خیرمقدم طلباء کا آج کا لیکچر کارٹیشین پروڈکٹ پر ہوگا اس سے پہلے کہ ہم کارٹیشین پروڈکٹ شروع کریں آئیے کچھ مثالیں دینے کی کوشش کریں
اور آرڈر شدہ جوڑوں کے تصور کی اہمیت کو سمجھنے کی کوشش کریں اس سے پہلے کہ ہم آگے بڑھیں آئیے کچھ مثالیں پیش کرتے ہیں اب
ایک بیگ ہے y ایک بیگ ہے x کا نام دیتے ہیں جس کا مطلب ہے کہ z اور xy ہمارے پاس ایک سیٹ ہے جس پر مشتمل ہے۔ تین تھیلوں کو ہم
اور یہ ایک بیگ ہے یقیناً ہر تھیلے میں زیادہ سے زیادہ گیندیں ہوسکتی ہیں لیکن آئیے اس بات کو محدود کریں کہ ایک بیگ میں زیادہ سے زیادہ صرف
تمام گیندوں کے سیٹ کو نیلے یا سرخ رنگوں سے ظاہر کریں b ایک گیند ہوسکتی ہے۔ اور آپ اس میں صرف ایک گیند ڈال سکتے ہیں لہذا
کا نام دیا ہے ہمارے پاس گیندوں پر مشتمل ایک اور سیٹ ہے لیکن ہماری z اور xy تو پہلے سیٹ میں بالکل تین بیگ ہوتے ہیں ہم نے اسے
دلچسپی جھوٹ ہے صرف گیند کے رنگوں پر گیند کے رنگ بالکل نیلے اور سرخ ہوتے ہیں اب وہ کون سے مختلف امکانات ہیں جن کے ذریعے آپ
کو اس سے بھر سکتے ہیں ایک سرخ رنگ کی گیند x کو نیلے رنگ کی گیند سے بھر سکتے ہیں یا آپ بیگ x ان تھیلوں کو بھر سکتے ہیں آپ بیگ
y بیگ میں آپ اسے نیلے رنگ کی گیند سے یا y کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ ہر ایک بیگ میں صرف ایک گیند ہو سکتی ہے دوسری دوسری اسی طرح
ایک سرخ گیند z نام کا بیگ ہے جس میں آپ نیلی گیند رکھ سکتے ہیں۔ یا z کلر کا بیگ z کو سرخ رنگ کی گیند سے بھر سکتے ہیں آپ کے پاس
کے ساتھ وہ کیا ہے جو اب ہمارے پاس ہے کہ ہمارے پاس یہاں کیا ہے وہ یہ ہے کہ ہم نے ہر رنگ کے ساتھ ایک بیگ منسلک کیا ہے اور ہر تھیلے
کے ساتھ ہم نے گیند کا ایک رنگ منسلک کیا ہے
کا انتخاب کیا ہے اور آپ اس کے اندر نیلے x تو آئیے ہم ان سب کو لکھتے ہیں۔ چیزیں جوڑے کے طور پر پہلے ایک کہتی ہے کہ آپ نے بیگ
ہے اور سرخ گیند ہے تیسرے میں نیلے رنگ کی گیند والا بیگ x رنگ کی گیند ڈالنے کی کوشش کر رہے ہیں دوسرا کہتا ہے کہ آپ کے پاس بیگ
اور آخر میں سرخ رنگ کی گیند کے z ایک سرخ رنگ کی گیند کے ساتھ پانچواں ایک نیلے رنگ کی گیند کے ساتھ پچھلا y ہے چوتھا ایک بیگ y
b میں دیا گیا ہے اور a ساتھ بیک ہیڈ مکمل طور پر ہمارے پاس چھ امکانات ہیں لہذا ہم نے جو بھی دیا ہے اسے رسمی طور پر لکھیں جیسا کہ
ہم نے ایک جوڑا حاصل کیا b میں
مثال جس کو میں اسے گاڑیوں اور ان کی نام کی پلیٹوں کے نام سے d اچھا چلو ہم سیکنڈ پر جائیں b تو ہم نے ایک جوڑا ایک کوما حاصل کیا
پکاروں گا، کچھ ریاس
توں کے سیٹ کو ظاہر کرنے دو ریاس
توں میں سے کچھ کے سیٹ کو دہلی مدھیہ پردیش اتر پردیش آندھرا پردیش تمل ناڈو کے نام سے پکاروں گا ہماری پانچ ریاستیں ہیں اور دوسری
اور a ہمارے پاس دو سیٹ ہیں ah ہے جیسا کہ نمبرز صفر ایک صفر دو سے صفر نو تک جو ہمارے پاس ہے وہ ہے b طرف میرے پاس سیٹ
پہلا سیٹ چار پانچ حال b
جس میں نو نمبر ہیں فرض کریں کہ میں ایک گاڑی کے لیے نام کی پلیٹ یا نمبر پلیٹ بنانا چاہتا تھا فرض کریں کہ وہ b توں پر مشتمل ہے اور سیٹ
شخص مدھیہ پردیش سے ہے
تو اس کا کیا امکان ہے
تو کسی شخص کا امکان ٹھیک نہیں ہمارے نام کی پلیٹ والے شخص کے لیے آنے والے شخص کے لیے نام کی پلیٹ کا امکان ایم پی کا کہنا ہے کہ
ٹھیک ہے آئیے اسے ایم پی زیرو تھری کے طور پر رکھیں یہ ایک امکان ہے ٹھیک ہے یہ وہ معمول نہیں ہے جو ہم روزمرہ کی زندگی میں دیکھتے
کو دیکھتے ہوئے ہو b اور سمال ana میں b ہیں لیکن یہ ان امکانات میں سے ایک ہے جو ہمارے پاس موجود ہے حقیقت میں وہ کیا ہے کیپٹل
آپ کو بتاتا ہے کہ گاڑی کس ریاست میں دائیں جوڑے سے تعلق a آپ کو بتاتا ہے پہلے b دائیں جوڑا ایک کوما b رہا ہے۔ جوڑا ایک کوما
گاڑی کا نمبر ظاہر کرتا ہے لہذا آخری دو میں مثالیں ہم نے دیکھی ہیں کہ ایسے حالات ہوتے b ریاست a درج ذیل ہے bc رکھتی ہے ایک کوما
کے جوڑے کو بڑھاتے ہیں b ہیں جو ایک کوما
کے a comma b اور عناصر b اور a تو آئیے ہم اسے رسمی طور پر بناتے ہیں اور چیزوں کی وضاحت کرتے ہیں جیسے دیئے گئے سیٹ
اس جوڑے کو میں اسے آرڈر شدہ پیک b کہا جاتا ہے۔ ایک آرڈر شدہ جوڑا دائیں جوڑا ایک کوما b کوما a جوڑے کو b میں b اور a ساتھ
x میں اس طرح کہ y کوما x ان تمام y کوما x کے طور پر کہوں گا ، آئیے ایک اور مثال پر نظر ڈالیں آئیے ہم ان تمام عناصر کو دیکھیں
مربع برابر ایک کے برابر اب یہ واضح ہے کہ یہ سیٹ ایک دائرے کی نمائندگی y مربع جمع x یا حقیقی اعداد اور comma y ہیں۔ y x اور
کرتا ہے ہم صرف ایک دائرے کو ایک سیٹ رائٹ کی شکل میں لکھنے کی کوشش کر رہے ہیں لہذا اس سیٹ کے عناصر کے عناصر یہ سیٹ دائرے
سے تعلق رکھنے والے عناصر ہیں یا دائرے پر پڑے ہوئے پوائنٹس ترتیب کے لیے مثال ہیں۔ ایڈ پاس ابھی یہ کہنے کے بعد کہ اس آرڈر شدہ
جوڑے چلیں ہم آگے بڑھیں اور پھر اس تصور کی وضاحت کریں جو دو سیٹوں کی کارٹیشین پیداوار کے طور پر جانا جاتا ہے لہذا میں صرف
کے کارٹیشین مصنوعہ کو ایک b اور a کوئی بھی دو سیٹ ہوں۔ b اور let a تعریف لکھتا ہوں آئیے اس تعریف کے ساتھ شروع کریں
کے b سے ظاہر کیا گیا ہے اس طرح یہ دوبارہ ایک سیٹ ایک کراس ہی ہے جو تمام آرڈر شدہ جوڑے کے سیٹ کے برابر ہے ایک کوما b کراس
سے آنے والے پہلے عنصر کے ساتھ جوڑے a اس لئے یہ کارٹیشین پروڈکٹ تمام آرڈر شدہ پر مشتمل ہے۔ سیٹ b میں کیپٹل b اور a ساتھ
سے آنے والے دوسرے عنصر کے ساتھ اس لیے جو مثالیں ہمارے پاس شروع میں تھیں اس لیے وہ مثالیں جو ہمارے پاس شروع میں b اور سیٹ
پہلی مثال تھیں وہ ایک مثال کارٹیشین پروڈکٹ کی ایک مثال ہے حقیقت میں ہمارے پاس ہمارا سیٹ ایک کے طور پر تین روپے کا نام ہو سکتا ہے تین
نیلے اور سرخ کے طور پر b سیٹ z اور xy تھیلوں کا نام
یہ تمام امکانات پر مشتمل ہے تمام امکانات پر مشتمل ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ وہ کون سی گیند ہے جس کی رنگین گیند ہم جا b تو ایک کراس
ڈالیں۔ ٹوپی وہی ہے جو یہ کہتی ہے اب آئیے ہم دوسری مثال کو دیکھتے ہیں دوسری مثال یہ کہتی ہے کہ zt یا y یا x رہے ہیں بیگ کے اندر
گاڑی کی نام پلیٹس کے نام سے کیا جانا جاتا ہے
تو پھر یہ ایک مثال ہے یہ مثال دوسری مثال کارٹیشین مصنوعات کے لئے بھی ایک مثال ہے ۔ آئیے ہم تیسری مثال کو دیکھتے ہیں جو کہ سیٹ دائرے
حقیقی y اور x اس طرح کہ y کوما x ٹھیک ہے ہم اسے اس طرح لکھتے ہیں کہ ترتیب شدہ جوڑے ah کا سیٹ ایک سیٹ کو سیٹ کرتا ہے
مربع ایک کے برابر ہے پہلی چیز جو ہمیں دیکھنا ہو گی وہ یہ ہے کہ یہ سیٹ ہم اچھی طرح جانتے ہیں کہ یہ ایک y مربع جمع x اعداد ہیں اور
دائرہ ہے یہ وہی ہے جس کا ہم نے آخری پرائم میں مشاہدہ کیا ہے یہ سیٹ دو سیٹوں کی کارٹیشین پیداوار نہیں ہے یہ سیٹ دو سیٹوں کی کارٹیشین
پیداوار نہیں ہے کیا یہ مشاہدات میں سے ایک ہے
تو یہ سیٹ دو سیٹوں کا کارٹیشین پروڈکٹ کیوں نہیں ہے آئیے ہم کسی چیز کو دیکھتے ہیں مثال کے طور پر 0 کوما 1 اس کا تعلق دائرے پر ہے
جس کا مطلب ہے کہ یہ ہمیں کیا cle اسی طرح ایک کوما صفر بھی دائرے پر ہے ہمارے پاس دائرے پر ایک کوما اور سر پر ایک کوما صفر ہے۔
بتاتا ہے
کی شکل b اب ایک کراس s تو فرض کریں کہ میں سیٹ لکھتا ہوں مجھے سیٹ کو ایک کے طور پر کال کرنے دیں جیسا کہ کچھ کا فرض ہے کہ
سے ہے اسی طرح جوڑا 1 کوما 0 کا تعلق ایک b سے تعلق رکھتا ہے جس کا مطلب ہے کہ 1 کا تعلق b میں ہے کیونکہ صفر کوما ایک کراس
سے تعلق نہیں ہے کیوں کہ یہ ایک مربع جمع s سے ہے جب کہ جوڑا ایک کوما ایک کا a سے ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ 1 کا تعلق b کراس
سے نہیں ہے لہٰذا یہ تمام جوڑوں کا مجموعہ ہے s ایک مربع کیوں ہے جو حقیقت میں دو نہیں ہے ایک کے برابر اس لیے ایک کوما ایک کا تعلق
جو دائرے پر پڑے ہیں دو سیٹوں کی کارٹیشین پیداوار نہیں ہے تمام سیٹ نہیں یہ مثال ہمیں یہ حقیقت دیتی ہے کہ تمام سیٹ نہیں لکھے جا سکتے

ایک کارٹیشین پروڈکٹ کے طور پر اگرچہ ایک سیٹ میں جوڑی کا آرڈر دیا جا سکتا ہے جس کا مطلب یہ نہیں ہے کہ یہ دو سیٹوں کی ٹھیک
کارٹیشین پروڈکٹ ہے، آئیے کچھ کو دیکھتے ہیں اس سے پہلے کہ ہم اگلی مثال پر جائیں، آئیے کچھ ریمارکس کرتے ہیں پہلے ایک فرض کریں کہ
ہیں۔ یہ دونوں ایک اور یکساں سیٹ کرتے ہیں کس e t کراس b اور b ایک کراس b آپ کے پاس ہے دو سیٹ ہم ایک کراس کو دیکھتے ہیں
یہ ایک b میں b اور a میں a ہے b کی شکل کے عناصر پر مشتمل ہے یہ ایک کراس b ایک کوما b بنیاد پر اور اس طرح ایک کراس
میں سوال یہ a j اور b میں b اس طرح کہ a کوما b ہے۔ تمام متضاد جوڑوں پر مشتمل ہے a کراس b ہے جبکہ دوسرا b کراس
لکھنے میں کوئی فرق نہیں ہے لیکن یہ کیا صرف b میں b اور b میں a نہیں لکھ سکتے ہیں b میں b اور a میں a ہے کہ کیا ہم اسے
ہی کوما کے برابر نہیں ہے جس b اس ترتیب کا مطلب ہے کہ اس ترتیب کی وجہ سے یہ دونوں سیٹ جوڑے میں بالکل مختلف ہیں لہذا ایک کوما
اور b سے ایک کوما b بالکل مختلف سیٹ ہیں اب ایک اور چیز دوسرے نے دو عناصر کو ایک کراس a کراس b اور b کا مطلب ہے کراس
کے برابر ہے b d کے برابر اور c کے برابر ہے اگر d کوما b c دیا ہے ہم کہتے ہیں کہ ایک کوما d کوما c
ہے اور دائیں طرف a یا ہر پر عنصر کو پہلی پوزیشن میں بائیں طرف کی پوزیشن سے مماثل ہونا چاہئے ہمارے پاس y تو یہ کیا کہتا ہے جوڑا
ہے ان دونوں کو مماثل ہونا چاہئے اگر d پہلی پوزیشن ہے اسی طرح دوسری پوزیشنوں کے لئے ہم ہی ہے اور یہاں ہمارے پاس c پہلا عنصر
یہ دونوں ہر پوزیشن پر مماثل ہوں
تو ہم کہتے ہیں کہ یہ ترتیب شدہ جوڑے برابر ہیں
یہ دو کوما تھری کے برابر ہے جو ہمارے پاس yx جمع آدھا جمع x کوما y مائنس آدھا جمع x تو آئیے ایک مثال یا مسئلہ دیکھیں فرض کریں
یہ اسی طرح ہے جیسے دو کوما تین y جمع آدھا مائنس x اور y مائنس آدھا جمع x اور آرڈر شدہ جوڑا y مائنس آدھا جمع x ہے وہ ہے
y اور x تلاش کریں
تو بائیں طرف ہمارے پاس ایک ہے آرڈر شدہ جوڑا اور دائیں طرف ہمارے پاس ایک آرڈر شدہ جوڑا ہے اور جو دیا جاتا ہے وہ یہ ہے کہ یہ دونوں
آرڈر شدہ جوڑے برابر ہیں
x مائنس نصف اور y لکھوں جمع x تو اس کو کیسے حل کیا جائے کہ جو ہمیں دیا گیا ہے وہ یہ ہے کہ آرڈر شدہ جوڑے اچھا ہے میں اسے
جمع نصف دو کوما تین ہے y مائنس
جمع نصف یہ تین کے برابر ہے y مائنس x مائنس نصف برابر ہے دو کے برابر ہے اور y جمع x تو اس کا مطلب یہ ہے کہ
تو آئیے اسے حل کرتے ہیں آئیے ان کو شامل کریں دو چیزیں جو اس سے ملتی ہیں وہ یہ ہے کہ دو ایکس کے برابر پانچ جس کا مطلب ہے ایکس
جمع نصف برابر تین y مائنس x مائنس نصف برابر دو اور y جمع x برابر پانچ سے دو اب آئیے دیکھتے ہیں۔ مساوات کا ایک ہی سیٹ لکھیں
آئیے پہلے والے کو گھٹائیں پہلے دوسرے سے گھٹائیں
مائنس ایک برابر مائنس y مائنس ون برابر مائنس ون معاف کریں مائنس آہ دو y منسوخ ہو جائے گا اور ہمارے پاس دو ہوں گے x اب جب x تو
صفر ہے y ون جو ظاہر کرتا ہے کہ
y اور x تو
ah ٹھیک ہے اب آئیے کچھ اور دیکھتے ہیں مثالیں z برابر y اور phi by 2 برابر ہے x تو
ایک سیٹ ہے اور ہمیں دیا گیا ہے کہ صفر کوما ایک مائنس ون کوما صفر ایک کراس میں ہے ایک تلاش a کچھ اور مثالیں فرض کریں کہ ah تو
میں پہلا سوال a کریں کہ کیا ہے جو ہم جانتے ہیں کہ دو جوڑوں نے جوڑے کو صفر کوما ایک اور مائنس ایک کا حکم دیا ہے کوما صفر یا کراس
کیسے تلاش کیا جائے جو ہم پوچھنا چاہیں گے کہ کنویں میں کتنے عناصر ممکن ہیں 0 کوما 1 ایک کراس سے تعلق رکھتا ہے جس سے یہ ظاہر ہوتا
ہے کہ صفر کا تعلق ایک سے ہے اور ایک کا تعلق اسی طرح سے ہے۔ مائنس ون کوما صفر یہ کراس اے سے تعلق رکھتا ہے جس کا مطلب ہے
اس لیے جو معلومات ہمیں دی گئی ہیں اس کی بنیاد پر ہم جانتے ہیں کہ مائنس o e سے ہے t سے ہے اور صفر کا تعلق a مائنس ون کا تعلق
تین عناصر پر مشتمل ہے مائنس ون صفر اور ایک کراس اے مائنس ون مائنس ون کی طرح نظر a ہے لہذا a ون صفر ایک یہ سیٹ بالکل ہمارا
آئے گا۔ مائنس ایک صفر مائنس ایک ایک صفر مائنس ایک صفر صفر صفر ایک مائنس ایک ایک صفر اور آخر میں ایک ایک یہ کتنے عناصر پر مشتمل ہے
کوئی بھی b اور a بالکل نو عناصر پر مشتمل ہے لہذا آئیے اسے دوبارہ بطور تبصرہ لکھیں کہ اگر a پر مشتمل ہے یہ کراس a ایک کراس
کے q کے عناصر کی تعداد b کے طور پر ہے اور b کے عناصر کی تعداد کے برابر تعداد کے عناصر کی تعداد a دو سیٹ ہیں جس میں
ساتھ ہے
میں عناصر b میں عناصر کی کل تعداد کراس ہی ایک بار کے عناصر کی کل تعداد ہے a ہے لہذا pq میں عناصر کی تعداد b تو ایک کراس
دائیں میں عناصر کی کل تعداد B کے عناصر کی کل تعداد ایک بار میں عناصر کی کل تعداد کے برابر ہے b کی کل تعداد اس لئے کراس
a جو ہم نے پایا ہے اس میں مائنس ایک صفر ہے اور a تو آئیے دیکھتے ہیں آخری مثال میں آئیے پچھلی مثال کو دیکھتے ہیں۔ ایک بار پھر سیٹ
کے عناصر کی تعداد کی تعداد کے عناصر کی تعداد a کے عناصر کی تعداد a کے عناصر کی تعداد تین ہے جس کا مطلب یہ ہے کہ کراس
ہوگی۔ جو تین گنا تین ہونے جا رہا ہے جو کہ نو ہے لیکن اب ہم ایک بار پھر لکھتے ہیں کہ یہ کراس اے کیا ہے مائنس ون مائنس ون مائنس ون صفر
مائنس ون ون صفر مائنس ون صفر صفر صفر ایک مائنس ون صفر اور آخر میں ایک عنصر کی تعداد گننے دیتا ہے تاکہ آپ دیکھیں کہ ہر ایک عنصر
کے ساتھ ہم مزید تین عناصر کے ساتھ جوڑ رہے ہیں اس طرح ہم نو عناصر کے ساتھ ختم ہو گئے ہیں لہذا ایک کراس ڈیف کو نو عناصر مل گئے ہیں
اب آئیے ایک کرتے ہیں۔ مزید مثال کے طور پر ایک ایسا سیٹ ہے جس کی کارٹیشین پروڈکٹ اپنے ساتھ جس کی کارٹیشین پروڈکٹ اپنے ساتھ ہے جو
کی کارٹیشین پروڈکٹ اپنے ساتھ لیتے ہیں a کہ ایک کراس اے ہے اس میں 16 عناصر ہیں لہذا ہمیں ایک سیٹ دیا گیا ہے کہ جب آپ
تو یہ ہو جائے گا۔ 16 عناصر ہیں یہ پہلا اشارہ ہے۔ کہ ہمیں دیا گیا ہے اس کا مطلب ہے کہ ایک کراس اے میں 16 عناصر ہیں جس کا مطلب ہے
میں 4 عنصر ہوں گے اس میں 4 عناصر ٹھیک ہوں گے اب فرض کریں کہ ہم جانتے ہیں فرض کریں کہ ہم جانتے ہیں کہ ایک کوما دو اور a کہ
کو کیسے تلاش کیا جائے اور ایک کراس ایک پہلا مشاہدہ جو ہم نے یہاں کیا وہ یہ a تین کوما چار میں ہیں ایک کراس اے فائنڈ اے اور ایک کراس
کے عناصر کی a ہے کہ وہ کیا ہے جسے کراس اے کے عناصر کی تعداد 16 دی گئی ہے جس کا مطلب ہے جیسا کہ ہم نے پچھلا تبصرہ کہ
میں ہے اور اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک اور دو ہیں وہ دونوں اسی طرح تین کوما میں a تعداد چار ہونے والی ہے اب جوڑا ایک کوما دو یہ کراس
چار عناصر پر مشتمل ہے ایک دو تین اور چار اب a میں ہیں مطلب یہ ہے کہ تین اور چار دونوں ایک میں ہیں لہذا سیٹ a ہیں چار وہ ایک کراس
ایک کراس اے اس میں ترتیب کے ساتھ تمام 16 عناصر ہوں گے جن کے جوڑے 1 سے 4 اچھی طرح سے لائکس کے درمیان پڑے ہوئے عناصر
پر مشتمل ہوں گے۔ یہ ایک کوما دو ایک کوما تین ایک کوما چار اچھی طرح سے ایک کوما ہونے والا ہے۔ ایک دو کوما ایک دو کوما دو دو کوما تین دو
کوما چار تین کوما ایک تین کوما دو تین کوما تین تین کوما چار چار کوما ایک چار کوما دو چار کوما تین اور آخر میں چار کوما چار
تو یہ ممکنہ 16 عناصر ہیں حقیقت میں کراس کے صرف 16 عناصر ہی ممکن ہیں، آئیے جیومیٹری سے ایک اور مثال پیش کرتے ہیں اور اس کی
ٹو آر ٹو کیا ہے؟ r ٹو دو جہتی طیارہ کیا ہے یہ r بنیاد پر اعلیٰ مثالیں بنانے کی کوشش کرتے ہیں ہم میں سے اکثر اس بات سے واقف ہیں کہ
حقیقی اعداد ہیں آپ دیکھ y اور x حقیقی اعداد کے طور پر جہاں y اور x کے ساتھ y کوما x یہ تمام ترتیب شدہ جوڑوں پر مشتمل ہے
کے برابر ہے لہذا یہ ایک کارٹیشین مصنوعات کے لئے ایک مثال ہے لہذا معمول کے دو جہتی جہاز اصل r کراس r سکتے ہیں کہ یہ بالکل
دو کو بھی ایک مختلف نقطہ نظر سے دیکھتے ہیں آئیے مندرجہ ذیل خاکہ کو دیکھتے ہیں r اعداد کی خود کارٹیشین پیداوار ہے آئیے ایک ہی چیز

ہے جو اصل سے r یہ فرض کرتے ہوئے کہ میں یہاں ہوں اور میرے پاس ایک ہی چیز ہے جو ہمیں دی گئی ہے۔ مندرجہ ذیل اطلاع ایکشن ایک
محور x دیا گیا ہے اور یہ زاویہ جو r ہے اور مجھے یہ فاصلہ p ہے میرے پاس ایک نقطہ p اس نقطہ تک بالکل دوری ہے یہ میرا نقطہ
ٹو میں اسے ان تمام آرڈر شدہ جوڑوں کے طور r مجھے دیا گیا ہے میں اسے تھیٹا کہوں گا لہذا یہ i کے ساتھ بناتا ہے یہ وہ دو چیزیں ہیں جو
مثبت اور تھیٹا سے 0 کم یا اس کے برابر 180 ڈگری سے کم یا حقیقت میں r مثبت اچھی طرح سے r کوما تھیٹا کے ساتھ r پر لکھ سکتا ہوں
کو نہیں ہٹانا چاہئے جس طرح سے میں r یہ 180 نہیں ہونا چاہئے۔ 360 ڈگری ٹھیک ہے آپ کے پاس یہ بہت سی چیزیں ہیں لہذا مجھے صرف
کو شامل کروں اسے یہاں صفر i نے واپس کیا ہے مجھے اسے ہٹانا چاہئے اس میں اصل صفر کوما صفر نہیں ہے تاکہ میں اس صفر کوما صفر
سے زیادہ یا اس کے برابر کے طور پر واپس کرنا چاہئے لہذا جب فاصلہ ہمیں درکار ہے کہ فاصلہ تھوڑا سا مثبت ہے جس کی ہم
توقع کرتے ہیں لیکن اگر آپ اسے دیکھیں
تو یہ سیٹ دو سیٹوں کی کارٹیشین پیداوار ہے۔ یہ وہ ہیں جنہیں قطبی نقاط کے نام سے جانا جاتا ہے جسے آپ میں سے اکثر نے دیکھا ہوگا۔
جیومیٹری کے کورس میں جو آپ کے پاس ہے وہ قطبی نقاط کا سیٹ ہے لیکن یہ سیٹ تقریباً ایک کارٹیشین پروڈکٹ کی طرح ہے جو ہمارے پاس حق
کو شامل کرنے جا رہا ہوں r ہے لیکن کسی بھی طرح اگر میں صفر سے زیادہ
تو میں اسے لکھ سکتا ہوں کہ یہ ہوگا ایک کارٹ وہیل ایسا لگتا ہے کہ یہ کارٹیشین پراڈکٹ نہیں ہے معذرت کے ساتھ ایسا لگتا ہے کہ یہ کارٹیشین
کے r پروڈکٹ نہیں ہے لیکن کوئی اسے کارٹیشین پراڈکٹ کے طور پر لکھ سکتا ہے کہ یہ سیٹ کیسے لکھیں یہ سیٹ بالکل برابر ہے ان تمام
میں صفر سے زیادہ ہے ان تمام تھیٹا کو اس طرح سے عبور کریں کہ صفر تین ساٹھ ڈگری سے کم تھیٹا سے کم یا اس کے برابر r برابر ہے جو
یہ ایک کارٹیشین پروڈکٹ کے جرمانے کی ایک مثال ہے لہذا اب یہ سب باتیں کہنے کے بعد مجھے کارٹیشین پروڈکٹ پر ایک اور تبصرہ کرنے دیں
یا کوئی دو سیٹ جن میں سے کم از کم ایک لامحدود ہے پھر ایک کراس ہی بھی ایک لامحدود سیٹ ہے پہلے کی صورت میں دونوں b اور a اگر
سیٹ لامحدود ہیں اور اس وجہ سے کارٹیشین مصنوع بھی لامحدود ہے
کا b اور کیپٹل c اور چھوٹا b تو آئیے ایک سادہ سی مثال پیش کرتے ہیں کہ ہمارے پاس کیا ہے ایک اور امتحان آئیے ہم ایک چھوٹا سا ایک چھوٹا
اس میں ایک کوما 1 ایک کوما 2 ڈاٹ ڈاٹ ہی کوما 1 ہی کوما 2 ڈاٹ ڈاٹ ڈاٹ اور b انتخاب کرتے ہیں 1 2 3 وغیرہ وغیرہ وغیرہ اب ایک کراس
لامحدود ہے b لامحدود ہے اس کا کہنا ہے کہ ایک کراس b ہے لیکن چونکہ a finite اگرچہ c comma 1 c comma 2 dot dot
اب آئیے ایک اور مثال کرتے ہیں یہ پھر ایک جانی پہچانی مثال ہے جو ہم سب کے لیے مشہور ہے پہلے ہمیں آر تھری کو دیکھیں تھری ڈائمینشنل
xyz تھری کیا ہے جیسا کہ ہم سب جانتے ہیں کہ تمام r ہوائی جہاز یہ معمول ہے کہ ہم تین جہتی جہاز کو دیکھتے ہیں کہ یہ تین جہتی ایک
تینوں حقیقی نمبر ہیں سوال کیا یہ دو سیٹوں کا کارٹیشین پروڈکٹ ہے اس کو دیکھنے کے دو طریقے z اور xy ٹرپلز پر مشتمل ہے جیسے کہ
ہیں ایک ہم پہلے اس سیٹ کو دو سیٹوں کے کارٹیشین پروڈکٹ کے طور پر پہچاننے کی کوشش کرتے ہیں اور پھر دیکھتے ہیں کہ دوسرا کیا امکان
یہ سب حقیقی اعداد ہیں جب z اور xy اس طرح کہ z کوما y کوما کے طور پر بھی لکھ سکتا ہوں۔ بریکٹ کے اندر x ہے کہ میں اسے
x comma y comma کو x yz ٹو کے طور پر لکھ سکتے ہیں فطری سوال یہ ہے کہ میں r کراس r ہو جائے اسے i میرے پاس یہ
کو پہلی دو اندراجات کے طور پر الگ نہیں کیا جاسکتا x comma y comma z اس طرح سے y کے طور پر کیوں الگ نہیں کرسکتا ہاں z
اور پھر تیسری کے لئے کوما سے الگ کیوں کیا گیا؟ یہ ایک نہیں
کے ساتھ پہچان سکتا ہے r ٹو کراس r تھری کو r تو یہ درحقیقت یہ درست ہے اور کوئی
تو ہم نے کیا کیا ہے کہ کینونیکل جو ہم فطرت میں دیکھتے ہیں تین جہتی جہاز کو دو سیٹوں کی کارٹیشین پیداوار کے طور پر لکھا جاتا ہے۔ اس
r 3 کے طور پر لکھنا ممکن ہے کیا یہ معنی رکھتا ہے ہاں کوئی r کراس r کراس r مرحلے پر ایک فطری سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ کیا اسے
کے اس تیر انداز کا کیا مطلب ہے؟ r کراس r لکھ سکتا ہے اب r کراس r کراس r کو
تو آئیے ہم ایک قدم آگے بڑھتے ہیں اور تصور کی وضاحت کرنے کی کوشش کرتے ہیں
تو آئیے اس تعریف کے ساتھ شروع کریں کہ ایک ایک دو اور تین تین سیٹ ہوں پھر ایک ایک دو اور تین کی کارٹیشین مصنوع ایک کراس ایک 2 کراس
دو چھوٹے ایک تین کے a ان تمام ٹرپلٹس کے برابر ہے ایک دو چھوٹا ایک چھوٹا 3 a کراس 2 a کی تعریف 1 کراس 3 a کی نشاندہی کریں۔
ساتھ یہ دیا کہ ایک کیپیٹل میں ایک چھوٹا ایک دو کیپٹل میں ایک دو اور چھوٹا تین بڑے میں تین میں پہلی صورت میں جو ہمارے پاس تھا وہ جوڑے کا
آرڈر دیا جاتا ہے یا دو ٹوپل دیکھتے ہیں اب ہمارے پاس ٹرپلٹ ہے یا ایک تھری ٹوپل تھری ٹوپل جس میں پہلا عنصر ایک دوسرے عنصر سے آتا ہے
ایک دو سے آتا ہے اور تیسرا عنصر تین سے آتا ہے
کی طرح ہے لہذا یہ ایک r کراس r کراس r تھری تھری جہتی جہاز کی اپنی سابقہ مثال کی طرف ۔ یہ بالکل r تو اب ہم وہاں واپس جائیں
کارٹیشین پروڈکٹ کے لئے ایک مثال ہے جس میں تین سیٹ تین سیٹوں کی کارٹیشین پروڈکٹ ہے آئیے اس مرحلے پر ایک اور مسئلہ کرتے ہیں یہ
یہ ایک دو تین کے z مائنس y جمع x اور z مائنس y مائنس دیا گیا ہے۔ x کوما z جمع y جمع x فرض کرتے ہوئے کہ ہمیں یہ ایک
تلاش کریں آپ کو یہ دیا گیا ہے z اور xy برابر ہے فرض کریں یہ وہی ہے جو ہمیں دیا گیا ہے
تو اس مسئلے کو کیسے حل کیا جائے
تو اس سے پہلے کہ میں اس مسئلے کے حل کے ساتھ آگے بڑھوں آئیے ایک اور تبصرہ کریں جو ہم بالکل وہی ہے جو ڈبلیو کے طور پر ہے۔ ای
یا کوئی بھی تین سیٹ اگر آپ کے پاس کوئی تین a1 a2 a3 نے دو سیٹوں کے دو کارٹیشین پروڈکٹ کے معاملے کے لیے ریمارکس دیا اگر
سیٹ ہیں
تو اور اگر ایسا ہے
تو اگر آپ کے پاس کوئی تین سیٹ ہیں اور اگر ٹرپلٹ ایک ایک دو ایک تین اور ٹرپلٹ بھی ایک ڈیش ایک دو ڈیش ایک تھری ڈیش اگر آپ جانتے ہیں کہ
یہ دو ٹرپلٹ ایک کراس ٹو کراس تھری سے تعلق رکھتے ہیں اور یہ بھی کہ آپ جانتے ہیں کہ ٹرپلٹ ایک ایک دو ڈیش 3 ایک ڈیش اے کے برابر ہے۔
ڈیش ایک 3 ڈیش جس کا مطلب ہے کہ 1 برابر 1 ڈیش کے برابر ایک دو دو ڈیش کے برابر اور تین تین ڈیش کے برابر جس کا مطلب ہے کہ ہر 2
ویں کوڈ پر مماثل ہونا چاہئے ہر کوآرڈینیٹ کو یا ہر پوزیشن پر ان کا مماثل ہونا چاہئے تب ہی آپ کہتے ہیں کہ وہ ٹرپلٹس دو i پوزیشن پر انہیں
ٹرپلٹس برابر ہیں اگر وہ ہر ایک کوآرڈینیٹ وار یا ہر پوزیشن وار اگر نمبرز اگر اصلی نمبرز میٹ کریں اگر عناصر ملیں
تو آپ کہتے ہیں کہ فلاں فلاں دو تین تین برابر ہیں ہم اس مسئلے کے حل کی طرف جاتے ہیں کہ جو دیا گیا ہے اس کی بنیاد پر اس مسئلے کو
مائنس y پلس zx مائنس y مائنس z x پلس y پلس x کیسے حل کیا جائے۔ یہ جو ہمیں دیا گیا ہے وہ یہ ہے کہ بائیں طرف ہمیں ایک ٹرپلٹ
مائنس x برابر ایک z جمع y جمع x دیا گیا ہے جو ٹرپلٹ ایک دو تین کے برابر ہے مندرجہ بالا تبصرہ کی بنیاد پر یہ کہا جا سکتا ہے کہ z
برابر تین کے برابر میں اس نمبر کو کال کرتا ہوں ہر ایک مساوات ایک دو اور 3 جوڑ z مائنس y جمع x برابر دو کے برابر اور z مائنس y
برابر تین سے دو میں اب ایک اور تین کا اضافہ کر رہا ہوں اگر میں ایک اور تین کا x برابر تین کا مطلب یہ ہے کہ x کر 1 اور 2 ہمیں ملے گا دو
اضافہ کرنے جا رہا ہوں
تین سے دو ہے x کے برابر چار ملے گا لیکن ہم کیا جانتے ہیں کہ y جمع دو x تو میرے پاس کیا ہوگا ہمیں دو
کو تبدیل کرنے دیں۔ تین سے دو x تو مجھے صرف
برابر چار کے y کے برابر چار جس کا مطلب ہے دو y تو اس کا مطلب یہ ہے کہ دو میں تین سے دو جمع دو میں

x ایک سے دو جو ہے آدھے اب آخر میں ہم پہلے ایک کو دیکھتے ہیں y تو دو میں تین سے دو جو کہ تین چار مائنس تین ہے جس کا مطلب ہے
ایک کے z ایک سے دو جمع y کی قدر تین بائی دو ہے اور اس کی قدر x ایک کے برابر یہ وہی ہے جو اب میرے پاس ہے z پلس y جمع
z اور xy برابر مائنس ون اس لیے z ایک ہے جس کا مطلب ہے z برابر ہے جس کا مطلب ہے تین سے دو جمع ایک سے دو جو کہ دو جمع
کی قدریں تین بذریعہ دو ایک بذریعہ دو اور مائنس ایک ہیں۔ بالترتیب اس لیے اگلے لیکچر میں ہم ان کی بنیاد پر کچھ اور مسائل کریں گے اور
کارٹیشین پراڈکٹ اور کارٹیشین پروڈکٹ کے ذیلی سیٹوں کے لیے کچھ اور مثالیں بھی دیں گے شکریہ آپ کا شکریہ

Prutor@IITK