

છેલ્લા વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓનું સ્વાગત છે સપ્રમાણ સંબંધ, યાલો સમાન વ્યાખ્યાથી શરૂ કરીએ, યાલો સપ્રમાણ સંબંધની વ્યાખ્યાથી શરૂઆત કરીએ, એક બિન-ખાલી સમૂહ હોઈએ અને યાલો એ એકથી જ એક સંબંધ હોઈએ આપણે કહીએ છીએ કે અસમપ્રમાણ છે જો જોડી જો ક્રમાંકિત જોડી હોય તો અલ્પવિરામ b r નું છે એ સૂચવે છે કે વિરોધી જોડી b અલ્પવિરામ a પણ r માં છે યાલો આપણે તે જ ઉદાહરણની સમીક્ષા પણ કરીએ જે આપણે છેલ્લા વર્ગમાં છે યાલો આપણે એ જ ઉદાહરણ જોઈએ જે આપણી પાસે એક બે ત્રણ ચાર અને પાંચ r હતા તે બધા છે કોસ a માંથી x અલ્પવિરામ y એ શરત સાથે કે x અને y વચ્ચેનો તફાવત એ એક વિષમ સંખ્યા છે અમે સેટ r સ્પષ્ટપણે લખ્યો છે યાલો તેને ફરી એક વાર કરીએ યાલો આ r ફરીથી r લખીએ એક અલ્પવિરામ બે તફાવત જોવા માટે એક અને બે વચ્ચે એક છે જે એક વિષમ સંખ્યા છે

તેથી તમારી પાસે એક બે છે અને એક અલ્પવિરામ એક તફાવત શૂન્ય છે

તેથી એક અલ્પવિરામ એક દેખાતો નથી અને એક અલ્પવિરામ ત્રણ તફાવત બે એક અલ્પવિરામ ચાર છે તફાવત ત્રણ છે તેથી તે એક દેખાય છે અલ્પવિરામ પાંચ દેખાતો નથી કારણ કે તફાવત ચાર છે હવે બે અલ્પવિરામ એક છે જે અહીં છે કારણ કે તફાવત એક છે બે અલ્પવિરામ બે તફાવત શૂન્ય છે બે અલ્પવિરામ ત્રણ તફાવત છે એક બે અલ્પવિરામ ચાર અહીં તફાવત છે બે બે અલ્પવિરામ પાંચ તફાવત છે ત્રણ આગળ એક ત્રણ અલ્પવિરામ એક તફાવત બે ત્રણ અલ્પવિરામ બે તફાવત એક ત્રણ અલ્પવિરામ ચાર અને પછી ત્રણ અલ્પવિરામ પાંચ તફાવત બે હવે યાલો ચાર ચાર અલ્પવિરામ પર જઈએ એક તફાવત ત્રણ ચાર અલ્પવિરામ બે તફાવત બે ચાર અલ્પવિરામ ત્રણ ચાર અલ્પવિરામ પાંચ અને પછી આપણી પાસે પાંચ અલ્પવિરામ હશે એક તફાવત છે ચાર પાંચ અલ્પવિરામ બે અને પાંચ અલ્પવિરામ ચાર આ r ના તત્વો છે જો આપણે આ r ને જોઈએ તો e_n એ સ્પષ્ટ છે કે નીચેની એક બાબત જે નોંધી શકાય છે તે એ છે કે જ્યારે પણ જોડ a અલ્પવિરામ b હોય ત્યારે વ્યક્તિ ધ્યાન આપી શકે છે તો સામેની જોડી b અલ્પવિરામ a પણ છે ઉદાહરણ તરીકે એક અલ્પવિરામ બે છે અને તે જ રીતે બે અલ્પવિરામ એક છે.

તે જ રીતે ફરીથી આગામી એક એક અલ્પવિરામ ચાર છે અને તમે નોંધ કરી શકો છો કે એક અલ્પવિરામ ચાર અને ચાર અલ્પવિરામ એક છે તે જ રીતે એક અલ્પવિરામ બે અને બે અલ્પવિરામ એક બે અલ્પવિરામ ત્રણ ત્રણ અલ્પવિરામ બે બે અલ્પવિરામ પાંચ પાંચ અલ્પવિરામ બે ચાર અલ્પવિરામ પાંચ ફી અલ્પવિરામ ચાર

તેથી આ કહે છે કે r એ સપ્રમાણ સંબંધ છે

તેથી r એ સપ્રમાણ સંબંધ છે, યાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ જોઈએ, યાલો એક સમાન 2 3 4 5 અને 6 r એ શરત સાથેના કોસ a માંથી તે બધા mn અલ્પવિરામ m છે કે n એ m ને બરાબર વિભાજિત કરે છે જે આપણી પાસે છે તે બધી જોડી છે n અલ્પવિરામ m જેમ કે n વિભાજિત કરે છે m હવે યાલો આપણે સમૂહ r ને સ્પષ્ટ રીતે લખીએ હવે 1 ભાગાકાર 1

તેથી તમારી પાસે આ 1 1 1 ભાગાકાર છે હકીકતમાં બધી સંખ્યાઓ છે

તેથી આપણી પાસે હશે એક સાથે જોડી છે બધા એક ચાર એક પાંચ એક છ હવે બેની બાજુમાં જઈ રહ્યા છો તમે જોશો કે બે એકને ભાગતા નથી પણ બે ભાગાકાર કરે છે પણ તે ત્રણને ભાગતું નથી પણ તે ચારને ભાગે છે તે પાંચને ભાગતું નથી પણ ત્રણની બાજુમાં છ ભાગતું નથી એક અથવા બે પરંતુ તે પોતાને ત્રણ ભાગાકાર કરે છે તે ચાર કે પાંચને વિભાજિત કરતું નથી પરંતુ છ ભાગે છે અને પછી ચાર માટે આપણી પાસે માત્ર એક ચાર અલ્પવિરામ ચાર છે અને તે જ રીતે તમારી પાસે ચાર અલ્પવિરામ પાંચ છે અને માફ કરશો આહ પાંચ અલ્પવિરામ પાંચ અને છ અલ્પવિરામ છ આ છે જે વસ્તુઓ તમારી પાસે છે તે આ તત્વો છે હવે નોંધ લો કે તમારી પાસે એક અલ્પવિરામ બે છે તો શું એ છે કે તમારે નોંધવું પડશે કે એક અલ્પવિરામ બે r સાથે સંબંધિત છે પરંતુ વિરુદ્ધ જોડી બે અલ્પવિરામ એક r સાથે સંબંધિત નથી તેવી જ રીતે તમારી પાસે આ છે જોડી બે અલ્પવિરામ છ આ એક r છે પરંતુ વિરુદ્ધ જોડી છ અલ્પવિરામ બે r માં નથી

તેથી આ બે વસ્તુઓ કહે છે કે તેઓ કહે છે કે r સપ્રમાણ સંબંધ નથી અથવા સપ્રમાણ સંબંધ નથી હવે યાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ એક સમાન કરીએ પર e બે ત્રણ ચાર પાંચ અને મને x કેપિટલ x પસંદ કરવા દો

a ના પાવર સેટ તરીકે આનો સમાવેશ થાય છે

તેથી આ x પર સંબંધ r વ્યાખ્યાયિત કરવાના તમામ સબસેટ્સનો સેટ છે

નીચે પ્રમાણે બે સબસેટ્સ એક અલ્પવિરામ અને બે જોડી એક અલ્પવિરામ a બે આ r માં છે જો a એ a ના કોઈપણ બે ઉપગણો a_1 અને a_2 માટે બે માં સમાયેલ હોય તો આપણે કહીએ છીએ કે a_1 a_2 સાથે સંબંધિત છે અથવા જોડી a_1 અલ્પવિરામ a_2 એ r છે જો a_1 a_2 માં સમાયેલ હોય તો કોઈ કરી શકે છે નીચેના પર ધ્યાન આપો કે સિંગલટન ટુ એ a માં સમાયેલ છે અને એટલું જ નહીં કે બીજા સબસેટ બે અલ્પવિરામ ત્રણમાં પણ સમાયેલ છે તે વધુ એક નોંધ કરી શકે છે કે સિંગલટન બે બે અલ્પવિરામ ત્રણમાં સમાયેલ છે જે સૂચવે છે કે જોડી સિંગલટન બે અલ્પવિરામ સિંગલટન બે ઘટકો કહો કે બે અલ્પવિરામ ત્રણ આ જોડી એક r છે અધિકાર તમારી પાસે r માં સેટ છે પરંતુ બીજી બાજુ એ સાચું નથી કે બે અલ્પવિરામ ત્રણ સિંગલટન ટુમાં સમાયેલ નથી કારણ કે બે અલ્પવિરામ ત્રણને બે તત્વો મળ્યા છે જ્યારે સિંગલટન બેને ફક્ત એક તત્વ જેનો અર્થ થાય છે કે વિપરિત જોડી બે અલ્પવિરામ ત્રણ અલ્પવિરામ સિંગલટન બે આ r થી સંબંધિત નથી

તેથી r સપ્રમાણ નથી હવે યાલો કરીએ આગળના ખ્યાલ પર જઈએ યાલો વધુ એક વસ્તુ વ્યાખ્યાયિત કરીએ a નોન-એમ્પ્ટી સેટ હોઈએ અને યાલો r ને a થી પોતાની જાત સાથે સંબંધ બનાવીએ

આપણે કહીએ છીએ કે r એ રીફ્લેક્સિવ છે જો જોડી a અલ્પવિરામ એ બધા a માટે r નો હોય તો યાલો આપણે છેલ્લું ઉદાહરણ જોઈએ કે આપણી પાસે છેલ્લું ઉદાહરણ છે એ આપણો સેટ a છે એક બે ત્રણ ચાર પાંચ અને x એ પાવર સેટ છે a અમે r ને a ના કોસ પાવર સેટના પાવર સેટમાં એક અલ્પવિરામ બે પાવર સેટ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કર્યું છે આ શરત સાથે કે એક બેમાં સમાયેલ છે તે શું છે કે આપણે જાણીએ છીએ કે દરેક સમૂહ પોતે જ સમાયેલ છે અને

તેથી જો b એ a માં સમાયેલ હોય તો તે સૂચવે છે કે જોડી b અલ્પવિરામ b r ની છે

તેથી તે શું કહે છે b અલ્પવિરામ b r નું છે

તેથી r પ્રતિબિંબીત છે હવે યાલો આપણે એક ઉદાહરણ પર પાછા જઈએ જે આપણે ફરીથી કર્યું હતું કે અમારી પાસે અમારું a હતું

એક બે ત્રણ ચાર પાંચ તરીકે અને આપણો r એ તમામ x કોમ છે એક કોસ a માં એ શરત સાથે કે x હવે y ને વિભાજિત કરે છે આ ઉદાહરણમાં અમે લખ્યું છે કે r શું છે તે સ્પષ્ટ રૂપે થોડી મિનિટો પહેલા તમે નોંધ કરી શકો છો કે એક હંમેશા એક ભાગાકાર કરે છે બે હંમેશા ભાગાકાર કરે છે બે ત્રણ હંમેશા ત્રણ ભાગે છે ચાર ભાગાકાર ચાર અને તે જ રીતે છેલ્લે પાંચ ભાગાકાર પાંચ એટલે કે આ બધી જોડી આ આખી વસ્તુ આ આ બધા તત્વો આ સમૂહ r માં સમાયેલ છે જે સૂચવે છે કે r રીફ્લેક્સિવ છે ચાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ જોઈએ ચાલો આ એક એક બે ત્રણ ચાર પસંદ કરીએ અને પછી કહીએ કે r બરાબર તે બધા n અલ્પવિરામ m જેમ કે m બરાબર n ચોરસ પ્રથમ વસ્તુ કે તમે નોંધ કરી શકો છો કે જોડી એક અલ્પવિરામ એક r છે કારણ કે એક માત્ર એકનો વર્ગ છે પરંતુ જોડી બે અલ્પવિરામ બે r સાથે સંબંધિત નથી જે સૂચવે છે કે r એ જ ઉદાહરણમાં પ્રતિબિંબિત નથી, તમે નીચેના પણ નોંધી શકો છો કે જોડી 2 અલ્પવિરામ 4 એ r સાથે

સંબંધ ધરાવે છે પરંતુ વિરોધી જોડી 4 અલ્પવિરામ 2 r સાથે સંબંધિત નથી તેથી આ પણ કહે છે કે r સપ્રમાણ નથી હવે ચાલો આપણે ખસેડીએ.

e આગળની વ્યાખ્યામાં a ને ખાલી નોન સેટ થવા દો અને r ને a થી જ સંબંધ બનવા દો અમે કહીએ છીએ કે r એ ટ્રાન્ઝિટિવ છે જો નીચેની ધારણા હોય તો જ્યારે પણ જોડી અલ્પવિરામ b અને b અલ્પવિરામ c r ની હોય જે આ સૂચવે છે બે એકસાથે સૂચવે છે કે જોડી a અલ્પવિરામ c પણ r માં છે અમને બે જોડી a અલ્પવિરામ b અને b અલ્પવિરામ c જોઈએ છે કે જ્યારે પણ અલ્પવિરામ b અને b હોય ત્યારે બીજી જોડીનું પ્રથમ તત્વ પ્રથમ જોડીના બીજા ઘટક જેવું જ હોય છે.

અલ્પવિરામ c એ r માં છે જેનો અર્થ એ થાય કે અલ્પવિરામ c જોડી r માં છે પછી આપણે કહીએ છીએ કે આવો સંબંધ સંક્રમિત સંબંધ છે હવે ચાલો આપણે ઉદાહરણો જોઈએ કે અમારી પાસે ફક્ત પ્રથમ ઉદાહરણ હતું જે અમારી પાસે હતું તે એક બે સમાન છે ત્રણ ચાર પાંચ અને પછી r એ બધા n અલ્પવિરામ m અને કોસ a એ શરત સાથે છે કે n વિભાજિત કરે છે m આ તે છે જે આપણે હવે નોંધ્યું છે નીચે આપેલ આહ ચાલો સેટને થોડો વધારે વધારીએ જેથી વસ્તુઓ સ્પષ્ટ થાય ચાલો આપણે વધારો કરીએ સેટ નોટિસ આપે છે કે 2 અલ્પવિરામ 4 આ એક આર એન છે d ચાર અલ્પવિરામ આઠ આ r માં પણ છે કે બે અલ્પવિરામ i આઠ પણ r માં છે હકીકતમાં જ્યારે પણ n ભાગાકાર કરે છે m અને m k ભાગાકાર કરે છે આ બે વિધાન એકસાથે સૂચવે છે કે n વિભાજિત કરે છે k જમણે

તેથી r સંક્રમિત છે હવે ચાલો આપણે બીજાને જોઈએ ઉદાહરણ તરીકે આપણે થોડી મિનિટો પાછળ એક બે ત્રણ ચાર પાંચની બરાબરી કરી હતી અને x એ a અને r નો પાવર સેટ છે એ બધી જોડી એ a ના કોસ p માં p માં એક અલ્પવિરામ બે એ શરત છે કે a બેમાં સમાવિષ્ટ આપણે જોયું કે આ રીફ્લેક્સિવ છે પરંતુ સપ્રમાણ નથી, ચાલો આપણે ચકાસીએ કે આ સંક્રમણકારી છે કે નહીં તેથી ધારો કે એક અલ્પવિરામ બે r નો છે અને બે અલ્પવિરામ ત્રણ r નો છે હવે પ્રથમ એક એક અલ્પવિરામ અને બે r નું છે જે આપણને કહે છે કે a_1 a_2 માં સમાયેલ છે બીજા a_2 a_2 અલ્પવિરામ a_3 r નું છે જે આપણને કહે છે કે a_2 a_3 માં સમાયેલ છે તેથી આપણી પાસે શું છે એક બે માં સમાયેલ છે અને બીજી બાજુ તમારી પાસે બે છે ત્રણમાં આમ આ બે કન્ટેઈનમેન્ટ એકસાથે er આપણને સૂચવે છે કે એક ત્રણમાં સમાયેલ છે જે સૂચવે છે કે આપણી પાસે શું જોડી છે એક અલ્પવિરામ અને ત્રણ r ની છે તેથી r સંક્રમણકારી છે ચાલો આપણે બીજું ઉદાહરણ જોઈએ તે જ વસ્તુ જે આપણે થોડી મિનિટો પહેલા જોઈ હતી આપણી પાસે એક તરીકે એક બે ત્રણ ચાર પાંચ છે અને r એ બધા n અલ્પવિરામ m છે આ શરત સાથે કે n અને m વચ્ચેની તફાવત એક વિષમ સંખ્યા છે હવે અહીં ધારો કે જોડી n અલ્પવિરામ m r માં છે અને m અલ્પવિરામ k આ એક r છે હવે આપણે n અને k વિશે શું કહી શકીએ આ પ્રશ્ન શું છે તો હવે ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ જે આપણે હતા હવે આપણે આને જોઈએ આ ઉદાહરણમાં આપણી પાસે એક અલ્પવિરામ બે છે શું આ સાચું છે જે આપણે ઈચ્છીએ છીએ n અલ્પવિરામ n માં r અને m અલ્પવિરામ k r માં એ સૂચવે છે કે જોડી n અલ્પવિરામ k r માં છે આ તે જ છે જે આપણે જોઈતા હતા હવે આપણે જાણીએ છીએ કે n અલ્પવિરામ એક અલ્પવિરામ બે r માં છે અને બે અલ્પવિરામ ત્રણ આ r માં છે કારણ કે એક અને બે વચ્ચેની તફાવત એક છે અને બે અને ત્રણ વચ્ચેની તફાવત પણ ચાલુ છે e પરંતુ એક અને ત્રણ વચ્ચેની તફાવત બે છે તેથી આ r સાથે સંબંધિત નથી

તેથી r સંક્રમક નથી હવે ચાલો મુખ્ય વસ્તુ તરફ આગળ વધીએ કે આપણે મુખ્ય વસ્તુ ઈચ્છીએ છીએ તે શીર્ષક જોઈએ છે જેમ આપણે શરૂઆતમાં ઉલ્લેખ કર્યો છે કે આપણે કહેવા જઈ રહ્યા છીએ.

સમતુલ્ય સંબંધ તરીકે ઓળખાય છે તે વિશે r એક બિન-ખાલી સમૂહમાંથી એક સંબંધ r ને સમતુલ્ય સંબંધ કહેવાય છે જો કોઈ rs રીફ્લેક્સિવ માટે અસમપ્રમાણ હોય અને છેલ્લે આપણી પાસે rs સંક્રમણ હોય છે જ્યારે પણ r સપ્રમાણ રીફ્લેક્સિવ અને ટ્રાન્ઝિટિવ હોય ત્યારે આપણે કહીએ છીએ કે આવા સંબંધ એ સમતુલ્ય સંબંધ છે, ચાલો આપણે કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ, ચાલો આપણે એક બે ત્રણ ચાર પાંચની બરાબર જોઈએ અને પછી r તે બધા n અલ્પવિરામ એમ એ શરત સાથે કે n એમ વિભાજિત કરે છે તે શું છે કે આપણે જાણીએ છીએ કે આપણે શું કર્યું છે? વાસ્તવમાં જાણવા મળ્યું કે r સપ્રમાણ નથી

તેથી ફરીથી r પ્રતિબિંબિત ત્રીજું r સંક્રમણકારી છે આ તે વસ્તુઓ છે જે આપણે નોંધી છે

તેથી પ્રથમ r સપ્રમાણ નથી જે કહે છે કે

તેથી આ સૂચવે છે કે r બરાબરીનો સંબંધ નથી ખરો, ચાલો આપણે આ આગલા ઉદાહરણ પર આગળ વધીએ કે આપણી પાસે એક બે ત્રણ ચાર પાંચ અને પછી x એ a ના બધા સબસેટના પાવર સેટ તરીકે હતો અને પછી આપણે r ને જોડી અને એક અલ્પવિરામ a તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ.

બે અને પા કોસ pa એ શરત સાથે કે એક એક બે માં સમાયેલ છે અહીં આપણે જે જોયું તે એ છે કે r સપ્રમાણ નથી બીજું સાચું r રીફ્લેક્સિવ છે પરંતુ r સંક્રમણકારી નથી

તેથી પ્રથમ એક r સંક્રમણકારી છે આ ત્રણ વસ્તુઓ એકસાથે છે

તેથી પહેલો એક અને બીજો આ બે કહે છે કે માફ કરશો પહેલો કહે છે કે r એ સમકક્ષ સંબંધ નથી પણ હવે પ્રશ્ન એ છે કે શું કોઈ સંબંધ અસ્તિત્વમાં છે જે સમકક્ષ સંબંધ છે હા ચાલો એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ ચાલો z ને દર્શાવીએ .

બધા પૂર્ણાંકોનો સમૂહ

તેથી નીચે પ્રમાણે r વ્યાખ્યાયિત કરો નીચે પ્રમાણે z પર સંબંધ r વ્યાખ્યાયિત કરો

તેથી અમે કહીએ છીએ કે જોડી n અલ્પવિરામ m એ r ની છે જો n એ m મોડ્યુલો 9 સાથે સુસંગત હોય તો n એ m સાથે સુસંગત શું છે જે તફાવત n છે માઈનસ m છે નવ વડે વિભાજ્ય આ તફાવત હવે સુધીમાં વિભાજ્ય હોવો જોઈએ, ચાલો જોઈએ કે આ સંબંધ જે પણ આપણે વ્યાખ્યાયિત કર્યો છે તે એક સમાનતા સંબંધ છે હવે તમારે પ્રથમ વસ્તુ જે જોવાનું છે તે એ છે કે આ સપ્રમાણ છે ધારો કે n અલ્પવિરામ m r સાથે સંબંધ ધરાવે છે એટલે કે તે શું છે n એ m મોડ્યુલો નવ સાથે સુસંગત છે કે જે તફાવત છે n ઓછા m એ નવ વડે વિભાજ્ય છે તે શું છે તે આપણને કહે છે કે ત્યાં પૂર્ણાંક k અસ્તિત્વમાં છે

જેમ કે n ઓછા m એ k ગુણ્યા નવ છે

તેથી આપણી પાસે જે છે તે n ઓછા m બરાબર છે k ગુણ્યા નવ ચાલો આપણે લખીએ કે n ઓછા m છે k ગુણ્યા નવ જે સૂચવે છે કે m ઓછા n એ ઓછા k ગુણ્યા નવ એટલે શું m ઓછા n આ તફાવત નવ વડે વિભાજ્ય છે એટલે કે m એ n મોડ્યુલો નવ સાથે સુસંગત છે તેનો અર્થ શું છે કે આપણી પાસે જોડી m અલ્પવિરામ n એ r છે

તેથી r સપ્રમાણ છે હવે બીજું ચાલો આપણે ચકાસીએ કે r રીફ્લેક્સિવ છે કે નહીં

તેથી n એ z નું છે પછી નોંધ લો કે n ઓછા n \emptyset છે જે હું તેને 0 તરીકે પણ લખી શકું છું.

વખત 9

તેથી તેનો અર્થ એ થાય છે કે n એ n મોડ્યુલો નવ સાથે સુસંગત છે જે સૂચવે છે કે જોડી n અલ્પવિરામ n એ r માં છે જે r પ્રતિબિંબિત છે હવે ચાલો આપણે ચકાસીએ કે r સંક્રમિત છે કે n અલ્પવિરામ m એ r નું છે અને m અલ્પવિરામ r નું છે.

મૂડી r

તેથી n અલ્પવિરામની જોડી n અલ્પવિરામ m મૂડી r ની છે જે કહે છે કે n માઈનસ m છે n એ m મોડ્યુલો નવ સાથે સુસંગત છે જે સૂચવે છે કે n ઓછા m એ નવ વડે વિભાજ્ય છે જે સૂચવે છે કે ત્યાં પૂર્ણાંક k અસ્તિત્વમાં છે z માં એક પૂર્ણાંક k અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે n ઓછા m એ k ગુણ્યા નવ છે ચાલો આ સમીકરણને એક તરીકે કહીએ તો બીજી તરફ આપણી પાસે શું છે કે જોડી m અલ્પવિરામ r મૂડી r માં છે જે સૂચવે છે કે આ કહેવાની સમકક્ષ છે m એ r મોડ્યુલો નવ સાથે સુસંગત છે જે એમ કહેવાની સમકક્ષ છે કે m માઈનસ r એ નવ વડે વિભાજ્ય છે જે સૂચવે છે કે ત્યાં પૂર્ણાંક pnz અસ્તિત્વમાં છે જેમ કે m માઈનસ r એ p ગુણ્યા નવ ફાઈન સ્વરૂપનો છે હવે તે શું છે અમે ઇચ્છતા હતા મી e જોડી n માઈનસ r શું તફાવત n માઈનસ r નવ માટે એકરૂપ છે કે નહિ અથવા તે નવ વડે ભાગી શકાય છે કે નહિ તે શું છે જે આપણે ઇચ્છીએ છીએ ચાલો છેલ્લા સમીકરણને બે કહીએ કે આપણી પાસે n માઈનસ m છે તે શું છે k ગુણ્યા નવ અને m ઓછા r બરાબર છે અમુક s ગુણ્યા નવ p ગુણ્યા નવ વાસ્તવમાં આ બે વસ્તુઓ છે જે આપણી પાસે સારી હતી હવે આ બે વસ્તુઓ સાથે ચાલો આપણે n ઓછા r ની ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરીએ જે n ઓછા m બરાબર છે વત્તા m માઈનસ r બરાબર મને પ્રથમ બે વસ્તુઓ એક કૌંસમાં અને બીજી અને ત્રીજી અન્ય કૌંસમાં મૂકવા દો હું પ્રથમ માટે માત્ર m ઉમેરી અને બાદ કરી રહ્યો છું અમારી પાસે n માઈનસ m છે જે k ગુણ્યા નવ વત્તા m માઈનસ છે r જે p ગુણ્યા નવ છે જે k વત્તા p ગુણ્યા નવ બરાબર છે હવે k પૂર્ણાંક છે અને p પણ પૂર્ણાંક છે

તેથી pk વત્તા p પૂર્ણાંક છે

તેથી હું કહું કે નોંધ કરો કે k વત્તા p પૂર્ણાંક છે

તેથી n બાદ r જે k વત્તા p ગુણ્યા નવ બરાબર છે તે k વત્તા b અને પૂર્ણાંક સાથે સૂચવે છે re એ સૂચવે છે કે n માઈનસ r એ

9 વડે વિભાજ્ય છે જે n એ r મોડ્યુલો 9 માટે સુસંગત છે જે સૂચવે છે કે જોડી n અલ્પવિરામ r મૂડી r સાથે સંબંધિત છે

તેથી અમે બતાવ્યું છે કે r એ સપ્રમાણ રીફ્લેક્સિવ અને સંક્રમિત સંબંધ છે

તેથી r એ સમતુલ્ય સંબંધ છે અને હવે ચાલો એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ આ ઉદાહરણ ભૂમિતિ સાથે સંબંધિત છે, ચાલો તે બધા ડેલ્ટાઓનો સંગ્રહ હોઈએ

તેથી તે શરત સાથે કે ડેલ્ટા એ બે છે જે r અથવા બે પરિમાણીય ત્રિકોણ છે.

તમારી પાસે જે ત્રિકોણ છે તે r બે માં ત્રિકોણ છે હવે ચાલો આપણે તે બધા ડેલ્ટાના સમાન rr પર સંબંધ વ્યાખ્યાયિત કરીએ , એક કોસ a માં ડેલ્ટા એક અલ્પવિરામ ડેલ્ટા બેની તુલના કરીએ તે શરત સાથે કે ડેલ્ટા વન ડેલ્ટા સાથે સુસંગત છે તે સ્પષ્ટ છે આપણા પ્રાથમિક વર્ગો કે પ્રથમ વસ્તુ એ છે કે r સપ્રમાણ છે તે સપ્રમાણ શા માટે છે તે આપણે જાણીએ છીએ કે જો ડેલ્ટા એક જો ત્રિકોણ ડેલ્ટા વન ડેલ્ટા ટુ પર જવા માટે એકરૂપ છે જે સૂચવે છે કે ડેલ્ટા બે ડેની સાથે સુસંગત છે $1ta$ એક

તેથી વાસ્તવમાં આ બે સમકક્ષ છે

તેથી સપ્રમાણ છે અને તે જ રીતે દરેક ત્રિકોણ પોતાના માટે એકરૂપ છે દરેક ત્રિકોણ પોતાના માટે એકરૂપ છે એટલે કે r શું પ્રતિબિંબિત છે હવે ત્રીજું એક સંક્રમણ ધારો કે ડેલ્ટા એક અલ્પવિરામ ડેલ્ટા બે r અને ડેલ્ટા બેનો છે.

અલ્પવિરામ ડેલ્ટા ત્રણ આ જોડી પણ એક r છે જે આપણે બતાવવાનું રહેશે કે ડેલ્ટા 1 ડેલ્ટા 3 r નું છે

તેથી ડેલ્ટા 1 અલ્પવિરામ ડેલ્ટા 2 r નું છે જે સૂચવે છે કે ડેલ્ટા 1 ડેલ્ટા બે માટે સુસંગત છે તેવી જ રીતે ડેલ્ટા બે અલ્પવિરામ ડેલ્ટા ત્રણ r થી સંબંધિત છે સૂચવે છે કે ડેલ્ટા બે એ ડેલ્ટા ત્રણ માટે સુસંગત છે ખરું કે આપણી પાસે આ બે છે તો હવે આ શું કહે છે કે

તેથી આ બંને એક સાથે છે

તેથી ચાલો હું પ્રથમને એક કહીશ અને બીજામાં બે છે આ બે એક સાથે છે

તેથી એક અને બે સૂચવે છે કે ડેલ્ટા વન ડેલ્ટા ત્રણ સાથે સુસંગત છે

તેથી તેનો અર્થ એ થાય છે કે જોડી ડેલ્ટા વન અલ્પવિરામ ડેલ્ટા ત્રણ r ની છે

તેથી r એ સમકક્ષ સંબંધ છે હવે યાલો s એક વધુ સમાન ઉદાહરણ કરીએ જે ફરીથી યુક્લિડિયન પ્લેનની ભૂમિતિ અથવા બે પરિમાણીય યુક્લિડિયન ભૂમિતિમાંથી આવે છે તે બધા ડેલ્ટાને સમાન સેટ કરવા દો જેમ કે ડેલ્ટા એ બે પરિમાણીય ત્રિકોણ છે અથવા r બેમાં ત્રિકોણ છે જે તમારી પાસે છે.

દ્વિ-પરિમાણીય ત્રિકોણ દંડ હવે r ને કોસ a માં તે બધા ડેલ્ટા 1 અલ્પવિરામ ડેલ્ટા 2 તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવા દે છે કે ડેલ્ટા 1 ડેલ્ટા બે સમાન છે અને ત્રિકોણ ડેલ્ટા એક ત્રિકોણ ડેલ્ટા બે જેવો છે હવે તે સમાન પુરાવો છે આપણે અગાઉના એક માટે શું કર્યું તે બતાવી શકે છે કે r એ સમકક્ષ સંબંધ છે, તે જ સાબિતી છે અથવા પાછલા ઉદાહરણની જેમ સમાન પદ્ધતિ છે, હવે યાલો આપણે વધુ એક ઉદાહરણ કરીએ, યાલો સ્ક્રિપ્ટને શરત સાથે સમાન તમામની સમાન કરીએ.

કે a એ એક મર્યાદિત સેટ છે આ સ્ક્રિપ્ટ a એ બધા સેટનો સમાવેશ કરે છે જે ફક્ત મર્યાદિત સેટ છે

તેથી સ્ક્રિપ્ટ પર r ને નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરો જેથી aa એ જોડી ઉપર આવો a અલ્પવિરામ b એ r નો છે જો ai માં તત્વોની સંખ્યા s એ તત્વોની સંખ્યાની બરાબર છે

તેથી સેટ સૈદ્ધાંતિક સ્વરૂપમાં બદલામાં r તે તમામ જોડીઓની સમાન છે a સ્ક્રિપ્ટમાં અલ્પવિરામ b એક કોસ સ્ક્રિપ્ટ a એ શરત સાથે કે a માં તત્વોની સંખ્યા b માં તત્વોની સંખ્યા જેટલી છે હવે યાલો અમે યકાસો કે આ r એક સમાનતા સંબંધ છે તે પ્રથમ r સપ્રમાણ છે

તેથી અલ્પવિરામ b મૂડી r સાથે સંબંધિત છે તેનો અર્થ શું થાય છે તે વ્યાખ્યા દ્વારા આ કહેવું સમાન છે કે a ના ઘટકોની સંખ્યા b ના ઘટકોની સંખ્યા જેટલી છે અને આ એમ કહેવાની સમકક્ષ છે કે b ના તત્વોની સંખ્યા ea ના તત્વોની સંખ્યા જેટલી છે અને આ સૂચવે છે કે જોડી b અલ્પવિરામ a એ r છે અને

તેથી આ કહે છે કે

તેથી r હવે બીજા માટે સપ્રમાણ છે યાલો યાલો r ટ્રાન્સિટિવ છે કે કેમ તે યકાસવા માટે r ટ્રાન્સિટિવ છે કે કેમ તે યકાસો,

તેથી a ને મર્યાદિત સેટ તરીકે રહેવા દો

તેથી મર્યાદિત સેટ આપવામાં આવે તો આપણે જાણીએ છીએ કે a ના ઘટકોની સંખ્યા a ના ઘટકોની સંખ્યા જેટલી છે જે સૂચવે છે કે જોડી અલ્પવિરામ a છે એક આર

તેથી r રીફ્લેક્સિવ છે અને છેલ્લે ત્રીજો એક જોડી a અલ્પવિરામ b r ની છે અને જોડી b અલ્પવિરામ c r ની છે હવે જોડી a અલ્પવિરામ b r ની છે જે સૂચવે છે કે a માં તત્વોની સંખ્યા ની સંખ્યા જેટલી છે એ જ રીતે b માં તત્વો આપણી પાસે છે કે જોડી b અલ્પવિરામ c r માં છે જે સૂચવે છે કે b ના તત્વોની સંખ્યા c ના તત્વોની સંખ્યા જેટલી છે યાલો તેને એક અને બે તરીકે ચિહ્નિત કરીએ

તેથી એક અને બે દ્વારા આપણી પાસે તત્વોની સંખ્યા છે c ના તત્વોની સંખ્યાની બરાબર

તેથી આ બંને એકસાથે સૂચવે છે કે r સંક્રમણકારી છે

તેથી r સપ્રમાણ રીફ્લેક્સિવ અને ટ્રાન્સિટિવ છે આમ r એક સમાનતા સંબંધ છે, યાલો આપણે ભૂમિતિમાંથી ફરી એક વધુ ઉદાહરણ કરીએ, પ્લેન r બે અને માર્શનસની બરાબર કરીએ મૂળ હું ફક્ત પ્લેન r બેમાંથી મૂળ દૂર કરી રહ્યો છું જેને સામાન્ય રીતે પંચર પ્લેન તરીકે ઓળખવામાં આવે છે, યાલો આ પંચર થયેલા પ્લેન સાથે પંચર થયેલા પ્લેનને ધ્યાનમાં લઈએ, યાલો આપણે r ને નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરીએ r બરાબર હું કહીશ કે જોડી x એક y એક i s x બે y બે સાથે સંબંધિત છે અથવા જોડી x એક x એક અલ્પવિરામ y એક x બે અલ્પવિરામ y બે સાથે સંબંધિત છે જે એક કોસ a છે જો r માં બિન શૂન્ય સ્કેલર લેમ્બડા અસ્તિત્વમાં

હોય તો x એક અલ્પવિરામ y એક સમાન છે લેમ્બડા ગુણ્યા x બે અલ્પવિરામ y બે હવે યકાસો કે આ r એક સમાનતા સંબંધ છે તેથી પ્રથમ યાલો x એક અલ્પવિરામ y એક અલ્પવિરામ x બે અલ્પવિરામ y બે મૂડી r સાથે સંબંધિત છે જે સૂચવે છે કે ત્યાં એક બિન-શૂન્ય વાસ્તવિક છે વાસ્તવિક સંખ્યા જેમ કે x એક અલ્પવિરામ y એક એ લેમ્બડા ગુણ્યા x બે અલ્પવિરામ y બે હવે છે કારણ કે લેમ્બડા નોનઝીરો છે લેમ્બડા ઇન્વર્ટિબલ છે એટલે કે લેમ્બડા દ્વારા 1 અર્થ થાય છે

તેથી તેનો અર્થ એ થાય છે કે 1 બાય લેમ્બડા ગુણ્યા x 1 અલ્પવિરામ y 1 બરાબર છે x 2 અલ્પવિરામ y 2 માટે.

તેથી આ એમ કહેવાની સમકક્ષ છે કે x બે અલ્પવિરામ y બે બરાબર એક બાય લેમ્બડા ગુણ્યા x એક અલ્પવિરામ y એક જે સૂચવે છે કે આ જોડી x બે અલ્પવિરામ y બે અલ્પવિરામ x એક અલ્પવિરામ y એક આ એક છે r

તેથી r સપ્રમાણ છે હવે યાલો યકાસીએ કે આ r રીફ્લેક્સિવ છે કે નહીં

તેથી x એક અલ્પવિરામ y એક હવે a સાથે સંબંધિત છે તે આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈપણ x એક અલ્પવિરામ y એક x એક અલ્પવિરામ y એક માટે એક ગુણ્યા x એક અલ્પવિરામ y એક સમાન છે અને કારણ કે એક બિન-શૂન્ય સ્કેલર છે જે સૂચવે છે કે આ જોડી x એક અલ્પવિરામ y એક અલ્પવિરામ x એક અલ્પવિરામ y એક આ એક r છે

તેથી r પ્રતિબિંબિત છે હવે છેવટે યકાસો કે આ r સંક્રમણકારી છે કે ત્રીજું નથી [સંગીત] જોડીને x એક અલ્પવિરામ y એક અલ્પવિરામ x બે અલ્પવિરામ y દો બે r ની છે અને જોડી x બે અલ્પવિરામ y બે અલ્પવિરામ x ત્રણ અલ્પવિરામ y ત્રણ r ની છે હવે જોડી x એક અલ્પવિરામ y એક અલ્પવિરામ x બે અલ્પવિરામ y બે આ r નું છે સૂચવે છે કે ત્યાં બિન-શૂન્ય વાસ્તવિક સંખ્યા છે જેમ કે જોડી x એક અલ્પવિરામ y એક એ લેમ્બડા ગણો x બે અલ્પવિરામ y બે છે યાલો હું આને હવે એક તરીકે કોલ કરું

તે જ રીતે જોડી x બે અલ્પવિરામ y બે અલ્પવિરામ x ત્રણ અલ્પવિરામ y ત્રણ આ r માં છે સૂચવે છે કે આમાં બિન-શૂન્ય સ્કેલર બીટા અસ્તિત્વમાં છે તે x બે અલ્પવિરામ y બે બીટા ગુણ્યા x ત્રણ અલ્પવિરામ y ત્રણ છે યાલો હું આ સમીકરણને tw તરીકે બોલાવું o હવે હું શું કરવા જઈ રહ્યો છું તે મેળવવા માટે એકમાં બેની અવેજીમાં અમે જે ઇચ્છીએ છીએ તે કરીએ, યાલો તે કરીએ બે n એકની અવેજીમાં આપણને x એક અલ્પવિરામ y એક મળે છે આ લેમ્બડા ગુણ્યા x બે અલ્પવિરામ y બે છે પણ પછી જ્યારે

હું x બેની અવેજીમાં અલ્પવિરામ y બે મને લેખ્ખડા લેખ્ખડા વખત બીટા ગુણ્યા x ત્રણ અલ્પવિરામ y 3 મળે છે પરંતુ કારણ કે લેખ્ખડા અને બીટા બંને બિન-શૂન્ય વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે જે સૂચવે છે કે આ લેખ્ખડા બીટા એક બિન-શૂન્ય વાસ્તવિક સંખ્યા છે જે સૂચવે છે કે જોડી x એક અલ્પવિરામ અને એક અલ્પવિરામ x ત્રણ અલ્પવિરામ y ત્રણ આ r માં છે તેથી r સંક્રમણકારી છે આમ આપણે બતાવ્યું છે કે r સપ્રમાણ રીફ્લેક્સિવ અને ટ્રાન્સિટિવ છે આમ r એ સમકક્ષ સંબંધ છે તેથી હવે પછીના વર્ગમાં આપણે આનો પુરાવો કરીશું અને આ સમકક્ષ વર્ગોના કેટલાક વધુ ગુણધર્મો અને પછી ફંક્શન આભાર તરીકે ઓળખાય છે તેની કલ્પનાને વ્યાખ્યાયિત કરવાનો પ્રયાસ કરશે

Prutor@iitk