

स्वागत छात्रों का संबंध पर अंतिम व्याख्यान में स्वागत है,

इसलिए अंत में हम आज जा रहे हैं, हमें पिछले व्याख्यान में कार्यों पर कुछ और चीजें देखनी होंगी, हमने कुछ तथ्यों के बारे में देखा जिन्हें कुछ तथ्यों के रूप में जाना जाता है जैसे कि गुण कार्यों के गुण कैसे वे चौराहों और यूनियनों पर कैसे व्यवहार करते हैं, आज हम लेते हैं कि फंक्शन पूरक पर कैसे व्यवहार करता है, अब मान लीजिए कि आपके पास सेट  $x$  से सेट  $y$  तक एक फंक्शन है,

इसलिए यदि आप  $x$  का एक उपसमुच्चय  $x$  का एक उपसमुच्चय है अब प्रश्न यह है कि क्या निम्नलिखित सत्य है, आइए हम एक साधारण को देखें, तो सबसे अधिक बात यह है कि हम जो चाहते थे वह यह है कि  $x$  का एक  $f$  ऋणात्मक है, क्या यह  $f x$  ऋण के समान है, क्या निम्नलिखित समानता सही है इससे पहले कि हम इसे समझने की कोशिश करें, आइए हम एक उदाहरण को देखने का प्रयास करें जिसे आप मानचित्र  $f$  या फंक्शन  $f$  पर माइनस चार से अंतराल घटाकर चार से चार तक  $r$  द्वारा दिए गए  $f x$  बराबर  $x$  वर्ग पर विचार करते हैं, आइए हम इस फंक्शन को देखें, अब एक चुनें ओपन 0 क्लोज्ड 4 के रूप में।

अब यहां यदि आप एक्स माइनस ए को एक्स में ए के पूरक के रूप में देखते हैं तो यह शून्य से चार के करीब शून्य के करीब होने वाला है और यदि आप एफएक्स को देखते हैं तो यह बिल्कुल शून्य के करीब है।

ए का सोलह कुआं एफ खुला शून्य से सोलह के करीब है अब आपके पास पूरी बात है यदि आप एफएक्स माइनस एफए को देखते हैं तो यह बिल्कुल सिंगलटन शून्य है दूसरी तरफ अगर कोई एक्स माइनस ए की गणना करने की कोशिश करता है तो यह होने वाला है शून्य के करीब दो बजे से सोलह के करीब हमने यहां जो देखा है वह यह है कि एफएक्स माइनस ए की ठीक से एक्स माइनस ए के एफ में समाहित है, यही हमने इस उदाहरण के माध्यम से देखा है, अब निम्नलिखित प्रश्न यह है कि क्या यह हमेशा सत्य है सभी फंक्शन  $f$  तो यह  $f x$  माइनस  $f a$ ,  $x$  के  $f$  में निहित है, किसी भी फंक्शन  $f$  के लिए  $xy$  से वास्तव में उत्तर हाँ है तो आइए हम यह साबित करने का प्रयास करें कि  $y f x$  माइनस  $f E$  से संबंधित है जिसका अर्थ है कि  $y f x$  से संबंधित है लेकिन  $y$  करता है  $a$  के  $f$  से संबंधित नहीं है अब हमारे पास  $x$  के  $f$  में  $y$  है  $f$  के तहत  $x$  की छवि जिसका तुरंत अर्थ है कि पूंजी  $x$  के एक तत्व में कम से कम एक  $x$  मौजूद है, जैसे कि  $y$ ,  $f x$  के रूप में है, दूसरी ओर  $y$ ,  $f$  से संबंधित नहीं है, जिसका तुरंत अर्थ है कि इसमें कोई मौजूद नहीं है एक तत्व को इस तरह से कैप करें कि  $y$ ,  $a$  के रूप  $f$  का है,

इसलिए इन दो कथनों का क्या अर्थ है कि  $x x$  का है लेकिन  $x$  पूंजी से संबंधित नहीं है  $e$  जो हमारे पास पूंजी  $x$  का एक तत्व है जो एक नहीं है  $a$  जिसकी छवि  $y f x x$  माइनस  $a$  के  $f$  से संबंधित है, इस प्रकार  $f x$  माइनस  $f a$ ,  $x$  माइनस  $a$  फाइन के  $f$  में समाहित है, अब आइए उन दो चीजों को देखें जो हमारे पास एक चौराहे के  $f$  के  $f$  में समाहित हैं।

बी और दूसरा एक एफएक्स माइनस एफए

एक्स माइनस ए के एफ में निहित है, वह क्या है जो किसी फंक्शन के लिए कमी है ताकि इन मामलों में समानता सही हो या हमें एफ पर और क्या चाहिए ताकि समानता वास्तव में हो, आइए हम उदाहरण देखें कि हमारे पास उदाहरण था ई कि हमारे पास माइनस फोर से फोर से लेकर आर तक की मैपिंग है जो

एफएक्स के बराबर एक्स स्क्वायर द्वारा दी गई है, यह वह फंक्शन था जो हमारे पास एक्स स्क्वायर के बराबर था, लेकिन इसमें क्या कमी है यदि आप इस फंक्शन एफ को नोटिस करते हैं दो बराबर  $f$  का माइनस दो बराबर चार वास्तव में यह क्या है कि हमारे पास  $f x$  बराबर  $f$  का माइनस  $x$  है जो हमारे पास है तो आइए एक ऐसे फंक्शन को देखने का प्रयास करें जो इस तरह से व्यवहार नहीं करता है तो आइए शुरू करते हैं परिभाषा के साथ हम एक फंक्शन को इस तरह से देख रहे हैं कि जब भी आपको कोड माइन में कोई तत्व मिलता है जो डोमेन में किसी तत्व की छवि है तो हमें जो चाहिए वह एकमात्र तत्व है जिसकी छवि वह निश्चित तत्व है तो चलिए इसे लिखते हैं

इसलिए  $x$  से  $y$  तक  $f$  को हम कहते हैं कि  $f s$  one one या injective यदि  $x$  का  $f$ ,  $x$  दो के  $f$  के बराबर है, जिसका अर्थ  $x$  एक  $x$  दो के बराबर होना चाहिए तो हम इस तरह के फंक्शन को एक के रूप में मापते हैं या इंजेक्शन अगर हम प्रीवियों को देखते हैं तो हम एक उदाहरण करते हैं  $s$  उदाहरण  $f x$  बराबर  $x$  वर्ग तो  $f$  शून्य है, जो हमने देखा वह एक से एक नहीं है अब एक और उदाहरण देखें आइए हम  $x$  क्यूब के बराबर  $f x$  द्वारा दिए गए  $r$  से  $r$  तक के फंक्शन को देखें, अब यह है  $a$  one one function आइए अब हम दिखाते हैं कि  $f$ ,  $x$  का एक  $f$  है,  $x$  दो के  $f$  के बराबर है, किसी  $x$  एक और  $x$  दो के लिए, तो  $f$  की परिभाषा से इसका क्या अर्थ है कि  $x$  एक घन  $x$  दो के बराबर है घन अब दोनों तरफ घनमूल लेते हुए हमारे पास  $x$  एक घन है जिसका घनमूल

$x$  दो घन के घनमूल के समान है अब  $x$  एक घन उस का घनमूल आपको  $x$  एक देने वाला है और इसी तरह दूसरी तरफ हम  $x$  दो है क्योंकि  $x$  दो घन का घनमूल  $x$  दो है

इसलिए  $f$  एक प्राकृतिक प्रश्न है जिसे कोई यहां पूछना चाहता है, पिछले उदाहरण में है  $y$  कोई भी वर्गमूल नहीं लेता है उदाहरण के लिए आपके पास चार हैं कोई क्यों नहीं ले सकता चार का वर्गमूल और फिर कहें कि फलन एक है लेकिन यदि आप चार का वर्गमूल है तो आपके पास दो मूल हैं एक जमा दो है और दूसरा एक घटा दो है

इसलिए आपके पास चार के दो वर्गमूल हैं और

इसलिए फलन एक नहीं है उस स्थिति में आइए एक और उदाहरण  $x$  के बराबर लेते हैं 1 2 3 4 और 5 और आइए हम  $y$  को तीन चार पांच छह सात और आठ के रूप में चुनते हैं अब परिभाषित करते हैं कि आइए इस फंक्शन  $f$  को  $x$  से  $y$  तक देखें, इसे  $x$  के बराबर  $f x$  के रूप में परिभाषित करें

एक क्षमा करें  $x$  प्लस दो जो हमारे पास है एक्स प्लस टू है अब हम इसे एक सचित्र तरीके से प्रस्तुत करने का प्रयास करते हैं एक दो तीन चार और पांच तीन चार पांच छह सात और आठ अब आपके पास ये चीजें हैं यदि आप देखते हैं कि फंक्शन एक को तीन में मैप किया गया है दो को चार तीन में मैप किया गया है पांच चार में मैप किया गया है छह में मैप किया गया है और अंत में पांच को सात में मैप किया गया है, यहां आप देख सकते हैं कि 3 4 5 6 की सीमा में प्रत्येक तत्व को एक अद्वितीय पूर्व छवि मिली है,

इसलिए तीन का प्रीमियर बिल्कुल एक है और वहां  $x$  का कोई अन्य तत्व नहीं है जो  $r$  .

देता है इस  $f$  के तीन से तीन तक और इसी तरह चार के लिए दो ही एकमात्र पूर्व छवि है और पांच तीन के लिए एकमात्र पूर्व छवि है छह चार के लिए एकमात्र प्रीमियर है और सात पांच के लिए एकमात्र पूर्व छवि है

इसलिए इस प्रकार  $f$  इसमें एक है

इस तरह के उदाहरणों के मामले में जहां स्थिति को सचित्र रूप से वर्णित करना आसान है, यह हमेशा अच्छा होता है कि आप एक आरेख बनाएं क्योंकि आरेख या इस तरह का सचित्र प्रतिनिधित्व हमें यह समझने में मदद करता है कि कोई फ़ंक्शन एक है या नहीं या नहीं, अब हम एक और अवधारणा को देखते हैं,

$x$  से  $y$  तक एक फ़ंक्शन  $f$  को ऑन या सर्जेक्टिव कहा जाता है यदि  $f$  का सह प्रभुत्व  $f$  की सीमा के बराबर है, जब भी  $f$  का सह डोमेन  $f$  की सीमा के बराबर होता है।

मान लीजिए कि ऐसा फलन आच्छादित या विशेषणात्मक है, आइए अब हम उसी फलन को देखें जिसमें हमारे पास  $f$  से घटाकर चार से चार तक  $r$  तक था जो  $f_x$  द्वारा

$x$  वर्ग के बराबर दिया गया था, प्रश्न है  $f$  और आच्छादक कार्य अब यदि आप इसे देखते हैं तो सह करते हैं इस मामले में  $f$  का मुख्य केवल 0 से 16 तक होगा, इस प्रकार यदि मैं एक तत्व चुनता हूँ जो 0 से 16 के बीच नहीं है या यदि मैं कोई भी तत्व चुनता हूँ जो ऋणात्मक है या यदि मैं कोई वास्तविक संख्या चुनता हूँ जो 16 से अधिक है तो शून्य से चार से चार तक एक एक्स मौजूद नहीं है जैसे कि एफएक्स मुझे वह वास्तविक संख्या देने जा रहा है,

इसलिए यदि  $y$  मुझे शून्य से कम या  $y$  16 से अधिक के रूप में लिखने देता है तो हमने देखा कि वहाँ है शून्य से चार से चार में कोई  $x$  मौजूद नहीं है जैसे कि  $f_x y$  के बराबर है क्योंकि  $y$  की हमारी पसंद ऐसी है कि  $y$  शून्य से कम है या  $y$  सोलह से बड़ा है

इसलिए  $f$  अभी नहीं है आइए एक और उदाहरण देखें आइए देखें यह एक  $f$  अंतराल से शून्य एक से  $r$  तक है, आइए इसे शून्य एक से अनंत तक शून्य अल्पविराम अनंत के रूप में दें  $f_x$  बराबर एक बटा  $x$  अब यह एक आच्छादक फलन है मान लीजिए  $y$  शून्य अल्पविराम अनंत से संबंधित है

इसलिए यह हमारा सह डोमेन है तो चलिए अब हम सह डोमेन से एक तत्व  $y$  चुनेंगे शून्य अल्पविराम अनंत से एक तत्व  $x$  का उत्पादन करना है जैसे कि  $f_x y$  है

इसलिए एक बार जब हमने इसे चुना है तो हमारा दावा है कि इस अनंत अंतराल में खुले शून्य खुले अनंत में  $x$  मौजूद है जैसे कि  $f_x y$  के बराबर है अब इस  $y$  का उत्पादन कैसे करें जैसे कि इस  $x$  का उत्पादन कैसे करें अब मान लें कि  $f_x y$  के बराबर है, इसका मतलब यह है कि  $x$  बटा मेरा  $y$  होने वाला है लेकिन हमें जो दिया गया है वह यह  $y$  है, जिससे तुरंत इसका अर्थ होगा कि  $x$  बराबर 1 बटा  $y$  है

इसलिए  $x$  चुनें जैसे 1 बटा  $y$  या  $x$  के बराबर 1 बटा  $y$  चुनें,  $x$  को 1 बटा  $y$  चुनें, फिर  $f_x$  जो कि 1 बटा  $x$  है लेकिन  $x$  की हमारी पसंद 1 बटा  $y$  है,

इसलिए यह एक-एक करके  $y$  है,

इसलिए  $f$  है इस प्रकार हमने दिखाया है कि खुले अंतराल 0 अल्पविराम अनंत से खुले अंतराल 0 अल्पविराम अनंत तक फलन  $f_x$  बराबर 1 बटा  $x$  0 अल्पविराम अनंत एक आच्छादक फलन है, आइए अब हम कार्यों की एक और महत्वपूर्ण अवधारणा को देखें, जिससे इस नाम से जाना जाता है कार्यों की संरचना मान लें कि आपके पास  $x$  से  $y$  तक दो कार्य  $f$  हैं और एक फ़ंक्शन  $g$  से  $y$  से  $z$  तक दिए गए  $f$  से  $x$  से  $y$  और  $g$  से  $y$  से  $z$  तक दो फ़ंक्शन दिए गए हैं  $f$  और  $g$  की संरचना  $f$  के साथ बनाई गई  $g$  को निम्नानुसार परिभाषित किया गया है,

इसलिए मानक रोटेशन का उपयोग करेगा  $g$  समग्र  $f$  यह डोमेन है इस फ़ंक्शन का  $x$  होने जा रहा है और इसका मेरा कोड  $z$  द्वारा दिया जा रहा है, जो  $f$  से  $x$  के साथ  $f_x$  के  $g$  के बराबर बना हुआ है, अब आइए फ़ंक्शन की संरचना के लिए कुछ उदाहरण देखें आइए हम यहां से फ़ंक्शन को देखें  $x$  वर्ग के बराबर  $f_x$  द्वारा  $r$  से  $r$  दिया गया है और  $r$  से  $r$  तक का दूसरा फ़ंक्शन  $g$

$x$  द्वारा दिया गया है जो  $x$  घन के बराबर है, आइए हम  $g$  और  $g$  से बना  $f$  की गणना करने का प्रयास करें, जो  $x$  पर  $x$  से बना है, जो कि परिभाषा के अनुसार  $f$  का है  $g_x$  जो  $x$  घन के  $f$  द्वारा दिया जाता है जो  $x$  घन होने वाला है जो पूर्ण वर्ग है जो ठीक  $x$  घात छह है दूसरी ओर यदि आप  $x$  पर  $f$  से बने  $g$  को देखते हैं जो  $f_x$  का  $g$  है जो  $x$  के  $g$  के समान है

$x$  वर्ग पूर्ण घन के बराबर वर्ग जो  $x$  घात छह है आप इस मामले में देख सकते हैं  $t$  हैट एफ, जी से बना है, जी के बराबर है, एफ के साथ अब हम एक और उदाहरण देखते हैं जो आपके पास आर से आर तक है जो एफएक्स के बराबर पाप एक्स और जी से आर से आर तक जीएक्स द्वारा एक्स स्क्वायर के बराबर दिया गया है अब हम कोशिश करते हैं गणना करने के लिए जी और जी के साथ रचित एफ की गणना करने के लिए जी की रचना

एक्स पर जी की एफ होने जा रही है जो कि एक्स वर्ग का एफ है जो दूसरी ओर एक्स वर्ग की साइन होने जा रही है, आइए जी की गणना करने की कोशिश करें  $f$  अब  $f$  के साथ बना  $g$   $f_x$  का  $g$  होने जा रहा है,

जो  $\sin x$  के  $g$  के समान है जो कि साइन वर्ग  $x$  के बराबर है,

इसलिए हमने इस मामले में जो देखा है वह यह है कि  $f$  से बना  $g$ ,  $f$  कंपोज़  $g$  के बराबर नहीं है।

इस प्रकार रचना की गणना करने के लिए जिस क्रम में हम रचना करते हैं, वह बहुत महत्वपूर्ण है,

इसलिए रचना कम नहीं हो सकती है, जो हमने इस उदाहरण से देखा है कि जी से बना है, जी के साथ बना एफ के बराबर नहीं हो सकता है

आइए हम एक और देखने की कोशिश करें उदाहरण आइए हम 1 2 3 4 और 5 .

के बराबर एक साधारण उदाहरण देखें  $b$  0 1 4 9 16 20 25 और 30 के रूप में और  $c$  0 1 2 3 4 5 6 7

आठ नौ दस ग्यारह बारह तेरह चौदह से पंद्रह तक अब आइए हम  $f$  से  $a$  के  $f$  द्वारा दिए गए फलन को देखें।

बी के वर्गमूल के रूप में बी के जी द्वारा दिए गए बी से सी के लिए एक वर्ग और जी के बराबर यदि बी एक पूर्ण वर्ग है जब भी यह एक पूर्ण वर्ग होता है तो इसे बी की जड़ के रूप में परिभाषित करें अन्यथा इसे बी के रूप में परिभाषित करें यदि बी एक नहीं है पूर्ण वर्ग यदि यह एक पूर्ण वर्ग है तो इसे रूट  $b$  के रूप में परिभाषित करें यदि यह एक पूर्ण वर्ग नहीं है तो इसे  $b$  बटा 2 के रूप में परिभाषित करें।

अब आइए इन दो कार्यों की संरचना को देखने का प्रयास करें आइए हम  $g$  की गणना करने का प्रयास करें।

$f$  को  $a$  से  $c$  तक के एक फंक्शन के रूप में अब  $g$  के रूप में लिखते हैं,  $f$  के साथ  $f$  के बराबर  $g$  से बना है जो  $a$  के  $g$  के रूप में दिया गया है, लेकिन एक वर्ग हमेशा एक पूर्ण वर्ग होता है और

इसलिए यह है मुझे एक कुएं का सिर्फ वर्गमूल देने जा रहा है वर्गमूल का चुनाव केवल सकारात्मक वर्गमूल है और इसलिए आप क्या कर रहे हैं एक वर्ग का वर्गमूल होगा जो कि इस प्रकार  $f$  के साथ बना हुआ  $g$  होगा, बिल्कुल एक है यदि आप फंक्शन  $g$  को देखते हैं तो यह एक बहुत ही जटिल फंक्शन की तरह दिखता है जो एक मान ले रहा है या वह है जो आपको कुछ बिंदुओं पर  $b$  का वर्गमूल ले रहा है और यह किसी अन्य बिंदु पर  $b$  को 2 से भी ले रहा है, कुछ अन्य बिंदुओं पर यह काफी जटिल कार्य है लेकिन यदि आप रचना को देखते हैं तो यह बहुत सरल होने वाला है कभी-कभी रचना चीजों को बहुत अधिक स्पष्ट करती है, अब हम जो चाहते हैं उसे चिह्नित करने का प्रयास करते हैं,

इसलिए हमने वास्तव में एक चौराहे के निम्नलिखित  $f$  के साथ शुरुआत की है,  $b$  के  $f$  के साथ एक चौराहे के  $f$  में समाहित है, जहां हमने उन उदाहरणों से जो देखा है उसके साथ शुरू किया है क्या वह  $f$  एक नहीं है अब प्रश्न यह है कि मान लीजिए कि  $f$  एक है, क्या यह सच है कि एक प्रतिच्छेदन  $b$  का  $f$ ,  $b$  के प्रतिच्छेद  $f$  के  $f$  के बराबर है, वास्तव में निम्नलिखित कथन समतुल्य हैं हमारे कथन क्या है? पहला यह है कि एक चौराहे बी का एफएफएफ बराबर है एफबी दूसरा एक एफएस एक एक और तीसरे एक के लिए एक और बीएफए और एफबी अलग हैं पहला एक चौराहे के एफ के बराबर है बी एक के एफ के बराबर है बी के एफ के साथ प्रतिच्छेदन एक है एफ किन्हीं दो असंयुक्त सेटों के लिए एक तिहाई एक है और बी के ए और बी के बी असंयुक्त ठीक हैं अब हम इस कथन को साबित करने का प्रयास करते हैं अब आइए इसे साबित करने का प्रयास करें एक दो का तात्पर्य एक है तो मान लीजिए कि  $f$  एक है तो आइए हम जो जानते हैं उससे शुरू करें, हम जानते हैं कि एक चौराहे  $b$  का यह  $f$  के  $f$  के साथ एक चौराहे के  $f$  में समाहित है,

इसलिए हमें जो साबित करना होगा वह दूसरा तरीका शामिल करना है  $f$  बी के एफ के साथ एक चौराहे का एक चौराहे बी के एफ में निहित है तो आइए हम इस तरह से आगे बढ़ते हैं कि वाई बी के एफ के साथ एक चौराहे के एफ से संबंधित है जिसका तुरंत अर्थ है कि वाई ए के एफ से संबंधित है और वाई बी के एफ से संबंधित है अब  $y$ ,  $f$  के अंतर्गत आता है, जिसका अर्थ है कि एक तत्व मौजूद है  $a$  in पूंजी  $a$  ऐसी है कि  $y$ ,  $a$  के  $f$  के रूप का है,  $y$ ,  $b$  के  $f$  से संबंधित है, जिसका तुरंत अर्थ है कि पूंजी  $b$  में  $b$  मौजूद है, जैसे कि  $y$ ,  $b$  के रूप में है, अब हमारे पास यह है कि हमारे पास एक तत्व है  $a$   $a$  कहता है कि  $y$ ,  $a$  के रूप  $f$  का है और इसी तरह हमारे पास  $b$  में एक तत्व  $b$  है जैसे कि  $y$ ,  $b$  के रूप  $f$  का है

इसलिए हमारे पास  $y$  के बराबर क्या है जो  $fb$  के समान है तो हमारे पास क्या है  $f$  के बराबर  $f$  का  $b$  क्योंकि  $f$  1 की परिभाषा के अनुसार एक है  $f$  के बराबर  $fb$  का अर्थ है  $a$  बराबर  $b$  जो कि एक चौराहे से संबंधित है  $b$  यह वह है जो उन सभी उदाहरणों में कमी थी जो हमारे पास पहले थे उदाहरण के लिए  $x$  वर्ग के बराबर  $fx$  यह वह है जिसकी कमी थी जिसकी कमी थी ताकि हम यह साबित न कर सकें कि हम विपरीत असमानता को साबित नहीं कर सकते हैं

इसलिए  $y$  जो  $fx$

एक चौराहे के  $f$  से संबंधित है  $b$  अब आइए देखें अगला तुल्यता एक का तात्पर्य तीन है मान लीजिए कि एक चौराहे के एफ के बराबर एक पूर्णांक के एफ के बराबर है बी के एफ के साथ आरसेक्शन अब ए और बी को एक्स के अलग-अलग उपसमुच्चय होने दें,

इसलिए हमारे पास एक चौराहे का एफ है जो बी के चौराहे के एफ के बराबर है, यह सभी सबसेट ए और बी के लिए है अब हमें जो दिया गया है वह है ए और बी एक्स के दो अलग-अलग उपसमुच्चय हैं जो एक चौराहा है बी अब एमटी है जिस तरह से हमने एक फंक्शन को परिभाषित किया है, यह एक गैर खाली सेट एक्स से एक गैर खाली सेट वाई तक एक फंक्शन है,

इसलिए सम्मेलन द्वारा हम हमेशा चुनते हैं कि एक खाली सेट की छवि खाली है,

इसलिए यह परंपरा के अनुसार है और

इसलिए एक चौराहे  $b$  का  $f$  जो कि  $f$  का  $mt$  होने वाला है, वह सिर्फ एक खाली सेट होने वाला है, लेकिन हमारी धारणा से एक चौराहे  $b$  का  $f$  होने वाला है।

बी के एफ के साथ एक चौराहे का, जो हमारी धारणा से होने वाला है, एक चौराहे बी का एफ है जो खाली है जो हमने दिखाया है कि एफए और एफबी ये दो सेट

असंबद्ध हैं, ये दोनों अब तीसरी समानता साबित करते हैं तीन का अर्थ है दो मान लीजिए कि  $f$  लेता है मान लीजिए कि  $f$  लेता है  $s$

डिसजॉइन दो असंयुक्त सेट सेट करता है, तो हमें जो दिखाना होगा वह यह है कि  $f$  एक है तो

मान लें कि  $x$  एक कॉमा  $x$  दो सेट  $x$  से संबंधित हैं, मान लीजिए कि  $x$  का  $f$ ,  $x$  दो के  $f$  के बराबर है, ताकि यह दिखाया जा सके कि  $f$  एक है जो हमें दिखाना होगा कि  $x$  एक  $x$  दो के बराबर है अब मान लीजिए कि आपके पास  $x$  का ये दो  $f$  एक  $x$  दो के  $f$  के बराबर है तो चलिए इसके विपरीत मान लेते हैं कि  $x$  एक  $x$  2 के बराबर नहीं है वह है  $f$  1 1 सही नहीं है जो हमने मान लिया है कि  $f$  1 1 नहीं है अब हम एक विरोधाभास उत्पन्न करेंगे कि एक विरोधाभास कैसे उत्पन्न किया जाए जो हमारे पास है कि दो तत्व अलग तत्व  $x$  एक और  $x$  दो जो  $x$  एक और  $x$  हैं दो लेकिन  $x$  का  $f$ ,  $x$  दो के  $f$  के बराबर है,

इसलिए  $x$  एक  $x$  दो के बराबर नहीं है, जो तुरंत कहता है कि यह दो एकल दस सेट सिंगलटन  $x$  एक और सिंगलटन  $x$  दो असंयुक्त हैं लेकिन फिर हमारी धारणा कहती है कि  $f$  असंबद्ध सेट को असंबद्ध में लेता है सेट जिसका अर्थ है कि सिंगलटन  $x$  एक का  $f$  सिंगलटन  $x$  दो के  $f$  के बराबर नहीं है, जिसका अर्थ है कि था  $s$  सेट  $x$  एक का ठीक  $f$  है यह  $x$  दो के समुच्चय  $f$  के समान नहीं है जो हमने दिखाया है कि  $x$  एक का  $f$  और  $x2$  का सिंगलटन  $f$  युक्त सेट, ये दोनों एक नहीं हैं और समान हैं तुरंत इसका तात्पर्य है

कि  $x$  का  $f$ ,  $x$  दो के  $f$  के बराबर नहीं है जो कि एक विरोधाभास है, इसलिए  $f$  एक एक या एक इंजेक्शन फंक्शन है, अब अंत में हम संरचना के संदर्भ में एक फंक्शन का एक लक्षण वर्णन देते हैं और फंक्शन पर  $f$  को  $a$  से लेते हैं।

बी के लिए फिर एफएस वन अगर एक केवल अगर बी से एक समारोह जी मौजूद है जैसे कि एफ के साथ बना पहला एक जी सिर्फ एक पर एक पहचान समारोह होने जा रहा है और दूसरा जी एक दो है जिसे आपको एक ऑन फंक्शन जी की आवश्यकता है इस तरह से कि  $f$  से बना  $g$  एक पहचान कार्य के रूप में कार्य करना चाहिए, यह वही है जो हम चाहते थे अब हम इसे साबित करने का प्रयास करें आइए आगे के निहितार्थ को देखें मान लीजिए कि  $f$  एक है जो आपके पास है आपको एक फंक्शन दिया गया है अब एक है जो हमें पैदा करना होगा बी से ए के लिए एक फंक्शन जी है, इसलिए अच्छी तरह से परिभाषित करें आह हमें एक छोरे पर एक आरेख है मान लीजिए कि यह एक्स है यह वाई है आपके पास एक दो तीन और चार हैं और फिर से आपके पास अच्छी तरह से है हम इसे एक दो तीन चार कहते हैं और पांच तो आपके पास एक है दो में मैप किया गया है दो को मैप किया गया है एक तीन को पांच में मैप किया गया है और चार को तीन में मैप किया गया है यह वह फंक्शन है जिसे हमने अब परिभाषित किया है तो आइए हम इस उदाहरण को अपने मॉडल के रूप में रखें और फिर परिभाषित करने का प्रयास करें यह जी

बी से ए के रूप में बी के रूप में जी क्या होगा अब यदि आप इस उदाहरण को देखते हैं तो वाई में से एक के लिए प्राकृतिक पसंद सिर्फ दो होगी और इसी तरह दो के लिए यह तीन के लिए एक के लिए होगा।

चार है और 5 के लिए यह 3 है तो आइए इसे इस तरह परिभाषित करें कि यदि  $b$ ,  $a$  के रूप  $f$  का है, तो यदि आप तत्वों एक दो तीन और पांच और  $y$  को उदाहरण में देखते हैं कि हमारे पास वही है तो ये सभी जा रहे हैं होने के लिए ये सब सिर्फ  $x$  के तत्वों की छवियां हैं और

इसलिए यह केवल एक चीज के लिए समझ में आता है जो छोड़ दिया गया है 4 है जो हमें चाहिए वह  $x$  का एक तत्व है तो आइए हम किसी भी तत्व और फिर  $x$  के किसी भी तत्व को ठीक करें और फिर इसे मनमाने ढंग से परिभाषित करें तो चलिए इसे डैश के रूप में परिभाषित करते हैं अन्यथा हम एक तत्व को ठीक करते हैं जो सीमा में नहीं है उस तत्व के लिए हम एक मनमाना एक तत्व चुनते हैं और फिर उस बी को इस डैश पर मैप करते हैं,

इसलिए यह डैश वह विकल्प है जिसे हम बनाते हैं यह किसी की अपनी पसंद पर निर्भर करता है,

इसलिए अब हमें दो चीजों को सही साबित करना होगा एक वह है जी दो पर है और दूसरा यह है कि एफ के साथ बना जी पहचान कार्य है अच्छी तरह से पहले एक जी को एफ के साथ बी पर ए से बना है, अगर हम जी की परिभाषा को देखते हैं तो ए की परिभाषा जी है।

निम्नलिखित जब भी मेरा बी एक मानचित्र के रूप एफ का है, तो अब मेरे पास एक तत्व एफ है

इसलिए यह ई पर जाएगा जो वास्तव में मूल्यांकन पर पहचान कार्य है, यह वही है जो मैं चाहता था कि दूसरा निरंतर यह जी को पूंजी से संबंधित होने देना है एआई को एक तत्व का उत्पादन करना होगा बी पूंजी में  $y$  या बी पूंजी बी में ऐसा है कि बी का जी ए है, लेकिन जब भी मेरे पास ए के एफ में जी की परिभाषा के अनुसार मैप किया जाएगा तो मुझे बी चुनने दें तो बी को बी को एफ के रूप में चुनने दें  $b$  का  $g$ ,  $f$  का  $g$  होगा, जो वास्तव में  $a$  है,

इसलिए  $f$  अब आच्छादित है आइए हम इसके विपरीत भाग या विलोम भाग को सिद्ध करने का प्रयास करें मान लीजिए कि  $b$  से  $a$  तक एक आच्छादक फलन  $g$  मौजूद है, जैसे कि  $g$   $f$  से बना है।

एक पर पहचान कार्य है जो मुझे दिखाना होगा कि एफ एक है तो आइए हम परिभाषा को सत्यापित करने का प्रयास करें मान लीजिए कि एफ के बराबर एफ दो के एफ के बराबर आपको दिया गया है कि एफ के बराबर एफ एक दो जो हमें दिखाना होगा वह यह है कि एक एक दो के बराबर होता है लेकिन एक बार जब आप जानते हैं कि एक के एफ के बराबर एफ के बराबर है जो कि एक के एफ के जी के बराबर एफ के जी के बराबर होगा।

निम्नलिखित जी कंपोजिट एफ को ई दो पर

एफ के साथ रचित जी के बराबर लिखने के समान है, लेकिन हम जो जानते हैं वह यह है कि रचना जी की रचना एफ सटीक है पहचान फंक्शन जो हमें तुरंत बताएगा कि ए 1 बराबर ए 2 इस प्रकार एफ अब एक समान प्रश्न है जो उठता है कि क्या वास्तव में कार्यों के लिए एक समान लक्षण वर्णन है वास्तव में उत्तर हां है तो एफ को ए से बी तक जाने दें  $f_s$  पर यदि और केवल यदि  $b$  से  $a$  तक कोई फंक्शन  $g$  मौजूद है, तो  $g$  से बना पहला  $f$   $b$  पर पहचान फंक्शन है और दूसरा  $g$  एक है,

इसलिए यदि आपके पास एक एक फंक्शन है तो  $g$  से संबंधित फंक्शन जा रहा है ऑन होने के लिए और यदि आपके पास ए से बी तक एक ऑन फंक्शन है तो बी से ए तक का संबंधित फंक्शन जी वन वन फाइन होने वाला है आइए हम इसके प्रमाण को देखें आइए हम फिर से देखें।

एक भाग के लिए आरेख मुझे इसे एक दो तीन चार और पांच के रूप में कहते हैं और अब दूसरी ओर मुझे यह एक कुआं रखने दें, मुझे एक सरल सेट दें ताकि चीजें स्पष्ट हों एक को एक से दो में मैप किया जाता है दो तीन को एक चार में मैप किया जाता है  $int$  ओ दो और पांच को भी दो में मैप किया गया है, यह कार्य है और आपके पास एक फंक्शन है,

इसलिए आगे का निहितार्थ मान लीजिए कि  $f$  पर है, मुझे एक फंक्शन  $g$  को  $b$  से  $a$  तक परिभाषित करना होगा,

इसलिए प्रत्येक के लिए पहले इसे प्रत्येक के लिए देखें बी में बी में एक सेट एबी को उन सभी के रूप में परिभाषित करता हूं

जैसे कि ए का एफ बी है यहां यदि आप तत्व एक को देखते हैं तो यह एक और तीन होगा और एक दो में दो चार और पांच होंगे तो ठीक करें

एबी में एक अद्वितीय ए तो यह तत्व बी पर निर्भर करता है

इसलिए मुझे यह भी लिखना चाहिए कि यह एबी है ताकि यह कहता है कि यह सेट एबी से है, जिसका अर्थ है कि प्रत्येक बी के लिए मेरे कोड में मैंने एक तत्व चुना है सेट ए से अब यह स्पष्ट है कि जीजी को बी से ए के रूप में बी के बराबर एबी के रूप में कैसे परिभाषित किया जाए यह विकल्प हमेशा मौजूद रहता है ऐसा विकल्प हमेशा मौजूद होता है क्योंकि जी 2 पर है क्या करना होगा कि हमें एक चुनना होगा इनमें से प्रत्येक सेट से तत्व ab

इसलिए एक बार जब हमने इसे परिभाषित कर लिया है तो हमें जो करना होगा वह शो है वह पहली चीज है जो g से बनी है, b पर पहचान है और दूसरी है g एक अच्छी तरह से एक-एक करके पहले एक को सत्यापित करते हैं आइए हम f कंपोज्ड g को किसी भी b पर देखें जो कि b के g का f है लेकिन gb

अबाब है छोटा एबी यह सेट कैपिटल से आता है एबी कैपिटल एबी में सेट कैपिटल के सभी तत्व होते हैं जो कि तत्व बी में मैप किए जाते हैं और यह छोटा विकल्प है यह विकल्पों में से एक विकल्प है और हमने एक अद्वितीय बनाया है पसंद सही है और उस सेट से और इसलिए यह मुझे बी देने जा रहा है जो कि वास्तव में उस पर पहचान है जो हम चाहते थे कि हमें यह सत्यापित करना होगा कि जी एक है बी के जी एक पी दो के जी के बराबर है चलो बी के जी के एफ पर एफ लागू करते हैं, बी दो के जी के एफ के बराबर एफ का मतलब होगा कि एफ ने बी एक के बराबर एफ को बी दो पर जी बनाया है लेकिन एफ कंपोज जी पहचान कार्य है

इसलिए बी एक बी के बराबर है दो इस प्रकार g एक है, आइए हम विलोम भाग को सिद्ध करें मान लीजिए कि एक on .

मौजूद है e एक फंक्शन g से a तक ऐसा है कि g से बना f एक पहचान फलन है, हमें यह दिखाना होगा कि g चालू है, b in bi में एक तत्व a उत्पन्न करना होगा जैसे कि f का a b है तो सबसे अच्छा विकल्प है कि मुझे बी के जी के रूप में चुनने दें तो हमारे पास यह है कि मुझे यह दिखाना होगा कि ए का एफ बी है

इसलिए एफ का एफ जो बी के जी का एफ होगा जो जी से बना है वी पर लेकिन जी के साथ बना एफ पहचान कार्य है जो वास्तव में बी है इस प्रकार एफ चालू है

इसलिए ये दो लक्षण वर्णन हैं जो हमारे पास एक फंक्शन के संदर्भ में एक फंक्शन का लक्षण वर्णन है और दूसरा एक का लक्षण वर्णन है एक एक समारोह के संदर्भ में एक ऑन फंक्शन और इसके साथ ही मैं आप सभी को धन्यवाद देना बंद कर दूँ