୍ବା ସର୍ଜେକ୍ଟିଭ୍ ଭଲ ଅଛି, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ସେହି ସମାନ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଦେଖିବା, ଯାହା ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ଚାରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ r ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ fx ଦ୍ୱାରା x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ପ୍ରଶ୍ନଟି ହେଉଛି f ଏବଂ ବର୍ତ୍ତମାନ ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ | ଯଦି ତୁମେ ଏହାକୁ ଦେଖ , co do ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ f ର ମୁଖ୍ୟ କେବଳ 0 ରୁ 16 ହେବ,
ତେଣୁ ଯଦି ମୁଁ ଏକ ଉପାଦାନ ବାଛିବି ଯାହା 0 ରୁ 16 ମଧ୍ୟରେ ନଥାଏ କିମ୍ବା ଯଦି ମୁଁ କ element ଣସି ଉପାଦାନକୁ ବାଛିଥାଏ ଯାହା ନକାରାତ୍ମକ ଅଟେ କିମ୍ବା ଯଦି ମୁଁ କ real ଣସି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ବାଛିଥାଏ ଯାହା 16 ରୁ ଅଧିକ ଅଟେ ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ଚାରି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ x ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ ଯେପରି fx ମୋତେ ସେହି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ଦେବାକୁ ଯାଉଛି
ତେଣୁ ଏହିପରି ଯଦି y ମୋତେ ଶୂନରୁ କମ୍ କିମ୍ବା y ରୁ 16 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖିବାକୁ ଦିଏ ତା’ହେଲେ ଆମେ ଦେଖିଲୁ | ମାଇନସ୍ ଚାରିରୁ ଚାରିଟିରେ କ x ଣସି x ବିଦ୍ୟମାନ ନାହିଁ ଯେପରି fx y ସହିତ ସମାନ କାରଣ ଆମର ପସନ୍ଦ y ହେଉଛି ଯେ y ଶୂନ୍ୟରୁ କମ୍ କିମ୍ବା y ଷୋହଳରୁ ଅଧିକ

ତେଣୁ f ବର୍ତ୍ତମାନ ଠିକ୍ ନୁହେଁ, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ | ଇଣ୍ଟରଭାଲ୍ ଶୂନରୁ r କୁ ଏହି f କୁ ଆସନ୍ତୁ, ଏହାକୁ ଶୂନ୍ୟରୁ ଅସୀମତା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଶୂନ୍ୟ କମା ଅସୀମତାକୁ fx ଦ୍ given ାରା ଦିଆଯାଇଥିବା x କୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ଶୂନ୍ୟ କମା ଅସୀମତା ପାଇଁ ଦିଅନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି ଆମର କୋ ଡୋମେନ୍ | ଆସନ୍ତୁ, ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ କୋ ଡୋମେନ୍ ରୁ ଏକ ଉପାଦାନ y ବାଛିବା | ଶୂନ କମା ଅସୀମତା ଠାରୁ ଏକ ଉପାଦାନ x ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯେପରି fx ହେଉଛି y

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଥରେ ବାଛିସାରିବା ପରେ ଏହି ଅସୀମ ବ୍ୟବଧାନରେ ଖୋଲା ଶୂନ୍ୟ ଖୋଲା ଅସୀମତା ମଧ୍ୟରେ x ଅଛି ଯେପରି fx ବର୍ତ୍ତମାନ y ସହିତ ସମାନ | ଯେହେତୁ ଏହି x କୁ କିପରି ଉତ୍ପାଦନ କରାଯାଏ, ଧରାଯାଉ fx କୁ y ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି x ଦ୍ one ାରା ମୋର y ହେବାକୁ ଯାଉଛି କିନ୍ତୁ ଆମକୁ ଯାହା ଦିଆଯାଉଛି ତାହା ହେଉଛି y ଯାହା ଦ୍ immediately ାରା ତୁରନ୍ତ ସୂଚିତ ହେବ ଯେ x ଦ୍ 1 ାରା 1 ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ x କୁ ବାଛ | y ଦ୍ 1 ାରା 1 ଭାବରେ କିମ୍ବା x କୁ 1 ସହିତ ସମାନ ଭାବରେ ବାଛନ୍ତୁ x ଦ୍ 1 ାରା x କୁ 1 କୁ ବାଛନ୍ତୁ ତାପରେ fx ଯାହାକି 1 ରୁ x ଅଟେ କିନ୍ତୁ ଆମର x ର ପସନ୍ଦ ହେଉଛି 1 ଦ୍ y ାରା

ତେଣୁ ଏହା ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ y ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ f ାରା f ହେଉଛି | ଏହିପରି ଭାବରେ ଆମେ ଦେଖାଇଛୁ ଯେ fx ଫଙ୍କସନ୍ ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନରୁ 0 କମା ଅସୀମତା ଠାରୁ ଖୋଲା ବ୍ୟବଧାନରେ 0 କମା ଇନଫିନିଟି ସହିତ ସମାନ ଅଟେ, ଆସନ୍ତୁ ଚାଲନ୍ତୁ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣାକୁ ଦେଖିବା | ଫଙ୍କସନ୍ ର ରଚନା ଧରାଯାଉ ତୁମର x ରୁ y ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି | y ରୁ z ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ଫଙ୍କସନ୍ f ରୁ x ରୁ y ଏବଂ g ରୁ y ରୁ z ର f ଏବଂ g ର f ର ରଚନାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି

ତେଣୁ ଷ୍ଟାଣ୍ଡାର୍ଡ ରୋଟେସନ୍ g କମ୍ପୋଜିଟ୍ f ବ୍ୟବହାର କରିବ ଏହା ହେଉଛି ଡୋମେନ୍ | ଏହି ଫଙ୍କସନ୍ ର x ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଏହାର ମୋର କୋଡ୍ z ଦ୍ୱାରା g ସହିତ f ସହିତ x ର f ସହିତ ସମାନ ରଚନା ସହିତ z ଦିଆଯାଉଛି, ଆସନ୍ତୁ , ଫଙ୍କସନ୍ ରଚନା ପାଇଁ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା r ରୁ r fx ଦ୍ୱାରା x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ g ରୁ r ରୁ r କୁ gx ଦ୍ୱାରା x କ୍ୟୁବ୍ ସହିତ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍, ଆସନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ g ସହିତ g ର f ରଚନା କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | gx ଯାହାକି x କ୍ୟୁବ୍ ର f ଦ୍ given ାରା ଦିଆଯାଏ ଯାହାକି x କ୍ୟୁବ୍ ପୁରା ବର୍ଗ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ଅନ୍ୟ ପଟେ ଠିକ୍ x ପାୱାର୍ ଛଅ ଅଟେ ଯଦି ଆପଣ g ରେ f ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା g କୁ ଦେଖନ୍ତି ଯାହା fx ର g ଅଟେ ଯାହା g ର x ସହିତ ସମାନ | ବର୍ଗ ବର୍ଗ ସମାନ x ବର୍ଗ ପୁରା କ୍ୟୁବ୍ ଯାହା x ପାୱାର୍ ଛଅ ଅଟେ ଆପଣ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଜାଣିପାରିବେ | g ର ଗଠିତ ଟୋପି f ସହିତ f ରଚନା ସହିତ ସମାନ, ଆସନ୍ତୁ ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା, r ରୁ r ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ fx ଦ୍ sin ାରା ପାପ x ସହିତ ସମାନ ଏବଂ g ରୁ r ରୁ r ରୁ x କୁ x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଚାଲନ୍ତୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | g ସହିତ g ରଚନା ହୋଇଥିବା f କୁ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ f ରେ ରଚନା ହୋଇଥିବା g ରେ x ର g ର g ର f ର ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହାକି x ବର୍ଗର f ଅଟେ ଯାହା ଅନ୍ୟ ପଟେ x ବର୍ଗର ସାଇନ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଆସନ୍ତୁ ରଚନା ହୋଇଥିବା g କୁ ଗଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | f ବର୍ତ୍ତମାନ frtx ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା g fx ର g ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା g ର ପାପ x ସହିତ ସମାନ ଯାହା ସାଇନ ବର୍ଗ x ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯାହା ଦେଖିଲୁ ତାହା ହେଉଛି f ସହିତ ରଚନା g f ରଚନା ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ଏହିପରି ଭାବରେ ରଚନାକୁ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ଆମେ ରଚନା କରୁ, ତାହା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ

ତେଣୁ ରଚନାଟି ଯାତାୟାତ କରିପାରିବ ନାହିଁ ଯାହା ଏହି ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ଯାହା ଦେଖିଲୁ ଯାହା g ସହିତ f ରଚନା ହୋଇଛି g ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା f ସହିତ ସମାନ ହୋଇନପାରେ ଆସନ୍ତୁ ଆଉ ଏକ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | ଉଦାହରଣ 1 1 3 3 ଏବଂ 5 ସହିତ ସମାନ ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା | b ଭାବରେ 0 1 4 9 10 16 20 25 ଏବଂ 30 ଏବଂ c ଭାବରେ 0 1 2 3 4 5 6 7 ଆଠ ନଅ ଦଶ ଏକାଦଶ ବାର ତେର ଚଉଦରୁ ପନ୍ଦର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ f ଫଙ୍କସନ୍ କୁ f ରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା f କୁ ଦେଖିବା | ଏକ ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ g ରୁ b ରୁ c କୁ b ର ବର୍ଗ ମୂଳ ଭାବରେ b ଯଦି b ଏକ ପରଫେକ୍ଟ ବର୍ଗ ଅଟେ, ଯେତେବେଳେ ବି ଏହା ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ବର୍ଗ ଅଟେ, ଏହାକୁ b ର ମୂଳ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ଅନ୍ୟଥା ଏହାକୁ b ଦ୍ 2 ାରା ପରିଭାଷିତ କର ଯଦି b a ନୁହେଁ | ପରଫେକ୍ଟ ବର୍ଗ ଯଦି ଏହା ଏକ ପରଫେକ୍ଟ ବର୍ଗ ଅଟେ ତେବେ ଏହାକୁ ମୂଳ b ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ କର ଯଦି ଏହା ଏକ ସିଦ୍ଧ ବର୍ଗ ନୁହେଁ ତେବେ ଏହାକୁ b ଦ୍ 2 ାରା ପରିଭାଷିତ କର | ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ଦୁଇଟି କାର୍ଯ୍ୟର ରଚନାକୁ ଦେଖିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ ଦିଅ f ରୁ a c ରୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଭାବରେ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ g ସହିତ f ର ରଚନା ସହିତ f ର ସମାନ ଭାବରେ ଲେଖିବା ଯାହାକି ଏକ ବର୍ଗର g ଭାବରେ ଦିଆଯାଏ କିନ୍ତୁ ଏକ ବର୍ଗ ସର୍ବଦା ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ବର୍ଗ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି | ମୋତେ ଏକ କୂଅର କେବଳ ବର୍ଗ ମୂଳ ଦେବାକୁ ଯାଉଛି, ବର୍ଗ ମୂଳର ପସନ୍ଦ କେବଳ ସକରାତ୍ମକ ବର୍ଗ ମୂଳ ଠିକ୍ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ତୁମେ କ'ଣ | ଏକ ବର୍ଗର ବର୍ଗ ମୂଳ ରହିବ ଯାହାକି f ରେ f ସହିତ ଏକ ରଚନା ହେବ, ଯଦି ଆପଣ g ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଏହା ଏକ ଜଟିଳ କାର୍ଯ୍ୟ ପରି ଦେଖାଯାଏ ଯାହା ଗୋଟିଏ ମୂଲ୍ୟ ନେଉଛି କିମ୍ବା ତାହା ହେଉଛି | ଯାହାକି ତୁମକୁ b ର ବର୍ଗ ମୂଳକୁ କିଛି ପଏଣ୍ଟରେ ନେଉଛି ଏବଂ ଏହା ଅନ୍ୟ ପଏଣ୍ଟରେ b ଦ୍ 2 ାରା 2 ନେଉଛି ଏହା ଅନ୍ୟ ଏକ ଜଟିଳ ପଏଣ୍ଟ କିନ୍ତୁ ଯଦି ତୁମେ ରଚନାକୁ ଦେଖିବ ତେବେ ଏହା ଅତି ସରଳ ହେବାକୁ ଯାଉଛି | ରଚନା ଜିନିଷକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯାହା ଚାହୁଁଥିଲୁ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା

ତେଣୁ ପ୍ରକୃତରେ ଆମେ ଏକ ଛକ f ର ଆରମ୍ଭରୁ ଆରମ୍ଭ କଲୁ b ର f ସହିତ ଏକ ଛକ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ସେହି ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଯାହା ଦେଖିଲୁ ତାହା ସହିତ ଆରମ୍ଭ କଲୁ | f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ନୁହେଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଯେ ଧରାଯାଉ f ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଏହା ସତ ଯେ ଏକ ଛକ b ର f ସହିତ b ର ଛକ f ସହିତ ସମାନ, ବାସ୍ତବରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟଗୁଡ଼ିକ ଆମର ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟ ଫାୟାର ସହିତ ସମାନ | st ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଯେ ଏକ ଛକ b ର faf fa ଛକ ସହିତ ସମାନ fbe ଦ୍ one ିତୀୟଟି fs ଗୋଟିଏ ଏବଂ ତୃତୀୟଟି ଯେକ any ଣସି ଦୁଇଟି ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା ସେଟ୍ ପାଇଁ a ଏବଂ bfa ଏବଂ fb ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ ହେଉଛି ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ଏକ ଛକ f ର f ସହିତ ସମାନ | f ଦ୍ b ିତୀୟର f ସହିତ ବିଚ୍ଛେଦ ହେଉଛି f ହେଉଛି ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ ଯେକ any ଣସି ଦୁଇଟି ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ ସେଟ୍ ପାଇଁ a ଏବଂ b ର a ଏବଂ f ର ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ ଫାଇନ୍ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଷ୍ଟେଟମେଣ୍ଟକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା, ଚାଲନ୍ତୁ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା |

ତେଣୁ ଧରାଯାଉ f ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଜାଣିବା ଯାହାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ଛକ b ର f ଏହା b ସହିତ f ଛକ ମଧ୍ୟରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଆମକୁ ଯାହା ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ପଡିବ ତାହା ହେଉଛି ଅନ୍ୟ ଉପାୟ ଯାହା f ଅଟେ | f ର b ସହିତ ଏକ ଛକ ର ଏକ ଛକ b ରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଉପାୟରେ ଆଗକୁ ବ let ିବା, y କୁ f ର ଏକ ଛକ ସହିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ହେବା ଯାହା ତୁରନ୍ତ ସୂଚିତ କରେ ଯେ y a f ର ଅଟେ ଏବଂ y f ର b ଅଟେ | ବର୍ତ୍ତମାନ y ଏକ f ର ଅଟେ, ଏଥିରେ ଏକ ଉପାଦାନ ଅଛି | କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ଏପରି ଯେ y ର ସମାନ f ର ସମାନ ଅଟେ y ର f ର ଅଟେ ଯାହା ତୁରନ୍ତ ସୂଚିତ କରେ ଯେ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ b ରେ b ଅଛି ଯେପରି y ହେଉଛି b ର f ର ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ଆମର ଏକ ଉପାଦାନ ଅଛି | a କହେ ଯେ y ହେଉଛି a ର f ର ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଆମର b ରେ ଏକ ଉପାଦାନ ଅଛି ଯେପରି y ର b ର f ଅଟେ

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ fa ସହିତ ସମାନ କ'ଣ ଅଛି ଯାହା fb ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି | f ର ସମାନ f ର ସମାନ, ଯେହେତୁ f ହେଉଛି 1 1 fa ର ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ one ାରା ଗୋଟିଏ, fb ସହିତ ସମାନ ସମାନ b କୁ ସମାନ କରେ ଯାହା ଏକ ଛକ ସହିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ b ଏହା ହେଉଛି ସେହି ସମସ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ଯାହା ଆମର ପୂର୍ବରୁ ଥିଲା | ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ fx x ବର୍ଗ ସହିତ ସମାନ, ଏହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏର ଅଭାବ ଯାହା ଦ୍ one ାରା ଆମେ ଏହାର ଓଲଟା ଅସମାନତାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବୁ ନାହିଁ

ତେଣୁ y ଯାହା fx ହେଉଛି ଏକ ଛକ f ର ଅଟେ, ଆସନ୍ତୁ ଦେଖିବା | ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମାନତା ଏକ ତିନୋଟି ଧାରଣା କରେ ଯେ ଏକ ଛକ f ର ଏକ inte ର f ସହିତ ସମାନ | f ର b ସହିତ rsection ବର୍ତ୍ତମାନ a ଏବଂ b କୁ x ର ଡିଜେଣ୍ଟ ସବ୍ସେଟ୍ ହେବାକୁ ଦିଅ,

ତେଣୁ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି, ତାହା ହେଉଛି ଏକ ଛକ f ର ସମାନ, b ର ଏକ ଛକ f ସହିତ ସମାନ, ଏହା ସମସ୍ତ ସବ୍ସେଟ୍ a ଏବଂ b ପାଇଁ ଧାରଣ କରେ ଯାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ ଦିଆଯାଉଛି | a ଏବଂ b ହେଉଛି x ର ଯେକ two ଣସି ଦୁଇଟି ଡିଜେଣ୍ଟ୍ ସବ୍ସେଟ୍ ଯାହା ଏକ ଛକ ଅଟେ b ହେଉଛି mt ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିବା ଉପାୟରେ ଏହା ଏକ ଖାଲି ସେଟ୍ x ରୁ ଏକ ଖାଲି ସେଟ୍ y କୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ସମ୍ମିଳନୀ ଦ୍ we ାରା ଆମେ ସର୍ବଦା ବାଛିଥାଉ | ଏକ ଖାଲି ସେଟ୍ ର ପ୍ରତିଛବି ଖାଲି ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା ସମ୍ମିଳନୀ ଦ୍ is ାରା ଅଟେ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏକ ଛକ b ର f ଯାହାକି mt ର f ହେବାକୁ ଯାଉଛି ତାହା କେବଳ ଏକ ଖାଲି ସେଟ୍ ହେବାକୁ ଯାଉଛି କିନ୍ତୁ ଆମର ଧାରଣା f ଦ୍ୱାରା ଏକ ଛକ f ହେବ | f ର b ସହିତ ଏକ ଛକ ଯାହାକି ଆମ ଧାରଣା ଦ୍ be ାରା ହେବାକୁ ଯାଉଛି, ତାହା ହେଉଛି ଏକ ଛକ b ଯାହାକି ଖାଲି ଯାହା ଆମେ ଦେଖାଇଛୁ ଯେ fa ଏବଂ fb ଏହି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ ହୋଇ କହିଛି ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି ବର୍ତ୍ତମାନ ତୃତୀୟ ସମାନତା ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଦିଏ | ତିନୋଟି ସୂଚାଏ ଯେ f ଅନୁମାନ କରେ ଯେ f ନେଇଥାଏ | s disjoin ଦୁଇଟି disjoint ସେଟ୍ ସେଟ୍ କରେ ତେବେ ଆମକୁ ଯାହା ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ତାହା ହେଉଛି f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ x ଗୋଟିଏ କମା x ଦୁଇଟି ସେଟ୍ x ର ବୋଲି ଧରାଯାଉ ଯେ x ର f ର x ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ସେହି f କୁ ଦେଖାଇବା ପାଇଁ | ଗୋଟିଏ ଯାହା ଆମକୁ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ତାହା ହେଉଛି x ଗୋଟିଏ x ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ଯେ ତୁମର ଏହି ଦୁଇଟି f ର x ଗୋଟିଏ x ର f ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ବିପରୀତ ଭାବରେ ଅନୁମାନ କରିବା ଯେ x ଗୋଟିଏ x 2 ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ | ତାହା ହେଉଛି f 1 1 ଠିକ୍ ନୁହେଁ ଯାହା ଆମେ ଅନୁମାନ କରିଛୁ ଯେ f ହେଉଛି 1 1 ନୁହେଁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ପ୍ରତିବାଦ ସୃଷ୍ଟି କରିବୁ ଯାହା ଦ୍ we ାରା ଆମର ଏକ ପ୍ରତିବାଦ କିପରି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ ତାହା ହେଉଛି ଦୁଇଟି ଉପାଦାନ ପୃଥକ ଉପାଦାନ x ଗୋଟିଏ ଏବଂ x ଦୁଇଟି ଯାହାକି x ଗୋଟିଏ ଏବଂ x ଅଟେ | ଦୁଇଟି କିନ୍ତୁ x ର f ଗୋଟିଏ x ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ x ଗୋଟିଏ x ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯାହା ତୁରନ୍ତ କହିଥାଏ ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି ସିଙ୍ଗଲ୍ ଦଶ ସେଟ୍ ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ x ଗୋଟିଏ ଏବଂ ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ x ଦୁଇଟି ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ କିନ୍ତୁ ତା’ ପରେ ଆମର ଧାରଣା କହେ ଯେ f ଅସନ୍ତୁଷ୍ଟ ସେଟ୍ ନେଇଥାଏ | ସେଟ୍ ଯାହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ x ର f ଗୋଟିଏ ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ x ର f ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି thi | s ସେଟ୍ x ର ଠିକ୍ f ଅଟେ ଏହା x ଦୁଇଟିର ସେଟ୍ f ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯାହା ଆମେ ଦେଖାଇଛୁ ଯେ x ର f ଧାରଣ କରିଥିବା ସେଟ୍ ଏବଂ x2 ର ସିଙ୍ଗଲେଟନ୍ f ଧାରଣ କରିଥିବା ସେଟ୍ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ସମାନ ନୁହେଁ | ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ସୂଚିତ କରେ ଯେ x ର f ର x ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ ନୁହେଁ ଯାହା ଏକ ପ୍ରତିବାଦ ଅଟେ

ତେଣୁ f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ବା ଏକ ଇ ject ୍ଜେକ୍ଟିଭ୍ ଫଙ୍କସନ୍ b କୁ ତାପରେ fs ଗୋଟିଏ ଯଦି f ରୁ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ଥାଏ, ଯଦି f ରୁ ରଚନା ହୋଇଥିବା ପ୍ରଥମ g କେବଳ a ରେ ଏକ ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ g ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ଯାହାକୁ ତୁମେ g ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ଆବଶ୍ୟକ କରେ | b କୁ ଏପରି ଭାବରେ f ସହିତ ରଚନା କରାଯାଇଥିବା ଏକ ଉପରେ ଏକ ପରିଚୟ କାର୍ଯ୍ୟ ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଉଚିତ ଯାହା ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଚାହୁଁଛୁ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଆସନ୍ତୁ ଫରୱାର୍ଡ ଇନପ୍ଲେକ୍ସନ୍ ଦେଖିବା ଯେ f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଯାହା ଆପଣଙ୍କୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଦିଆଯାଇଛି | ଯାହା ଆମକୁ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ପଡିବ ତାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ | b ରୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଟେ

ତେଣୁ ଭଲ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ କରନ୍ତୁ ଆହା ଆସନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଛି ଆସନ୍ତୁ ଧରନ୍ତୁ ଏହା ହେଉଛି x ଏହା ହେଉଛି ଆପଣଙ୍କର ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ତିନି ଏବଂ ଚାରିଟି ଅଛି ଏବଂ ପୁନର୍ବାର ଆପଣ ଏହାକୁ ଏକ ଦୁଇଟି ତିନି ଚାରି ଭାବରେ ଡାକିବା | ପାଞ୍ଚଟି

ତେଣୁ ତୁମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ଦୁଇଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଗୋଟିଏ ତିନୋଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏବଂ ତିନୋଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏବଂ ଚାରିଟି ତିନୋଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏହା ହେଉଛି ସେହି କାର୍ଯ୍ୟ ଯାହାକୁ ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଛୁ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହି ଉଦାହରଣକୁ ଆମର ମଡେଲ୍ ଭାବରେ ରଖିବା ଏବଂ ତା’ ପରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା | ଯଦି ଏହି g କୁ b ରୁ a କୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ g କୁ ହେବାକୁ ଯାଉଛି, ତେବେ ଯଦି ଆପଣ ଏହି ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ y ରେ ଗୋଟିଏ ପାଇଁ ପ୍ରାକୃତିକ ପସନ୍ଦ କେବଳ ଦୁଇଟି ହେବ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ପାଇଁ ଏହା ତିନିଟି ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ହେବ | ଚାରିଟି ଏବଂ 5 ପାଇଁ ଏହା ହେଉଛି 3

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଏହାକୁ ଏକ ପରିଭାଷିତ କରିବା ଯଦି b ହେଉଛି a ର f ର ଅଟେ

ତେଣୁ ଯଦି ଆପଣ ଉପାଦାନକୁ ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ତିନି ଏବଂ ପାଞ୍ଚ ଏବଂ y କୁ ଦେଖନ୍ତି ତେବେ ଆମ ପାଖରେ ଠିକ୍ ଅଛି ଏହି ସବୁ ଯାଉଛି | ଏସବୁ ହେବା କେବଳ x ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତିଛବି ଅଟେ ଏବଂ ସେଥିପାଇଁ ଏହା କେବଳ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ ଯାହା ବାକି ରହିଲା | ହେଉଛି 4 ଯାହା ଆମକୁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଛି x ର ଏକ ଉପାଦାନ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ଯେକ any ଣସି ଉପାଦାନ ଏବଂ ତା’ ପରେ x ର ଯେକ element ଣସି ଉପାଦାନକୁ ଠିକ୍ କରିବା ଏବଂ ତା’ ପରେ ଏହାକୁ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ କରିବା | ସେହି ଉପାଦାନ ପାଇଁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ ବାଛିବା ଏବଂ ତା’ ପରେ ଏହାକୁ ଏକ ଡ୍ୟାସ୍ ସହିତ ମ୍ୟାପ୍ କରିବା

ତେଣୁ ଏହି ଡ୍ୟାସ୍ ହେଉଛି ପସନ୍ଦ ଯାହାକୁ ଆମେ ନିଜ ପସନ୍ଦ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରୁ

ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ ଦୁଇଟି ଜିନିଷର ସତ୍ୟ ପ୍ରମାଣ ସହିତ ଯିବାକୁ ପଡିବ | g ଦୁଇଟି ଉପରେ ଅଛି ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ହେଉଛି g ସହିତ f ରଚନା ହେଉଛି ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ଭଲ ଭାବରେ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଦିଏ f ରେ b ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା g କୁ f ର ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ a ାରା ଯଦି ଆମେ g ର ସଂଜ୍ଞା ଦେଖିବା | ନିମ୍ନଲିଖିତ ଯେତେବେଳେ ବି ମୋର b ଏକ ମାନଚିତ୍ରର f ର ଅଟେ, ବର୍ତ୍ତମାନ ମୋର ଏକ ଉପାଦାନ f ଅଛି

ତେଣୁ ଏହା e କୁ ଯିବ ଯାହାକି ଏକ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କିତ ଉପରେ ପରିଚୟ କାର୍ଯ୍ୟ ଅଟେ, ଯାହା ଦ୍ second ିତୀୟରେ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଏହା ଚାହୁଁଥିଲି | g ଏକ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ai କୁ ଏକ ଉପାଦାନ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ପଡିବ | b କ୍ୟାପିଟାଲରେ y କିମ୍ବା b କ୍ୟାପିଟାଲରେ b ଯେପରି g ର b ହେଉଛି କିନ୍ତୁ ଯେତେବେଳେ ବି ମୋର a ର ଏକ ଇନ୍ ଥାଏ, g ର ସଂଜ୍ଞା ଦ୍ a ାରା ମ୍ୟାପ୍ ହେବ

ତେଣୁ ମୋତେ b ବାଛିବାକୁ ଦିଅ,

ତେଣୁ b କୁ b କୁ f ର f ଭାବରେ ବାଛ | g ର b ର g ର f ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ଠିକ୍ ଏହିପରି f ବର୍ତ୍ତମାନ ଉପରେ ଅଛି, ଆସନ୍ତୁ ଓଲଟା ଅଂଶକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା କିମ୍ବା କନଭର୍ସ ଅଂଶ ଧରାଯାଉ g ରୁ b ଉପରେ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି ଯାହା g ସହିତ f ସହିତ ଗଠିତ | ଯାହା ମୁଁ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ତାହା ଉପରେ ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ହେଉଛି f ହେଉଛି ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଆସନ୍ତୁ ସଂଜ୍ଞା ଯାଞ୍ଚ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଧରାଯାଉ ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟରୁ f ର ଦୁଇଟିର f ସହିତ ତୁମକୁ f ର ଗୋଟିଏ f ର ସମାନ | ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ଯାହା ଆମକୁ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ତାହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟି ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଥରେ ଆପଣ ଜାଣିଥିବେ ଯେ ଗୋଟିଏର f ର ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ ଯାହା ଗୋଟିଏର g ର f ର ଦୁଇଟିର f ସହିତ ସମାନ ହେବ | ନିମ୍ନୋକ୍ତ g କମ୍ପୋଜିଟ୍ f ଲେଖିବା ସହିତ ସମାନ, ଯାହା g ସହିତ f ସହିତ e ର ଦୁଇଟି ସହିତ ରଚନା ହୋଇଛି ଯାହା ସୂଚାଇବ କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ରଚନା f ରଚନା ଏକ୍ସାକ୍ ଅଟେ | ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା ଆମକୁ ତୁରନ୍ତ କହିବ ଯେ 2 ସହିତ ସମାନ 1 ଏହିପରି f ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ଯାହା ଉଠେ ତାହା ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ଏକ ସମାନ ଚରିତ୍ରକରଣ ଅଛି ପ୍ରକୃତରେ ଉତ୍ତରଟି ହଁ

ତେଣୁ f କୁ a ରୁ b କୁ ଦିଅ | fs ଉପରେ ଏବଂ ଯଦି କେବଳ b ରୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଥାଏ, ତେବେ g ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା ପ୍ରଥମ f ହେଉଛି b ରେ ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ g ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ

ତେଣୁ ଯଦି ତୁମର ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି ତେବେ g ରୁ ଅନୁରୂପ ଫଙ୍କସନ୍ ଯାଉଛି | ଉପରେ ରହିବାକୁ ଏବଂ ଯଦି ତୁମର f ରୁ a ରୁ b ଫଙ୍କସନ୍ ଅଛି, ତେବେ b ରୁ a କୁ ସଂପୃକ୍ତ ଫଙ୍କସନ୍ ଗୋଟିଏ ଭଲ ହେବ, ଆସନ୍ତୁ ଏହାର ପ୍ରମାଣକୁ ଦେଖିବା ଆସନ୍ତୁ ପୁଣିଥରେ ଦେଖିବା | ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ପାଇଁ ଚିତ୍ର ମୋତେ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ତିନି ଚାରି ଏବଂ ପାଞ୍ଚ ଭାବରେ ଡାକିବାକୁ ଦିଅ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ପଟେ ମୋତେ ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ଭଲ ସେଟ୍ କରିବାକୁ ଦିଅ, ଯାହା ଦ୍ things ାରା ଜିନିଷଗୁଡିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି | ଦୁଇଟି ତିନିଟି ଗୋଟିଏ ଚାରିଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି | o ଦୁଇଟି ଏବଂ ପାଞ୍ଚଟି ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟିରେ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏହା ହେଉଛି ଫଙ୍କସନ୍ସ ଏବଂ ତୁମର ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ଏକ ଫଙ୍କସନ୍

ତେଣୁ ଫରୱାର୍ଡ ଇନପ୍ଲେକ୍ସନ୍ ଧରାଯାଉ f ଉପରେ ଅଛି ମୋତେ g ରୁ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ପଡିବ

ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ନିମ୍ନଲିଖିତକୁ ପ୍ରଥମେ ପାଳନ କର | b in b ମୋତେ ଏକ ସେଟ୍ ab କୁ ପରିଭାଷିତ କରିବାକୁ ଦିଅ, ଯେପରି a ର f ହେଉଛି b ଯଦି ତୁମେ ଉପାଦାନକୁ ଦେଖିବ ତେବେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଏବଂ ତିନୋଟି ରହିବ ଏବଂ ଦୁଇଟିରେ ଦୁଇଟି ଚାରି ଏବଂ ପାଞ୍ଚଟି ଠିକ୍ ହେବ | ab ରେ ଏକ ଅଦ୍ୱିତୀୟ

ତେଣୁ ଏହା b ଉପାଦାନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ

ତେଣୁ ମୋତେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଲେଖିବାକୁ ଦିଅ ଯେ ଏହା ab ଅଟେ ଯାହା ଦ୍ says ାରା ଏହା ସେଟ୍ ab ରୁ ଆସିଛି

ତେଣୁ ମୋର କୋଡ୍ ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ b ପାଇଁ ମୁଁ ଏକ ଉପାଦାନ ବାଛିଛି | ସେଟ୍ ରୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଛି ଯେ gg କୁ b ରୁ a କୁ g କୁ କିପରି ପରିଭାଷିତ କରାଯାଏ, ଏହି ପସନ୍ଦ ସର୍ବଦା ବିଦ୍ୟମାନ ଥାଏ କାରଣ g 2 ରେ ଅଛି ଯାହା କରିବାକୁ ହେବ ଆମକୁ ଗୋଟିଏ ବାଛିବାକୁ ପଡିବ | ଏହି ସେଟ୍ ଗୁଡିକର ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ ଉପାଦାନ

ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିସାରିବା ପରେ ଆମକୁ ତାହା କରିବାକୁ ହେବ | g ସହିତ ରଚନା ହୋଇଥିବା ପ୍ରଥମ ଜିନିଷ ହେଉଛି b ରେ ପରିଚୟ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ହେଉଛି g ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଭଲ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ଯାଞ୍ଚ କରିବା, ଆସନ୍ତୁ f ର g କୁ ଯେକ b ଣସି b ରେ ଦେଖିବା ଯାହା g ର b ର f କିନ୍ତୁ gb ହେଉଛି abab | ଛୋଟ ab ଏହା ସେଟ୍ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ab କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ab ରୁ ସେଟ୍ କ୍ୟାପିଟାଲ୍ ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନକୁ ନେଇ ଗଠିତ, ଯାହା b ଉପାଦାନ ସହିତ ମ୍ୟାପ୍ ହୋଇଛି ଏବଂ ଏହି ଛୋଟ ପସନ୍ଦଟି ହେଉଛି ପସନ୍ଦ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ପସନ୍ଦ ଏବଂ ଆମେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କରିଛୁ | ଠିକ୍ ଏବଂ ସେହି ସେଟ୍ ରୁ ପସନ୍ଦ ଏବଂ

ତେଣୁ ଏହା ମୋତେ b ଦେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା ଦ୍ the ିତୀୟଟି ଯାହା ଉପରେ ଆମେ ଚାହୁଁଛୁ ତାହା ଆମକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯେ g ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଧରାଯାଉ g ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ g ର p ସହିତ ସମାନ | f ର g ର b ଉପରେ f କୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା, b ର f ର g ସହିତ ସମାନ, ଯାହା b ର f ରେ g ର g କୁ ସୂଚିତ କରେ, f ରେ g ର ସମାନ, କିନ୍ତୁ f ରଚନା g ହେଉଛି ପରିଚୟ କାର୍ଯ୍ୟ

ତେଣୁ b b ସହିତ ସମାନ | ଦୁଇଟି ଏହିପରି g ହେଉଛି ଗୋଟିଏ, କନଭର୍ସ ପାର୍ଟକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଦିଏ ଯେ ସେଠାରେ ଅଛି | e ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ g ରୁ b କୁ ଯେପରି f ସହିତ ରଚନା ହେଉଛି ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା ଆମକୁ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ଯେ g କୁ b ରେ bi କୁ ଏକ ଉପାଦାନ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯେପରି a ର f ହେଉଛି b

ତେଣୁ ସର୍ବୋତ୍ତମ ପସନ୍ଦ ହେଉଛି ମୋତେ b ର g ଭାବରେ ବାଛିବାକୁ ଦିଅ, ତା’ ହେଲେ ଆମ ପାଖରେ ଯାହା ଅଛି ତାହା ହେଉଛି ଯେ ମୋତେ ଦେଖାଇବାକୁ ପଡିବ ଯେ f ର ଏକ b ଅଟେ

ତେଣୁ f ର ଏକ g ର f ର ହେବାକୁ ଯାଉଛି ଯାହା g ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ | v ରେ କିନ୍ତୁ f ସହିତ ରଚନା ହେଉଛି ପରିଚୟ ଫଙ୍କସନ୍ ଯାହା ଠିକ୍ b ଏହିପରି f ଉପରେ ଅଛି

ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଦୁଇଟି ଚରିତ୍ରକରଣ ଯାହା ଆମ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ଉପରେ ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ର ଚରିତ୍ରକରଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ହେଉଛି ଚରିତ୍ରକରଣ | ଗୋଟିଏ ଫଙ୍କସନ୍ ଅନୁଯାୟୀ ଏକ ଫଙ୍କସନ୍ ଏବଂ ଏହା ସହିତ ମୁଁ ଆପଣଙ୍କୁ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦେବା ବନ୍ଦ କରିବା |

Prutor@IITK