સ્વાગત વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત સંબંધ પરના અંતિમ લેક્ચરમાં સ્વાગત છે

તેથી આખરે આપણે આજે જઈ રહ્યા છીએ આપણે અગાઉના લેક્ચરમાં ફંક્શન્સ પર કેટલીક વધુ વસ્તુઓ જોવી પડશે અમે અમુક તથ્યો જેમ કે અમુક તથ્યો તરીકે ઓળખાય છે તે વિશેની કેટલીક હકીકતો જોઈ .

ફંક્શનના ગુણધર્મો કેવી રીતે તેઓ આંતરછેદ અને યુનિયન પર કેવી રીતે વર્તે છે, ચાલો આજે આપણે પૂરક પર ફંક્શન કેવી રીતે વર્તે છે તે લઈએ હવે ધારો કે તમારી પાસે સેટ x થી સેટ y સુધીનું ફંક્શન છે

તેથી જો x નો સબસેટ જો તમે x નો સબસેટ છે હવે પ્રશ્ન એ છે કે શું નીચેનું ધારણ સાચું છે ચાલો આપણે એક સરળ જોઈએ તો અહ સૌથી વધુ વસ્તુ એ છે કે આપણે જે જોઈએ છીએ તે છે x માઈનસ a નું આ એક fx માઈનસ fa જેવું જ છે શું નીચેની સમાનતા સાચી છે હવે આપણે આ સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ તે પહેલાં ચાલો આપણે એક ઉદાહરણ જોવાનો પ્રયાસ કરીએ જે તમે નકશા f અથવા ફંકશન f માઈનસ ચારથી અંતરાલ માઈનસ ચારથી ચારથી r દ્વારા આપવામાં આવેલ fx બરાબર x ચોરસને ધ્યાનમાં લો છો, ચાલો આ ફંક્શન જોઈએ હવે a પસંદ કરો.

0 ખુલ્લું 0 બંધ 4.

હવે અહીં જો તમે x માઈનસ a in x ના પૂરક જોશો તો તે શૂન્યની નજીક માઈનસ ચારની નજીક જશે અને જો તમે fx જુઓ તો તે શૂન્યની નજીકથી બરાબર આટલું નજીક છે.

એનો સોળ ફૂવો f એ શૂન્યથી સોળની નજીક ખુલ્લું છે તમારી પાસે હવે આખી વસ્તુ છે જો તમે fx માઈનસ એફએ જુઓ તો તે બરાબર સિંગલટન શૂન્ય છે બીજી તરફ જો કોઈ x માઈનસ a ની f ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરે તો તે થશે શૂન્યની નજીક બે ઉપરથી સોળની નજીક આપણે અહીં જે નોંધ્યું છે તે એ છે કે x માઈનસ a ના f માં fx માઈનસ ફી યોગ્ય રીતે સમાયેલ છે આ તે છે જે આપણે આ ઉદાહરણ દ્વારા અવલોકન કર્યું છે હવે નીચેનો પ્રશ્ન એ છે કે શું તે હંમેશા માટે સાચું છે? બધા ફંક્શન f

તેથી આ fx માઈનસ fa એ xy માંથી કોઈપણ ફંક્શન f માટે x માઈનસ a માં સમાયેલ છે હકીકતમાં જવાબ હા છે તો ચાલો આપણે આ સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ કે ચાલો y fx માઈનસ fe ના હોય જે સૂચવે છે કે y fx નો છે પણ y કરે છે હવે a ના f સાથે સંબંધિત નથી જે આપણી પાસે છે તે x ના f માં y છે એફ હેઠળ x ની છબી જે તરત જ સૂચવે છે કે મૂડી xના ઘટકમાં ઓછામાં ઓછું એક x અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે y હવે fx સ્વરૂપનું છે બીજી તરફ y એ a ના f સાથે સંબંધિત નથી જે તરત જ સૂચવે છે કે ત્યાં કોઈ અસ્તિત્વમાં નથી એક તત્વ a ને એવી રીતે કેપ કરો કે y a ના સ્વરૂપનું f છે

તેથી આ બે વિધાન સૂચવે છે કે x xનું છે પણ x મૂડીનું નથી અને આપણી પાસે જે છે તે આપણે મૂડી xનું તત્વ ઉત્પન્ન કર્યું છે જે એક નથી a જેની ઇમેજ yfx છે તે x માઇનસના

f ની છે આમ fx માઇનસ fa x માઇનસ અ ફાઇનના f માં સમાયેલ છે હવે ચાલો આપણે બે વસ્તુઓ જોઈએ કે આપણી પાસે એક આંતરછેદ b નું f શું હતું તે છેદન f ના f માં સમાયેલું છે b અને બીજો એક fx માઈનસ fa એ x માઈનસ a ના f માં સમાયેલ છે

તે શું છે કે જે કાર્ય માટે અભાવ છે જેથી આ કેસોમાં સમાનતા યોગ્ય રીતે પકડી શકે અથવા તે શું છે જેની આપણને f પર વધુ જરૂર છે જેથી કરીને સમાનતા ખરેખર પકડી શકે.

ઉદાહરણ જુઓ કે અમારી પાસે ઉદાહરણ હતું e કે જે આપણી પાસે હતું તે

માઈનસ ચાર થી ચાર સુધી r સુધીનું મેપિંગ છે જે

fx બરાબર x ચોરસ દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે આ તે ફંક્શન હતું જે આપણી પાસે fx બરાબર x ચોરસ હતું પરંતુ જો તમે આ ફંકશન f ને જોશો તો તેમાં શું અભાવ છે? બે બરાબર એફ માઈનસ બે બરાબર ચાર વાસ્તવમાં એ શું છે કે આપણી પાસે માઈનસ x ના f ની બરાબર fx છે તે જ આપણી પાસે છે તો ચાલો આપણે એવા ફંક્શનને જોવાનો પ્રયત્ન કરીએ જે આ રીતે વર્તતું નથી

તેથી ચાલો શરૂ કરીએ વ્યાખ્યા સાથે આપણે કોઈ ફંક્શનને એવી રીતે જોઈ રહ્યા છીએ કે જ્યારે પણ તમને કોડ માઈનમાં કોઈ એલિમેન્ટ મળે જે ડોમેનમાંના કોઈ એલિમેન્ટની ઈમેજ હોય, તો પછી આપણને જે જોઈએ છે તે એક માત્ર એલિમેન્ટ જેની ઈમેજ એ નિશ્ચિત તત્વ છે.

તો ચાલો આપણે તેને લખીએ તો ચાલો

આપણે કહીએ કે fs એક એક અથવા injective જો f નું x એક બરાબર x બે ના f બરાબર છે તો તેનો અર્થ x એક બરાબર x બે છે તો આપણે આવા ફંક્શનને એક તરીકે માપીએ છીએ અથવા ઇન્જેક્ટિવ જો આપણે પહેલાનું જોઈએ તો ચાલો એક ઉદાહરણ કરીએ નું ઉદાહરણ fx બરાબર x ચોરસ પછી f એ એક નથી કે જે આપણે જોયું છે તે એકથી એક નથી હવે ચાલો વધુ એક ઉદાહરણ જોઈએ, ચાલો r થી r સુધીનું ફંક્શન જોઈએ જે

fx બરાબર x ક્યુબ દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે.

a one one function ચાલો હવે બતાવી દઈએ કે f એ અમુક x એક અને x બે માટે x નું એક f એ x બે ની બરાબર છે તો f ની વ્યાખ્યા દ્વારા તેનો શું અર્થ થાય છે આનો અર્થ એ થશે કે x એક ક્યુબ બરાબર x બે ક્યુબ હવે બંને બાજુએ ક્યુબ રુટ લઈ રહ્યા છીએ અમારી પાસે x એક ક્યુબ છે તેનું ક્યુબ રુટ x બે ક્યુબનું ક્યુબ રુટ સમાન છે

હવે x એક ક્યુબ તેનું ક્યુબ રુટ તમને x એક આપશે અને તે જ રીતે બીજી બાજુ આપણે x બે છે કારણ કે x બે ઘનનું ઘનમૂળ x બે છે

તેથી f એક છે એક કુદરતી પ્રશ્ન જે અહીં પૂછવા માંગે છે તે અગાઉના ઉદાહરણમાં છે y કંઈ નથી એક વર્ગમૂળ લો ઉદાહરણ તરીકે તમારી પાસે ચાર છે શા માટે એક લઈ શકતો નથી ચારનું વર્ગમૂળ અને પછી કહો કે ફંક્શન એક છે પરંતુ જો તમે તા ચારનું વર્ગમૂળ ગણો તો તમારી પાસે બે મૂળ છે એક વત્તા બે છે અને બીજું એક ઓછા બે છે

તેથી તમારી પાસે ચારના બે વર્ગમૂળ છે અને

તેથી ફંક્શન એક નથી તે કિસ્સામાં ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ x બરાબર જોઈએ.

1 2 3 4 અને 5 અને ચાલો y પસંદ કરીએ ત્રણ ચાર પાંચ છ સાત અને આઠ હવે વ્યાખ્યાયિત કરીએ ચાલો આપણે આ ફંક્શનને

જોઈએ f x થી y સુધી તેને fx બરાબર x પ્લસ વન સોરી x વત્તા બે તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ.
x પ્લસ બે છે હવે ચાલો આને ચિત્રાત્મક રીતે રજૂ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ એક બે ત્રણ ચાર અને પાંચ ત્રણ ચાર પાંચ છ સાત અને આઠ તમારી પાસે હવે આ વસ્તુઓ છે જો તમે જોશો કે એક ફંક્શન ત્રણમાં મેપ થયેલ છે બે ચાર ત્રણમાં મેપ થયેલ છે પાંચમાં મેપ કરવામાં આવે છે ચારને છ સાથે મેપ કરવામાં આવે છે અને અંતે પાંચને સાતમાં મેપ કરવામાં આવે છે, અહીં તમે નોંધ કરી શકો છો કે 3 4 5 6ની રેન્જમાંના દરેક તત્વને એક અનોખી પ્રી-ઇમેજ મળી છે
તેથી ત્રણની પ્રિમમેડ બરાબર એક છે અને ત્યાં છે.
x નું બીજું કોઈ તત્વ નથી જે r આપે છે આ f માંથી ત્રણ બાય ise કરો અને એ જ રીતે ચાર માટે બે એ એકમાત્ર પૂર્વ છબી છે અને પાંચ માટે ત્રણ માત્ર પૂર્વ છબી છે છ માટે ચાર માત્ર પૂર્વનિર્મિત છે અને સાત માટે પાંચ માત્ર પૂર્વ છબી છે
તેથી આમ f આમાં એક એક છે
આ પ્રકારનાં ઉદાહરણોના કિસ્સામાં જ્યાં પરિસ્થિતિનું ચિત્રાત્મક રીતે વર્ણન કરવું સરળ છે તે હંમેશા સારું છે કે તમે તે એકને એક આકૃતિ દોરો કારણ કે આકૃતિ અથવા આ પ્રકારની ચિત્રાત્મક રજૂઆત આપણને એ સમજવામાં મદદ કરે છે કે શું કાર્ય એક છે.
અથવા હવે નહીં ચાલો આપણે એક વધુ ખ્યાલ જોઈએ
x થી y સુધીના ફંક્શન f એ ચાલુ અથવા અનુમાનિત કહેવાય છે જો f નું co ડોમેન f ની શ્રેણીની બરાબર હોય જ્યારે પણ f નું co ડોમેન f તમારી શ્રેણીની બરાબર હોય કહો કે આ પ્રકારનું ફંક્શન ઓનટુ અથવા સજેક્ટીવ વેલ છે હવે ચાલો જોઈએ આપણે એ જ ફંક્શન જોઈએ કે આપણી પાસે f માઈનસ ચાર થી ચાર સુધી r સુધી fx દ્વારા આપવામાં આવ્યું છે x ચોરસ બરાબર છે પ્રશ્ન f છે અને હવે ફંક્શન પર છે.
જો તમે આને જુઓ તો સહ કરે છે આ કિસ્સામાં f ની મુખ્ય માત્ર 0 થી 16 સુધીની હશે આમ જો હું 0 થી 16 ની વચ્ચે ન હોય તેવું તત્વ પસંદ કરું અથવા જો હું કોઈ ઘટક પસંદ કરું જે નકારાત્મક હોય અથવા જો હું કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા પસંદ કરું જે 16 કરતા વધારે હોય તો માઈનસ ચાર થી ચાર સુધીનો કોઈ x અસ્તિત્વમાં નથી કે fx મને તે વાસ્તવિક સંખ્યા આપશે
તેથી જો y કરતાં ઓછી હોય તો હું તેને y શૂન્યથી ઓછો અથવા y 16 કરતાં મોટો લખી દઉં તો અમે જોયું કે ત્યાં છે માઇનસ ચાર થી ચારમાં કોઈ પણ x અસ્તિત્વમાં નથી જેમ કે fx y ની બરાબર હોય કારણ કે અમારી y ની પસંદગી એવી છે કે y શૂન્ય કરતા ઓછો છે અથવા y સોળ કરતા મોટો છે
તેથી f અત્યારે નથી, ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ જોઈએ.
આ એક એફ ઇન્ટરવલ શૂન્ય વન થી આર માટે ચાલો આપણે તેને શૂન્ય વન થી અનંત સુધી શૂન્ય અલ્પવિરામ અનંત તરીકે આપીએ જે fx બરાબર એક બાય x દ્વારા આપવામાં આવે છે હવે શું આ એક ઓનટુ ફંક્શન દો y શૂન્ય અલ્પવિરામ અનંત સાથે સંબંધિત છે
તેથી આ આપણું સહ ડોમેન છે તો ચાલો હવે આપણે co ડોમેનમાંથી એક તત્વ y પસંદ કરીએ શૂન્ય અલ્પવિરામ અનંતતામાંથી એક તત્વ x ઉત્પન્ન કરવું પડશે જેમ કે fx y છે
તેથી એકવાર અમે આ પસંદ કરી લીધા પછી અમારો દાવો છે કે આ અનંત અંતરાલમાં ખુલ્લા શૂન્ય ખુલ્લા અનંતમાં x અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે fx y ની બરાબર હવે આ y કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરવું હવે આ x કેવી રીતે બનાવવું હવે ધારો કે fx y ની બરાબર છે એટલે કે x બાય એક મારું y હશે પણ આપણને જે આપવામાં આવ્યું છે તે આ y છે જેથી તે તરત જ સૂચવે છે કે x બરાબર 1 બાય y
તેથી x પસંદ કરો 1 બાય y તરીકે અથવા x ની બરાબર 1 બાય y પસંદ કરો x 1 બાય y તરીકે પસંદ કરો પછી fx જે 1 બાય x છે પરંતુ x ની અમારી પસંદગી 1 બાય y છે
તેથી આ એક એક બાય y છે જે
તેથી f હશે આમ આપણે બતાવ્યું છે કે ઓપન ઈન્ટરવલ 0 અલ્પવિરામ અનંતથી ઓપન ઈન્ટરવલ 0 અલ્પવિરામ અનંત સુધી 1 બાય x ની બરાબર ફંક્શન 0 અલ્પવિરામ અનંત એ એક ઓનટુ ફંક્શન છે હવે ચાલો આપણે ફંક્શનની એક વધુ મહત્વની વિભાવના જોઈએ જેને કહેવાય છે વિધેયોની રચના ધારો કે તમારી પાસે બે ફંક્શન છે f x થી y અને એક ફંક્શન g y થી z સુધી,
તેથી બે ફંક્શન આપેલ છે f થી x થી y અને g થી y થી z ની રચના f અને g સૂચિત g ની f સાથે બનેલી રચના નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવી છે
તેથી પ્રમાણભૂત પરિભ્રમણ g સંયુક્તનો ઉપયોગ કરશે f તે ડોમેન છે આ ફંક્શનનો x હશે અને તેનો કોડ ઓફ માઈન z દ્વારા આપવામાં આવશે જે f સાથે f સાથે બનેલો છે જે fx ના g બરાબર છે
હવે ચાલો ફંક્શનની રચના માટેના કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ, ચાલો અહીંથી ફંક્શન જોઈએ.
r થી r એ fx દ્વારા x ચોરસના બરાબર છે અને અન્ય ફંક્શન g થી r સુધી gx એ x ક્યુબના બરાબર gx દ્વારા આપેલ છે, ચાલો આપણે g સાથે બનેલા f અને x પર xf બનેલા g સાથે બનેલા g ની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જેની વ્યાખ્યા મુજબ f છે.
gx જે x ક્યુબના f દ્વારા આપવામાં આવે છે જે x ક્યુબનો આખો ચોરસ હશે જે બરાબર x ઘાત છ છે બીજી તરફ જો તમે g જુઓ તો f સાથે x સાથે બનેલ છે જે fx નું g છે જે x ના g સમાન છે ચોરસ બરાબર x ચોરસ આખા સમઘન જે x પાવર છ છે તમે આ કિસ્સામાં ટી ટોપી f એ g ની બનેલી g બરાબર છે જે f સાથે બનેલી છે હવે ચાલો આપણે એક વધુ ઉદાહરણ જોઈએ જે તમે r થી r દ્વારા આપેલ fx બરાબર sin x અને g માંથી r આપેલ gx બરાબર x ચોરસ હવે ચાલો પ્રયત્ન કરીએ g સાથે બનેલ f અને g ff સાથે બનેલા g ની ગણતરી કરવા માટે x પર g એ x ના g નો f હશે જે x ચોરસનો f છે જે બીજી તરફ x ચોરસ ની સાઈન હશે તો ચાલો g સાથે બનેલા g ની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ f હવે frtx સાથે બનેલ g એ fx નું g બનશે જે sin x ના g સમાન છે જે sine ચોરસ x બરાબર છે
તેથી આ કિસ્સામાં આપણે જે અવલોકન કર્યું છે તે એ છે કે f સાથે બનેલું g f કમ્પોઝ g ની બરાબર નથી
તેથી આમ કમ્પોઝિશનની ગણતરી કરવા માટે આપણે જે ક્રમમાં કંપોઝ કરીએ છીએ તે ખૂબ જ મહત્વપૂર્ણ છે

તેથી કમ્પોઝિશન બદલાઇ ન શકે તે આપણે આ ઉદાહરણમાંથી જોયું છે કે g સાથે f સાથે બનેલું f બરાબર ન હોઈ શકે, ચાલો આપણે એક વધુ જોવાનો પ્રયાસ કરીએ.

ઉદાહરણ ચાલો આપણે 1 2 3 4 અને 5 ની બરાબર એક સરળ ઉદાહરણ જોઈએ b તરીકે 0 1 4 9 10 16 20 25 અને 30 અને c તરીકે 0 1 2 3 4 5 6 7 આઠ નવ દસ અગિયાર બાર તેર ચૌદ થી પંદર હવે ચાલો a ના f દ્વારા આપેલ ફંક્શન f થી b સુધી જોઇએ.

a ચોરસ સમાન અને b થી c સુધી g દ્વારા b ના વર્ગમૂળ તરીકે આપવામાં આવે છે જો b સંપૂર્ણ ચોરસ હોય જ્યારે પણ તે સંપૂર્ણ ચોરસ હોય ત્યારે તેને b ના મૂળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરો અન્યથા જો b a ન હોય તો તેને b બાય 2 તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરો સંપૂર્ણ ચોરસ જો તે સંપૂર્ણ ચોરસ હોય તો તેને મૂળ b તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરો જો તે સંપૂર્ણ ચોરસ ન હોય તો તેને 2 દ્વારા b તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરો.

હવે આપણે આ બે કાર્યોની રચના જોવાનો પ્રયાસ કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, ચાલો આપણે g સાથે બનેલી ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ.

f એ a થી c સુધીના ફંક્શન તરીકે હવે g નું ચાલો આપણે તેને g તરીકે લખીએ જે a ના g ના g બરાબર હોય છે જે ચોરસના g તરીકે આપવામાં આવે છે પરંતુ ચોરસ હંમેશા સંપૂર્ણ સંપૂર્ણ ચોરસ હોય છે અને

તેથી આ મને એક ફૂવાનું માત્ર વર્ગમૂળ આપવા જઈ રહ્યા છીએ વર્ગમૂળની પસંદગી માત્ર હકારાત્મક વર્ગમૂળ અધિકાર છે અને

તેથી તમે શું કરો છો will have એ ચોરસનું વર્ગમૂળ છે જે માત્ર a આમ g સાથે f સાથે બનેલું a બરાબર એ છે જો તમે g ફંક્શનને જુઓ તો તે એકદમ જટિલ ફંક્શન જેવું લાગે છે જે એક મૂલ્ય લઈ રહ્યું છે અથવા તે છે જે તમને અમુક બિંદુઓ પર b નું વર્ગમૂળ લઈ રહ્યું છે અને તે અમુક બિંદુઓ પર b નું 2 વડે લઈ રહ્યું છે તે અમુક અન્ય બિંદુઓનો સમૂહ છે તે ખૂબ જટિલ કાર્ય છે પરંતુ જો તમે રચના જુઓ તો તે ખૂબ જ સરળ હશે

તેથી ક્યારેક રચના વસ્તુઓને ઘણી વધુ સ્પષ્ટ બનાવે છે હવે ચાલો આપણે જે જોઇએ છે તે દર્શાવવાનો પ્રયાસ કરીએ જેથી આપણે વાસ્તવમાં નીચેના f સાથે શરૂઆત કરીએ છીએ જે છેદન b ના f સાથે છેદન f માં સમાયેલ છે અને અમે તે ઉદાહરણોમાંથી જે જોયું છે તેની સાથે અમે શરૂઆત કરી છે.

શું f એ એક નથી હવે પ્રશ્ન એ છે કે ધારો કે f એક છે તે સાચું છે કે b છેદન b નું f એ b ના આંતરછેદ f ના f બરાબર છે વાસ્તવમાં નીચેના વિધાન સમકક્ષ છે અમારા વિધાનો શું છે.

st એક એ છે કે આંતરછેદ b નું faf એ fa આંતરછેદ fbe બીજા એક fs એક અને ત્રીજું કોઇપણ બે અસંબંધિત સમૂહો માટે a અને bfa અને fb અસંયોજિત છે પ્રથમ એક છેદન b નું f એ a ના f બરાબર છે b ના f સાથે છેદન બીજા એક છે f એ એક એક તૃતીય છે કોઈપણ બે અસંબંધિત સમૂહો a અને b નું a અને b ના f સાથે જોડાણ દંડ છે હવે ચાલો આ વિધાનને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ હવે ચાલો આને સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ કે એક બે સૂચવે છે એક

તેથી ધારો કે f એક છે તો ચાલો આપણે જે જાણીએ છીએ તેની સાથે શરૂઆત કરીએ આપણે જાણીએ છીએ કે f એક આંતરછેદ b આ છેદન f માં b ના f સાથે છે

તેથી આપણે જે સાબિત કરવું પડશે તે અન્ય રીતે સમાવેશ થાય છે જે f છે b ના f સાથે આંતરછેદ b ના f માં સમાયેલ છે

તેથી ચાલો આ રીતે આગળ વધીએ y એ b ના f સાથે આંતરછેદના f સાથે સંબંધ ધરાવે છે જે તરત જ સૂચવે છે કે y a ના f નો છે અને y b ના f નો છે હવે y એ a ના f સાથે સંબંધ ધરાવે છે સૂચવે છે કે ત્યાં એક તત્વ a in અસ્તિત્વમાં છે મૂડી a જેમ કે y એ એ જ રીતે y એ b ના f ના સ્વરૂપનું છે જે તરત જ સૂચવે છે કે મૂડી b માં b અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે y એ b ના f સ્વરૂપ છે હવે આપણી પાસે શું છે કે આપણી પાસે એક તત્વ a છે a કહે છે કે y એ a ના સ્વરૂપનું f છે અને તે જ રીતે આપણી પાસે b માં એક તત્વ છે કે y એ b ના સ્વરૂપનું f છે

તેથી આપણી પાસે y ની બરાબર fa શું છે જે fb સમાન છે તો આપણી પાસે શું છે b ના f ની બરાબર f કારણ કે f 1 ની વ્યાખ્યા મુજબ એક છે 1 1 fa બરાબર fb એ b ની બરાબર સૂચવે છે કે a એક આંતરછેદ b થી સંબંધિત છે આ તે છે જેનો તે બધા ઉદાહરણોમાં અભાવ હતો જે અમારી પાસે અગાઉ હતા.

ઉદાહરણ તરીકે fx બરાબર x ચોરસ આ તે છે જેમાં એકનો અભાવ હતો જેમાં એકનો અભાવ હતો જેથી આપણે સાબિત ન કરી શકીએ કે આપણે વિપરીત અસમાનતા સાબિત કરી શક્યા નથી

તેથી y જે fx છે તે

છેદન b ના f સાથે સંબંધિત છે હવે ચાલો જોઇએ આગળની સમાનતા ત્રણ સૂચવે છે કે ધારો કે આંતરછેદનું f b inte ના f બરાબર હવે b ના f સાથેનો ભાગ ચાલો a અને b ને x ના ઉપગણો વિભાજિત કરીએ તો આપણી પાસે જે છે તે છેદન b નું f છે તે b ના આંતરછેદ f ના f બરાબર છે આ તમામ ઉપગણો a માટે ધરાવે છે અને b હવે આપણને જે આપવામાં આવ્યું છે તે છે a અને b એ x ના કોઈપણ બે ડિસજોઇન્ટ સબસેટ છે જે એક આંતરછેદ b mt છે હવે આપણે ફંક્શનને જે રીતે વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે તે એક ફંક્શન છે x નોન ખાલી સેટથી ખાલી સેટ y સુધી,

તેથી સંમેલન દ્વારા આપણે હંમેશા જે પસંદ કરીએ છીએ તે છે ખાલી સેટની ઈમેજ ખાલી છે

તેથી આ કન્વેન્શન દ્વારા છે અને

તેથી એક ઈન્ટરસેક્શન b નો f જે mt નો f હશે તે ખાલી સેટ હશે પણ અમારી ધારણા પ્રમાણે b છેદન f નું f હશે.

b ના f સાથેના આંતરછેદનું જે અમારી ધારણા મુજબ થવાનું છે તે છેદન b નું f છે જે ખાલી છે જે આપણે બતાવ્યું છે કે fa અને fb આ બે સમૂહો અસંબંધિત છે અને આ બંને કહ્યું હવે ચાલો ત્રીજી સમાનતા સાબિત કરીએ ત્રણ સૂચવે છે બે ધારો કે f લે છે ધારો કે f લે s ડિસજોઇન સેટ બે ડિસજોઇન્ટ સેટ કરે છે તો આપણે જે બતાવવાનું રહેશે તે એ છે કે f એક એક છે

તેથી ચાલો x એક અલ્પવિરામ x બે સેટ x સાથે સંબંધ ધરાવે છે ધારો કે x નું f એક x બેના f બરાબર છે

તેથી તે બતાવવા માટે f તે એક છે જે આપણે બતાવવું પડશે કે x એક x બે બરાબર છે હવે ધારો કે તમારી પાસે x એક x બેના

prutor@iitk

f ની આ બે એફ છે તો ચાલો આપણે તેનાથી વિપરીત ધારીએ કે x એક x 2 ની બરાબર નથી એટલે કે f એ 1 1 નથી ખરું આપણે ધાર્યું છે કે f એ 1 1 નથી હવે આપણે એક વિરોધાભાસ પેદા કરીશું કે વિરોધાભાસ કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરવો જે આપણી પાસે છે તે બે તત્વ અલગ તત્વો x એક અને x બે જે x એક અને x છે બે પરંતુ x નું f એક x બે ના f બરાબર છે

તેથી x એક x બે ની બરાબર નથી જે તરત જ કહે છે કે આ બે સિંગલ ટેન સેટ સિંગલટન x એક અને સિંગલટન x બે ડિસજોઇન્ટ છે પરંતુ પછી અમારી ધારણા કહે છે કે f એ ડિસજોઇન્ટ સેટને ડિસજોઇન્ટમાં લે છે સેટ જે સૂચવે છે કે સિંગલટન x વનનો f સિંગલટન x ટુના f બરાબર નથી એટલે કે થિ s સેટ x one નો f બરાબર છે આ x બે ના સેટ f જેવો નથી જે આપણે બતાવ્યું છે કે x one નો f ધરાવતો સેટ અને x2 નો સિંગલટન f ધરાવતો સેટ આ બે એક નથી અને સમાન નથી તરત જ સૂચિત કરે છે કે x એકનો f એ x બેના f બરાબર નથી જે એક વિરોધાભાસ છે આમ f એ એક છે અથવા એક ઇન્જેક્ટિવ ફંક્શન હવે છેલ્લે ચાલો રચનાની દ્રષ્ટિએ એક એક ફંક્શનનું પાત્રાલેખન આપીએ અને ફંક્શન પર દો a માંથી f b માટે પછી fs એક એક જો એક માત્ર ત્યારે જ જો ત્યાં

b થી a સુધી ફંક્શન અસ્તિત્વમાં હોય કે જેમ કે f સાથે બનેલો પહેલો એક g એ a પર માત્ર એક ઓળખ ફંક્શન હશે અને બીજું g એ એક બે છે તમારે ફંક્શન પર g માંથી એકની જરૂર છે b માટે જેમ કે f સાથે બનેલ g એ એક ઓળખ કાર્ય તરીકે કામ કરવું જોઈએ a પર આ તે છે જે આપણે ઇચ્છીએ છીએ હવે ચાલો આપણે આ સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ, ચાલો આગળની સૂચિતતા જોઈએ ધારો કે f એક છે જે તમારી પાસે છે તમને એક કાર્ય આપવામાં આવે છે હવે આપણે જે ઉત્પાદન કરવું પડશે તે એક છે b થી a સુધીનું ફંક્શન g છે

તેથી સારી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરો, ચાલો આપણે એક છેડે એક આકૃતિ રાખીએ, ચાલો ધારો કે આ x છે આ y છે તમારી પાસે એક બે ત્રણ અને ચાર છે અને ફરીથી તમારી પાસે સારી રીતે છે ચાલો આપણે તેને એક બે ત્રણ ચાર કહીએ અને પાંચ તો તમારી પાસે જે છે તે છે એકને બેમાં મેપ કરવામાં આવે છે બેને એક સાથે મેપ કરવામાં આવે છે ત્રણને પાંચમાં મેપ કરવામાં આવે છે અને ચારને ત્રણ પર મેપ કરવામાં આવે છે આ તે ફંક્શન છે જે આપણે હવે વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે

તેથી ચાલો આ ઉદાહરણને અમારા મોડેલ તરીકે રાખીએ અને પછી વ્યાખ્યાયિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ આ g

b થી a માં g શું બનશે b નું g હવે જો તમે આ ઉદાહરણ જુઓ તો y માં એક માટે કુદરતી પસંદગી ફક્ત બે જ થશે અને તે જ રીતે બે માટે તે ત્રણ માટે એક માટે થશે ચાર છે અને 5 માટે તે 3 છે તો ચાલો આપણે તેને વ્યાખ્યાયિત કરીએ કે જો b એ a નું f સ્વરૂપ છે તો જો તમે ઉદાહરણમાં એક બે ત્રણ અને પાંચ અને y તત્વોને જુઓ કે આપણી પાસે છે ત્યાં આ બધું ચાલે છે આ બધું ફક્ત x ના તત્વોની છબીઓ છે અને

તેથી આ ફક્ત એક જ વસ્તુ માટે અર્થપૂર્ણ છે જે બાકી છે 4 છે જે આપણને x ના તત્વની જરૂર છે

તેથી ચાલો આપણે કોઈપણ તત્વ અને પછી x ના કોઈપણ તત્વને ઠીક કરીએ અને પછી આપણે તેને મનસ્વી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરીએ

તેથી ચાલો તેને ડેશ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ નહીં તો ચાલો એક ઘટકને ઠીક કરીએ જે શ્રેણીમાં નથી તે તત્વ માટે ચાલો આપણે મનસ્વી એક તત્વ પસંદ કરીએ અને પછી તે b ને આ ડેશ સાથે નકશા કરીએ જેથી આ ડેશ એ પસંદગી છે જે આપણે કરીએ છીએ તે વ્યક્તિની પોતાની પસંદગી પર આધાર રાખે છે

તેથી હવે આપણે બે વસ્તુઓને સાચી સાબિત કરવા સાથે જવું પડશે એક તે છે g એ બે પર છે અને બીજું એક એ છે કે g એ f સાથે બનેલું ઓળખ કાર્ય છે સારી રીતે સાબિત કરીએ કે f સાથે બનેલો પ્રથમ g

એ b પર a છે,

જો આપણે g ની વ્યાખ્યા જોઈએ તો તે કહે છે.

નીચે આપેલ જ્યારે પણ મારો b નકશાના f સ્વરૂપનો હોય છે ત્યારે હવે મારી પાસે a નું એક તત્વ f છે

તેથી આ e પર જશે જે બરાબર ઓળખ કાર્ય છે એક પર મૂલ્યાંકન આ તે છે જે હું બીજું ઇચ્છું છું આ સતત g એ કેપિટલ AI ને એક તત્વ ઉત્પન્ન કરવું પડશે b કેપિટલ b માં y અથવા b કેપિટલ b માં જેમ કે b નું g a છે પરંતુ જ્યારે પણ મારી પાસે a ની a in af હશે g ની વ્યાખ્યા દ્વારા a સાથે મેપ કરવામાં આવશે

તેથી મને b પસંદ કરવા દો

તેથી b ને a ના f તરીકે પસંદ કરવા દો

b નું g એ a નું f નું g બનશે જે બરાબર a છે આમ f પર છે હવે ચાલો આપણે વિપરીત ભાગ અથવા વિપરીત ભાગ સાબિત કરવાનો પ્રયાસ કરીએ

ધારો કે b થી a સુધી g પર ફંક્શન છે જે f સાથે બનેલું છે a પર ઓળખનું કાર્ય છે જે મારે બતાવવાનું છે કે f એક છે

તેથી ચાલો આપણે વ્યાખ્યા ચકાસવાનો પ્રયાસ કરીએ ધારો કે એકનું f એક બેના f બરાબર છે તમને આપવામાં આવે છે કે એકનું f f ની બરાબર છે a બે આપણે જે બતાવવાનું છે તે એ છે કે એક બે સમાન છે પરંતુ એકવાર તમે જાણો છો કે એકનો f બેના f સમાન છે, જેનો અર્થ એ થશે કે એકનો g f એક બેના f સમાન છે.

નીચે આપેલ g સંયુક્ત f લખવા જેવું જ છે જે e બે પર

f સાથે બનેલું g એક સમાન છે જે સૂચિત કરશે પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે g બનેલી f ની રચના ચોક્કસ છે tly ઓળખ ફંક્શન જે અમને તરત જ કહેશે કે 1 બરાબર 2 આમ f હવે એક સમાન પ્રશ્ન ઉભો થાય છે કે શું ફંક્શન્સ માટે સમાન પાત્રાલેખન છે વાસ્તવમાં જવાબ હા છે તો ચાલો f a થી b સુધી fs પર જો અને માત્ર જો ત્યાં

b થી a સુધીનું ફંક્શન અસ્તિત્વમાં હોય તો જ કે g સાથે બનેલું પહેલું f એ b પર ઓળખ ફંક્શન છે અને બીજું g એ એક છે

તેથી જો તમારી પાસે એક એક ફંક્શન છે તો g થી અનુરૂપ ફંક્શન જશે પર હોવું અને જો તમારી પાસે a થી b સુધીનું ફંક્શન f હોય તો b થી a સુધીનું અનુરૂપ ફંક્શન g એક એક સરસ હશે, ચાલો આપણે આના પુરાવા જોઈએ, ચાલો જોઈએ કે આપણે

ફરીથી એક સમાન છે.
 એક ભાગ માટેનો આકૃતિ મને આને એક બે ત્રણ ચાર અને પાંચ તરીકે બોલાવવા દો અને હવે બીજી બાજુ મારી પાસે આ એક સારી રીતે રાખવા દો મારી પાસે એક સરળ સેટ છે જેથી વસ્તુઓ સ્પષ્ટ થશે કે એક એક બે સાથે મેપ થયેલ છે.
  બે ત્રણને એક સાથે ચાર મેપ કરવામાં આવે છે o બે અને પાંચને પણ બેમાં મેપ કરવામાં આવે છે આ ફંક્શન છે અને તમારી પાસે જે છે તે એક ઓનટુ ફંક્શન છે
 તેથી ફોરવર્ડ ઇમ્પ્લિકેશન ધારો કે f એ
b થી a સુધી ફંક્શનને વ્યાખ્યાયિત કરવું પડશે
 તેથી દરેક પ્રથમ માટે આ નીચેનું અવલોકન કરો b માં b ચાલો હું સેટ ab ને વ્યાખ્યાયિત કરું કે a માં f એ b છે અહીં જો તમે એક તત્વ જોશો તો આમાં એક અને ત્રણ હશે અને બે પાસે બે ચાર અને પાંચ હશે
 તેથી ઠીક કરો
ab માં એક અનન્ય a
 તેથી આ a એ તત્વ b પર આધાર રાખે છે
 તેથી હું એ પણ લખીશ કે આ ab છે જેથી તે કહે કે આ સેટ ab માંથી છે એટલે કે મારા કોડમાં દરેક b માટે મેં એક તત્વ પસંદ કર્યું છે સેટ a થી હવે એ સ્પષ્ટ છે કે gg ને b થી a g ને b ના બરાબર ab તરીકે કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરવું આ પસંદગી હંમેશા અસ્તિત્વમાં છે આવી પસંદગી હંમેશા અસ્તિત્વમાં છે કારણ કે g 2 પર છે શું કરવું પડશે તે એ છે કે આપણે એક પસંદ કરવાનું રહેશે આ દરેક સેટમાંથી એલિમેન્ટ ab એટલે એકવાર આપણે આ વ્યાખ્યાયિત કરી લઈએ તો આપણે શું કરવું પડશે તે શો છે તે પ્રથમ વસ્તુ f એ g સાથે બનેલી b પરની ઓળખ છે અને બીજી વસ્તુ એ છે g એક છે, ચાલો એક પછી એક ચકાસીએ, ચાલો આપણે કોઈપણ b પર f બનેલ g જોઈએ જે b ના g નું f છે પણ gb
અબાબ છે સ્મોલ એબી આ સેટ મૂડીમાંથી આવે છે ab મૂડી ab એ સેટ કેપિટલ a ના તમામ ઘટકોનો સમાવેશ થાય છે જે તત્વ b સાથે મેપ કરવામાં આવે છે અને આ નાની a પસંદગી છે આ પસંદગીઓમાંની એક પસંદગી છે અને અમે એક અનન્ય બનાવ્યું છે પસંદગી યોગ્ય છે અને તે સમૂહમાંથી અને
 તેથી આ મને b આપશે જે બરાબર એ જ ઓળખ છે કે બીજું જે આપણે જોઈતું હતું તે આપણે ચકાસવું પડશે કે g એક છે, ધારો કે b નું એક g બરાબર p બે ચાલો b ના g ના f પર f લાગુ કરીએ એક b બે ના g ના f ની બરાબર છે જેનો અર્થ થાય છે f બનેલ g b એક પર f કમ્પોઝ કરે છે g b બે પર પણ f કમ્પોઝ કરે છે g એ ઓળખ કાર્ય છે
 તેથી b એક બરાબર b બે આમ g એક છે, ચાલો કન્વર્સ ભાગ સાબિત કરીએ ધારો કે ત્યાં એક ઓન છે e એક ફંક્શન g થી b માંથી a જેમ કે g સાથે બનેલું f એ ઓળખ ફંક્શન છે અમારે બતાવવું પડશે કે b ને bi માં મૂકવા માટે g ચાલુ છે અને a માં એક તત્વ a બનાવવું પડશે જેથી a નું b છે શ્રેષ્ઠ પસંદગી એ છે કે મને b ના g તરીકે a પસંદ કરવા દો
પછી આપણી પાસે જે છે તે છે કે મારે બતાવવું પડશે કે a નું f b છે
 તેથી
a નું f જે b ના g નું f હશે જે g થી બનેલું છે v પર પરંતુ g સાથે બનેલ f એ ઓળખ કાર્ય છે જે બરાબર b છે આમ f ચાલુ છે
 તેથી આ બે પાત્રાલેખન છે જે આપણી પાસે હતા એક એ એક ઓનટુ ફંક્શનની દ્રષ્ટિએ એક ફંક્શનનું પાત્રાલેખન છે અને બીજું એક નું પાત્રાલેખન છે.
  એક એક ફંક્શનના સંદર્ભમાં એક ઓનટુ ફંક્શન અને આ સાથે હું તમારા બધાનો આભાર માનું છું

Prutor@IITK