স্বাগত ছাত্রদের সম্পর্কের চূড়ান্ত বক্তৃতায় স্বাগত জানাই
তাই পরিশেষে আমরা আজকে চলেছি আমাদের ফাংশন সম্পর্কে আরও কিছু জিনিস দেখতে হবে আগের বক্তৃতায় আমরা কিছু কিছু তথ্য দেখেছিলাম যা কিছু নির্দিষ্ট তথ্য হিসাবে পরিচিত যেমন বৈশিষ্ট্যগুলির মতো ফাংশনের বৈশিষ্ট্যগুলি কীভাবে তারা ছেদ এবং ইউনিয়নগুলিতে কীভাবে আচরণ করে আজ আসুন আমরা পরিপূরকের উপর ফাংশনটি কীভাবে আচরণ করে তা নিয়ে নেওয়া যাক এখন ধরুন আপনার কাছে সেট x থেকে সেট y পর্যন্ত একটি ফাংশন আছে
তাই যদি x এর একটি উপসেট আপনি যদি x এর একটি সাবসেট আছে এখন প্রশ্ন হল নিচের ধারণটি কি সত্য হলো আসুন আমরা একটি সাধারণ দিকে তাকাই
তাই সবচেয়ে বেশি জিনিসটি হল আমরা যা চেয়েছিলাম তা হল x বিয়োগ a এর একটি f এটি কি fx বিয়োগ fa এর মতই নিচের সমতাটিকে সত্য ধরে রাখে এখন আমরা এটি বোঝার চেষ্টা করার আগে আমাদের একটি উদাহরণ দেখার চেষ্টা করুন আপনি মানচিত্র f বা একটি ফাংশন f বিয়োগ চার থেকে ব্যবধান বিয়োগ চার থেকে চার থেকে r দ্বারা প্রদত্ত fx সমান x বর্গক্ষেত্রের এই ফাংশনটি দেখুন এখন একটি নির্বাচন করুন খোলা 0 বন্ধ 4 হিসাবে।
এখন এখানে আপনি যদি x বিয়োগ a in x এর পরিপূরক লক্ষ্য করেন তবে এটি শূন্যের কাছাকাছি থেকে বিয়োগ চারের কাছাকাছি হবে এবং আপনি যদি fx দেখেন তবে এটি শূন্য থেকে শূন্যের কাছাকাছি।
ষোল ভাল f a-এর খোলা শূন্য থেকে ষোলটির কাছাকাছি আপনার কাছে এখন পুরো জিনিস আছে যদি আপনি fx বিয়োগ fa তাকান তবে এটি ঠিক সিঙ্গেলটন শূন্য অন্যদিকে যদি কেউ x বিয়োগ a এর f গণনা করার চেষ্টা করে তবে এটি হতে চলেছে শূন্যের কাছাকাছি দুই থেকে ষোল-এর কাছাকাছি আমরা এখানে যা লক্ষ্য করেছি তা হল fx বিয়োগ fea সঠিকভাবে x বিয়োগ a এর f- এ রয়েছে যা আমরা এই উদাহরণের মাধ্যমে লক্ষ্য করেছি এখন নিম্নলিখিত প্রশ্নটি হল এটি কি সর্বদা সত্য? সমস্ত ফাংশন f
তাই এই fx বিয়োগ fa এর মধ্যে রয়েছে f এর x বিয়োগ a f xy থেকে যেকোন ফাংশন f এর জন্য প্রকৃতপক্ষে উত্তরটি হ্যাঁ
তাই আসুন প্রমাণ করার চেষ্টা করি এটি y fx minus fe এর অন্তর্গত যা বোঝায় y fx এর অন্তর্গত কিন্তু y করে a এর f এর অন্তর্গত নয় এখন আমাদের কাছে x এর f এর y আছে f এর নীচে x এর চিত্র যা অবিলম্বে বোঝায় যে মূলধন x এর একটি উপাদানে কমপক্ষে একটি x রয়েছে যেমন y এখন fx আকারের, অন্যদিকে y a এর f এর অন্তর্গত নয় যা অবিলম্বে বোঝায় যে এখানে কোনো অস্তিত্ব নেই একটি উপাদান aকে এমনভাবে ক্যাপ করুন যে y a এর আকারের f
তাই এই দুটি বিবৃতিটি বোঝায় যে x x এর অন্তর্গত কিন্তু x মূলধনের অন্তর্গত নয় এবং আমাদের যা আছে আমরা মূলধন x এর একটি উপাদান তৈরি করেছি যা একটি নয় a যার ইমেজ yfx এর
f এর x বিয়োগ একটি এইভাবে fx বিয়োগ fa এর f এর মধ্যে রয়েছে x বিয়োগ একটি জরিমানা এখন আসুন আমরা দুটি জিনিস দেখি যে আমাদের একটি ছেদ বি এর f কি ছিল f এর একটি ছেদ f এর f এর মধ্যে রয়েছে b এবং দ্বিতীয় একটি fx বিয়োগ fa এর মধ্যে রয়েছে x বিয়োগ a এর f এর মধ্যে কী যে একটি ফাংশনের অভাব রয়েছে যাতে এই ক্ষেত্রে সমতা ধরে রাখা যায় বা আমাদের f-তে আরও কী দরকার যাতে সমতা আসলে ধরে রাখে আমরা উদাহরণ ছিল যে উদাহরণ তাকান e যে আমাদের কাছে ছিল বিয়োগ থেকে চার থেকে চার পর্যন্ত r পর্যন্ত ম্যাপিং
fx সমান x স্কোয়ার দ্বারা প্রদত্ত এই ফাংশনটি ছিল আমাদের fx সমান x বর্গক্ষেত্রের সমান কিন্তু এতে কি যে অভাব রয়েছে যদি আপনি এই ফাংশনটি লক্ষ্য করেন দুই সমান f এর বিয়োগ দুই সমান চারটি আসলে কি যে আমাদের কাছে fx এর সমান f বিয়োগ x এটিই আমাদের কাছে
তাই আসুন এমন একটি ফাংশন দেখার চেষ্টা করি যা এইভাবে আচরণ করে না
তাই আসুন শুরু করি সংজ্ঞার সাথে আমরা একটি ফাংশনকে এমনভাবে দেখছি যে যখনই আপনি কোড মাইনে এমন একটি উপাদান খুঁজে পান যা ডোমেনের কোনো উপাদানের একটি চিত্র তখন আমাদের যা প্রয়োজন তা হল সেই এক এবং একমাত্র উপাদান যার চিত্রটি সেই স্থির উপাদান।
সুতরাং আসুন আমরা এটি লিখি
তাই f থেকে x থেকে y পর্যন্ত আমরা বলি যে fs one one বা injective যদি f এর x এক সমান x দুই এর f অবিলম্বে x এককে x দুই এর সমান বোঝায় তাহলে আমরা একটি ফাংশনটিকে এক হিসাবে স্কেল করি বা ইনজেকশন আমাদের একটি উদাহরণ করা যাক যদি আমরা পূর্ববর্তীটি দেখি s উদাহরণ fx সমান x বর্গক্ষেত্র তারপর f কোনটি নয় যেটি আমরা যা পর্যবেক্ষণ করেছি তা এক থেকে এক নয় এখন আরও একটি উদাহরণ দেখা যাক আসুন r থেকে r পর্যন্ত একটি ফাংশন দেখি যা x কিউবের সমান fx দ্বারা প্রদত্ত এখন এটি একটি ওয়ান ওয়ান ফাংশন এখন দেখাই যে f হল একটি x এর একটি f হল x এক এর f এর f এর কিছু x এক এবং x দুই এর জন্য f এর সংজ্ঞা দ্বারা কি বোঝায় এটি বোঝাবে যে x এক ঘনক্ষেত্র x দুই এর সমান কিউব এখন দুই পাশে কিউব রুট নিচ্ছি আমাদের কাছে x এক কিউব আছে তার কিউব রুট
x দুই কিউবের কিউব রুট এখন x ওয়ান কিউব এর কিউব রুট আপনাকে x এক দেবে এবং একইভাবে আমরা অন্য দিকে x দুই আছে কারণ x দুই ঘনকের ঘনমূল x দুই
তাই f হল একটি স্বাভাবিক প্রশ্ন যা একজন এখানে জিজ্ঞাসা করতে চান পূর্ববর্তী উদাহরণে y কোনোটি নেই একটি বর্গমূল ধরুন উদাহরণস্বরূপ আপনার চারটি আছে কেন একটি নিতে পারবেন না চারটির বর্গমূল এবং তারপর বলুন যে ফাংশনটি একটি কিন্তু যদি আপনি ta চারের বর্গমূল ke তাহলে আপনার দুটি মূল আছে একটি যোগ দুই এবং অন্যটি বিয়োগ দুই
তাই আপনার চারটির দুটি বর্গমূল আছে এবং

তাই ফাংশনটি এক নয় সেক্ষেত্রে
x এর সমান আরও একটি উদাহরণ দেওয়া যাক 1 2 3 4 এবং 5 এবং আসুন y বেছে নেওয়া যাক তিন চার পাঁচ ছয় সাত এবং আট এখন সংজ্ঞায়িত করা যাক এই ফাংশনটি f থেকে x থেকে y পর্যন্ত সংজ্ঞায়িত করা যাক fx সমান x প্লাস ওয়ান দুঃখিত x প্লাস টু ঠিক আমাদের কাছে যা আছে x প্লাস দুই এখন আসুন আমরা এটিকে একটি সচিত্র পদ্ধতিতে উপস্থাপন করার চেষ্টা করি এক দুই তিন চার এবং পাঁচ তিন চার পাঁচ ছয় সাত সাত এবং আট আপনার কাছে এখন এই জিনিসগুলি আছে যদি আপনি লক্ষ্য করেন যে একটি ফাংশনটি তিনটিতে ম্যাপ করা হয়েছে দুটি চারটি তিনটিতে ম্যাপ করা হয়েছে পাঁচটিতে ম্যাপ করা হয় চারটি ছয়ে ম্যাপ করা হয় এবং অবশেষে পাঁচটি সাতটিতে ম্যাপ করা হয় ঠিক এখানে আপনি লক্ষ্য করতে পারেন যে 3 4 5 6 রেঞ্জের প্রতিটি উপাদানের একটি অনন্য প্রি-ইমেজ রয়েছে
তাই তিনটির প্রিমেড ঠিক এক এবং সেখানে x এর অন্য কোন উপাদান নেই যা r দেয় এই f এর থেকে ise থেকে তিন এবং একইভাবে চারটির জন্য দুটি হল একমাত্র প্রি ইমেজ এবং পাঁচটির জন্য তিনটি হল একমাত্র প্রাক ইমেজ ছয়টির জন্য চারটি একমাত্র প্রিমেড এবং সাতটির জন্য পাঁচটি একমাত্র প্রাক চিত্র
তাই এইভাবে f হল একটি
এই ধরনের উদাহরণের ক্ষেত্রে যেখানে পরিস্থিতি চিত্রিতভাবে বর্ণনা করা সহজ, এটি সর্বদা ভাল যে আপনি একটি ডায়াগ্রাম আঁকবেন কারণ চিত্র বা এই ধরনের সচিত্র উপস্থাপনা আমাদের বুঝতে সাহায্য করে যে একটি ফাংশন এক কিনা।
বা না এখন আসুন আমরা আরও একটি ধারণা দেখি x থেকে y পর্যন্ত একটি ফাংশন f কে
অন বা surjective বলা হয় যদি f এর co domin f এর রেঞ্জের সমান হয় যখনই f এর co ডোমেন f এর রেঞ্জের সমান হয় বলুন যে এই ধরনের একটি ফাংশন onto বা surjective well এখন আসুন দেখা যাক একই ফাংশনটি দেখা যাক যেটিতে আমাদের f ছিল বিয়োগ চার থেকে চার পর্যন্ত r পর্যন্ত fx দিয়ে দেওয়া হয়েছে x বর্গক্ষেত্রের সমান প্রশ্নটি হল f এবং ফাংশন এখন আপনি এই এক তাকান যদি সহ করবেন এই ক্ষেত্রে f এর প্রধানটি 0 থেকে 16 পর্যন্ত হতে চলেছে এভাবে যদি আমি এমন একটি উপাদান বাছাই করি যা 0 থেকে 16-এর মধ্যে নয় বা যদি আমি এমন কোনো উপাদান বেছে নিই যা ঋণাত্মক হয় বা যদি আমি 16-এর চেয়ে বড় কোনো বাস্তব সংখ্যা নির্বাচন করি তাহলে বিয়োগ চার থেকে চার পর্যন্ত একটি x নেই যে fx আমাকে সেই আসল সংখ্যাটি সঠিকভাবে দিতে যাচ্ছে
তাই
যদি y এর থেকে কম হয় তাহলে আমি এটিকে y শূন্য থেকে কম বা y 16 এর চেয়ে বড় হিসাবে লিখি তাহলে আমরা লক্ষ্য করেছি যে সেখানে আছে বিয়োগ চার থেকে চারের মধ্যে কোনো x বিদ্যমান নেই যেমন fx y এর সমান কারণ আমাদের পছন্দের y এমন যে y শূন্যের কম বা y ষোলটির চেয়ে বড়
তাই f এখনই নেই আমাদের আরও একটি উদাহরণ দেখা যাক ব্যবধান শূন্য এক থেকে r থেকে এই একটি f আমাদের এটিকে শূন্য এক থেকে অসীম থেকে শূন্য কমা অসীম হিসাবে দেওয়া যাক fx দ্বারা একের সমান x x এখন এটি একটি অনটু ফাংশন যাক y শূন্য কমা ইনফিনিটির অন্তর্গত
তাই এটি আমাদের সহ ডোমেইন সুতরাং এখন আমরা কো ডোমেইন থেকে একটি উপাদান y নির্বাচন করি শূন্য কমা অসীম থেকে একটি উপাদান x তৈরি করতে হবে যেমন fx হল y
তাই একবার আমরা এটি বেছে নেওয়ার পরে আমাদের দাবি হল এই অসীম ব্যবধানে খোলা শূন্য ওপেন ইনফিনিটিতে x আছে যেমন fx y এর সমান এখন কিভাবে এই y উৎপন্ন করা যায় এই x কিভাবে উৎপন্ন করা যায় এখন ধরুন y এর সমান fx এর মানে হল x দ্বারা এক আমার y হতে চলেছে কিন্তু আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা হল এই y যাতে অবিলম্বে বোঝা যায় যে x 1 দ্বারা y এর সমান
তাই x বেছে নিন 1 দ্বারা y বা x এর সমান 1 দ্বারা y চয়ন করুন x 1 দ্বারা y হিসাবে চয়ন করুন তারপর fx যা 1 দ্বারা x তবে আমাদের x এর পছন্দ 1 দ্বারা y
তাই এটি এক দ্বারা y যা
তাই f হতে চলেছে এইভাবে আমরা দেখিয়েছি যে খোলা ব্যবধান 0 কমা অসীম থেকে খোলা ব্যবধান 0 কমা অসীম থেকে 1 বাই x এর সমান ফাংশন 0 কমা অসীম একটি অনটু ফাংশন এখন আসুন ফাংশনের আরও একটি গুরুত্বপূর্ণ ধারণা দেখি যা বলা হয় ফাংশনের সংমিশ্রণ ধরুন আপনার কাছে x থেকে y পর্যন্ত দুটি ফাংশন আছে
এবং একটি ফাংশন g y থেকে z পর্যন্ত
তাই f থেকে x থেকে y এবং g থেকে y থেকে z পর্যন্ত দুটি ফাংশন দেওয়া হয়েছে f দিয়ে গঠিত f এবং g নির্দেশিত g এর সংমিশ্রণকে নিম্নরূপ সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে
তাই স্ট্যান্ডার্ড রোটেশন g কম্পোজিট ব্যবহার করবে f এটি ডোমেন এই ফাংশনটির x হবে এবং আমার কোডটি z হবে g দ্বারা কম্পোজ করা f- এ x এর সমান fx এর সমান এখন ফাংশনগুলির গঠনের জন্য কিছু উদাহরণ দেখা যাক এখানে থেকে ফাংশনটি দেখা যাক।
r থেকে r দেওয়া fx দ্বারা x এর সমান x বর্গক্ষেত্র এবং অন্য একটি ফাংশন g r থেকে r দেওয়া হয়েছে gx দ্বারা x কিউবের সমান, আসুন আমরা f গণনা করার চেষ্টা করি g দিয়ে গঠিত g এবং g এর সাথে xf গঠিত g দিয়ে x এ যা সংজ্ঞা অনুসারে f এর gx যা x ঘনক্ষেত্রের f দ্বারা দেওয়া হয় যা x ঘনক্ষেত্রের
পুরো বর্গক্ষেত্র হতে চলেছে যা ঠিক x শক্তি ছয় অন্যদিকে আপনি যদি দেখেন f এ x দিয়ে গঠিত g যা fx এর g যা x এর g সমান।
বর্গ সমান x বর্গক্ষেত্র পুরো ঘনক্ষেত্র যা x শক্তি ছয় আপনি এই ক্ষেত্রে লক্ষ্য করতে পারেন t hat f দিয়ে গঠিত g এর সমান g দিয়ে f দিয়ে গঠিত এখন আসুন আমরা আরও একটি উদাহরণ দেখি আপনার কাছে r থেকে r পর্যন্ত দেওয়া

fx দ্বারা sin x এর সমান এবং g থেকে r পর্যন্ত দেওয়া gx সমান x বর্গক্ষেত্র এখন আমরা চেষ্টা করি।
এফ কম্পোজ করার জন্য g এবং g দিয়ে এফ-এফ কম্পোজ করলে
g হবে x- এর g-এর f হবে x-এর f x বর্গক্ষেত্রের f যা x বর্গক্ষেত্রের সাইন হবে অন্যদিকে চলুন g দিয়ে কম্পোজ করার চেষ্টা করি।
f এখন frtx দিয়ে গঠিত g fx এর g হতে চলেছে যা sin x এর g এর সমান যা সাইন বর্গ x এর সমান
তাই আমরা এই ক্ষেত্রে যা লক্ষ্য করেছি তা হল f দিয়ে গঠিত g f কম্পোজ g এর সমান নয়
তাই সুতরাং কম্পোজিশন গণনা করার জন্য আমরা যে ক্রমে রচনা করি তা খুবই গুরুত্বপূর্ণ
তাই রচনাটি কম্যুট নাও হতে পারে যা এই উদাহরণ থেকে আমরা লক্ষ্য করেছি যে f দিয়ে গঠিত g এবং g দিয়ে গঠিত f এর সমান নাও হতে পারে আসুন আমরা আরও একটি দেখার চেষ্টা করি।
উদাহরণ আসুন 1 2 3 4 এবং 5 এর সমান একটি সাধারণ উদাহরণ দেখি b হিসাবে 0 1 4 9 10 16 20 25 এবং 30 এবং c হিসাবে 0 1 2 3 4 5 6 7 আট নয় দশ এগারো বারো তেরো চৌদ্দ থেকে পনেরো পর্যন্ত এখন আসুন a এর f দ্বারা দেওয়া a থেকে b পর্যন্ত ফাংশনটি দেখি।

একটি বর্গক্ষেত্রের সমান এবং b থেকে c পর্যন্ত g দ্বারা b এর বর্গমূল হিসাবে b দেওয়া হয় যদি b একটি নিখুঁত বর্গ হয় যখনই এটি একটি নিখুঁত বর্গ হয় এটিকে b এর মূল হিসাবে সংজ্ঞায়িত করুন অন্যথায় b এর 2 দ্বারা সংজ্ঞায়িত করুন যদি b a না হয় নিখুঁত বর্গ যদি এটি একটি নিখুঁত বর্গ হয় তবে এটিকে মূল হিসাবে সংজ্ঞায়িত করুন যদি এটি একটি নিখুঁত বর্গ না হয় তবে এটিকে 2 দ্বারা b হিসাবে সংজ্ঞায়িত
করুন।
f একটি ফাংশন হিসাবে a থেকে c থেকে এখন g এর এখন চলুন এটিকে g হিসাবে লিখি f এর সাথে f এর
g এর সমান যা একটি বর্গক্ষেত্রের g হিসাবে দেওয়া হয় তবে একটি বর্গ সর্বদা একটি নিখুঁত নিখুঁত বর্গ এবং
তাই এটি আমাকে একটি ভাল বর্গমূল দিতে যাচ্ছে বর্গমূল পছন্দ শুধুমাত্র ধনাত্মক বর্গমূল ডান এবং
তাই আপনি কি will have হল একটি বর্গক্ষেত্রের বর্গমূল যা ঠিক একটি হতে চলেছে এইভাবে f দিয়ে গঠিত একটি ঠিক a যদি আপনি g ফাংশনটি দেখেন তবে এটি একটি বেশ জটিল ফাংশনের মতো দেখায় যা একটি মান নিচ্ছে বা সেটি হল যা আপনাকে কিছু পয়েন্টে b এর বর্গমূল নিচ্ছে এবং এটি অন্য কোনো পয়েন্টে 2 দ্বারা b নিয়ে যাচ্ছে অন্য কিছু পয়েন্টের সেট এটি বেশ জটিল ফাংশন কিন্তু আপনি যদি রচনাটি দেখেন তবে এটি কখনও কখনও খুব সহজ হতে চলেছে রচনাটি জিনিসগুলিকে অনেক বেশি স্পষ্ট করে তোলে এখন আসুন আমরা যা চেয়েছিলাম তা চিহ্নিত করার চেষ্টা করি
তাই আমরা আসলে একটি ছেদ বি-এর নিম্নলিখিত f দিয়ে শুরু করেছি একটি ছেদ বি এর f এর মধ্যে রয়েছে যেখানে আমরা সেই উদাহরণগুলি থেকে যা দেখেছি তা দিয়ে শুরু করেছি যে f এক নয় এখন প্রশ্ন হল যে ধরুন যে f একটি হল এটা কি সত্য যে একটি ছেদ বি এর f এবং b এর ছেদ f এর f এর সমান প্রকৃতপক্ষে নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি সমতুল্য আমাদের বিবৃতিগুলি কী? st এক হল যে একটি ছেদ বি-এর faf হল fa ছেদের সমান fbe দ্বিতীয় একটি fs একটি এক এবং তৃতীয় একটি যেকোন দুটি বিচ্ছিন্ন সেটের জন্য a এবং bfa এবং fb হল disjoint প্রথমটি একটি ছেদ বি এর f হল a এর f এর সমান b-এর f-এর সাথে ছেদ দ্বিতীয় এক হল f হল এক এক তৃতীয়াংশ যে কোনো দুটির জন্য একটি বিচ্ছিন্ন সেট a এবং bf এর a এবং b এর f এর সংযোগ বিচ্ছিন্ন জরিমানা এখন আসুন এই বিবৃতিটি প্রমাণ করার চেষ্টা করা যাক এখন আমরা এটি প্রমাণ করার চেষ্টা করি যে একটি দুটি বোঝায় এক।

তাই ধরুন যে f একটি হল
তাই আসুন আমরা যা জানি তা দিয়ে শুরু করা যাক আমরা জানি যে একটি
ছেদটির f এটি b এর f এর সাথে একটি ছেদটির f এর মধ্যে রয়েছে
তাই আমাদের যা প্রমাণ করতে হবে তা হল অন্য উপায়ে অন্তর্ভুক্তি যা f b এর f এর সাথে একটি ছেদ একটি b এর f এর মধ্যে রয়েছে
তাই আসুন আমরা এইভাবে এগিয়ে যাই y f এর f এর সাথে একটি ছেদ এর অন্তর্গত যা অবিলম্বে বোঝায় যে y a এর f এর অন্তর্গত এবং y b এর f এর অন্তর্গত এখন y একটি এর f এর অন্তর্গত বোঝায় সেখানে একটি উপাদান রয়েছে ক্যাপিটাল a এমন যে y হল f ফর্মের f অনুরূপভাবে y b এর f এর অন্তর্গত যা অবিলম্বে বোঝায় যে মূলধন b তে b আছে যেমন y হল b এর f ফর্ম এখন আমাদের কাছে যা আছে তা হল আমাদের একটি উপাদান আছে a বলে যে y হল a এর f ফর্ম এবং একইভাবে আমাদের b এ একটি উপাদান আছে যে y হল b এর f ফর্ম
তাই আমাদের কাছে y এর সমান fa আছে যা fb এর সমান
তাই আমাদের যা আছে তা হল b এর f এর f এর সমান যেহেতু f হল এক এর সংজ্ঞা অনুসারে 1 1 fa সমান fb এর অর্থ
হল b এর সমান যা a একটি ছেদ বিচ্ছেদের অন্তর্গত b এটি এমন একটি যা আমাদের আগে যে সমস্ত উদাহরণ ছিল তার অভাব ছিল উদাহরণস্বরূপ, x বর্গক্ষেত্রের সমান fx এটি একটি যার অভাব ছিল একটির অভাব ছিল যাতে আমরা প্রমাণ করতে পারি না যে আমরা বিপরীত অসমতা প্রমাণ করতে পারিনি
তাই y যা fx
একটি ছেদ b এর f এর অন্তর্গত এখন আসুন দেখি পরবর্তী সমতুল্য একটি তিনটি বোঝায় ধরুন যে একটি ছেদটির f একটি inte এর f এর সমান b এর f এর সাথে rsection এখন a এবং b x এর ডিসজেন্ট সাবসেট হতে দিন

তাই আমাদের কাছে যা আছে তা হল একটি ছেদ বি এর f এর f এর সমান b এর একটি ছেদ f এর সমান এই a এবং b এখন আমাদের যা দেওয়া হয়েছে তা হল a এবং b হল x এর যেকোন দুটি ডিসজয়েন্ট সাবসেট যা একটি ইন্টারসেকশন b এখন mt যেভাবে আমরা একটি ফাংশনকে সংজ্ঞায়িত করেছি এটি একটি ফাংশন একটি অ-খালি সেট x থেকে একটি অ-খালি সেট y পর্যন্ত
তাই নিয়ম অনুসারে আমরা সর্বদা যা বেছে নিই তা হল একটি খালি সেটের চিত্রটি খালি
তাই এটি নিয়ম অনুসারে এবং
তাই একটি ছেদ বি এর f যা mt এর f হতে চলেছে তা কেবল একটি খালি সেট হতে চলেছে তবে আমাদের অনুমান দ্বারা একটি ছেদ বি এর f হতে চলেছে b এর f এর সাথে একটি ছেদ যা আমাদের অনুমান অনুসারে হতে চলেছে একটি ছেদ বি এর f যা খালি যা আমরা দেখিয়েছি যে fa এবং fb এই দুটি সেট
বিচ্ছিন্ন হয়েছে এই দুটি বলে এখন তৃতীয় সমতা প্রমাণ করা যাক তিন বোঝায় দুই ধরুন যে চ ধরুন ধরুন যে চ ধরুন s disjoin সেট দুটি disjoint সেট তারপর আমাদের যা দেখাতে হবে তা হল f একটি একটি
তাই x এক কমা x দুটি সেট x এর অন্তর্গত x ধরুন x দুইটির f এর f এর f এর সমান
তাই f দেখানোর জন্য একটি হল যা আমাদের দেখাতে হবে তা হল x এক x দুই এর সমান এখন ধরুন আপনার কাছে এই দুটি f এর x এক x দুই এর f এর সমান
তাই আসুন এর বিপরীতে ধরে নিই যে x এক x 2 এর সমান নয় যেটি f হল 1 1 নয় ঠিক আমরা যা ধরে নিয়েছি তা হল f 1 1 নয় এখন আমরা একটি দ্বন্দ্ব তৈরি করব কীভাবে একটি দ্বন্দ্ব তৈরি করব
আমাদের যা আছে তা হল দুটি উপাদান পৃথক উপাদান x এক এবং x দুটি যা x এক এবং x দুই কিন্তু x এর f x এক সমান x দুই এর সমান
তাই x এক x দুই এর সমান নয় যে অবিলম্বে বলে যে এই দুটি একক দশ সেট সিঙ্গেলটন x এক এবং সিঙ্গেলটন x দুটি বিচ্ছিন্ন কিন্তু আমাদের অনুমান বলে যে f ডিসজয়েন্ট সেটগুলিকে বিচ্ছিন্ন করতে নেয় সেট যা বোঝায় যে সিঙ্গেলটন x এক এর f সিঙ্গেলটন x দুই এর f এর সমান নয় যার অর্থ থি s সেটটি x এক এর ঠিক f এটি x দুই এর সেট f এর মত নয় যা আমরা দেখিয়েছি যে x এক এর f সম্বলিত সেট এবং x2 এর সিঙ্গলটন f ধারণকারী সেট এই দুটি এক নয় এবং একই অবিলম্বে বোঝায় যে x এক এর f x দুই এর f এর সমান নয় যা একটি দ্বন্দ্ব এইভাবে f একটি এক বা একটি ইনজেক্টিভ ফাংশন এখন পরিশেষে আসুন আমরা রচনার পরিপ্রেক্ষিতে একটি এক ফাংশনের একটি বৈশিষ্ট্য দিই এবং ফাংশনটির উপর দিয়ে যাক a থেকে f b থেকে fs একটি যদি একটি শুধুমাত্র যদি b থেকে a পর্যন্ত একটি ফাংশন বিদ্যমান থাকে যাতে f দিয়ে গঠিত প্রথম একটি g শুধুমাত্র একটি তে একটি আইডেন্টিটি ফাংশন হতে চলেছে এবং দ্বিতীয় g হল একটি দুটি আপনার একটি অনটু ফাংশন g থেকে b থেকে এমন যে f দিয়ে গঠিত g একটি আইডেন্টিটি ফাংশন হিসাবে কাজ করবে যা আমরা চেয়েছিলাম এখন আসুন আমরা এটি প্রমাণ করার চেষ্টা করি আসুন আমরা সামনের নিদর্শনটি দেখি, ধরুন যে f একটি আপনার কাছে রয়েছে আপনাকে একটি ফাংশন দেওয়া হয়েছে এক এখন আমরা কি উত্পাদন করতে হবে একটি ফাংশন g থেকে b থেকে a
তাই ভালভাবে সংজ্ঞায়িত করুন ah আমাদের এক প্রান্তে একটি ডায়াগ্রাম আছে ধরা যাক এটি হল x এটি হল y আপনার কাছে একটি দুটি তিন এবং চার এবং আবার আপনি এটিকে এক দুই তিন চার হিসাবে কল করতে পারেন পাঁচটি
তাই আপনার কাছে যা আছে তা হল একটিকে দুটিতে ম্যাপ করা হয় দুইটি একটিতে তিনটি ম্যাপ করা হয় পাঁচটিতে ম্যাপ করা হয় এবং চারটি তিনটিতে ম্যাপ করা হয় এই ফাংশনটি আমরা এখন সংজ্ঞায়িত করেছি
তাই আসুন আমরা এই উদাহরণটিকে আমাদের মডেল হিসাবে রাখি এবং তারপর সংজ্ঞায়িত করার চেষ্টা করি এই g কি হতে চলেছে b থেকে a তে g
হবে চারটি এবং 5 এর জন্য এটি 3
তাই আসুন আমরা এটিকে সংজ্ঞায়িত করি যদি b একটি আকারের f হয়
তাই আপনি যদি উদাহরণে এক দুই তিন এবং পাঁচ এবং y উপাদানগুলি দেখেন যে আমাদের ঠিক সেখানেই এইগুলি চলছে এগুলি সবই x এর উপাদানগুলির চিত্র এবং
তাই এটি কেবলমাত্র একটি জিনিসের জন্যই বোঝা যায় যা বাদ দেওয়া হয় 4 হল x এর একটি উপাদান
তাই আসুন আমরা যেকোনো উপাদান এবং তারপর x এর যেকোনো উপাদানকে ঠিক করি এবং তারপরে আমরা এটিকে নির্বিচারে সংজ্ঞায়িত করি
তাই আসুন এটিকে ড্যাশ হিসাবে সংজ্ঞায়িত করি অন্যথায় আমাদের একটি উপাদান ঠিক করি যা পরিসীমার মধ্যে নেই সেই উপাদানটির জন্য আসুন আমরা একটি নির্বিচারে একটি উপাদান নির্বাচন করি এবং তারপরে এটিকে একটি ড্যাশের সাথে ম্যাপ করি যাতে এই একটি ড্যাশটি আমরা যে পছন্দটি তৈরি করি এটি নিজের পছন্দের উপর নির্ভর করে
তাই এখন আমাদের দুটি জিনিসকে সত্য প্রমাণ করে যেতে হবে একটি হল g দুইটির উপর এবং অন্যটি হল যে f দিয়ে গঠিত g হল আইডেন্টিটি ফাংশনটি ভালভাবে প্রমাণ করা যাক f-এর সাথে গঠিত প্রথম gটি a এ b এর সংজ্ঞা অনুসারে g এর f এর সংজ্ঞা যদি আমরা g এর সংজ্ঞা দেখি তাহলে এটি বলে নিম্নলিখিতটি যখনই আমার b একটি মানচিত্রের f আকারের হয় তখনই আমার কাছে a এর
একটি উপাদান f থাকে
তাই এটি e-তে যাবে যা একটি মূল্যায়নের উপর ঠিক পরিচয় ফাংশনটি এটিই আমি চাইছিলাম দ্বিতীয়টি ক্রমাগত এটি g একটি মূলধন ai একটি উপাদান উত্পাদন করতে হবে দিতে দেওয়া হয় b তে y বা b ক্যাপিটালে b যেমন b এর g a হয় কিন্তু যখনই আমার কাছে a এর a in af থাকে g এর সংজ্ঞা অনুসারে a তে ম্যাপ করা হবে

 তাই আমাকে b বেছে নিতে দিন
 তাই b এর f হিসাবে b বেছে নিন
b এর g হবে a এর f এর g যা ঠিক a এইভাবে f এখন চলুন আমরা বিপরীত অংশ বা বিপরীত অংশ প্রমাণ করার চেষ্টা

করি ধরুন
b থেকে a পর্যন্ত একটি ফাংশন আছে যা f দিয়ে গঠিত হয়েছে একটি আইডেন্টিটি ফাংশন হল যা আমাকে দেখাতে হবে যে f হল একটি
 তাই আসুন আমরা সংজ্ঞাটি যাচাই করার চেষ্টা করি ধরুন একটি একটির f একটি দুটির f এর সমান আপনাকে দেওয়া হয়েছে একটির f এর সমান একটি দুটি আমাদের যা দেখাতে হবে তা হল একটি একটি দুটির সমান কিন্তু একবার আপনি জানবেন যে একটি একটির f একটি দুটির f এর সমান যা বোঝাবে যে একটির f এর g সমান একটি দুটির f এর সমান নিচের g কম্পোজিট f লেখার সমান এক সমান g দিয়ে f দিয়ে e দুই এ কম্পোজ করা যা বোঝাবে কিন্তু আমরা যা জানি তা হল কম্পোজিট g কম্পোজড f exac tly পরিচয় ফাংশন যা অবিলম্বে আমাদের বলবে যে একটি 1 সমান একটি 2 এইভাবে f এখন একটি অনুরূপ প্রশ্ন উত্থাপিত হয় যে ফাংশন সম্মুখের জন্য একটি অনুরূপ বৈশিষ্ট্য আছে কি আসলে উত্তর হল হ্যাঁ
 তাই f থেকে a থেকে b তে চলুন fs এর উপর যদি এবং শুধুমাত্র যদি b থেকে a পর্যন্ত একটি ফাংশন থাকে যেখানে g দিয়ে গঠিত প্রথম একটি f হল b-এর আইডেন্টিটি ফাংশন এবং দ্বিতীয় g হল একটি
 তাই যদি আপনার একটি ওয়ান ওয়ান ফাংশন থাকে তাহলে g থেকে সংশ্লিষ্ট ফাংশনটি যাচ্ছে onto হতে হবে এবং যদি আপনার একটি অনটু ফাংশন থাকে f থেকে a থেকে b তাহলে অনুরূপ ফাংশন g থেকে b থেকে a হতে চলেছে এক এক জরিমানা আসুন আমরা এর প্রমাণ দেখি আসুন আমরা আবার দেখি ah একটি অনুরূপ আছে এক অংশের ডায়াগ্রামে আমি এটিকে একটি দুই তিন চার এবং পাঁচ হিসাবে কল করি এবং এখন অন্য দিকে আমার কাছে এটি একটি ভাল আছে আমাকে একটি সাধারণ সেট দিতে দিন যাতে জিনিসগুলি পরিষ্কার হয়ে যায় যে একটিকে এক দুটিতে ম্যাপ করা হয়েছে দুই তিন এক চার ম্যাপ করা হয় int ম্যাপ করা হয় o দুই এবং পাঁচটিও দুটিতে ম্যাপ করা হয়েছে এটি হল ফাংশন এবং আপনার কাছে যা আছে তা হল একটি অনটু ফাংশন
 তাই ফরোয়ার্ড ইমপ্লিকেশন ধরুন f এর উপর আছে i একটি ফাংশন g থেকে b থেকে a পর্যন্ত সংজ্ঞায়িত করতে হবে
 তাই প্রতিটির জন্য প্রথমে এই নিম্নলিখিতটি পর্যবেক্ষণ করুন b in b আমি একটি সেট ab কে সংজ্ঞায়িত করি যেগুলি a তে যেমন f হল b এখানে যদি আপনি একটি উপাদানের দিকে তাকান তাহলে এই একটির এক এবং তিনটি এবং একটি দুটিতে দুটি চার এবং পাঁচ থাকবে
 তাই ঠিক করুন
ab-এর মধ্যে একটি অনন্য a
 তাই এটি a উপাদান b এর উপর নির্ভর করে
 তাই আমাকে এটাও লিখতে দিন যে এটি ab যাতে এটি বলে যে এটি ab সেট থেকে এসেছে যার মানে আমার কোডে প্রতিটি b এর জন্য আমি একটি উপাদান বেছে নিয়েছি সেট a থেকে এখন এটা পরিষ্কার যে কিভাবে gg থেকে b থেকে a কে b এর সমান হিসাবে ab-এর সমান এই পছন্দটি সর্বদা বিদ্যমান থাকে এই পছন্দটি সর্বদা বিদ্যমান থাকে কারণ g 2 এ থাকে যা করতে হবে তা হল আমাদের একটি বাছাই করতে হবে এই প্রতিটি সেট ab থেকে উপাদান
 তাই একবার আমরা এটিকে সংজ্ঞায়িত করলে আমাদের যা করতে হবে তা হল শো যে প্রথম জিনিসটি g দিয়ে গঠিত হয় তা হল b-এর পরিচয় এবং দ্বিতীয়টি হল g হল একটি একটি ভাল করে একে একে যাচাই করা যাক প্রথমে চলুন চলুন f রচিত g দেখি যে কোনো b-এর f যা b এর f কিন্তু gb হল আবার ছোট ab এটি সেট ক্যাপিটাল থেকে আসে ab ক্যাপিটাল ab সেট ক্যাপিটাল a এর সমস্ত উপাদান নিয়ে গঠিত যা b এলিমেন্টে ম্যাপ করা হয় এবং এই ছোট a দ্য চয়েসটি হল পছন্দের মধ্যে একটি পছন্দের একটি এবং আমরা একটি অনন্য তৈরি করেছি পছন্দ সঠিক এবং সেই সেট থেকে এবং
 তাই এটি আমাকে b দেবে যা ঠিক সেই পরিচয় যে দ্বিতীয়টি আমরা যা চেয়েছিলাম তা হল আমাদের যাচাই করতে হবে যে g এক এক ধরুন b এর সমান p দুই এর সমান
b এর g এর f এর উপর f প্রয়োগ করা যাক b দুই এর g এর f এর সমান যার অর্থ হবে f কম্পোজ করা g তে b এক সমান f কম্পোজ করে g b দুই এ কিন্তু f কম্পোজ g হল পরিচয় ফাংশন
 তাই b এক এর সমান দুই এইভাবে g হল এক একটি কনভার্স অংশ প্রমাণ করা যাক, ধরুন একটি অন আছে e একটি ফাংশন g থেকে b থেকে এমন যে f হল g দিয়ে গঠিত আইডেন্টিটি ফাংশন আমাদের দেখাতে হবে যে b তে লেট করার জন্য g চালু আছে একটি এলিমেন্ট তৈরি করতে হবে যাতে a এর f হয় b
 তাই সর্বোত্তম পছন্দ হল আমাকে b এর g হিসাবে a বেছে নেওয়া যাক তারপর আমাদের কাছে যা আছে তা হল আমাকে দেখাতে হবে যে a এর b হল
 তাই a এর f যা b এর g এর f হতে চলেছে যা f g দিয়ে গঠিত v এ কিন্তু f হল জি দিয়ে গঠিত আইডেন্টিটি ফাংশন যা ঠিক b এভাবে f চালু আছে
 তাই এই দুটি ক্যারেক্টারাইজেশন যা আমাদের ছিল একটি হল একটি অনটু ফাংশনের পরিপ্রেক্ষিতে একটি ফাংশনের ক্যারেক্টারাইজেশন এবং অন্যটি হল ক্যারেক্টারাইজেশন একটি অনটু ফাংশনের পরিপ্রেক্ষিতে একটি একটি ফাংশন এবং এর সাথে আমি আপনাকে সকলকে ধন্যবাদ জানাই