पिछली कक्षा में छात्रों का स्वागत करते हैं हमने संबंधों की धारणा को देखा अब इस कक्षा में हम संबंधों के नए वर्ग का अध्ययन करने जा रहे हैं जिसे पिछली कक्षा में तुल्यता संबंध कहा जाता है जब हमने समाप्त किया तो हमने उस धारणा को परिभाषित किया जिसे एक के रूप में जाना जाता है सममित संबंध आइए हम एक ही परिभाषा के साथ शुरू करते हैं आइए हम एक सममित संबंध की परिभाषा के साथ शुरू करते हैं मान लीजिए कि एक गैर-रिक्त सेट है और r
को स्वयं से एक संबंध होने दें, हम कहते हैं कि असममित हैं यदि जोड़ी अगर जोड़ी एक अल्पविराम है b का संबंध r से है जिसका अर्थ है विपरीत जोड़ी b अल्पविराम a भी r में है आइए हम उसी उदाहरण की भी समीक्षा करें जो हमने पिछली कक्षा में देखा था आइए हम उसी उदाहरण को देखें जो हमारे पास एक दो तीन चार था और पांच r वे सभी हैं x अल्पविराम y एक क्रॉस a से इस शर्त के साथ कि x और y के बीच का अंतर एक विषम संख्या है, हमने सेट r स्पष्ट रूप से लिखा है आइए हम इसे एक बार फिर से लिखते हैं r फिर से r बराबर एक अल्पविराम दो अंतर को देखने के लिए लिखते हैं एक और दो के बीच एक है जो एक विषम संख्या है
इसलिए आपके पास एक दो अच्छी तरह से एक अल्पविराम है एक अंतर शून्य है
इसलिए एक अल्पविराम एक प्रकट नहीं होता है और एक अल्पविराम तीन अंतर दो एक अल्पविराम चार अंतर तीन है
इसलिए यह एक प्रतीत होता है अल्पविराम पांच प्रकट नहीं होता है क्योंकि अंतर चार है अब दो अल्पविराम एक जो यहां है क्योंकि अंतर एक दो अल्पविराम दो अंतर शून्य दो अल्पविराम तीन अंतर एक दो अल्पविराम चार है यहां अंतर दो दो अल्पविराम पांच अंतर है तीन अगले एक तीन अल्पविराम एक अंतर दो तीन अल्पविराम दो अंतर है एक तीन अल्पविराम चार और फिर तीन अल्पविराम पांच अंतर दो अब चार चार अल्पविराम पर जाएं एक अंतर तीन चार अल्पविराम दो अंतर दो चार है अल्पविराम तीन चार अल्पविराम पाँच और फिर हमारे पास पाँच अल्पविराम होंगे एक अंतर चार पाँच अल्पविराम दो और पाँच अल्पविराम चार ये r के तत्व हैं यदि हम इस r को देखें hi यह स्पष्ट है कि एक बात जो नोट की जा सकती है, वह यह है कि जब भी कोई अल्पविराम जोड़ी होती है तो कोई भी नोटिस कर सकता है कि विपरीत जोड़ी b अल्पविराम भी है उदाहरण के लिए एक अल्पविराम दो है और इसी तरह दो अल्पविराम एक है इसी तरह फिर अगला एक अल्पविराम चार है और आप देख सकते हैं कि एक अल्पविराम चार और साथ ही चार अल्पविराम एक है, इसी तरह एक अल्पविराम दो और दो अल्पविराम एक दो अल्पविराम तीन तीन अल्पविराम दो अल्पविराम पांच पांच अल्पविराम दो चार अल्पविराम पांच फी अल्पविराम चार तो यह कहता है कि r एक सममित संबंध है
इसलिए r एक सममित संबंध है आइए हम एक और उदाहरण देखें मान लीजिए कि एक के बराबर है 2 3 4 5 और 6 r वे सभी mn अल्पविराम हैं जो एक क्रॉस ए से स्थिति के साथ हैं कि n m को ठीक से विभाजित करता है जो हमारे पास है, वे सभी जोड़े n अल्पविराम हैं जैसे कि n विभाजित m अब हम सेट r को स्पष्ट रूप से लिखते हैं अब 1 विभाजित 1
इसलिए आपके पास यह 1 1 1 वास्तव में सभी संख्याएं हैं,
इसलिए हमारे पास होगा एक के साथ जोड़ा जाता है सभी एक चार एक पांच एक अब दो के आगे जाकर आपने देखा है कि दो एक को नहीं बल्कि दो को दो को विभाजित करते हैं लेकिन यह तीन को विभाजित नहीं करता है लेकिन यह चार को विभाजित करता है यह पांच को विभाजित नहीं करता है लेकिन छह को तीन के आगे विभाजित नहीं करता है एक या दो लेकिन यह खुद को विभाजित करता है तीन विभाजन चार या पांच को विभाजित नहीं करता है बल्कि छह को विभाजित करता है और फिर चार के लिए हमारे पास केवल एक चार अल्पविराम है और इसी तरह आपके पास चार अल्पविराम पांच और क्षमा करें आह पांच अल्पविराम पांच और छह अल्पविराम छह ये हैं चीजें जो आपके पास सही हैं ये तत्व हैं अब ध्यान दें कि आपके पास एक अल्पविराम दो है तो वह क्या है कि आपको ध्यान देना होगा कि एक अल्पविराम दो आर से संबंधित है लेकिन विपरीत जोड़ी दो अल्पविराम एक आर से संबंधित नहीं है इसी तरह आपके पास यह है जोड़ी दो अल्पविराम छह यह एक r है लेकिन विपरीत जोड़ी छह अल्पविराम दो r में नहीं है
इसलिए ये दो बातें कहती हैं कि वे कहते हैं कि r एक सममित संबंध नहीं है या एक सममित संबंध नहीं है अब हम एक और उदाहरण करते हैं एक समान होने दें पर करने के लिए ई दो तीन चार पांच और मुझे एक्स कैपिटल एक्स चुनने दें क्योंकि इसमें शामिल हैं,
इसलिए यह एक्स पर एक संबंध आर को परिभाषित करने के सभी सबसेट का सेट है जैसे दो सबसेट एक अल्पविराम दो जोड़ी एक एक अल्पविराम a दो यह r में है यदि कोई किसी दो उपसमुच्चय a1 और a2 के लिए दो में समाहित है तो हम कहते हैं कि a1 a2 से संबंधित है या युग्म a1 अल्पविराम a2 एक r है यदि a1 a2 में समाहित है तो कोई कर सकता है निम्नलिखित पर ध्यान दें कि सिंगलटन दो एक में समाहित है और न केवल अन्य उपसमुच्चय दो अल्पविराम तीन यह एक और में भी समाहित है, यह नोटिस कर सकता है कि सिंगलटन दो दो अल्पविराम तीन में समाहित है जिसका अर्थ है कि जोड़ी सिंगलटन दो अल्पविराम सिंगलटन दो तत्व दो अल्पविराम तीन कहें यह जोड़ी एक आर सही है आपके पास आर में सेट है लेकिन दूसरी ओर यह सच नहीं है कि दो अल्पविराम तीन सिंगलटन दो में निहित नहीं हैं क्योंकि दो अल्पविराम तीन में दो तत्व हैं जबकि सिंगलटन दो को केवल मिला है एक तत्व जिसका अर्थ है कि विपरीत जोड़ी दो अल्पविराम तीन अल्पविराम सिंगलटन दो यह r से संबंधित नहीं है
इसलिए r सममित नहीं है अब आइए अगली अवधारणा पर चलते हैं एक और चीज को परिभाषित करते हैं चलो एक गैर खाली सेट बनें और r
को स्वयं से एक संबंध होने दें हम कहते हैं कि r रिफ्लेक्टिव है यदि युग्म एक अल्पविराम है, तो r में सभी के लिए r से संबंधित है आइए हम अंतिम उदाहरण देखें कि हमारे पास अंतिम उदाहरण है हमारा सेट है a एक दो तीन चार पांच है और x का घात समुच्चय है a हमने r को जोड़े के रूप में परिभाषित किया है एक एक अल्पविराम एक दो के एक क्रॉस पावर सेट के पावर सेट में इस शर्त के साथ कि एक दो में समाहित है जो हम जानते हैं कि प्रत्येक सेट अपने आप में निहित है और
इसलिए यदि b में a शामिल है, तो इसका अर्थ यह होगा कि जोड़ी b कॉमा b r से संबंधित है,
इसलिए यह कहता है कि b अल्पविराम b r से संबंधित है
इसलिए r रिफ्लेक्टिव है अब हम उन उदाहरणों में से एक पर वापस जाते हैं जो हमने फिर से किया था हमारे पास हमारा था जैसे एक दो तीन चार पांच और हमारा r वो सभी x कॉम है एक क्रॉस में a इस शर्त के साथ कि x अब y को विभाजित करता है इस उदाहरण में हमने लिखा है कि r स्पष्ट रूप से कुछ मिनट पहले क्या है, कोई यह देख सकता है कि कोई हमेशा एक दो को हमेशा

विभाजित करता है दो तीन हमेशा विभाजित करता है तीन चार विभाजित चार और इसी तरह अंत में पांच विभाजित करता है पांच जिसका अर्थ है यह सब जोड़ी यह पूरी चीज यह सभी तत्व यह सेट आर में निहित है जिसका अर्थ है कि आर रिफ्लेक्टिव है आइए हम एक और उदाहरण देखें आइए हम इसे एक दो तीन चार चुनें और फिर हम कहें कि आर बराबर है वे सभी n अल्पविराम ऐसे हैं कि m बराबर n वर्ग पहली बात यह है कि आप देख सकते हैं कि जोड़ी एक अल्पविराम एक एक r है क्योंकि एक सिर्फ एक का वर्ग है लेकिन जोड़ी दो अल्पविराम दो r से संबंधित नहीं है जिसका अर्थ है कि r एक ही उदाहरण में रिफ्लेक्टिव नहीं है, कोई निम्नलिखित को भी नोटिस कर सकता है कि जोड़ी 2 कॉमा 4 आर से संबंधित है लेकिन विपरीत जोड़ी 4 कॉमा 2 आर से संबंधित नहीं है,

इसलिए यह भी कहता है कि आर सममित नहीं है अब आइए हम चलते हैं ई अगली परिभाषा पर एक गैर खाली सेट होने दें और r को स्वयं से एक संबंध होने दें, हम कहते हैं कि r सकर्मक है यदि निम्नलिखित जोड़े जब भी जोड़े a अल्पविराम b और b अल्पविराम c r से संबंधित है, जिसका अर्थ है कि ये दो का एक साथ अर्थ यह होना चाहिए कि जोड़ी a अल्पविराम c भी r में है हम दो जोड़े चाहते हैं a अल्पविराम b और b अल्पविराम c ध्यान दें कि दूसरी जोड़ी का पहला तत्व पहली जोड़ी के दूसरे तत्व के समान है जब भी अल्पविराम b और b कॉमा सी आर में हैं जिसका अर्थ यह होना चाहिए कि जोड़ी ए कॉमा सी आर में है तो हम कहते हैं कि ऐसा संबंध संक्रमणीय संबंध है अब आइए उदाहरणों को देखें कि हमारे पास पहला उदाहरण था जो हमारे पास एक दो के बराबर है तीन चार पांच और फिर r वे सभी n अल्पविराम और एक क्रॉस है , इस शर्त के साथ कि n m को विभाजित करता है, यही वह है जिसे हमने अब निम्नलिखित नोटिस किया था, आइए हम सेट को थोड़ा और बढ़ाएं ताकि चीजें स्पष्ट हो जाएं आइए हम बढ़ाएं सेट नोटिस कि 2 अल्पविराम 4 यह एक r an .

है d चार अल्पविराम आठ यह r में भी है कि दो अल्पविराम i आठ भी r सही में है वास्तव में जब भी n m को विभाजित करता है और m k को विभाजित करता है, तो इन दो कथनों का अर्थ है कि n k को विभाजित करता है

इसलिए r संक्रमणीय है अब आइए दूसरे को देखें उदाहरण है कि हमारे पास कुछ ही मिनट पहले एक दो तीन चार पांच के बराबर था और एक्स ए का पावर सेट है और आर उन सभी जोड़ों को एक कॉमा ए टू इन पी के एक क्रॉस पी के एक शर्त के साथ है कि एक है एक दो में निहित हमने देखा कि यह प्रतिवर्त है लेकिन सममित नहीं है आइए हम सत्यापित करें कि यह सकर्मक है या नहीं,

इसलिए मान लीजिए कि एक अल्पविराम एक दो r से संबंधित है और एक दो अल्पविराम एक तीन r से संबंधित है अब पहला एक एक अल्पविराम एक दो r से संबंधित है जो हमें बताता है कि a1 a2 में निहित है दूसरा a2 अल्पविराम a3 r से संबंधित है जो हमें बताता है कि a2 a3 में समाहित है

इसलिए हमारे पास एक दो में समाहित है और दूसरी ओर आपके पास दो निहित हैं एक तीन में इस प्रकार ये दो सम्मिलन एक साथ एर का तात्पर्य है कि एक तीन में समाहित है जिसका अर्थ है कि हमारे पास जोड़ी है एक एक अल्पविराम एक तीन आर से संबंधित है

इसलिए आर संक्रमणीय है आइए हम एक और उदाहरण देखें जो हमने अभी कुछ मिनट पहले किया था चलो हमारे पास एक के रूप में एक दो तीन चार पांच है और r वे सभी n अल्पविराम हैं , इस शर्त के साथ कि n और m के बीच का अंतर एक विषम संख्या है, अब मान लीजिए कि युग्म n अल्पविराम m r में है और m अल्पविराम k यह एक r है अब हम n और k के बारे में क्या कह सकते हैं, यही प्रश्न है तो आइए अब हम कुछ ऐसे उदाहरणों को देखें जिन्हें हमने अब इस उदाहरण में देखा है, हमारे पास एक अल्पविराम है दो क्या यह सच है कि हम यही चाहते थे n अल्पविराम n r में और m अल्पविराम k r में यह दर्शाता है कि युग्म n अल्पविराम k r में है यह वही है जो हम अब चाहते थे हम जानते हैं कि n अल्पविराम एक अल्पविराम दो r में है और दो अल्पविराम तीन यह r में है क्योंकि एक और दो का अंतर एक है और दो और तीन का अंतर भी चालू है ई लेकिन एक और तीन के बीच का अंतर दो है

इसलिए यह आर से संबंधित नहीं है

इसलिए आर संक्रमणीय नहीं है अब मुख्य बात पर चलते हैं कि हम मुख्य बात चाहते थे जैसा कि हमने शुरुआत में उल्लेख किया था कि हम कहने जा रहे हैं तुल्यता संबंध के रूप में क्या जाना जाता है के बारे में

एक गैर खाली सेट से एक संबंध r खुद से एक तुल्यता संबंध कहा जाता है यदि कोई rs रिफ्लेक्सिव के लिए असममित है और अंत में हमारे पास rs सकर्मक है जब भी r सममित प्रतिवर्त और सकर्मक होता है तो हम कहते हैं कि ऐसा संबंध एक तुल्यता संबंध है आइए हम कुछ उदाहरणों को देखें आइए हम

एक दो तीन चार पांच के बराबर देखें और फिर r उन सभी n अल्पविराम के रूप में इस शर्त के साथ कि n m को विभाजित करता है यह क्या है कि हम जानते हैं कि हमने क्या किया है वास्तव में पाया गया कि r सममित नहीं है

इसलिए फिर से r प्रतिवर्त है तीसरा r सकर्मक है ये ऐसी चीजें हैं जिन पर हमने ध्यान दिया है

इसलिए पहला r सममित नहीं है जो कहता है कि इसका मतलब है कि r एक तुल्यता संबंध नहीं है, आइए हम इस अगले उदाहरण पर आगे बढ़ते हैं कि हमारे पास एक के रूप में एक दो तीन चार पांच और फिर एक्स के सभी उपसमुच्चय के शक्ति सेट के रूप में था और फिर हम आर को जोड़े के रूप में परिभाषित करते हैं एक अल्पविराम ए दो और पा क्रॉस पा इस शर्त के साथ कि एक एक दो में समाहित है, हमने जो देखा वह यह है कि r सममित नहीं है दूसरा कुआँ r रिफ्लेक्टिव है लेकिन r सकर्मक नहीं है

इसलिए पहला एक r इन तीन चीजों को एक साथ सकर्मक अधिकार है

इसलिए पहला एक और दूसरा एक ये दोनों कहते हैं कि क्षमा करें, पहला कहता है कि r एक तुल्यता संबंध नहीं है, लेकिन अब प्रश्न यह है कि क्या कोई संबंध मौजूद है जो एक तुल्यता संबंध है हाँ आइए एक और उदाहरण करते हैं आइए हम z को निरूपित करने पर विचार करें सभी पूर्णांकों का समुच्चय

इसलिए r को इस प्रकार परिभाषित करें z पर संबंध r को इस प्रकार परिभाषित करें ,

इसलिए हम कहते हैं कि युग्म n अल्पविराम m , r से संबंधित है यदि n, m मॉड्यूल 9 के सर्वांगसम है, तो वह n m के सर्वांगसम है जो अंतर n है।

माइनस एम is नौ से विभाज्य यह अंतर अब तक विभाज्य होना चाहिए आइए देखें कि यह संबंध जो कुछ भी हमने परिभाषित किया है वह एक तुल्यता संबंध है अब सबसे पहले आपको जो देखना होगा वह यह है कि यह सममित है मान लीजिए n अल्पविराम r से संबंधित

है जिसका अर्थ है कि वह क्या है n, m मोडुलो नौ के सर्वांगसम है अर्थात अंतर n माइनस m नौ से विभाज्य है, जो हमें बताता है कि एक पूर्णांक k मौजूद है जैसे कि n माइनस m k गुणा नौ है तो हमारे पास जो है वह n माइनस m के बराबर है k गुना नौ आइए हम n माइनस m, k गुना नौ लिखें, जिसका अर्थ है कि m घटा n माइनस k गुना नौ है, जिसका अर्थ है कि m माइनस n यह अंतर नौ से विभाज्य है, जिसका अर्थ है कि m , n मोडुलो नौ के सर्वांगसम है,
जिसका अर्थ है कि क्या है कि हमारे पास युग्म है m अल्पविराम n एक r है
इसलिए r सममित है अब दूसरा आइए हम सत्यापित करें कि r स्वतुल्य है या नहीं
इसलिए n को z से संबंधित होने दें तो ध्यान दें कि n घटा n 0 है जिसे मैं इसे 0 के रूप में भी लिख सकता हूं बार 9 तो इसका मतलब है कि n, n मॉड्यूलो नौ के अनुरूप है,
जिसका अर्थ है कि जोड़ी n अल्पविराम n r में है जो कि r है, अब हम सत्यापित करते हैं कि r सकर्मक है या नहीं, माना n अल्पविराम r से संबंधित है और m अल्पविराम r से संबंधित है पूंजी r तो n अल्पविराम जोड़ी n अल्पविराम m पूंजी r से संबंधित है जो कहता है कि इसका अर्थ है कि n ऋण m, n है, m मॉड्यूल नौ के अनुरूप है जिसका अर्थ है कि n घटा m नौ से विभाज्य है जिसका अर्थ है कि एक पूर्णांक k मौजूद है z में एक पूर्णांक k मौजूद है, जैसे कि n घटा m, k गुना नौ है, इस समीकरण को एक के रूप में कहते हैं , दूसरी ओर जो हमारे पास है वह यह है कि जोड़ी m अल्पविराम r पूंजी r में है जिसका अर्थ है कि यह कहने के बराबर है एम आर मॉड्यूलो नौ के अनुरूप है जो यह कहने के बराबर है कि अंतर एम माइनस आर नौ से विभाज्य है जिसका अर्थ है कि एक पूर्णांक पीएनज़ मौजूद है जैसे कि अंतर एम माइनस आर फॉर्म का है पी गुणा नौ जुर्माना अब वह क्या है हम चाहते थे कि ई जोड़ी एन माइनस आर क्या अंतर एन माइनस आर नौ के अनुरूप है या नहीं या यह नौ से विभाज्य है या नहीं, जो हम चाहते थे वह है हम अंतिम समीकरण को दो कहते हैं क्या है कि हमारे पास n माइनस एम है k के बराबर नौ और m ऋण r कुछ s गुणा नौ p गुणा नौ के बराबर है वास्तव में ये दो चीजें हैं जो हमें अब ठीक थीं इन दो चीजों के साथ आइए हम n ऋण r की गणना करने का प्रयास करें
जो n घटा m के बराबर है प्लस एम माइनस आर बराबर मुझे पहली दो चीजों को एक ब्रैकेट में और दूसरी और तीसरी को दूसरे ब्रैकेट में रखने के लिए मैं पहले वाले के लिए एम जोड़ और घटा रहा हूं हमारे पास एन माइनस एम है जो कि के गुणा नौ प्लस एम माइनस है r जो कि p गुना नौ है जो k जमा p गुणा नौ के बराबर है, अब k एक पूर्णांक है और p भी एक पूर्णांक है
इसलिए pk जमा p एक पूर्णांक है तो मैं यह कहना चाहूंगा कि k जमा p एक पूर्णांक है
इसलिए n घटा r जो k जमा p गुणा नौ के बराबर है जिसका अर्थ k जमा b और उसके बाद पूर्णांक है इसका मतलब है कि n माइनस r, 9 से विभाज्य है, जो n है, r मॉड्यूल 9 के सर्वांगसम है, जिसका अर्थ है कि जोड़ी n कॉमा r कैपिटल r से संबंधित है, इसलिए हमने दिखाया है कि r एक सममित रिफ्लेक्सिव और एक सकर्मक संबंध है।

इसलिए r एक तुल्यता संबंध है और अब हम एक और उदाहरण करते हैं, यह उदाहरण ज्यामिति से संबंधित है, आइए उन सभी डेल्टाओं का संग्रह करें ताकि डेल्टा एक दो हो जो r या दो आयामी में एक त्रिभुज हो त्रिभुज ठीक है जो आपके पास आर दो में एक त्रिभुज है अब हम उन सभी डेल्टा के बराबर आरआर पर एक संबंध परिभाषित करते हैं एक
डेल्टा एक अल्पविराम डेल्टा दो की तुलना क्रॉस ए में इस शर्त के साथ करते हैं कि डेल्टा एक डेल्टा के अनुरूप है यह स्पष्ट है हमारी प्राथमिक कक्षाएं कि पहली बात यह है कि r सममित क्यों है यह सममित क्यों है हम जो जानते हैं वह यह है कि यदि डेल्टा एक यदि त्रिभुज डेल्टा एक
डेल्टा दो में जाने के लिए सर्वांगसम है, जिसका अर्थ है कि डेल्टा दो de के अनुरूप है lta एक
इसलिए वास्तव में ये दोनों समान हैं
इसलिए सममित हैं और इसी तरह प्रत्येक त्रिभुज अपने आप में सर्वांगसम है प्रत्येक त्रिभुज स्वयं के अनुरूप है जिसका अर्थ है कि जो r अब रिफ्लेक्सिव है तीसरा एक ट्रांजिटिविटी मान लीजिए कि डेल्टा एक अल्पविराम डेल्टा दो r और डेल्टा दो से संबंधित है अल्पविराम डेल्टा तीन यह जोड़ी भी एक आर है जो हमें दिखाना होगा कि डेल्टा 1 डेल्टा 3 आर से संबंधित है
इसलिए डेल्टा 1 अल्पविराम डेल्टा 2 आर से संबंधित है जिसका अर्थ है कि डेल्टा 1 डेल्टा दो के अनुरूप है इसी तरह एक डेल्टा दो अल्पविराम डेल्टा तीन r का तात्पर्य है डेल्टा दो डेल्टा तीन के अनुरूप है, हमारे पास ये दो हैं तो अब यह क्या कहता है कि ये दोनों एक साथ हैं तो मुझे पहले वाले को एक और दूसरे में दो इन दोनों को एक साथ कहते हैं तो एक और दो का अर्थ है कि डेल्टा एक डेल्टा तीन के सर्वांगसम है तो इसका अर्थ है कि जोड़ी डेल्टा एक अल्पविराम डेल्टा तीन r से संबंधित है
इसलिए r एक तुल्यता संबंध है अब चलो एक और समान उदाहरण करते हैं जो फिर से यूक्लिडियन विमान की ज्यामिति या दो आयामी यूक्लिडियन ज्यामिति से आता है, उन सभी डेल्टा को समान सेट करें जैसे कि डेल्टा एक दो आयामी त्रिकोण या आर दो में एक त्रिकोण है जो आपके पास है एक दो आयामी त्रिभुज ठीक अब r को उन सभी डेल्टा 1 अल्पविराम डेल्टा 2 के रूप में परिभाषित करता है जो एक क्रॉस में इस शर्त के साथ है कि डेल्टा 1 डेल्टा दो के समान है त्रिभुज डेल्टा एक त्रिभुज डेल्टा दो के समान है अब यह एक ही प्रमाण है पिछले एक के लिए हमने जो किया वह दिखा सकता है कि r एक तुल्यता संबंध है, ठीक उसी प्रमाण या पिछले उदाहरण के समान विधि है जैसा कि पिछले उदाहरण में है, अब हम एक और उदाहरण करते हैं, स्क्रिप्ट को उन सभी के बराबर होने दें, जैसे कि शर्त के साथ कि a एक परिमित समुच्चय है, इस लिपि में सभी समुच्चय हैं जो केवल परिमित समुच्चय हैं
इसलिए r को स्क्रिप्ट a पर इस प्रकार परिभाषित करें ताकि a जोड़ी ऊपर आ जाए a अल्पविराम b r से संबंधित है यदि ai में तत्वों की संख्या है s सेट थ्योरेटिक फॉर्म में लौटने वाले तत्वों की संख्या के बराबर r उन सभी युग्मों के बराबर a अल्पविराम b स्क्रिप्ट में एक क्रॉस स्क्रिप्ट a इस शर्त के साथ कि a में तत्वों की संख्या b में तत्वों की संख्या के बराबर है अब चलो हम सत्यापित करते हैं कि यह r एक तुल्यता संबंध है, पहले एक r सममित है,
इसलिए मान लें कि अल्पविराम b पूंजी r से संबंधित है, इसका क्या अर्थ है परिभाषा से यह कहने के समान है कि a के तत्वों की

संख्या b के तत्वों की संख्या के बराबर है और यह कहने के बराबर है कि बी के तत्वों की संख्या ई के तत्वों की संख्या के बराबर है और इसका मतलब यह है कि जोड़ी बी कॉमा ए एक आर है और

इसलिए यह कहता है कि आर अब दूसरे के लिए सममित है आइए हम सत्यापित करें कि क्या r सकर्मक है यह सत्यापित करने के लिए कि क्या r सकर्मक है

इसलिए मान लीजिए कि एक परिमित समुच्चय है

इसलिए एक परिमित समुच्चय दिया गया है, हम जानते हैं कि a के तत्वों की संख्या a के तत्वों की संख्या के बराबर है, जिसका अर्थ है कि युग्म एक अल्पविराम है एक आर

इसलिए आर रिफ्लेक्टिव है और अंत में तीसरा एक जोड़ी को कॉमा बी को आर से संबंधित है और जोड़ी बी कॉमा सी को आर से संबंधित है अब जोड़ी ए कॉमा बी आर से संबंधित है जिसका अर्थ है कि ए में तत्वों की संख्या के बराबर है बी में तत्व इसी तरह हमारे पास यह है कि जोड़ी बी कॉमा सी आर में है जिसका अर्थ है कि बी के तत्वों की संख्या सी के तत्वों की संख्या के बराबर है, इन्हें एक और दो के रूप में चिह्नित करते हैं

इसलिए एक और दो से हमारे पास तत्वों की संख्या होती है c के तत्वों की संख्या के बराबर है,

इसलिए इन दोनों का एक साथ अर्थ है कि r सकर्मक है

इसलिए r सममित प्रतिवर्त और संक्रमणीय है, इस प्रकार r एक तुल्यता संबंध है आइए हम ज्यामिति से एक और उदाहरण फिर से करें , समतल r दो और ऋण के बराबर होने दें मूल मैं सिर्फ विमान r दो से मूल को हटा रहा हूं जिसे सामान्य रूप से पंचर विमान कहा जाता है आइए हम इस पंचर वाले विमान के साथ पंचर विमान पर विचार करें आइए हम r को इस प्रकार परिभाषित करें r बराबर मैं कहूंगा कि जोड़ी x एक y एक मैं s x दो y दो से संबंधित है या जोड़ी x एक x एक अल्पविराम y एक x दो अल्पविराम से संबंधित है y दो संबंधित हैं जो एक क्रॉस है a यदि शर्त यह है कि r में एक गैर शून्य स्केलर लैम्ब्डा मौजूद है जैसे कि x एक अल्पविराम y एक लैम्ब्डा समय के बराबर है x दो अल्पविराम y दो अब सत्यापित करते हैं कि यह r एक तुल्यता संबंध है

इसलिए पहले एक x एक अल्पविराम y एक अल्पविराम x दो अल्पविराम y दो पूंजी r से संबंधित हैं, जिसका अर्थ है कि एक गैर शून्य वास्तविक मौजूद है वास्तविक संख्या जैसे कि x एक अल्पविराम y एक लैम्ब्डा गुणा x दो अल्पविराम y दो के बराबर है अब चूंकि लैम्ब्डा गैर-शून्य है लैम्ब्डा उलटा है जिसका अर्थ है कि लैम्ब्डा द्वारा 1 समझ में आता है

इसलिए इसका अर्थ है कि 1 लैम्ब्डा गुणा x 1 अल्पविराम y 1 बराबर है से x 2 अल्पविराम y 2.

तो यह कहने के बराबर है कि x दो अल्पविराम y दो बराबर एक बटा लैम्ब्डा गुणा x एक अल्पविराम y एक है जिसका अर्थ है कि यह जोड़ी x दो अल्पविराम y दो अल्पविराम x एक अल्पविराम y एक यह एक है r

इसलिए r सममित है अब हम सत्यापित करते हैं कि यह r स्वतुल्य है या ऐसा नहीं होने दें x एक अल्पविराम y एक अब एक से संबंधित है जो हम जानते हैं कि किसी भी x एक अल्पविराम y एक x एक अल्पविराम y के लिए एक गुणा x एक अल्पविराम y एक के बराबर होता है और चूंकि एक एक गैर शून्य अदिश है जिसका अर्थ है कि यह जोड़ी x एक अल्पविराम y एक अल्पविराम x एक अल्पविराम y एक यह एक r है

इसलिए r प्रतिवर्त है अब अंत में सत्यापित करता है कि यह r सकर्मक है या तीसरा नहीं [संगीत ] जोड़े x एक अल्पविराम y एक अल्पविराम x दो अल्पविराम y दो r से संबंधित हैं और जोड़े x दो अल्पविराम y दो अल्पविराम x तीन अल्पविराम y तीन r से संबंधित हैं अब जोड़ी x एक अल्पविराम y एक अल्पविराम x दो अल्पविराम y दो यह r से संबंधित है, इसका अर्थ है कि एक गैर शून्य वास्तविक संख्या मौजूद है जैसे कि जोड़ी x एक अल्पविराम y एक लैम्ब्डा बार x दो अल्पविराम y दो है मुझे इसे एक के रूप में कॉल करने दें, इसी तरह जोड़े x दो अल्पविराम y दो अल्पविराम x तीन अल्पविराम y तीन यह r में है इसका अर्थ है कि r में एक गैर शून्य स्केलर बीटा मौजूद है

जैसे कि x दो अल्पविराम y दो बीटा गुणा x तीन अल्पविराम y तीन है मुझे इस समीकरण को tw .

कहते हैं ओ अब मैं जो करने जा रहा हूं वह है कि हम जो चाहते हैं उसे प्राप्त करने के लिए दो में एक को प्रतिस्थापित करें हमें दो एन एक को प्रतिस्थापित करने पर हमें एक्स एक कॉमा वाई एक मिलता है यह लैम्ब्डा टाइम्स एक्स दो कॉमा वाई दो है लेकिन फिर जब मैं एक्स दो के लिए स्थानापन्न करता हूं अल्पविराम y दो मुझे लैम्ब्डा लैम्ब्डा बार बीटा बार x तीन अल्पविराम y 3 मिलता है, लेकिन चूंकि लैम्ब्डा और बीटा दोनों गैर-शून्य वास्तविक संख्याएं हैं, जिसका अर्थ है कि यह लैम्ब्डा बीटा एक गैर-शून्य वास्तविक संख्या है जिसका अर्थ है कि जोड़ी x एक अल्पविराम y एक अल्पविराम x तीन अल्पविराम y तीन यह r में है

इसलिए r सकर्मक है इस प्रकार हमने दिखाया है कि r सममित प्रतिवर्त और सकर्मक है इस प्रकार r एक तुल्यता संबंध है

इसलिए अगली कक्षा में हम इसका प्रमाण करेंगे और इस तुल्यता वर्गों के कुछ और गुण और फिर उस धारणा को परिभाषित करने का प्रयास करेंगे जिसे फ़ंक्शन के रूप में जाना जाता है धन्यवाद